

**Демонстрационный вариант  
контрольных измерительных материалов  
единого государственного экзамена 2023 года  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Базовый уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа включает в себя 21 задание.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются по приведённым ниже образцам в виде числа или последовательности цифр. Сначала запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания.

Ответ: -0,6

-	0	,	6																	
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

Если ответом является последовательность цифр, как в приведённом ниже примере, то запишите эту последовательность в бланк ответов № 1 без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ:

А	Б	В	Г
4	3	1	2

4	3		2																	
---	---	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланке ответов № 1 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

Таблица квадратов целых чисел от 0 до 99

Десятки	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Свойства арифметического квадратного корня

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0 \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0$$

Корни квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$ 

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac > 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac = 0$$

Формулы сокращённого умножения

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

## Степень и логарифм

### Свойства степени

при  $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

### Свойства логарифма

при  $a > 0, a \neq 1, b > 0, x > 0, y > 0$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

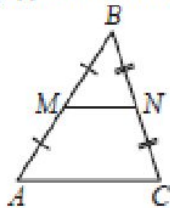
$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a b^k = k \log_a b$$

## Геометрия

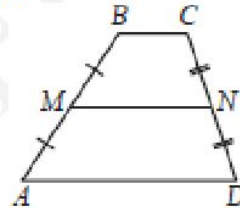
### Средняя линия треугольника и трапеции



$MN$  — ср. лин.

$$MN \parallel AC$$

$$MN = \frac{AC}{2}$$



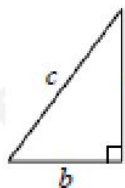
$$BC \parallel AD$$

$MN$  — ср. лин.

$$MN \parallel AD$$

$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

### Теорема Пифагора



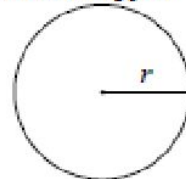
$$a^2 + b^2 = c^2$$

### Длина окружности

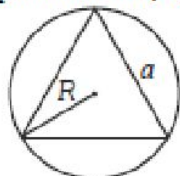
$$C = 2\pi r$$

### Площадь круга

$$S = \pi r^2$$

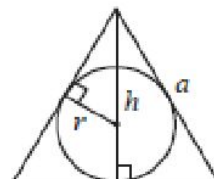


### Правильный треугольник



$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

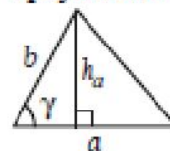
## Площади фигур

Параллелограмм



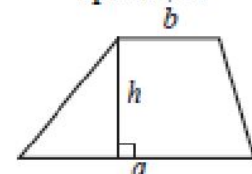
$$S = ah_a$$
$$S = absin\gamma$$

Треугольник



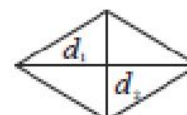
$$S = \frac{1}{2}ah_a$$
$$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Ромб

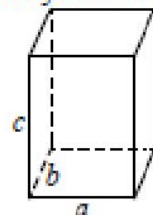


$d_1, d_2$  — диагонали

$$S = \frac{1}{2}d_1d_2$$

## Площади поверхностей и объёмы тел

Прямоугольный параллелепипед



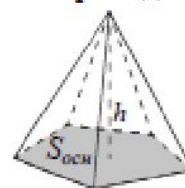
$$V = abc$$

Прямая призма



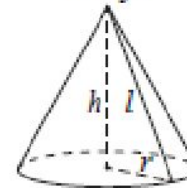
$$V = S_{осн}h$$

Пирамида



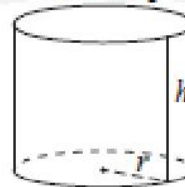
$$V = \frac{1}{3}S_{осн}h$$

Конус



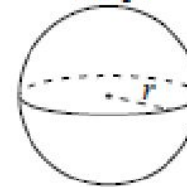
$$V = \frac{1}{3}\pi r^2h$$
$$S_{бок} = \pi rl$$

Цилиндр



$$V = \pi r^2h$$
$$S_{бок} = 2\pi rh$$

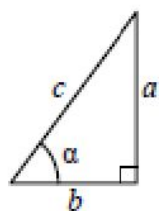
Шар



$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$
$$S = 4\pi r^2$$

## Тригонометрические функции

Прямоугольный треугольник

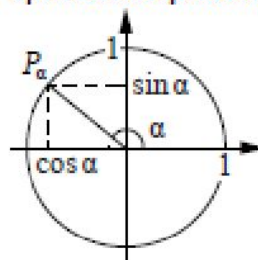


$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Тригонометрическая окружность



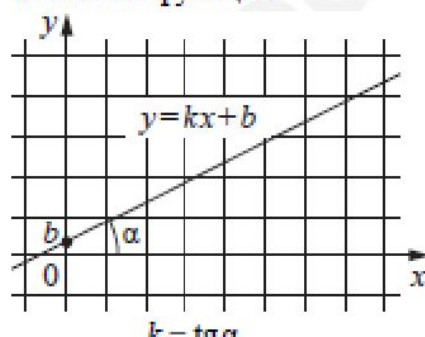
Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

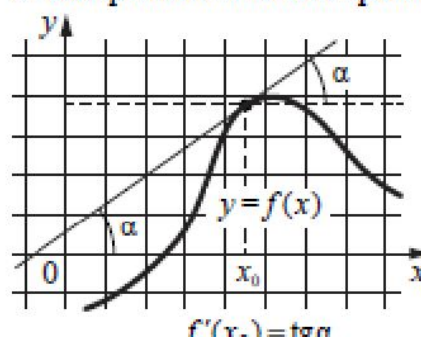
$\alpha$	радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
	градусы	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

## Функции

Линейная функция



Геометрический смысл производной



1

Баночка йогурта стоит 14 рублей 60 копеек. Какое наибольшее количество баночек йогурта можно купить на 100 рублей?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Килограмм моркови стоит 40 рублей. Олег купил 1 кг 600 г моркови. Сколько рублей сдачи он должен получить со 100 рублей?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Для ремонта требуется 63 рулона обоев. Какое наименьшее количество пачек обойного клея нужно для такого ремонта, если 1 пачка клея рассчитана на 6 рулонов?

Ответ: \_\_\_\_\_.

2

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ЗНАЧЕНИЯ
А) рост ребёнка	1) 32 км
Б) толщина листа бумаги	2) 30 м
В) протяжённость автобусного маршрута	3) 0,2 мм
Г) высота жилого дома	4) 110 см

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

ИЛИ

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ЗНАЧЕНИЯ
А) масса взрослого человека	1) 8 т
Б) масса грузового автомобиля	2) 5 г
В) масса книги	3) 65 кг
Г) масса пуговицы	4) 300 г

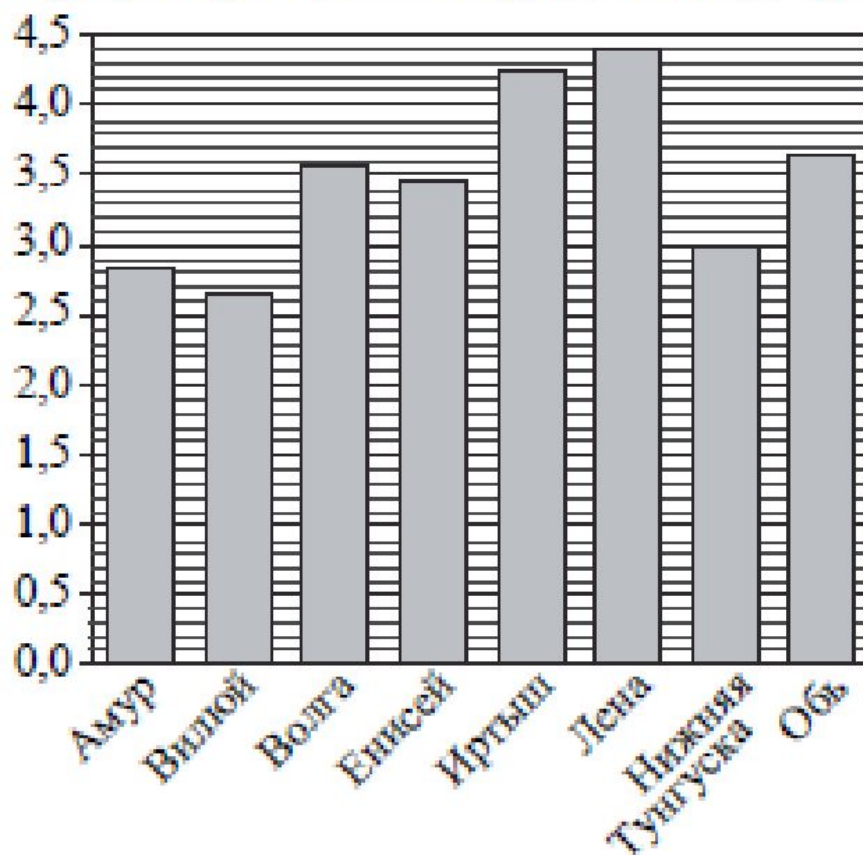
В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

3

На диаграмме приведены данные о длине восьми крупнейших рек России (в тысячах километров). Первое место по длине занимает река Лена.



На каком месте по длине находится река Амур?



---

**ИЛИ**

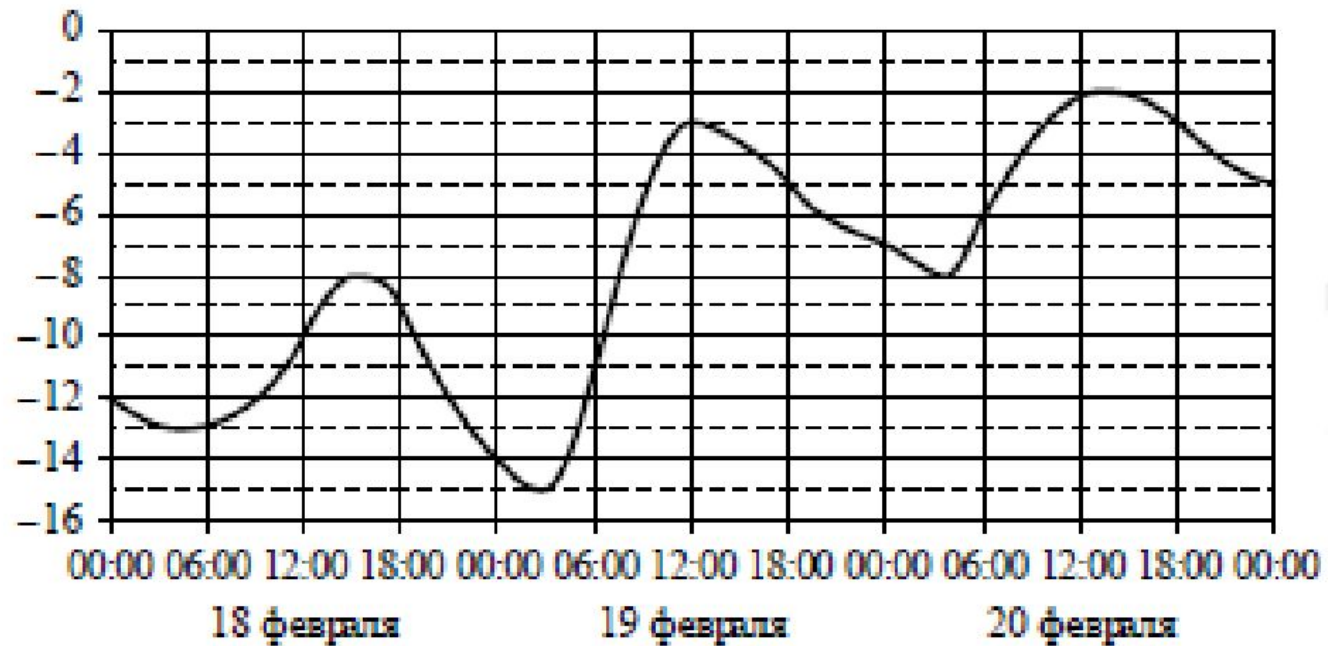
В таблице представлены данные о стоимости некоторой модели смартфона в различных магазинах.

Магазин	Стоимость смартфона (руб.)
«ОК-Техника»	6733
«Скоростной»	7600
«Магия связи»	6559
«Про-фон»	7346
«Смартфон и Ко»	6599
«Прогресс-Э»	7548
«999 телефонов»	6959
«Макропонско»	7049
«Вселенная телефонов»	6850

Найдите наименьшую стоимость смартфона среди представленных предложений. Ответ дайте в рублях.

## ИЛИ

На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. На горизонтальной оси отмечены число, месяц, время суток в часах; на вертикальной оси — значение температуры в градусах Цельсия.



Определите по графику наибольшую температуру воздуха 19 февраля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

4

Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле  $P = I^2 R$ , где  $I$  — сила тока (в амперах),  $R$  — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите  $P$  (в ваттах), если  $R = 5$  Ом и  $I = 7$  А.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Среднее геометрическое трёх чисел:  $a$ ,  $b$  и  $c$  — вычисляется по формуле  $g = \sqrt[3]{abc}$ . Вычислите среднее геометрическое чисел 5, 25 и 27.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5

В чемпионате по прыжкам в воду участвуют 35 спортсменов: 7 из России, 12 из Китая, 9 из Японии и 7 из США. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Из каждых 100 лампочек, поступающих в продажу, в среднем 3 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная в магазине лампочка окажется исправной?

Ответ: \_\_\_\_\_.

6

Для обслуживания международного семинара необходимо собрать группу переводчиков. Сведения о кандидатах представлены в таблице.

Номер переводчика	Язык	Стоимость услуг (руб. в день)
1	Немецкий, испанский	7000
2	Английский, немецкий	6000
3	Английский	3000
4	Английский, французский	6000
5	Французский	2000
6	Испанский	4000

Пользуясь таблицей, соберите хотя бы одну группу, в которой переводчики вместе владеют четырьмя иностранными языками: английским, немецким, французским и испанским, а суммарная стоимость их услуг не превышает 12 000 рублей в день.

В ответе укажите какой-нибудь один набор номеров переводчиков (без пробелов, запятых и других дополнительных символов).

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

В таблице приведены данные о шести чемоданах.

Номер чемодана	Длина (см)	Высота (см)	Ширина (см)	Масса (кг)
1	65	40	25	19
2	84	72	49	24
3	92	80	36	23
4	75	60	45	25
5	83	65	48	22,5
6	95	75	42	30

По правилам авиакомпании сумма трёх измерений (длина, высота, ширина) чемодана, сдаваемого в багаж, не должна превышать 203 см, а масса не должна быть больше 23 кг. Какие чемоданы можно сдать в багаж по правилам этой авиакомпании?

В ответе укажите номера всех выбранных чемоданов (без пробелов, запятых и других дополнительных символов).

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

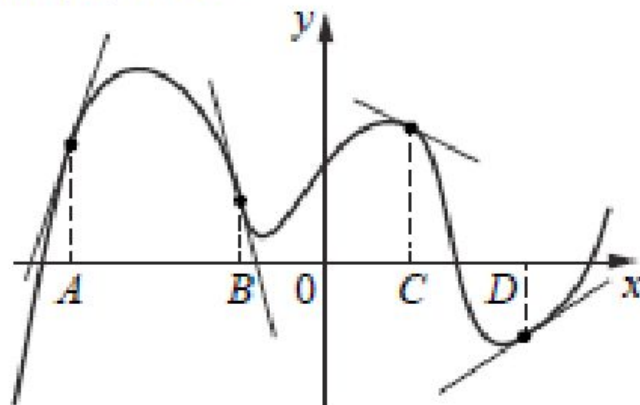
Строительная фирма планирует купить  $70 \text{ м}^3$  пеноблоков у одного из трёх поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за $1 \text{ м}^3$ )	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2600	10 000	Нет
Б	2800	8000	При заказе товара на сумму свыше 150 000 рублей доставка бесплатная
В	2700	8000	При заказе товара на сумму свыше 200 000 рублей доставка бесплатная

Сколько рублей нужно заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой?

7

На рисунке изображены график функции и касательные, проведённые к нему в точках с абсциссами  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ .



В правом столбце указаны значения производной функции в точках  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной функции в ней.

ТОЧКИ

$A$   
 $B$   
 $C$   
 $D$

ЗНАЧЕНИЯ  
ПРОИЗВОДНОЙ

1)  $-4$   
 2)  $3$   
 3)  $\frac{2}{3}$   
 4)  $-0,5$

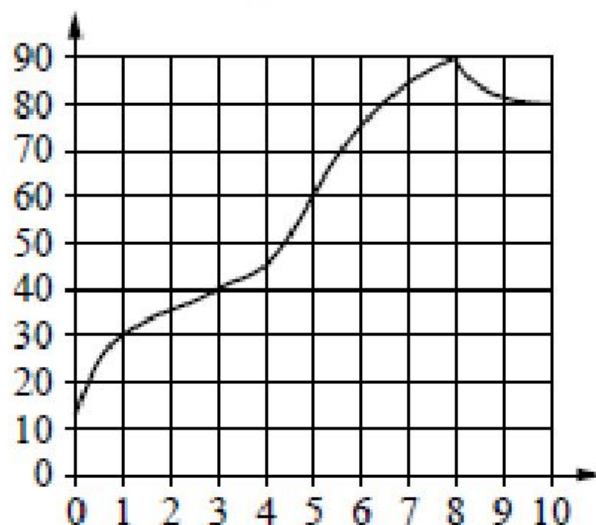
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

$A$	$B$	$C$	$D$

## ИЛИ

На графике изображена зависимость температуры от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя; на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику процесса разогрева двигателя на этом интервале.

### ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ

- А) 0–1 мин.
- Б) 1–3 мин.
- В) 3–6 мин.
- Г) 8–10 мин.

### ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) Рост температуры был самым медленным
- 2) Температура падала
- 3) Температура находилась в пределах от 40 °C до 80 °C
- 4) Температура не превышала 30 °C

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

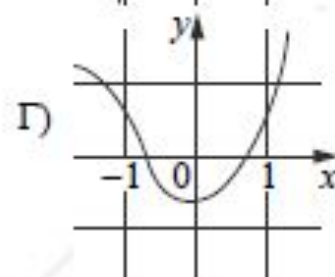
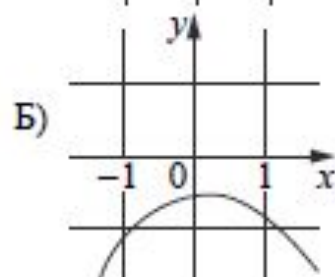
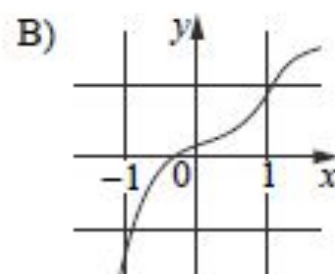
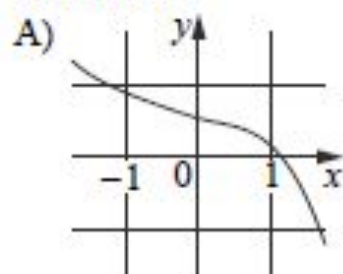
	А	Б	В	Г
Ответ:				



## ИЛИ

Установите соответствие между графиками функций и характеристиками этих функций на отрезке  $[-1; 1]$ .

### ГРАФИКИ



### ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) Функция имеет точку максимума на отрезке  $[-1; 1]$ .
- 2) Функция имеет точку минимума на отрезке  $[-1; 1]$ .
- 3) Функция возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ .
- 4) Функция убывает на отрезке  $[-1; 1]$ .

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

В классе учится 20 человек, из них 13 человек посещают кружок по истории, а 10 — кружок по математике. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Каждый ученик этого класса посещает оба кружка.
- 2) Найдётся хотя бы двое учеников из этого класса, посещающих оба кружка.
- 3) Если ученик из этого класса ходит на кружок по истории, то он обязательно ходит на кружок по математике.
- 4) Не найдётся 11 человек из этого класса, которые посещают оба кружка.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Во дворе школы растут всего три дерева: ясень, рябина и осина. Ясень выше рябины на 1 метр, но ниже осины на 2 метра. Выберите все утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Среди указанных деревьев не найдётся двух одной высоты.
- 2) Ясень, растущий во дворе школы, выше осины, растущей там же.
- 3) Любое дерево помимо указанных, которое ниже ясеня, растущего во дворе школы, также ниже рябины, растущей там же.
- 4) Любое дерево помимо указанных, которое ниже рябины, растущей во дворе школы, также ниже ясеня, растущего там же.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9

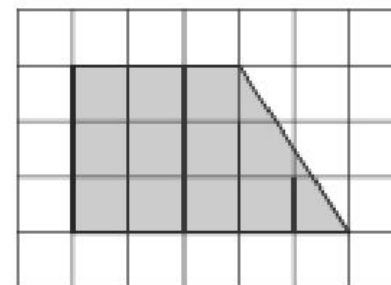
На рисунке изображён план местности (шаг сетки плана соответствует расстоянию 1 км на местности). Оцените, скольким квадратным километрам равна площадь озера Великое, изображённого на плане. Ответ округлите до целого числа.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

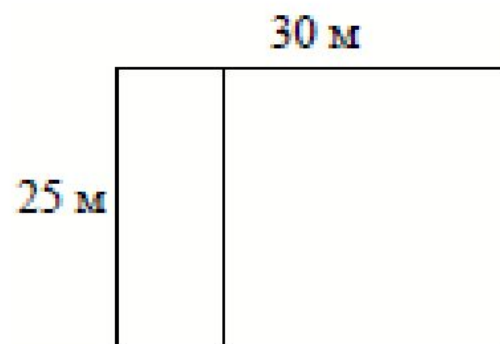
План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат  $1\text{ м} \times 1\text{ м}$ . Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

10

Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 25 метров и 30 метров. Хозяин планирует обнести его забором и разделить таким же забором на две части, одна из которых имеет форму квадрата. Найдите суммарную длину забора в метрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

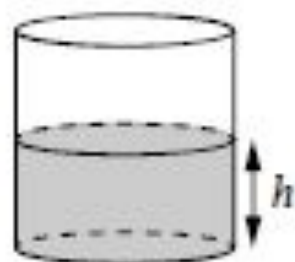
Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки в 16:00?



Ответ: \_\_\_\_\_.

11

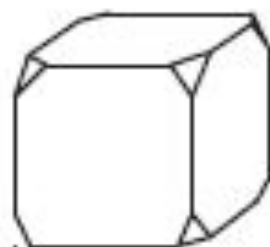
Вода в сосуде цилиндрической формы находится на уровне  $h = 80$  см. На каком уровне окажется вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания в 4 раза больше, чем у данного? Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

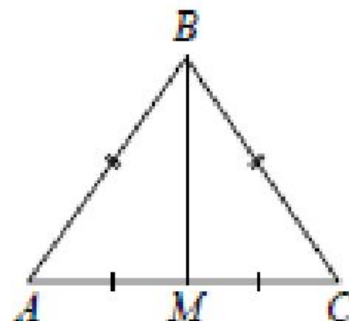
От деревянного кубика отпилили все его вершины (см. рисунок). Сколько граней у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



Ответ: \_\_\_\_\_.

12

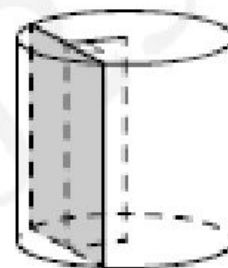
Известно, что в треугольнике  $ABC$   $AB = BC = 13$ ,  
 $AC = 10$ . Найдите длину медианы  $BM$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

13

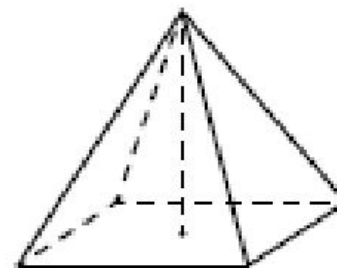
Радиус основания цилиндра равен 13, а его образующая равна 18. Сечение, параллельное оси цилиндра, удалено от неё на расстояние, равное 12. Найдите площадь этого сечения.



Ответ: \_\_\_\_\_.

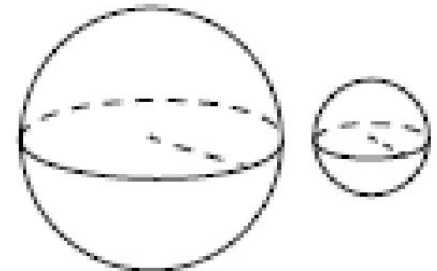
**ИЛИ**

Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 4, а боковое ребро равно  $\sqrt{17}$ .



**ИЛИ**

Даны два шара радиусами 9 и 3. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего?



Ответ: \_\_\_\_\_.

14 Найдите значение выражения  $(6,7 - 3,2) \cdot 2,4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите значение выражения  $\left(\frac{8}{33} + \frac{13}{22}\right) : \frac{5}{18}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**15** Ивану Кузьмичу начислена заработная плата 20 000 рублей. Из этой суммы вычитается налог на доходы физических лиц в размере 13 %. Сколько рублей Иван Кузьмич получит после уплаты этого налога?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

ЕГЭ по физике сдавали 25 выпускников школы, что составляет треть от общего числа выпускников. Сколько выпускников этой школы не сдавали экзамена по физике?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Площадь земель фермерского хозяйства, отведённых под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 24 гектара и распределена между зерновыми и овощными культурами в отношении 5 : 3 соответственно. Сколько гектаров занимают овощные культуры?

16

Найдите значение выражения  $\frac{14^9}{2^7 \cdot 7^8}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = 0,8$  и  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите значение выражения  $(2\sqrt{13} - 1)(2\sqrt{13} + 1)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите значение выражения  $\log_3 1,8 + \log_3 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

17 Найдите корень уравнения  $3^{x-3} = 81$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите корень уравнения  $\log_2(x-3) = 6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

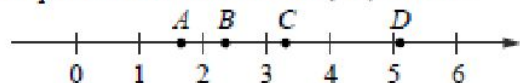
**ИЛИ**

Решите уравнение  $x^2 - x - 6 = 0$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

На координатной прямой отмечены точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ .



Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

ТОЧКИ

$A$   
 $B$   
 $C$   
 $D$

ЧИСЛА

- 1)  $\log_2 10$
- 2)  $\frac{7}{3}$
- 3)  $\sqrt{26}$
- 4)  $\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

$A$	$B$	$C$	$D$

**ИЛИ**

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

- А)  $2^x \geq 4$
- Б)  $0,5^x \geq 4$
- В)  $0,5^x \leq 4$
- Г)  $2^x \leq 4$

РЕШЕНИЯ

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

$A$	$B$	$B$	$\Gamma$

19

Найдите трёхзначное число, сумма цифр которого равна 20, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9. В ответе укажите какое-либо одно такое число.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

На шести карточках написаны цифры 2, 3, 5, 6, 7, 7 (по одной цифре на каждой карточке). В выражении

$$\square + \square\square + \square\square\square$$

вместо каждого квадратика положили карточку из данного набора. Оказалось, что полученная сумма делится на 10, но не делится на 20. В ответе укажите какую-либо одну такую сумму.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Вычеркните в числе 75157613 три цифры так, чтобы получившееся число делилось на 12. В ответе укажите какое-либо одно получившееся число.

Ответ:

20

Расстояние между городами  $A$  и  $B$  равно 470 км. Из города  $A$  в город  $B$  выехал первый автомобиль, а через 3 часа после этого навстречу ему из города  $B$  выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 350 км от города  $A$ . Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Ответ: \_\_\_\_\_.

ЕГЭ 2023

Демонверсия

2023

**Демонстрационный вариант  
контрольных измерительных материалов  
единого государственного экзамена 2023 года  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$



1

Треугольник  $ABC$  вписан в окружность с центром  $O$ . Угол  $BAC$  равен  $32^\circ$ .  
Найдите угол  $BOC$ . Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Площадь треугольника  $ABC$  равна 24;  $DE$  – средняя линия, параллельная стороне  $AB$ . Найдите площадь треугольника  $CDE$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

В ромбе  $ABCD$  угол  $DBA$  равен  $13^\circ$ . Найдите угол  $BCD$ . Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

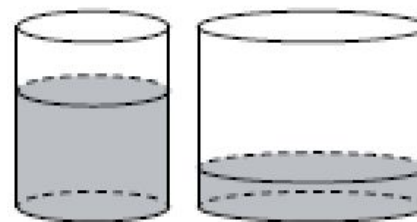
**ИЛИ**

Стороны параллелограмма равны 24 и 27. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 18. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.

Ответ: \_\_\_\_\_.

2

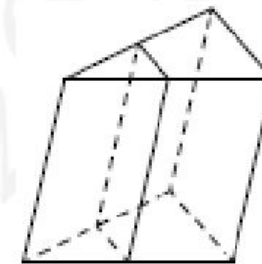
В первом цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. Эту жидкость перелили во второй цилиндрический сосуд, диаметр основания которого в 2 раза больше диаметра основания первого. На какой высоте будет находиться уровень жидкости во втором сосуде? Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

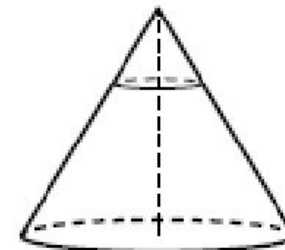
Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Через точку, лежащую на высоте прямого кругового конуса и делящую её в отношении 1:2, считая от вершины конуса, проведена плоскость, параллельная его основанию и делящая конус на две части. Каков объём той части конуса, которая примыкает к его основанию, если объём всего конуса равен 54?



Ответ: \_\_\_\_\_.

3

В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов. Только в двух билетах встречается вопрос о грибах. На экзамене выпускнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете будет вопрос о грибах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Вероятность того, что мотор холодильника прослужит более 1 года, равна 0,8, а вероятность того, что он прослужит более 2 лет, равна 0,6. Какова вероятность того, что мотор прослужит более 1 года, но не более 2 лет?

Ответ: \_\_\_\_\_.

4

Симметричную игральную кость бросили 3 раза. Известно, что в сумме выпало 6 очков. Какова вероятность события «хотя бы раз выпало 3 очка»?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

В городе 48 % взрослого населения – мужчины. Пенсионеры составляют 12,6 % взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15 %. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

Ответ: \_\_\_\_\_.

5

Найдите корень уравнения  $3^{x-5} = 81$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите корень уравнения  $\sqrt{3x+49} = 10$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите корень уравнения  $\log_8(5x+47) = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Решите уравнение  $\sqrt{2x+3} = x$ . Если корней окажется несколько, то в ответе запишите наименьший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6

Найдите  $\sin 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,6$  и  $\pi < \alpha < 2\pi$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите значение выражения  $16 \log_7 \sqrt[4]{7}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

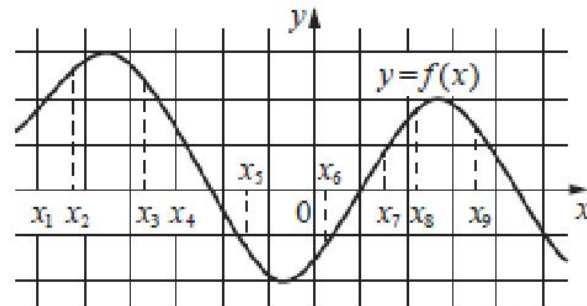
**ИЛИ**

Найдите значение выражения  $4^{\frac{1}{5}} \cdot 16^{\frac{9}{10}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7

На рисунке изображён график дифференцируемой функции  $y = f(x)$ .  
 На оси абсцисс отмечены девять точек:  $x_1, x_2, \dots, x_9$ .

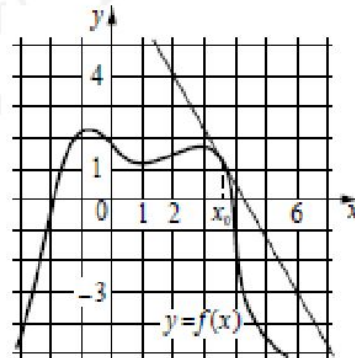


Найдите все отмеченные точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответе укажите количество этих точек.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

8

Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отражённого от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны соотношением

$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0},$$

где  $c = 1500$  м/с – скорость звука в воде,  $f_0$  – частота испускаемого сигнала (в МГц),  $f$  – частота отражённого сигнала (в МГц). Найдите частоту отражённого сигнала (в МГц), если батискаф погружается со скоростью 2 м/с.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9

Весной катер идёт против течения реки в  $1\frac{2}{3}$  раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в  $1\frac{1}{2}$  раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Смешав 45%-ный и 97%-ный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 62%-ный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50%-ного раствора той же кислоты, то получили бы 72%-ный раствор кислоты. Сколько килограммов 45%-ного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: \_\_\_\_\_.

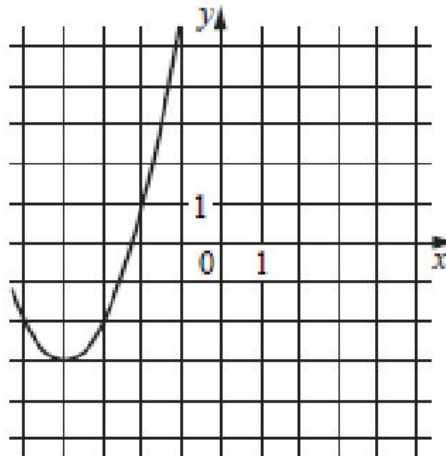
ИЛИ

Автомобиль, движущийся с постоянной скоростью 70 км/ч по прямому шоссе, обгоняет другой автомобиль, движущийся в ту же сторону с постоянной скоростью 40 км/ч. Каким будет расстояние (в километрах) между этими автомобилями через 15 минут после обгона?

Ответ: \_\_\_\_\_.

10

На рисунке изображен график функции вида  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , где числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  — целые. Найдите значение  $f(-12)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

11

Найдите наименьшее значение функции

$$y = 9x - 9 \ln(x + 11) + 7$$

на отрезке  $[-10, 5; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите точку максимума функции  $y = (x + 8)^2 \cdot e^{3-x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите точку минимума функции  $y = -\frac{x}{x^2 + 256}$ .



12 а) Решите уравнение

$$2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

13 Все рёбра правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  имеют длину 6. Точки  $M$  и  $N$  – середины рёбер  $AA_1$  и  $A_1C_1$  соответственно.

а) Докажите, что прямые  $BM$  и  $MN$  перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями  $BMN$  и  $ABB_1$ .

14 Решите неравенство  $\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$ .

15

15 января планируется взять кредит в банке на 6 месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  – целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1,0	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение  $r$ , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

16

Две окружности касаются внешним образом в точке  $K$ . Прямая  $AB$  касается первой окружности в точке  $A$ , а второй – в точке  $B$ . Прямая  $BK$  пересекает первую окружность в точке  $D$ , прямая  $AK$  пересекает вторую окружность в точке  $C$ .

а) Докажите, что прямые  $AD$  и  $BC$  параллельны.

б) Найдите площадь треугольника  $AKB$ , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

17

Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9, \\ (x + 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

В школах № 1 и № 2 учащиеся писали тест. В каждой школе тест писали по крайней мере 2 учащихся, а суммарно тест писали 9 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы № 1 в школу № 2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

- а) Мог ли средний балл в школе № 1 уменьшиться в 10 раз?
- б) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10 %, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10 %. Мог ли первоначальный средний балл в школе № 2 равняться 7?
- в) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10 %, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10 %. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе № 2.