ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Филатова Юлия Александровна

преподаватель

ГБПОУ ВО «Лискинский аграрно-технологический техникум»

Цели урока:

- повторить формулы корней простейших тригонометрических уравнений;
- повторить приемы решения тригонометрических уравнений.

Актуализация знаний

- Когда уравнение $\sin t = a$ не имеет решения?
- Когда уравнение $\cos t = a$ не имеет решения?
- Для решения простейших тригонометрических уравнений вида: $\sin t = a$, $\cos t = a$, $\mathrm{tg}\, t = a$ вспомнить формулы.

Изучение нового материала

- Тригонометрическое уравнение - это уравнение, которое содержит переменную под знаком тригонометрических функций.
- Уравнения вида sin x=a, cos x=a, tg x=a, ctg x=a, где x – переменная, называются простейшими тригонометрическими уравнениями.

Методы решения тригонометрических уравнений

- Метод введения новой переменной
- Метод разложения на множители

Метод введения новой переменной

$2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$

Введем новую переменную: $z = \sin x$.

Тогда уравнение примет вид $2z^2 - 5z + 2 = 0$,

откуда находим: $z_1 = 2$, $z_2 = \frac{1}{2}$.

Значит, либо $\sin x = 2$, либо $\sin x = \frac{1}{2}$.

Первое уравнение не имеет корней,

а из второго находим:

$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n;$

$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n.$

Метод разложения на множители

$$\left(\sin x - \frac{1}{3}\right)\left(\cos x + \frac{2}{5}\right) = 0.$$

Задача сводится к решению совокупности уравнений

$\sin x = \frac{1}{3}$; $\cos x = -\frac{2}{5}$.

Из этих уравнений находим соответственно:

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + \pi n;$$

$$x = \pm\arccos\left(-\frac{2}{5}\right) + 2\pi n.$$

Закрепление изученного материала

Решить уравнение: $\cos^2 x - \sin^2 x - \cos x = 0$

Решение.

Воспользуемся тем, что $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$.

Тогда заданное уравнение можно переписать в виде

$\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) - \cos x = 0.$

После понятных преобразований получим:

$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0.$

Введем новую переменную: $z = \cos x$.

Тогда уравнение примет вид $2z^2 - z - 1 = 0$,

откуда находим: $z_1 = 1$, $z_2 = -\frac{1}{2}$.

Значит, либо $\cos x = 1$, либо $\cos x = -\frac{1}{2}$.

Из первого уравнения находим: $x = 2\pi n$;

из второго уравнения находим:

$x = \pm\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n;$

$x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n.$

Ответ: $x = 2\pi n$; $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n.$

Закрепление изученного материала

Решить уравнение: $2\sin\frac{x}{2}\cos 5x - \cos 5x = 0$

Решение.

Имеем: $\cos 5x\left(2\sin\frac{x}{2} - 1\right) = 0$.

Значит, приходим к совокупности уравнений

$\cos 5x = 0;$

$\sin\frac{x}{2} = \frac{1}{2}.$

Из первого уравнения находим: $5x = \frac{\pi}{2} + \pi n;$

$x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5}.$

Из второго уравнения находим: $\frac{x}{2} = (-1)^n\frac{\pi}{6} + \pi n;$

$x = (-1)^n\frac{\pi}{3} + 2\pi n.$

Ответ: $x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5},\ n \in Z.$

$x = (-1)^n\frac{\pi}{3} + 2\pi n;\ n \in Z.$

Обучающая самостоятельная работа

- Решить уравнение $(1+\operatorname{tg} x)(1-\sin 2x) = 1-\operatorname{tg} x$
- Решение данного уравнения:

Воспользуемся универсальной тригонометрической подстановкой $y = \operatorname{tg} x$

и получим уравнение: $(1+y)\left(1-\dfrac{2y}{1+y^2}\right) = 1-y$

или $(1+y)(1-y)^2 = (1-y)(1+y^2)$.

Перенесем все члены уравнения в левую часть и разложим ее на множители:

$(1-y)((1+y)(1-y)-(1+y^2)) = 0$ или $(1-y)y^2 = 0$.

Корни этого уравнения $y_1 = 1$ и $y_2 = 0$.

Вернемся к старой переменной и получим простейшие уравнения:

а) $\operatorname{tg} x = 1$, его решения $x = \dfrac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$;

б) $\operatorname{tg} x = 0$, его решения $x = \pi k,\ k \in Z$.

Перейдем к следующему способу решения тригонометрических уравнений.

Обучающая самостоятельная работа

- Решить уравнение $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$
- Решение данного уравнения:

Сгруппируем члены уравнения $(\sin x + \sin 3x) + \sin 2x = 0$
и преобразуем сумму синусов в произведение: $2\sin 2x \cos x + \sin 2x = 0$
Вынесем общий множитель в левой части за скобки
и разложим ее на множители $\sin 2x(2\cos x + 1) = 0.$
Произведение множителей равно нулю, если один из них равен нулю.
Получаем простейшие уравнения:

а) $\sin 2x = 0$, его решения $2x = \pi n$ и $x = \dfrac{\pi}{2}n$, где $n \in Z$;

б) $2\cos x + 1 = 0$ или $\cos x = -\dfrac{1}{2}$, его решения

$$x = \pm\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi k = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \text{ где } k \in Z.$$

Домашнее задание

Решить тригонометрическое уравнение:

cosx*cos5x=cos3x*cos7x

Итоги урока

- Что нового вы узнали сегодня на уроке?
- Какие уравнения называются тригонометрическими?
- Какие методы решения тригонометрических уравнений вы изучили?