

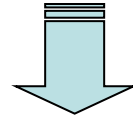
Лекция № 8

22.05.2020г.

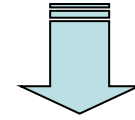
Напряжения и деформации при ударе.

Удар – динамическая нагрузка, скорость приложения которой резко изменяется в короткий промежуток времени.

Различают **продольный** и **поперечный** удар.



- забивка фундаментных свай;
- работа ударного молота;
- отскок пружины бойкового механизма в ружье.



- штамповка;
- ковка.

В приближенной теории удара вводятся следующие предположения и допущения:

- ударяющее тело абсолютно жесткое и не отскакивает от ударяемого;
- масса ударяемого тела пренебрежимо мала по сравнению с массой ударяющего;
- вся кинетическая энергия ударяющего тела переходит в потенциальную энергию упругой деформации ударяемого.

Продольный удар.

Кинетическая энергия T_0 падающего груза Q переходит в потенциальную энергию упругой деформации стержня U :

$$T_0 \rightarrow U$$
$$T_0 = Q(h + \Delta l) \quad (1) \quad U = \frac{1}{2} P \Delta l \quad (2)$$

В силу действия закона Гука имеем:

$$P = \sigma F = \frac{\Delta l}{l} E F = \frac{\Delta l}{\Delta l_m} Q$$

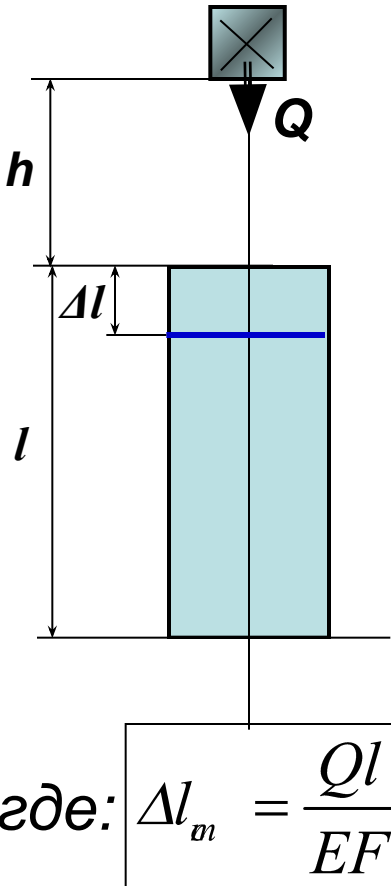
где: $\Delta l_m = \frac{Ql}{EF}$ - укорочение стержня от статического действия груза;

F - площадь поперечного сечения; E - модуль Юнга.

Тогда U в выражении (2) можно определить по формуле:

$$U = \frac{1}{2} Q \frac{\Delta l^2}{\Delta l_m}$$

Выражение (1) принимает вид: $h + \Delta l = \frac{1}{2} \frac{\Delta l^2}{\Delta l_m}$



Откуда выразим Δl :
$$\Delta l = \Delta l_m \cdot \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta l_m}} \right] = \Delta l_m \cdot k_D$$

Итак, получено:
$$\Delta l = \Delta l_m \cdot k_D$$
 - укорочение стержня при ударе.

где:
$$k_D = \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta l_m}} \right]$$
 - динамический коэффициент при ударе.

Динамическое напряжение при ударе:
$$\sigma_D = k_D \cdot \sigma_{ст}$$

Или :
$$\sigma_D = \sigma_{ст} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta l_m}} \right) \approx \frac{Q}{F} + \sqrt{\frac{2QhE}{lF}}$$

Динамическое нагрузка при ударе:
$$P_D = \sigma_D \cdot F$$

Или :
$$P_D = k_D \cdot \sigma_{ст} \cdot F = Q \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta l_m}} \right)$$

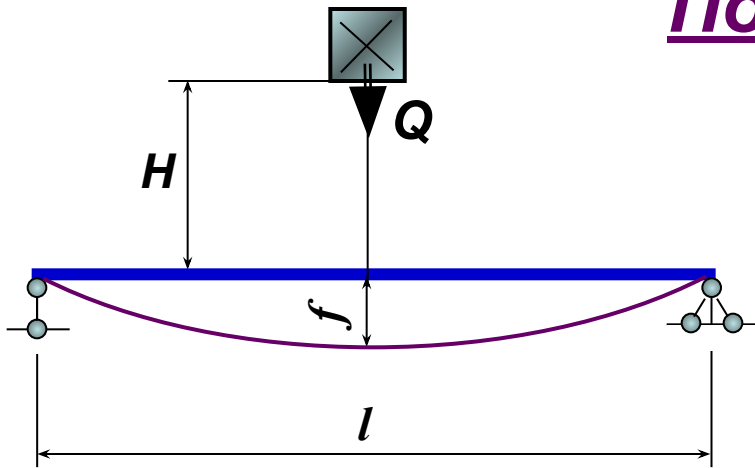
Выводы:

При равномерном распределении напряжений по длине стержня, т.е., когда стержень имеет постоянное поперечное сечение, величина динамического напряжения зависит не только от площади его поперечного сечения F , как при статическом нагружении, но и от его длины l , модуля упругости E .

Чем больше объем материала, подвергаемого удару упругого стержня, тем меньше возникающее в нем динамическое напряжение.

Поперечный удар.

Балка на опорах.



$$\sigma_{\text{Д}} = k_{\text{Д}} \cdot \sigma_{\text{ст}}$$

- динамическое напряжение.

$$f_{\text{ст}} = \frac{Ql^3}{48EI_x}$$

- статический прогиб балки от груза Q посередине пролета.

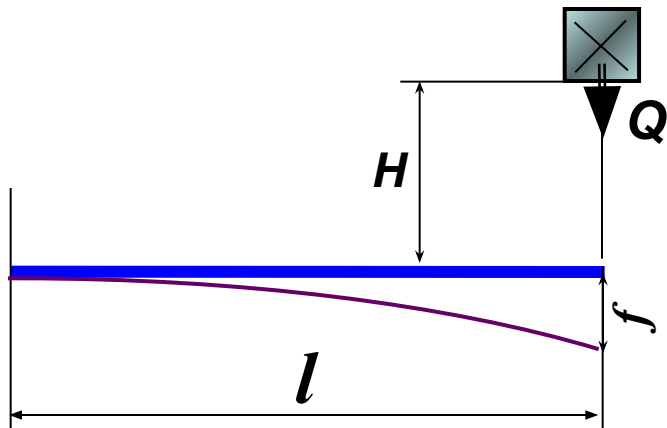
$$f_{\text{Д}} = f_{\text{ст}} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{f_{\text{ст}}}} \right] = f_{\text{ст}} \cdot k_{\text{Д}}$$

- динамический прогиб.

где: $k_{\text{Д}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{f_{\text{ст}}}}$

- динамический коэффициент при поперечном ударе.

Балка консольного типа.



$$f_{ст} = \frac{Ql^3}{3EI_x}$$

- статический прогиб
свободного торца
балки от груза Q.

$$f_D = f_{ст} \cdot k_D$$

- динамический прогиб.

где: $k_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{f_m}}$

- динамический коэффициент
при поперечном ударе.

$$\sigma_D = k_D \cdot \sigma_{ст}$$

- динамическое напряжение.

Примечание:

**Условие
прочности:**

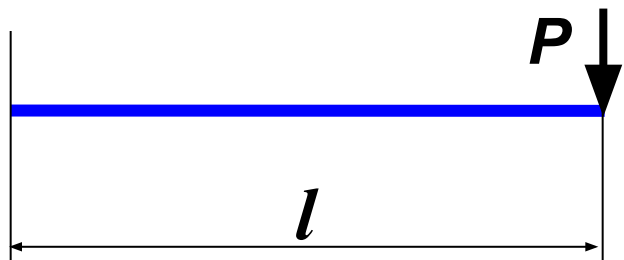
$$\sigma_{D_{max}} \leq [\sigma_D] = \frac{\sigma_T}{k_D}$$

где: σ_T - предел текучести.

Конструкции из хрупких материалов не желательно подвергать удару, т.к. они имеют свойство разрушаться почти без образования пластических деформаций.

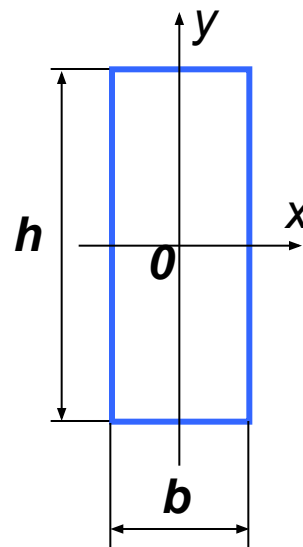
Проанализируем изменение напряжений при статическом и динамическом нагружении балки при ее различных положениях.

Статическое нагружение.



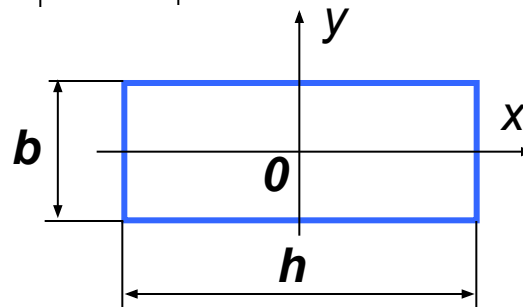
а) балка поставлена на ребро.

$$\sigma_m = \frac{M_x}{W_x} = \frac{6Pl}{bh^2} = \frac{6Pl}{hF}$$



б) балка положена плашмя.

$$\sigma_m = \frac{M_x}{W_x} = \frac{6Pl}{hb^2} = \frac{6Pl}{bF}$$

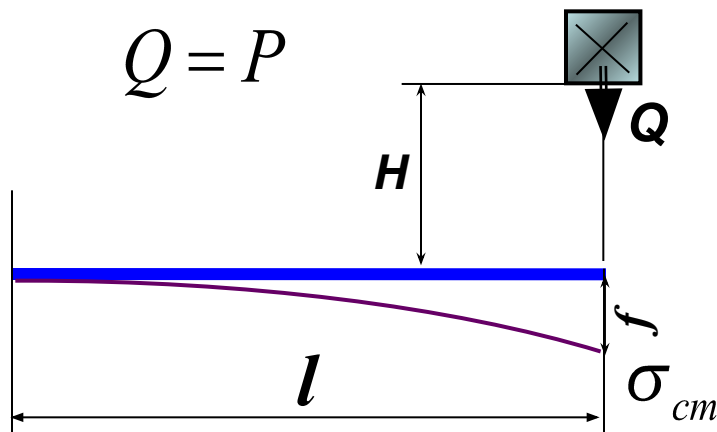


$$\frac{\sigma_m^{(a)}}{\sigma_m^{(б)}} = \frac{6Pl \cdot Fb}{Fh \cdot 6Pl} = \frac{b}{h}$$

Вывод:

Максимальные нормальные напряжения при одинаковой статической нагрузке в балке прямоугольного сечения ($b \times h$) положенной плашмя будут в $\frac{h}{b}$ раз больше, чем в балке, поставленной на ребро.

Динамическое нагружение (удар).

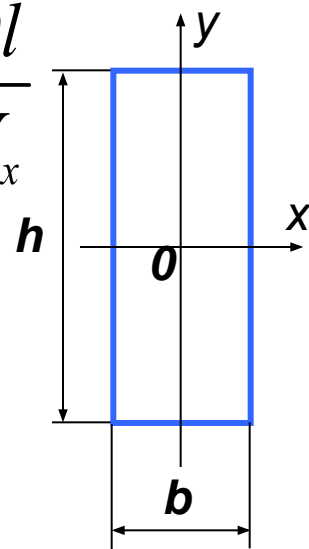


$$\sigma_{Д} = \sigma_{cm} \cdot k_{Д}$$

$$k_{Д} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{f_m}}$$

$$\sigma_{cm} = \frac{6Ql}{hF} = \frac{Ql}{W_x}$$

а) балка поставлена на ребро.



$$f_m = \frac{Ql^3}{3EI_x}$$

$$\sigma_{Д} = \frac{Ql}{W_x} \cdot \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{f_m}} \right]$$

Статическая потенциальная энергия: $U_m = \frac{Qf_{cm}}{2} = \frac{Q^2 l^3}{6EI_x}$

С учетом того, что $T_0 \approx QH$ определим отношение

$$\frac{2H}{f_m} = \frac{QH}{\frac{1}{2}Qf_m} = \frac{T_0}{U_{cm}}$$

Тогда:

$$\sigma_D = \frac{Ql}{W_x} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{T_0}{U_{cm}}} \right) = \frac{Ql}{W_x} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{6T_0EI_x}{Q^2l^3}} \right) \approx \sqrt{\frac{6T_0EI_x}{Q^2l^3}}$$

Итак, $\sigma_D = \sqrt{\frac{6T_0EI_x}{Q^2l^3}}$ - динамическое напряжение при поперечном ударе.

Примечание:

Множитель перед скобкой определяет величину статического напряжения, а оно на практике намного меньше динамического, поэтому им пренебрегаем.

Примечание:

В случае, когда $H \gg f_{cm}$ в радикале формулы для k_D можно пренебречь единицей. Из этого же соображения в формуле $T_{\theta m} = Q(H + f)$ можно пренебречь прогибом.

Имея ввиду, что $I_x = i_x^2 \cdot F$
определим отношение: $\frac{I_x}{W_x^2} = \left(\frac{y_{max}}{i_x} \right)^2 \cdot \frac{1}{F}$

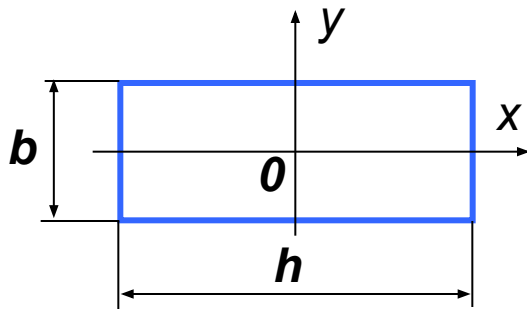
Тогда:

$$\sigma_D^{(a)} = \frac{E_{max}}{i_x} \sqrt{\frac{6T_0}{Fl}}$$

- динамическое напряжение при поперечном ударе.

где: $\frac{y_{max}}{i_x} = \frac{\frac{h}{2}}{\sqrt{\frac{bh^3}{12bh}}} = \sqrt{3}$

б) балка положена плашмя.



$$\sigma_D = \frac{6Pl}{bF} \cdot \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{f_m}} \right] \quad I_x = \frac{hb^3}{12}$$

Проведя рассуждения, аналогичные предыдущим, получаем:

$$\sigma_D^{(б)} = \frac{E_{max}}{i_x} \sqrt{\frac{6T_0}{Fl}}$$

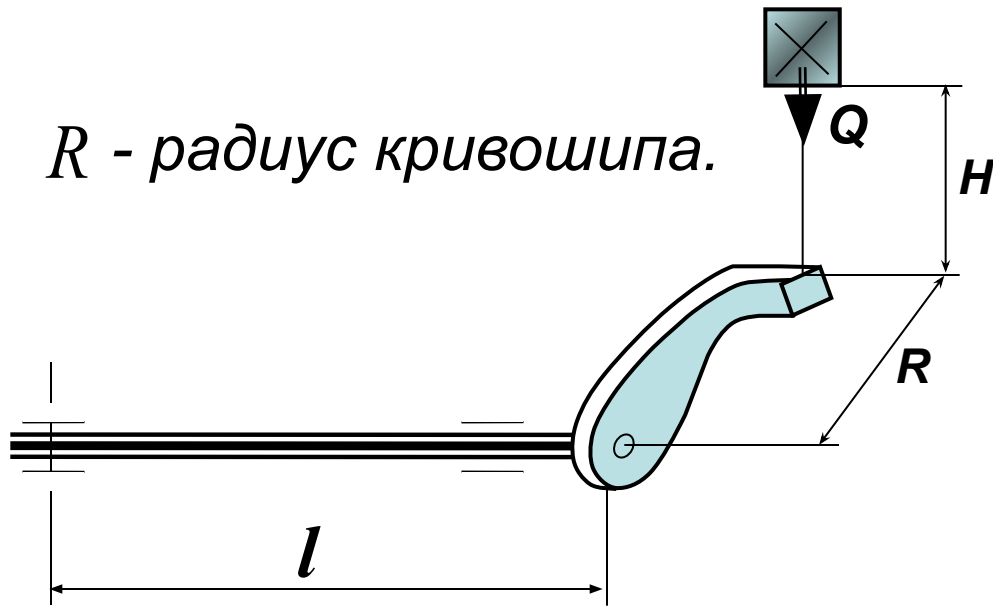
$$\frac{y_{max}}{i_x} = \frac{\frac{b}{2}}{\sqrt{\frac{hb^3}{12bh}}} = \sqrt{3}$$

Таким образом получено, что $\frac{y_{max}}{i_x} = const$ для любого положения сечения.

Вывод:

Максимальные напряжения при одинаковой ударной нагрузке в балке прямоугольного сечения ($b \times h$) будут одинаковыми и при постановке ее на ребро, и при укладывании плашмя. В пределах действия закона Гука.

Скручивающий удар.



R - радиус кривошипа.

Динамическое касательное напряжение:

$$\tau_{Д} = \tau_{ст} \cdot k_{Д}$$

$$\tau_{ст} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{QR}{W_p}$$

$$k_{Д} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\delta_m}}$$

$$\delta_m = \varphi R = \frac{M_z l}{GI_p} R = \frac{QR^2 l}{GI_p}$$

где: φ - угол поворота кривошипа. $\varphi = \frac{M_z l}{GI_p}$

δ_m - длина дуги, описываемой кривошипом.

Исходя из закона сохранения энергии $T_{\text{д}} = U$

где: $U_{\text{д}}$ - потенциальная энергия деформации вала при ударном кручении.

и имея ввиду, что:
$$U_{\text{д}} = \frac{1}{2} M_{\text{д}} \cdot \varphi_{\text{д}} = \frac{M_{\text{д}}^2 l}{2GI_p}$$

и учитывая, что:
$$\tau_{\text{д}} = \frac{M_{\text{д}}}{W_p} \quad \text{или} \quad M_{\text{д}} = \tau_{\text{д}} \cdot W_p = \frac{\pi d^3}{16} \tau_{\text{д}}$$

можно записать:
$$U_{\text{д}} = \frac{\tau_{\text{д}}^2 \pi^2 d^6 l}{16^2 GI_p \cdot 2} = \frac{\tau_{\text{д}}^2 Fl}{4G}$$

Откуда $\tau_{\text{д}} = 2 \sqrt{\frac{T_0 G}{Fl}}$ - динамическое касательное напряжение при скручивающем ударе.

F - площадь поперечного сечения вала.

Влияние различных факторов на снижение динамических напряжений при ударе.

Проанализируем формулу для определения динамического напряжения.

$$\sigma_D = k_D \cdot \sigma_{ст} \quad \text{где:} \quad k_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\delta_{ст}}} \quad \text{- динамический коэффициент при ударе.}$$

При снижении k_D будут уменьшаться σ_D .

При любом виде удара снижение высоты падения груза уменьшает динамические напряжения.

Продольный удар: $\delta_{ст} = \Delta l_{ст} = \frac{Nl}{EF} \rightarrow k_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2HEF}{Nl}}$

k_D будет уменьшаться при:

- увеличении длины стержня l ,
 - снижении объема стержня V ,
 - снижении жесткости стержня EF .
 - снижении площади поперечного сечения стержня F .
- $$k_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2HEV}{Nl^2}}$$

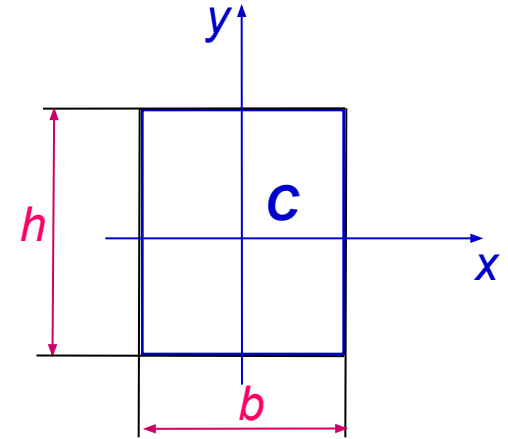
Поперечный удар: $\delta_{cm} = f_{cm} = \frac{Pl^3}{EI_x} \rightarrow k_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2HEI_x}{Pl^3}}$

k_D будет уменьшаться при:

- увеличении длины балки l ,
- увеличении объема балки V ,

например, для балки прямоугольного сечения:

$$k_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2HEbh^3}{12Pl^3}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{HEh^2V}{6Pl^4}}$$



- снижении жесткости стержня EI_x .
- снижении площади поперечного сечения балки F .

Скручивающий удар: $\tau_D = 2\sqrt{\frac{T_0G}{Fl}}$

τ_D будет уменьшаться при:

- увеличении объема вала $V = Fl$,
- уменьшении диаметра маховика D .

Конструктивные решения по снижению динамических напряжений при ударе.

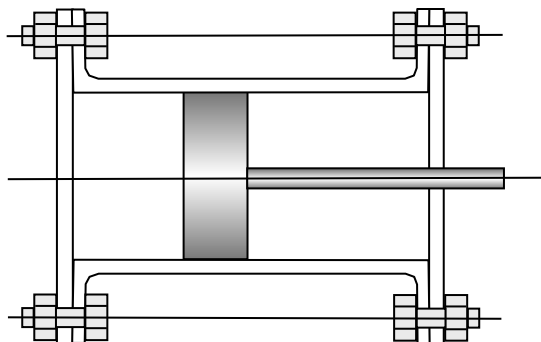
Представляют собой технологические мероприятия по изменению размеров деталей, испытывающих ударную нагрузку.

Примеры:

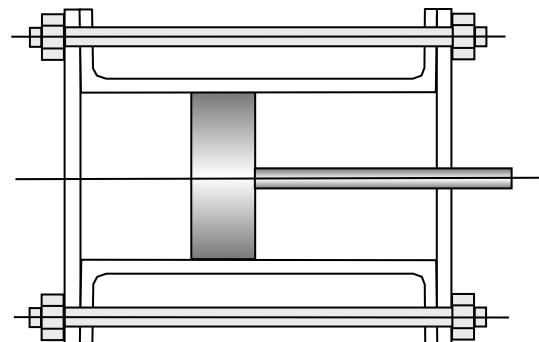
Увеличение длины.

Крышка поршня бурового инструмента.

Короткие болты дают обрыв, поэтому вместо них ставят длинные шпильки.



a)



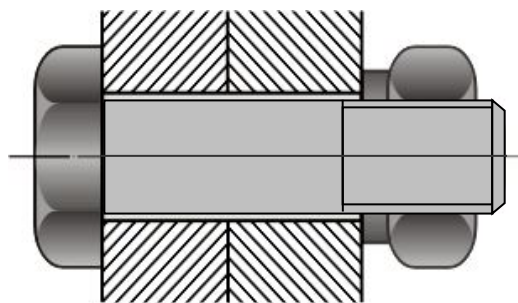
b)

Уменьшение площади.

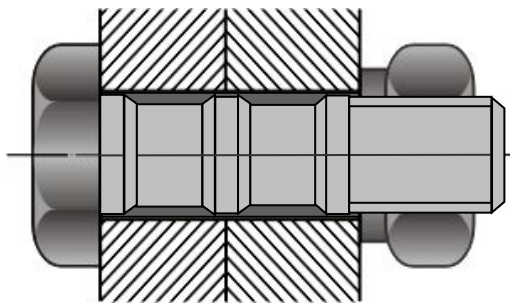
В болтовых соединениях.

Методы выравнивания площадей по наименьшей:

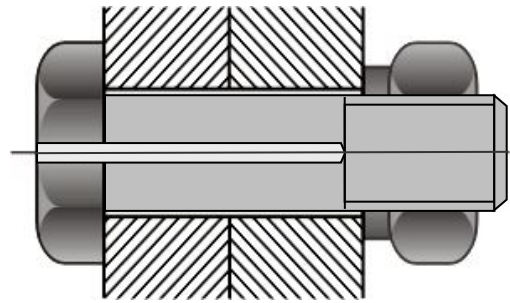
- обтачивание болта.
- высверливание канала.



a)



б)



в)