



Логарифм.

Свойства логарифмов.

Содержание:

1. Понятие логарифма.
2. Понятие десятичного и натурального логарифма
3. Свойства логарифмов.

Логарифмом положительного числа b по положительному и отличному от 1 основанию a называют показатель степени, в которую необходимо возвести число a , чтобы получить число b .

$$a \gg 0 \quad a \neq 1 \quad b \gg 0$$

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

Пример:

$$\log_2 8 = 3 \Leftrightarrow 2^3 = 8$$

Логарифм с основанием равным 10 называют ДЕСЯТИЧНЫМ, т.е.

$$\log_{10} b = \lg b$$

Логарифм с основанием равным числу $e \approx 2,718281\dots$, называют натуральным логарифмом, т.е

$$\log_e b = \ln b$$

Число e

e – иррациональное число (бесконечная десятичная непериодическая дробь)

$e \approx 2,7182818284590\dots$

год рождения Л.Н. Толстого

$e \approx 2,7$

$$\log_a b = x \quad \text{т.е.} \quad a^x = b$$

тогда

$$a^{\log_a b} = b$$

—

**основное
логарифмическое
тождество**

Свойства логарифмов

$$1) \log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$$

$$2) \log_a b - \log_a c = \log_a \left(\frac{b}{c} \right)$$

$$3) \log_a b^r = r \cdot \log_a b$$

$$5) \log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b$$

$$7) \log_a a = 1$$

$$6) \frac{\log_a b}{\log_a c} = \log_c b$$

$$8) \log_a 1 = 0$$

Вычислите устно значения логарифмов:

$$\log_3 9$$

$$\log_{32} 2$$

$$\log_{125} 25$$

$$\lg 0,01$$

$$\log_2 \frac{1}{8}$$

$$\log_3 \frac{1}{3}$$

$$\log_{27} 9$$

$$\lg 0,001$$

$$\log_4 16$$

$$\log_9 3$$

$$\log_5 0,04$$

$$\log_{\sqrt{3}} 9$$

$$\log_5 \frac{1}{25}$$

$$\log_{32} 8$$

$$\log_3 \frac{1}{243}$$

$$0,3^{\log_{0,3} 0,09}$$

$$\log_7 1$$

$$\log_{81} 27$$

$$\lg 100$$

$$\sqrt{2}^{\log_{\sqrt{2}} 16}$$

УСТНО :

$$1) \log_{36} 12 + \log_{36} 3 = \log_{36} (12 \cdot 3) = \log_{36} 36 = 1$$

$$2) \log_{56} 8 + \log_{56} 7 = \log_{56} 56 = 1$$

$$3) \log_2 12 - \log_2 3 = \log_2 4 = 2$$

$$4) \log_5 80 - \log_5 16 = \log_5 5 = 1$$

Самостоятельная работа

Вариант 1

$$1) \log_4 12 - \log_4 3 = 1$$

$$2) \log_5 100 - \log_5 4 = 2$$

$$3) \log_{10} 4 + \log_{10} 25 = 2$$

$$4) \log_8 4 + \log_8 2 = 1$$

$$5) \log_{100} 12 - \log_{100} 3 + \log_{100} 25 = 1$$

Вариант 2

$$1) \log_3 18 - \log_3 2 = 2$$

$$2) \log_2 100 - \log_2 25 = 2$$

$$3) \log_{100} 4 + \log_{100} 25 = 1$$

$$4) \log_{48} 6 + \log_{48} 8 = 1$$

$$5) \log_{12} 48 - \log_{12} 24 + \log_{12} 6 = 1$$

$$\log_a b^r = r \cdot \log_a b$$

$$\log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b$$

Вычислите :

№1

1) $\log_4 4^3$

2) $\log_{25} 25^7$

3) $\log_5 (5^3)^2$

4) $\log_3 (3^{-4})^2$

5) $\log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^2$

6) $\log_4 4^{-2}$

7) $\log_2 \left(\frac{1}{4}\right)$

8) $\log_5 \sqrt[3]{5}$

9) $\log_3 \sqrt[5]{9}$

10) $\log_7 \sqrt[4]{7^3}$

11) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{\frac{1}{3}}$

12) $\log_8 \frac{1}{\sqrt{8}}$

13) $\log_3 \frac{1}{\sqrt[5]{9}}$

14) $\log_6 \frac{\sqrt{6}}{\sqrt[3]{6}}$

№2

1) $\log_{\frac{1}{2}} 2$

2) $\log_{0,1} 10$

3) $\log_{\sqrt{2}} 2$

4) $\log_{0,01} 10$

5) $\log_{\frac{1}{3}} 3$

6) $\log_{\frac{1}{4}} 4^{-2}$

7) $\log_{\frac{1}{2}} 2^2$

8) $\log_{\sqrt[3]{4}} \frac{1}{4}$

9) $\log_{\sqrt[3]{4}} \frac{1}{2}$

10) $\log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt{2}$

11) $\log_{\frac{1}{100}} \sqrt{10}$

12) $\log_{\sqrt{\frac{1}{2}}} 16$

13) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{\sqrt[5]{9}}$

14) $\log_4 32$

15) $\log_9 \sqrt[4]{\left(\frac{1}{27}\right)^3}$

$$\log_a b^r = r \cdot \log_a b$$

$$\log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b$$

Дополнительное задание:

$$1) \log_{\sqrt{2}} 4 + \log_3 \frac{1}{3}$$

$$2) \log_{\frac{1}{4}} 32 + \log_4 \frac{1}{32}$$

$$3) \log_{0,09} 0,3 - 3 \log_{\frac{1}{2}} 8$$

$$4) \log_{0,09} \frac{10}{3} - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} 16$$

$$5) 2 \log_{0,3} 3 - 2 \log_{0,3} 10$$

$$6) (2 \log_{12} 2 + \log_{12} 3)(2 \log_{12} 6 - \log_{12} 3)$$

$$7) 2 \log_{\frac{1}{3}} 6 + \frac{1}{2} \log_3 400 + 3 \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{45}$$

$$8) \log_3 \frac{9}{\sqrt[5]{3}} + \log_6 \sqrt[5]{36}$$

$$9) \frac{3 \lg 2 + 3 \lg 5}{\lg 13 - \lg 130}$$

$$10) 2 \log_6 3 + 2 \log_6 2$$

Найдите число x .

$$\log_3 x = -1$$

$$\log_4 x = -3$$

$$\log_x 81 = 4$$

$$\log_{\frac{1}{6}} x = -3$$

$$\log_{\sqrt{5}} x = 0$$

$$\log_x \frac{1}{16} = 2$$

$$\log_5 x = 2$$

$$\log_{\frac{1}{7}} x = 1$$

$$\log_x \frac{1}{4} = -2$$

$$\log_7 x = -2$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x = -3$$

$$\log_x 27 = 3$$