Степени и корни. Их свойства.

Корнем n – й степени из действительного числа a (**n** – натуральное число) называют такое действительное число **x**, при возведении которого в степень **n** получается число **a**.

Это число обозначают: **x=** $\sqrt[n]{a}$

a - подкоренное выражение

n - показатель корня

Если a ≥ 0, n = 2,3,4,5,…, то

$$1)\ \sqrt[n]{a} \geq 0; \qquad 2)\ \left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a;$$

Неотрицательное значение корня **n** –й степени из неотрицательного числа называется **арифметическим корнем.**

Свойства корня n-ой степени

(для n ¿ N, k ¿ N, n > 1, k > 1)

1° $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}, \quad где \;\; a \geq 0,\; b \geq 0$

2° $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \quad где \;\; a \geq 0,\; b > 0$

3° $\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}, \quad где \;\; a \geq 0$

4° $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}, \quad где \;\; a \geq 0$

5° $\sqrt[np]{a^{kp}} = \sqrt[n]{a^k}, \quad где \;\; a \geq 0$

6° $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n - четно \\ a, & n - нечетно \end{cases}$

7° $\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}, \;\; n - нечетно$

8° $a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^k}, \quad где \;\; a \geq 0$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3^n	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4^n	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	
5^n	25	125	625	3125	15625	78125	390625		
6^n	36	216	1296	7776	46656	279936			
7^n	49	242	2401	16807	117649				
8^n	64	512	4096	32768					
9^n	81	729	6561	59049					

Корень n-ой степени.

Пример. Вычислить

$$\sqrt[4]{16\cdot 81\cdot 256}$$

Пример. Вычислить $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}$

$$\sqrt[3]{10^{6}} =$$

$$\sqrt[3]{3^{12}} =$$

$$\sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^{12}} =$$

$$\sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right)^{16}} =$$

$$\sqrt[5]{8}\sqrt[5]{4} =$$

$$\sqrt[4]{5\frac{1}{16}} =$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[5]{1}} =$$

$$\sqrt[21]{128} =$$

Решим примеры:

$$\sqrt[3]{\frac{27\cdot 8}{256}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}};$$

$$\sqrt{\sqrt[3]{64}}+\frac{\sqrt[4]{243}}{\sqrt[4]{3}};$$

$$\frac{\sqrt{\sqrt[3]{192}}}{\sqrt[6]{3}}$$

$$\sqrt[4]{0{,}001}\cdot\sqrt[4]{0{,}1}+\sqrt[3]{5^6}$$

$$\left(\sqrt{50}+\sqrt{2}\right)^2;$$

$$\left(\sqrt{45}-\sqrt{5}\right)^2.$$

Степень с рациональным показателем.

1) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad где \quad m \in Z, n \in N, a > 0;$

Если $\dfrac{m}{n} > 0, \quad то \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad при \quad a \geq 0.$

2) При a > 0, b > 0, p и q - рациональные числа:

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

$$(a^p)^q = a^{pq}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$$

$$(ab)^p = a^p \cdot b^p$$

Вычислить (57—60).

57 1) $64^{\frac{1}{2}}$; 2) $27^{\frac{1}{3}}$; 3) $8^{\frac{2}{3}}$; 4) $81^{\frac{3}{4}}$; 5) $16^{-0,75}$; 6) $9^{-1,5}$.

58 1) $2^{\frac{4}{5}} \cdot 2^{\frac{11}{5}}$; 2) $5^{\frac{2}{7}} \cdot 5^{\frac{5}{7}}$; 3) $9^{\frac{2}{3}} : 9^{\frac{1}{6}}$; 4) $4^{\frac{1}{3}} : 4^{\frac{5}{6}}$; 5) $\left(8^{\frac{1}{12}}\right)^{-4}$.

59 1) $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}}$; 2) $7^{\frac{2}{3}} \cdot 49^{\frac{2}{3}}$; 3) $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}}$; 4) $150^{\frac{3}{2}} : 6^{\frac{3}{2}}$.

60 1) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$; 2) $(0,04)^{-1,5} - (0,125)^{-\frac{2}{3}}$;

3) $8^{\frac{9}{7}} : 8^{\frac{2}{7}} - 3^{\frac{6}{5}} \cdot 3^{\frac{4}{5}}$; 4) $\left(5^{-\frac{2}{5}}\right)^{-5} + \left((0,2)^{\frac{3}{4}}\right)^{-4}$.

61 **Найти значение выражения:**

1) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a}$ при $a = 0,09$; 2) $\sqrt{b} : \sqrt[6]{b}$ при $b = 27$;