

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Основание электростатики положили работы [Кулона](#) (хотя за десять лет до него такие же результаты, даже с ещё большей точностью, получил [Кавендиш](#). Результаты работ Кавендиша хранились в семейном архиве и были опубликованы только спустя сто лет); найденный последним закон электрических взаимодействий дал возможность [Грину](#), [Гауссу](#) и [Пуассону](#) создать изящную в математическом отношении теорию. Самую существенную часть электростатики составляет [теория потенциала](#), созданная Грином и Гауссом. Очень много опытных исследований по электростатике было произведено [Рисом](#), книги которого составляли в прежнее время главное пособие при изучении этих явлений.



Шарль Огюстен Кулон

(Charles-Augustin de Coulomb)

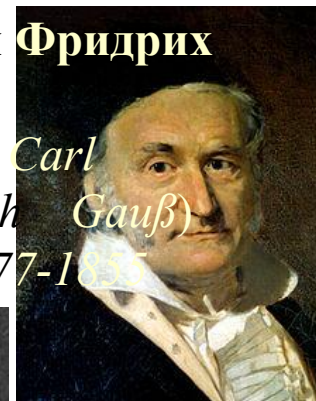
1736-1806



Генри Кавендиш

(Henry Cavendish)

1731 - 1810

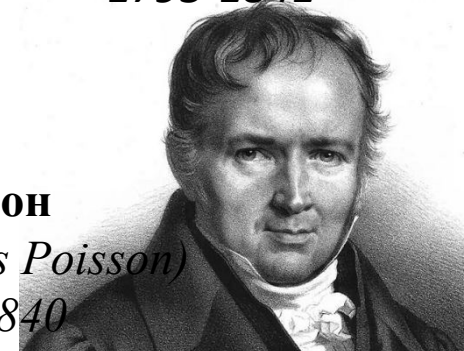


Карл Фридрих

Гаусс

*(Johann Carl
Friedrich Gauß)*

1777-1855



Пуассон

(Siméon Denis Poisson)

1781-1840

Питер Рис

(Peter Rieß)

1805 – 1883

Георг Грин

(George Green)

1793-1841

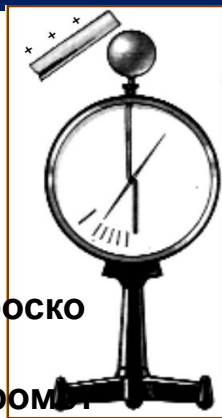
Электростатические явления

Эбонит + бумага (шерсть)



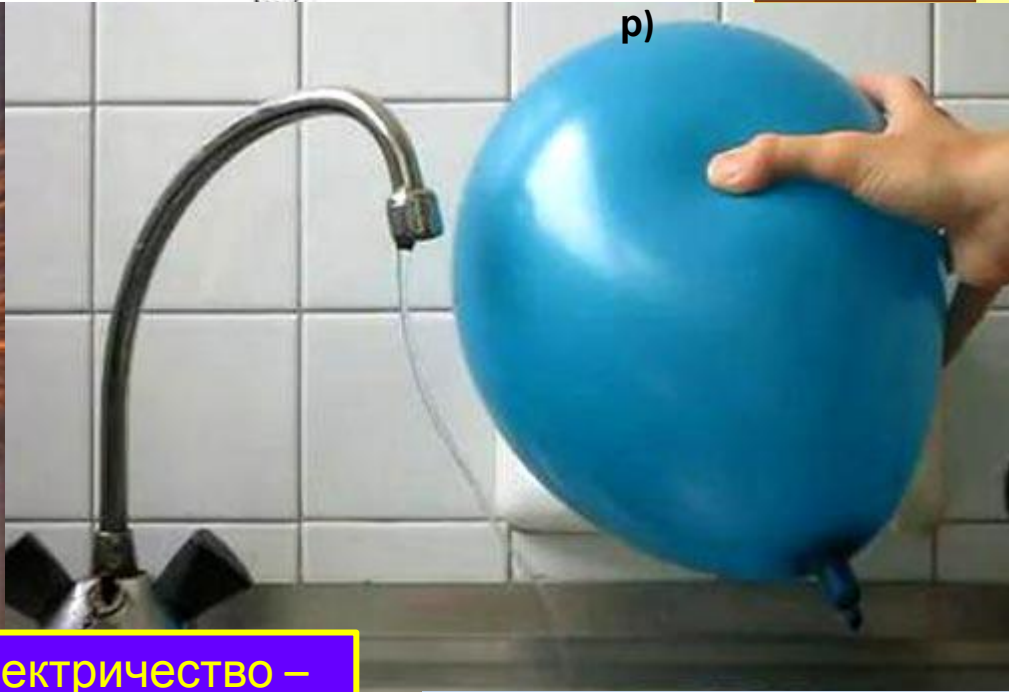
Шелк
Стекло
Стекло получает положительный заряд, а шёлк –

кусочки бумаги притягиваются к натёртой палочке



Электроскоп (электрометр)

Электрометр



Такой же эффект можно получить,

Электричество – от греческого слова *ἤλεκτρον*.

Струя воды отклоняется наэлектризованным телом

4 формы закона Кулона

для точечных зарядов (или малого размера)

Сила, действующая со стороны точечного заряда q_1 на точечный

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

3: Отношение силы, действующей со стороны точечного заряда q на пробный точечный заряд, и величины пробного заряда

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

Сила Куло-на на 40 (!) порядков больше гравитаци

(напр поля Потенциальная энергия взаимодействия между точечными

$$E_{\text{п}} = k \frac{q_1 q_2}{r}$$

Напоминаем:

$$F = - \text{grad } E_{\text{п}} \Rightarrow E = - \text{grad } \varphi$$

3а: Отношение потенциальной энергии взаимодействия между точечными зарядом q и пробным зарядом и величины пробного заряда

$$\varphi = k \frac{q}{r}$$

в СГС (система Гаусса) $k = 1$ (электрический потенциал)

В СГС все формулы выглядят намного

проще, но пользуются сейчас только системой единиц СИ

В

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 / (\text{Н} \cdot \text{м}^2)$$

Электрическая постоянная

Определение

[1]

КУЛОНА ЗАКОН — один из осн. законов электростатики, определяющий величину и направление силы взаимодействия между двумя неподвижными точечными зарядами. Экспериментально с достаточной точностью впервые доказан около 1773 Г. Кавендишем (Н. Cavendish), использовавшим метод сферич. конденсатора: отсутствие поля внутри заряд. сферы доказывает, что сила эл.-статич. взаимодействия меняется обратно пропорционально квадрату расстояния; однако результаты Кавендиша не были опубликованы. В 1785 закон был установлен Ш. О. Кулоном (Ch. A. Coulomb) с помощью спец. крутильных весов. Согласно К. з., два точечных заряда взаимодействуют друг с другом в вакууме с силой, пропорциональной произведению величин зарядов e_1 и e_2 и обратно пропорциональной квадрату расстояния r между ними: $F = ke_1e_2/r^2$, где k — коэф. пропорциональности, зависящий от выбора единиц измерений. В Гаусса системе единиц $k=1$, в СИ $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$, ϵ_0 — электрическая постоянная. Сила взаимодействия направлена по прямой, соединяющей заряды, причём одноимённые заряды отталкиваются, а разноимённые притягиваются. Силы, определяемые К. з., подчиняются принципу суперпозиции.

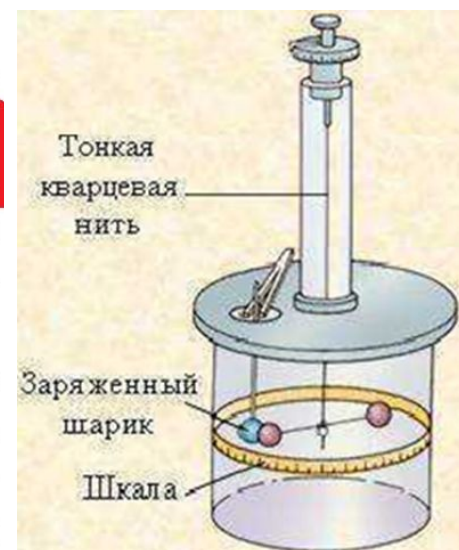


Схема
эксперимен-
тальной
установки Ш.

Кулона
Физическая
энциклопедия
в 5-ти томах.
Изд.
«Советская
энциклопедия»
, М., 1990 г.

Отклонения от закона Кулона

Поправки к закону Кулона в квантовой электродинамике

На небольших расстояниях (порядка КОМПТОНОВСКОЙ ДЛИНЫ ВОЛНЫ ЭЛЕКТРОНА, $\lambda_e = \hbar/m_e c \approx 3.86 \cdot 10^{-13}$ м) становятся существенными нелинейные эффекты квантовой электродинамики: на обмен виртуальными фотонами накладывается генерация виртуальных e^-e^+ (а также $\mu^-\mu^+$ и $\tau^-\tau^+$) пар, а также уменьшается влияние экранирования. Оба эффекта ведут к появлению экспоненциально убывающих членов в выражении для ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ взаимодействия зарядов и, как результат, к увеличению силы взаимодействия по сравнению с вычисляемой по закону Кулона.

Например потенциал точечного заряда Q в системе СГС с учётом радиационных поправок имеет вид:
$$\Phi(r) = \frac{Q}{r} \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{4\sqrt{\pi}} \frac{e^{-2r/\lambda_e}}{(r/\lambda_e)^{3/2}} \right)$$
 где $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$ — постоянная тонкой структуры.

В **сильных** внешних электромагнитных полях, составляющих заметную долю от поля про-боя вакуума (порядка $\sim 10^{18}$ В/м или $\sim 10^9$ Тл, такие поля наблюдаются, например, вблизи некоторых типов нейтронных звёзд, а именно магнитаров) закон Кулона также нарушается в силу дельбрюкковского рассеяния обменных фотонов на фотонах внешнего поля и других, более сложных нелинейных эффектов. Это явление уменьшает кулоновскую силу не только в микро- но и в макромасштабах, в

Эффект поляризации вакуума

$$\frac{e_e(r)}{e} = 1 + \frac{2\alpha}{3\pi} \ln \frac{r_e}{r} + \dots$$

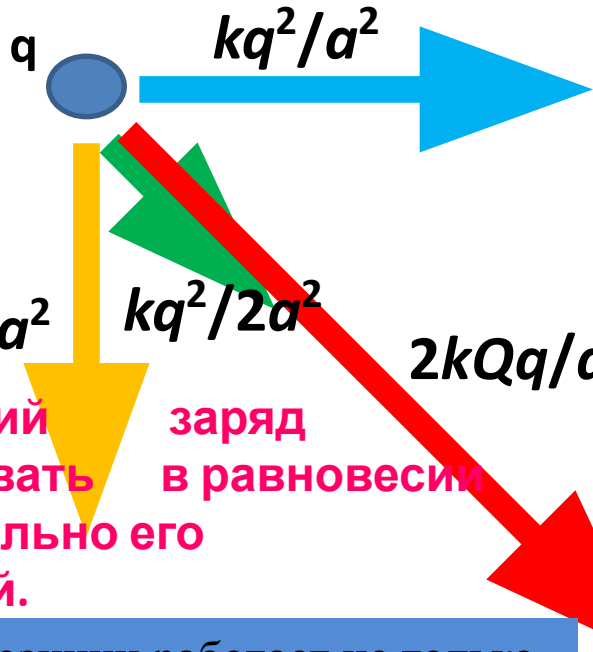
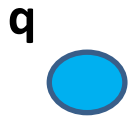
классический радиус

электрона $r_e \approx 2.8 \cdot 10^{-13}$ см

Явление отклонения электростатического потенциала точечных зарядов в вакууме от значения закона Кулона известно как эффект Юлин-га, который впервые вычислил отклонения от

Этот эффект наблюдается в сильном электромагнитном поле вблизи сверхтяжелых ядер с зарядом $Z > 170$ осуществляется перестройка вакуума, аналогичная обычному фазовому переходу. Это приводит к поправкам к

Принцип суперпозиции (наложения)



Силы, определяемые по закону Кулона, действующие на каждый из зарядов, необходимо затем векторно сложить. Тогда, беря проекцию на диагональ квадрата, получим:

$$F = k/a^2 (2 q^2 \cos 45^\circ + q^2/2 + 2Qq)$$

Эта сила может быть обнулена, если взять

$$Q = - \frac{(2\sqrt{2} + 1) q}{4} = 0,9571 q$$

Тогда все заряды будут находиться в состоянии равновесия. Равновесие это **неустойчивое**. Малейший сдвиг приведёт к тому, что отрицательный заряд соединится с одним из положительных, образуя маленький положительный заряд, а остальные разлетятся на бесконечность. В этом состоит теорема Ирвинга.

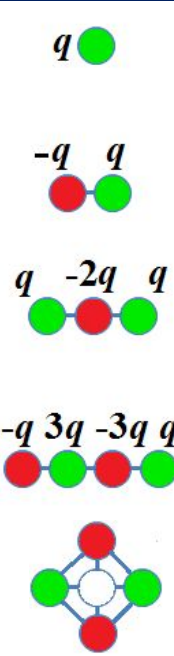
Расчёт электростатики проводников и диэлектриков предполагает учёт наведённых поверхностных и объёмных связанных зарядов

Один маленький заряд может удерживать заряд, значительно его превышающий. заряд в равновесии

Принцип суперпозиции работает не только в системах с зарядами, зафиксированными в определённых координатах, но и при взаимодействии со средами со слабым линейным откликом

Диполь, квадруполь и более сложные мультиполи [3]

Сила, действующая на диполь, равна $\vec{F} = (dV) \vec{E} = \left(d_x \frac{\partial}{\partial x} + d_y \frac{\partial}{\partial y} + d_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \vec{E}$



$\varphi = k \frac{q}{r}$

$\cos \theta = x/r$

Полиномы

$$\frac{1}{|\vec{R} - \vec{r}|} = \frac{1}{R} \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \theta) \left(\frac{r}{R}\right)^n$$

$$P_n(z) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dz^n} (z^2 - 1)^n$$

$\varphi = k \frac{q\ell}{r^2} \cos \theta$

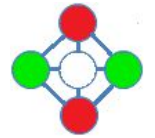
$\vec{E} = k \frac{3\vec{n}(\vec{n}, \vec{d}) - \vec{d}}{R^3}$

$\varphi = k \frac{q\ell^2}{2r^3} (3 \cos^2 \theta - 1)$

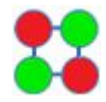
$P_0 = 1$ $P_1 = z$ $P_2 = \frac{1}{2} (3z^2 - 1)$
 $P_3 = \frac{1}{2} (5z^3 - 3z)$ $P_4 = \frac{1}{8} (35z^4 - 30z^2 + 3)$

$\varphi = k \frac{q\ell^3}{2r^4} (5 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta)$

$\varphi = k \frac{3q\ell^2}{2r^5} (x^2 - y^2)$



получается наложением квадруполей – «+» вдоль «x» и «-» вдоль «y»

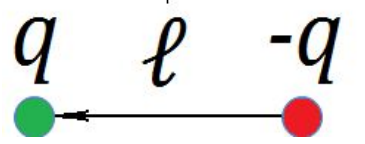


получается поворотом на 45° и сжатием в $\sqrt{2}$ раз

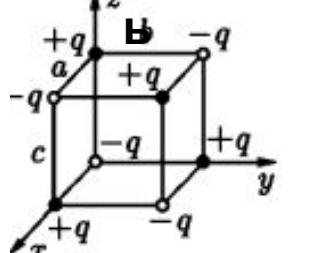
$\varphi = k \frac{3q\ell^2 xy}{r^5}$

Дипольный момент $\vec{d} = q\vec{\ell}$

стрелкой указано направление диполя

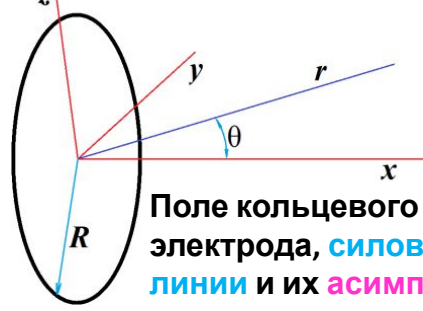


октоупол



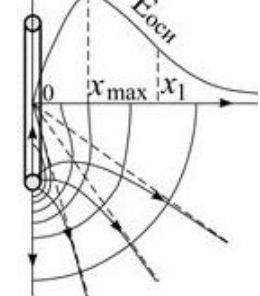
$\varphi = k \frac{15q\ell^3 xyz}{r^7}$

Равномерно заряженное кольцо



Поле кольцевого электрода, силовые линии и их асимптоты, срез эквипотенциальных поверхностей и

$\varphi(r, \theta) = \frac{4kQ}{\sqrt{r^2 + R^2 + 2rR \sin \theta}}$



$\int_0^{\pi/2} \frac{d\beta}{\sqrt{1 - \chi^2 \sin^2 \beta}}$ $K(\chi)$

Полный эллиптический интеграл 1-го рода

$\chi^2 = \frac{4rR \sin \theta}{r^2 + R^2 + 2rR \sin \theta}$

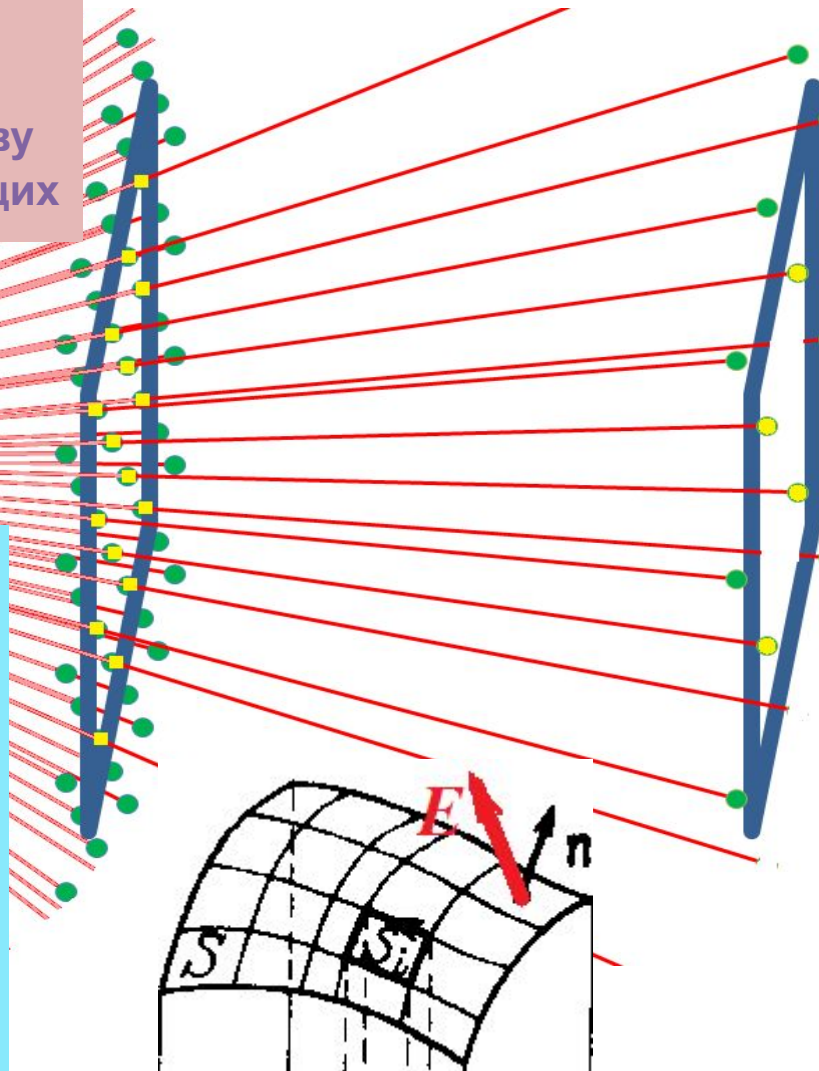
Концепция силовых линий

Напряжённость электрического поля численно равна количеству силовых линий, проходящих через контур единичной площади.

Поток силовых линий через замкнутую поверхность вокруг заряда q равен

$$E \cdot 4\pi r^2 = q/\epsilon_0.$$

Силовые линии всегда начинаются на положительных зарядах или приходят из бесконечности. Оканчиваются они всегда на отрицательных зарядах или уходят в бесконечность. Эти свой-



Концепция силовых линий помогает решить некоторые задачи, исходя из симметрии.

При решении задач о **конфигурации электрического поля** системы мы будем руководствоваться обобщённым принципом потока силовых линий,

$$\oiint_{\Omega} \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Ω – поверхность замкнутой односвязной области, полный заряд в которой равен q

Определение

[1]

СИЛОВЫЕ ЛИНИИ — семейство кривых, характеризующих пространственное распределение векторного поля сил; направление вектора поля в каждой точке совпадает с касательной к С. л. Т. о., уравнения С. л. произвольного векторного поля $A(x, y, z)$ записываются в виде:

$$\frac{dx}{A_x(x, y, z)} = \frac{dy}{A_y(x, y, z)} = \frac{dz}{A_z(x, y, z)}.$$

Плотность С. л. характеризует интенсивность (величину) силового поля. Область пространства, ограниченная С. л., пересекающимися к.-л. замкнутую кривую, наз. **силовой трубкой**. С. л. вихревого поля замкнуты. С. л. потенциального поля начинаются на источниках поля и заканчиваются на его стоках (источниках отрицат. знака).

Понятие С. л. введено М. Фарадеем при исследовании магнетизма, а затем получило дальнейшее развитие в работах Дж. К. Максвелла по электромагнетизму. Согласно представлениям Фарадея и Максвелла, в пространстве, пронизываемом С. л. электрич. и магн. полей, существуют механич. напряжения, соответствующие натяжению вдоль С. л. и давлению поперёк них. Математически эта концепция выражена в *Максвелла тензоре натяжений* эл.-магн. поля.

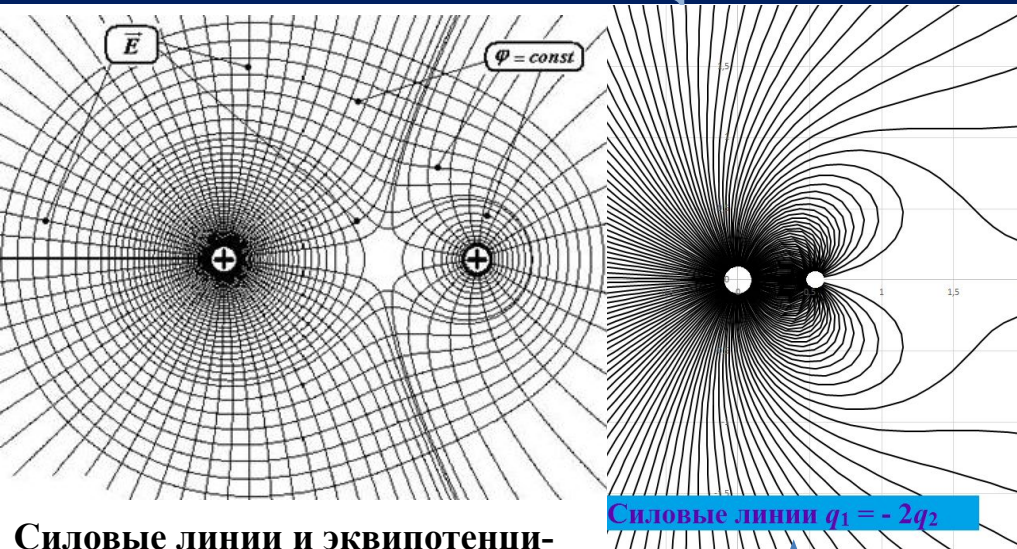
Наряду с использованием понятия С. л. чаще говорят просто о линиях поля: напряжённости электрич. поля E , индукции магн. поля B и т. п., не делая спец. акцента на отношении этих полей к силам.

Силовыми линиями неудобно пользоваться, если заряд распределён в пространстве, т.к. в этом случае плотность силовых линий уже не будет определять величину поля.

По этой же причине также неудобно пользоваться силовыми линиями для некулоновских полей — поля осциллятора, и любой другой степенной зависимости кроме $1/r^2$.

Силовые линии и

ЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ



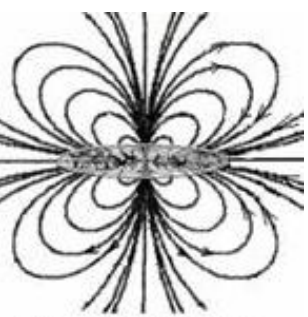
а Экипотенциальные поверхности поля двух равных одноименных зарядов (**а**) и диполя (**б**). Пунктиром показаны силовые линии.

Силовые линии $q_1 = -2q_2$

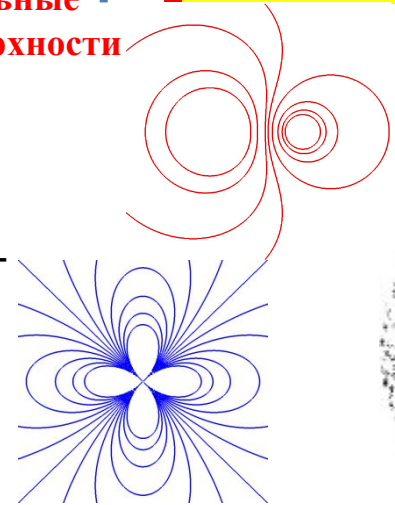
Нарисуйте
экипотенциальные
поверхности

Любая силовая линия перпендикулярна любой экипотенциальной поверхности в точке их пересечения

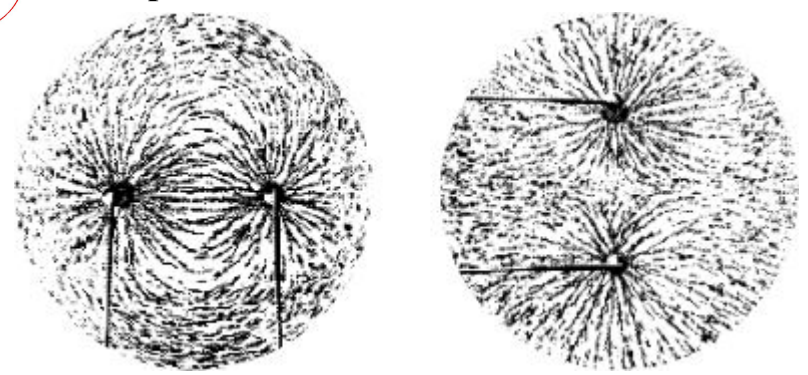
Силовые линии и экипотенциальные поверхности поля двух положительных зарядов. Как вы думаете, во сколько левый заряд больше правого? Что означает сгущение силовых линий на границе зон влияния зарядов?



Слева показаны силовые линии квадрупольного поля. Нарисуйте самостоятельно экипотенциальные поверхности.



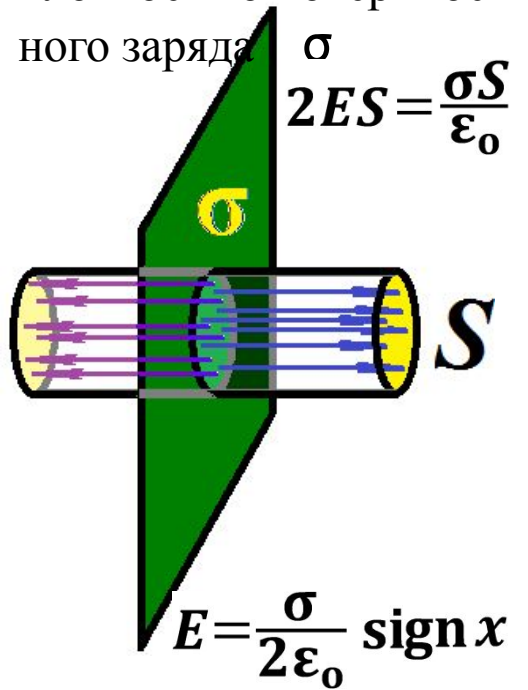
Силовые линии магнитного поля токов, изображаемые железными опилками



Квадрупольное поле

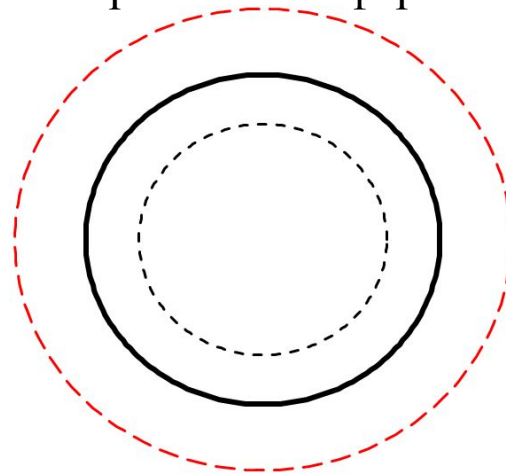
Нахождение поля в простейших симметричных случаях

Поле плоскости, равномерно заряженной с плотностью поверхностного заряда σ



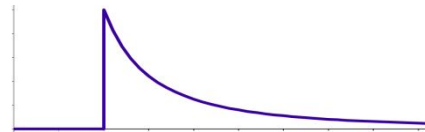
$$\varphi = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} |x| + \text{const}$$

Поле равномерно заряженной сферы



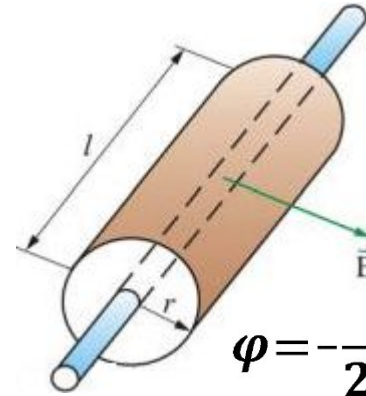
Внутри $E = 0, \varphi = \text{const}$;
Снаружи

$$E = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



$$\varphi = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

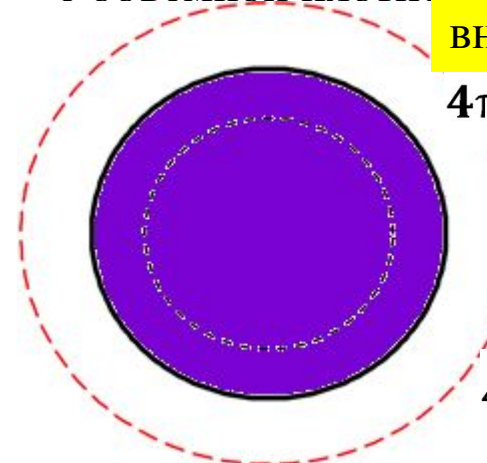
Поле равномерно заряженной нити с линейной плотностью заряда ρ



$$E = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$\varphi = -\frac{\rho}{2\pi\epsilon_0} \ln(r) + \text{const}$$

Поле равномерно заряженного шара с объемной плотностью ρ



внутри

$$4\pi r^2 E = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{4\pi r^3}{3} \rho$$

то есть $E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$

снаружи

$$4\pi r^2 E = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{4\pi R^3}{3} \rho$$

Нарисуйте график $\varphi(r)$

Дифференциальные уравнения электростатики [3]

Поток вектора через бесконечно малый куб

Уравнение Пуассона

Уравнение Лапласа

$$\Delta \phi = -\rho / \epsilon_0$$

$$\Delta \phi = 0$$

Вместе с граничными условиями – задача Дирихле

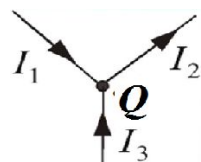
Прочие законы электростатики

Закон сохранения

заряда

$$\sum I_k = -\frac{dQ}{dt}$$

Первое правило



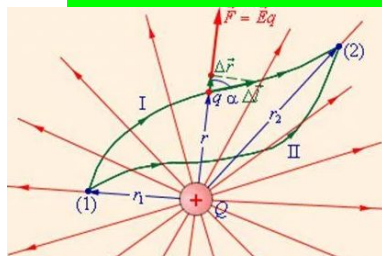
$$\oiint \vec{j} d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}$$

$$\text{div } \vec{j} = -\frac{d\rho}{dt}$$

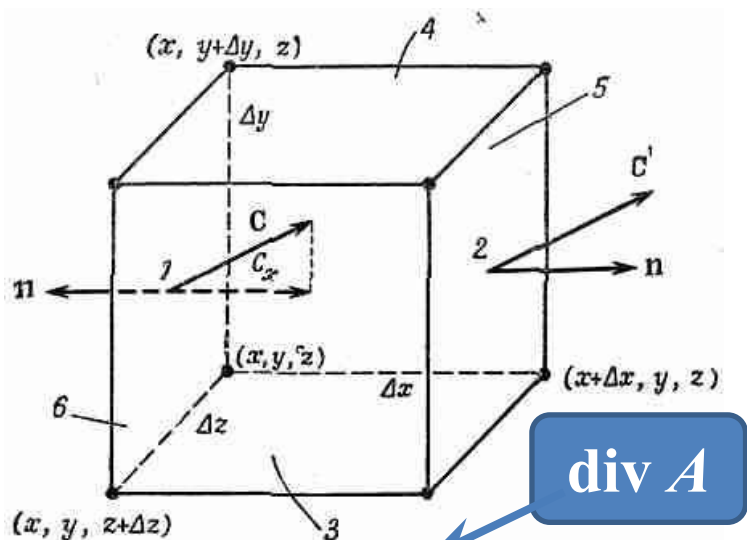
интегральная дифференциальная

Потенциальность электрического поля

работа по переносу единичного заряда равна разности потенциалов; работе по замкнутому контуру равна нулю $\oint \vec{E} d\vec{r} = 0$



По теореме Стокса $\text{rot } E = 0$



div A

$$\oiint \vec{A} d\vec{S} = \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) dx dy dz$$

$$\text{div } E = \rho / \epsilon_0 \quad \Delta \phi = -\rho / \epsilon_0$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

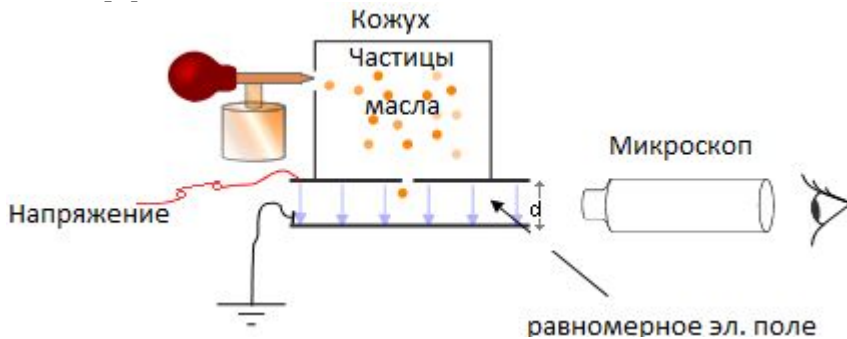
Оператор Лапласа Δ

$$\oint_{\partial S} E_x dx + E_y dy + E_z dz = \iint_S \left(\frac{dE_z}{dy} - \frac{dE_y}{dz} \right) dy dz + \left(\frac{dE_x}{dz} - \frac{dE_z}{dx} \right) dx dz + \left(\frac{dE_y}{dx} - \frac{dE_x}{dy} \right) dx dy$$

Дискретность электрического заряда

[7]

Схема эксперимента



Роберт Милликен

Robert Andrews Millikan

1868 -1953 - американский физик

В 1923 получил Нобелевскую премию по физике

Все заряды кратны элементарному

$$e = 1,602\,176\,6208(98) \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

Любой наблюдаемый в эксперименте электрический

заряд всегда кратен одному элементарному — такое предположение было высказано Б. Франклином в 1752 году и в дальнейшем не-однократно проверялось экспериментально. Впервые элементарный заряд был

экспериментально измерен Миллиkenом в 1910 году.

Если в природе существует магнитный монополю, то, согласно квантовой механике, его магнитный заряд обязан находиться в определённом соотношении с электрическим зарядом любой выбранной элементарной частицы.

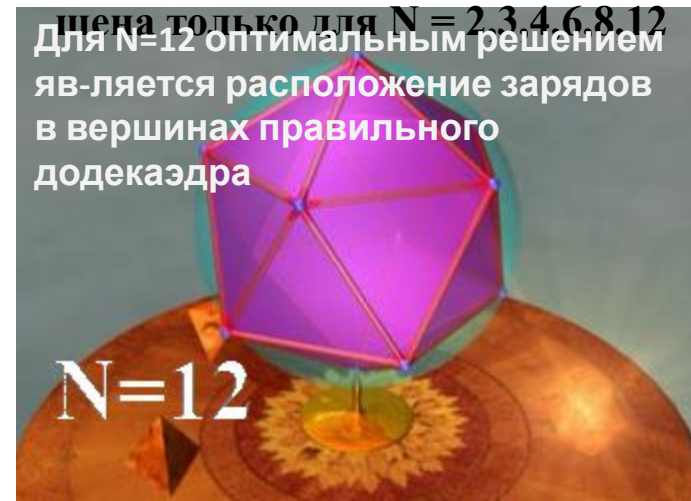
Отсюда автоматически следует, что существование всего одного магнитного монополя влечёт за собой квантование всех электрических зарядов во Вселенной. Однако

Задача

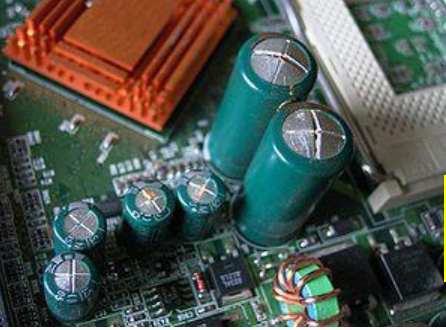
Томсона

Расположить N зарядов на поверхности сферы так, чтобы суммарная энергия была минимальна. Задача до сих пор ре-

шена только для $N = 2, 3, 4, 6, 8, 12$. Для $N=12$ оптимальным решением является расположение зарядов в вершинах правильного додекаэдра



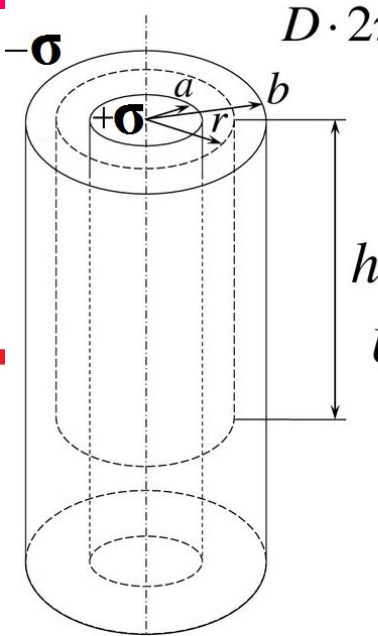
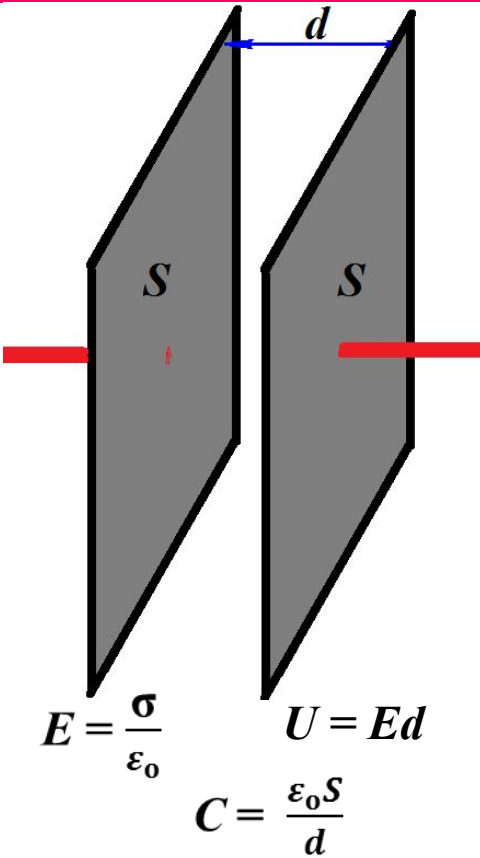
Конденсаторы



Называются так, потому что электрическое поле в основном сконцентрировано внутри конденсатора

У всех конденсаторов на этой странице внутри вакуум

Плоский



$$D \cdot 2\pi r h = \sigma h$$

$$D = \frac{\sigma}{2\pi r} = \frac{q}{2\pi r h}$$

$$E(r) = \frac{q}{2\pi \epsilon_0 r h}, \quad a < r < b$$

$$U = \int_a^b E(r) dr = \frac{q}{2\pi \epsilon_0 h} \ln \frac{b}{a}$$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{2\pi \epsilon_0 h}{\ln \frac{b}{a}}$$

обозначение на электрических схемах

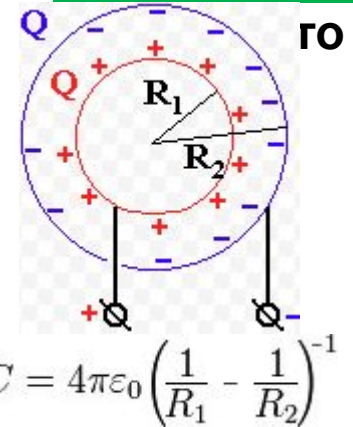


Последовательное соединение



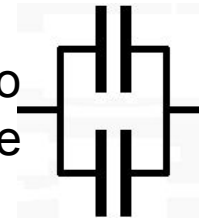
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Сферический



сферический конденсатор должен иметь дырку – т.е. в нём обязательно будут топологические нарушения

Параллельное соединение



$$C = C_1 + C_2$$

И в плоском, и в цилиндрическом конденсаторе важны краевые эффекты.

Во всех задачах на конденсаторы предполагается, что суммарный заряд на обкладках равен 0.

[1]

КОНДЕНСАТОР ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ (от лат. *condensator*, букв. — тот, кто уплотняет, сгущает) — устройство, предназначенное для получения нужных величин электрич. ёмкости и способное накапливать и отдавать (перераспределять) электрич. заряды. К. э. применяются в электрич. цепях (сосредоточенные ёмкости), электроэнергетике (компенсаторы реактивной мощности), импульсных генераторах напряжения, в измерит. целях (измерит. конденсаторы и ёмкостные датчики).

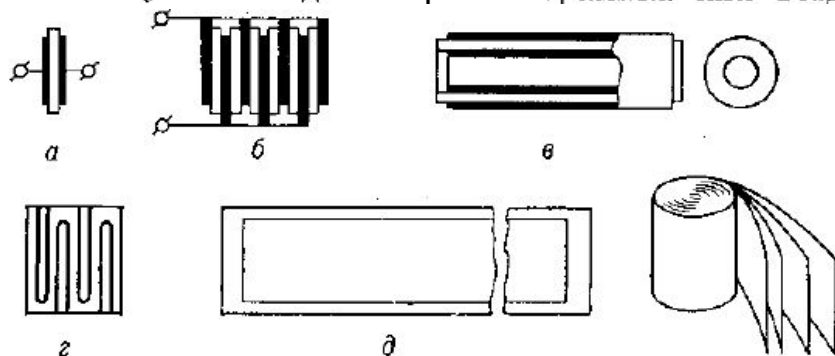
К. э. состоит из двух (иногда более) проводящих тел (обкладок), разделённых диэлектриком. Как правило, расстояние между обкладками, равное толщине диэлектрика, мало по сравнению с линейными размерами обкладок. Поэтому электрич. поле, возникающее при подключении обкладок к источнику с напряжением U , практически полностью сосредоточено между обкладками. При этом частичные собственные ёмкости электрические обкладок пренебрежимо малы по сравнению с их частичной взаимной ёмкостью, к-рая в этом приближении примерно равна ёмкости К. э. Численно ёмкость C К. э. равна заряду q одной из обкладок при напряжении, равном единице: $C=q/U$. Энергия, запасённая заряженным до пост. напряжения U К. э., равна $W=CU^2/2$. Ёмкость К. э. зависит от абс. диэлектрич. проницаемости диэлектрика ϵ , формы и геом. размеров. Ёмкость плоского К. э., представляющего собой две металлич. плоские параллельные пластины, разделённые диэлектриком, равна $C=\epsilon S/d$ (в СИ), где S — площадь обкладки, d — расстояние между обкладками (толщина диэлектрика).

В этой статье, взятой из физической энциклопедии, фигурирует абсолютная диэлектрическая проницаемость

ϵ , которую мы обычно заменяем на

При изготовлении К. э. используется неск. базовых конструкций (рис.). В простейшем случае это плоский К. э. — две плоские металлич. обкладки, разделённые диэлектриком (а), или плоский многопластинчатый К. э., содержащий n обкладок, соединённых параллельно (б). Эти две конструкции чаще применяются в К. э. с неорганич. диэлектриками. Кроме них в керамич. К. э. используются ещё две конструкции — цилиндрич. и многосекционная (в и г). В К. э. с органич. диэлектриками базовой конструкцией является спиральный К. э. (д), в к-ром обкладки и диэлектрики представляют собой ленты, скручиваемые спиралью. Эта же конструкция часто применяется в К. э. с оксидным диэлектриком. В них диэлектриком служит тонкая оксидная плёнка, к-рая наносится на одну из обкладок (анод) электролитич. путём. Объёмно-пористый анод разл. формы получается спеканием металлич. порошка (алюминий, ниобий, тантал). В результате анод имеет большую эфф. поверхность, отделённую от второй обкладки тонкой изолирующей оксидной плёнкой, что определяет большую ёмкость оксидно-электролитич. К. э. В качестве второй обкладки используют жидкий или пастообразный электролит, проникающий в поры анода.

В подстроечных К. э. применяются дисковые, пластинчатые и цилиндрич. конструкции, а диэлектриком в них служит конденсаторная керамика или воздух.



Плотность энергии поля

[5]

Задачи на нахождение ёмкости конденсатора

1 $\frac{3}{2} C_0$

2 $2 C_0$

3 $\frac{3}{2} C_0$

4 $3 C_0$

5 $C_0 \ln(2)$

6 $C_0 = \epsilon_0 S/d$

Работа по раздвижению обкладок конденсатора

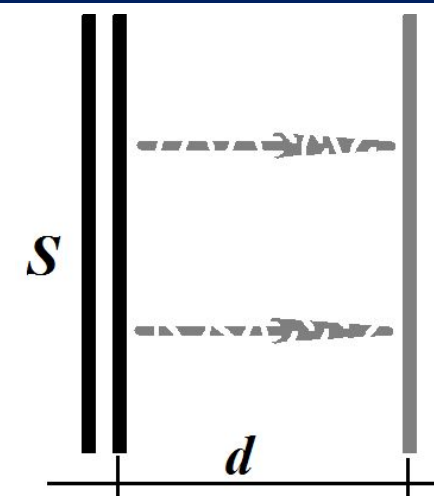
Поле одной пластины

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Сила между пластинами

$$F = EQ$$

$$A = Fd = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 V$$



$$W = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Плотность энергии поля

Энергия поля заряда радиуса

$$\epsilon = \int_R^\infty \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R}$$

Если устремить R -> 0, энергия стремится к ∞

Энергия поля точечного заряда оказывается бесконечной, а значит и энергия (и масса по формуле $E=mc^2$) - тоже бесконечна. В теории поля проводят процедуру т.н. перенормировки, беря «затравочную» массу частицы отрицательно

Персоналия – ещё немного о создателях науки



Фарадэй

Michael Faraday

1791 - 1867



Максвелл

James Clerk

Maxwell

1831 - 1879



Остроградский

Михаиль

Васильевичъ

1801 - 1862



Ирншоу

Samuel Earnshaw,

1805 - 1888



**Уильям Томсон,
лорд Кельвин**

*William Thomson,
1st Baron Kelvin;*

1824 - 1907

Открыл

эл.-м. индукцию
законы
электролиза
диамагнетизм

Изобрёл

электродвигатель
трансформатор

Предсказал

эл.-м. волны

Открыл

теорию эл.-м. волн
Ур-я Максвелла
кин. теория газов
Распред.

Максвелла

эл.-м. природу
света

трёхцветность

природы света

Бюграф

Математик

Открыл

метод

интегрирования
рац. функций

Доказал

Теорему

Остроградского

Священник –
богослов и
физик-теоретик.

Доказал

теорему Ирншоу

2-е начало
термодинамики
Закон Томсона в
термоэлектричест
ве

Электрические
колебания

Критик теории

эволюции

Электростатика проводников

[4]

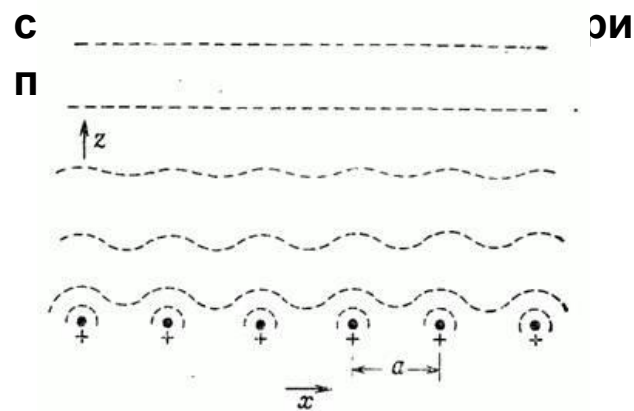
Если внутри проводника есть электрическое поле, то в нём идёт ток. Если проводник изолирован, то рано или поздно свободные заряды либо кончатся, либо скомпенсируют поле. Следовательно, в

Поверхность проводника является эквипотенциальной поверхностью. Каждая точка проводника имеет одинаковый потенциал.

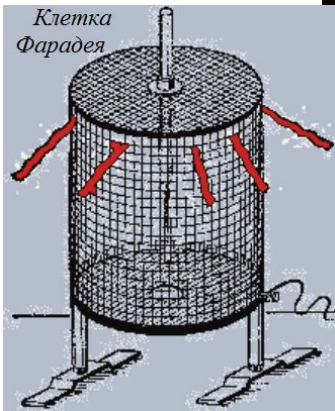
Экранирование металлической

Заряды собираются на **поверхности**

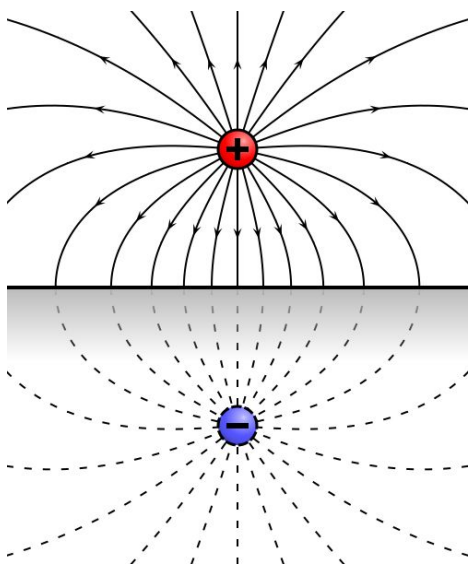
проводника. Распределение зарядов по поверхности проводника заранее не



Электрическое поле убывает за линейной решеткой как $e^{-2\pi z/a}$, а за сеткой в 2 раза быстрее.



Метод изображений [2]



Координата
заряда
изображения

$$r' = R^2/r$$

Заряд равен

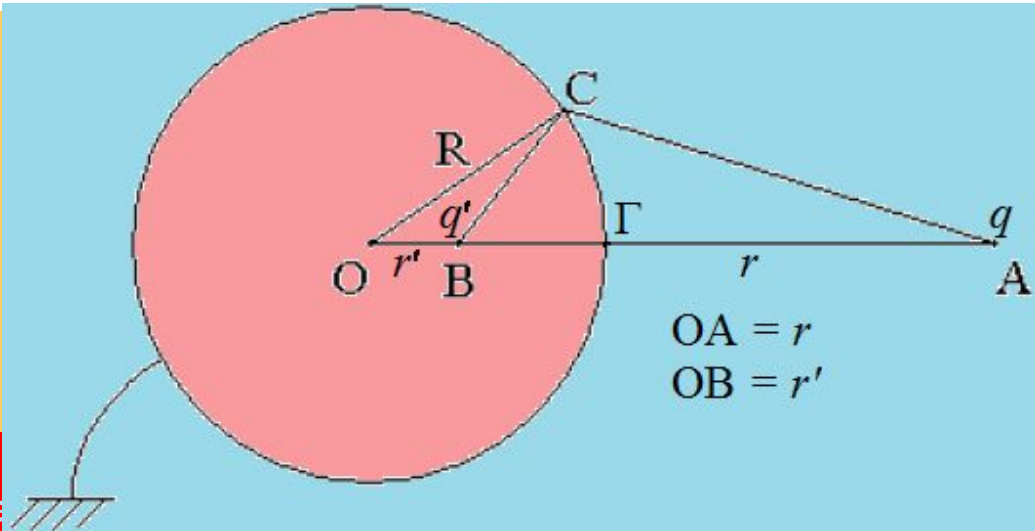
$$q' = -qR/r$$

Если шар не за-
землён, то
добавляется

Задачу о сфере в
однородном поле
можно получить

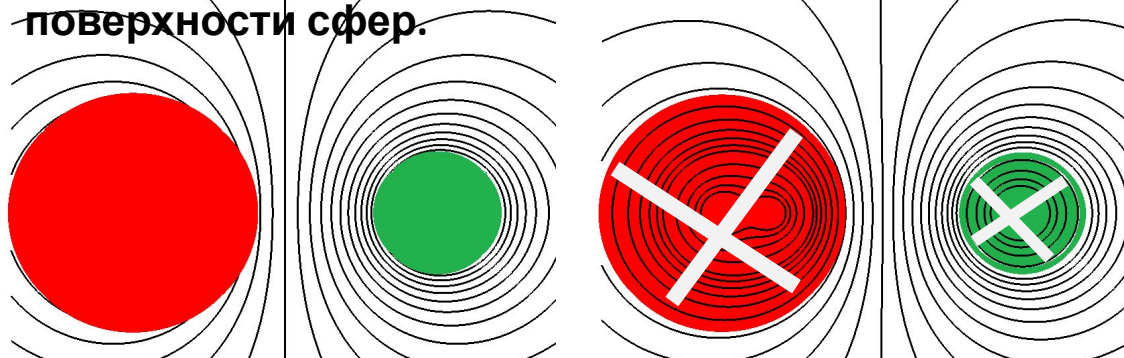
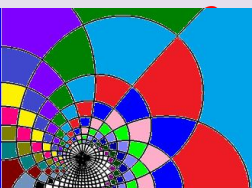
из рассматриваемой предельным переходом $r \rightarrow \infty$ с $q = r^2 E / k$

Задачу о двух проводящих заряженных сферах можно решать методом последовательных приближений. На правом рисунке эквипотенциальные поверхности почти соответствуют поверхности сфер.



Снизу, под плоскостью, поля нет. Следовательно, энергия взаимодействия с проводником, в 2 раза меньше, чем если бы заряд изображения был реальным. **Можно ли из этого сделать вывод, что**

Изображение в угле см. дальше



Слева – поле аппроксимируется точечными зарядами. Справа - добавляется по одному заряду

Здесь $R_1=2, R_2=1,$
 $Q_1 = -Q_2$
 $L = 5.$
2-е приближение даёт

Линии внутри сферы фиктивные

Поле эллипсоида

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Эллипсоидальные

Связь эллипсоидальных координат с декартовыми дается уравнением $\frac{x^2}{a^2+u} + \frac{y^2}{b^2+u} + \frac{z^2}{c^2+u} = 1$ ($a > b > c$).

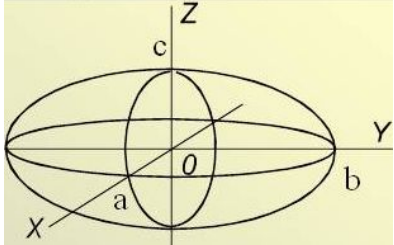
Это уравнение, кубическое относительно u , имеет три различных вещественных корня ($u = \xi, \eta, \zeta$), лежащих в следующих интервалах: $\xi \geq -c^2 \geq \eta \geq -b^2 \geq \zeta \geq -a^2$

Эти 3 корня и являются эллипсоидальными координатами точки x, y, z .

$$x = \pm \left[\frac{(\xi + a^2)(\eta + a^2)(\zeta + a^2)}{(b^2 - a^2)(c^2 - a^2)} \right]^{1/2}$$

$$y = \pm \left[\frac{(\xi + b^2)(\eta + b^2)(\zeta + b^2)}{(c^2 - b^2)(a^2 - b^2)} \right]^{1/2}$$

$$z = \pm \left[\frac{(\xi + c^2)(\eta + c^2)(\zeta + c^2)}{(a^2 - c^2)(b^2 - c^2)} \right]^{1/2}$$



Для вытянутого эллипсоида ($a > b = c$) потенциал поля

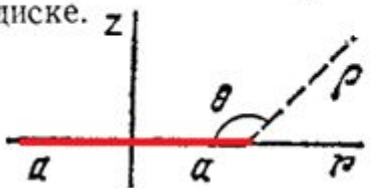
$$\varphi = \frac{e}{\sqrt{a^2 - b^2}} \text{Arth} \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{\xi + a^2}}$$

Для сплюснутого же эллипсоида ($a = b > c$) имеем

$$\varphi = \frac{e}{\sqrt{a^2 - c^2}} \text{arctg} \sqrt{\frac{a^2 - c^2}{\xi + c^2}}$$

$$\sigma = \frac{e}{4\pi abc} \left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4} \right)^{-1/2}$$

Найти поле заряженного проводящего круглого диска (радиуса a), разбив его в цилиндрических координатах. Найти распределение заряда на диске.



$$\sigma = \frac{e}{4\pi a^2} \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right)^{-1/2}$$

$$\varphi = \frac{e}{a} \text{arctg} \left[\frac{2a^2}{r^2 + z^2 - a^2 + [(r^2 + z^2 - a^2)^2 + 4a^2 z^2]^{1/2}} \right]^{1/2}$$

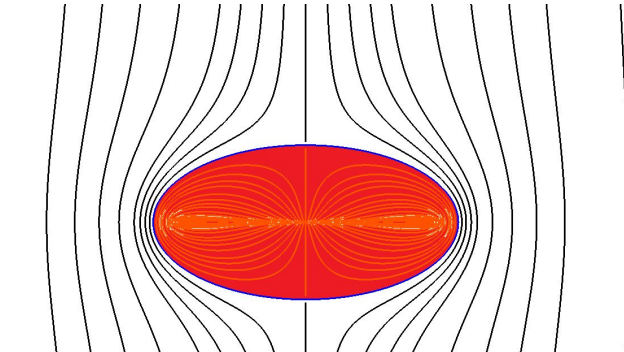
Вблизи края диска вводим вместо r и z координаты ρ и θ согласно $z = \rho \sin \theta, r = a - \rho \cos \theta$ ($\rho \ll a$)

$$\varphi \approx \frac{e}{a} \left(\frac{\pi}{2} - \sqrt{\frac{2\rho}{a}} \sin \frac{\theta}{2} \right)$$

незаряженный эллипсоид расположен параллельно внешнему полю

$$a > b = c, \quad \frac{y^2 + z^2}{b^2 + \xi} + \frac{x^2}{a^2 + \xi} = 1, \quad \xi \geq 0$$

$$\varphi = -\xi x \left\{ 1 - \frac{\text{Arth} \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2 + \xi}} - \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2 + \xi}}}{\text{Arth} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} - \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}} \right\}$$



Эквипотенциальные линии проводящего эллипсоида во внешнем

Метод конформного отображения

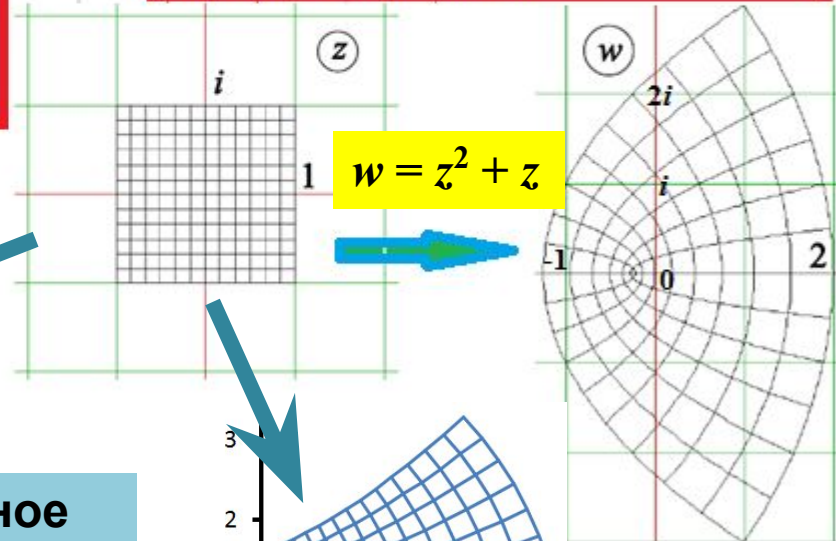
[3]

Конформные отображения изменяют объём, но сохраняют все углы и формы в малых

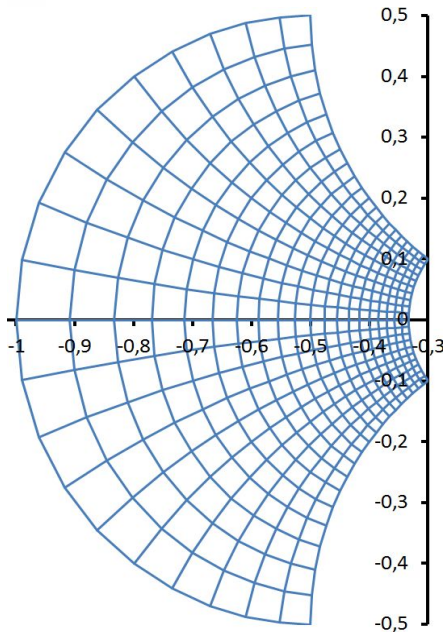
Пример: Найти образы линий прямоугольной сетки квадрата $[-1,1] \times [-1,1]$ при отображении $w = z^2 + z$. Отображение имеет вид
$$\left. \begin{aligned} u &= x^2 - y^2 + x \\ v &= 2xy + y \end{aligned} \right\}$$

Горизонтالي $y=c$ переходят в параболы
$$\left. \begin{aligned} u &= x^2 - c^2 + x \\ v &= 2xc + c \end{aligned} \right\}, u = \left(\frac{v-c}{2c}\right)^2 + \left(\frac{v-c}{2c}\right) - c^2$$
 направленными налево.

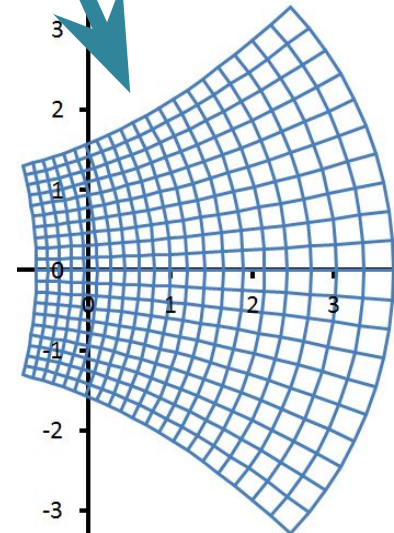
Вертикали $x=c$ переходят в параболы:
$$\left. \begin{aligned} u &= c^2 - y^2 + c \\ v &= (2c+1)y \end{aligned} \right\}, u = c^2 + c - \left(\frac{v}{2c+1}\right)^2,$$
 направленными направо.



$w = (z-2)^{-1}$



Конформное преобразование может преобразовать квадрат в любую связную область



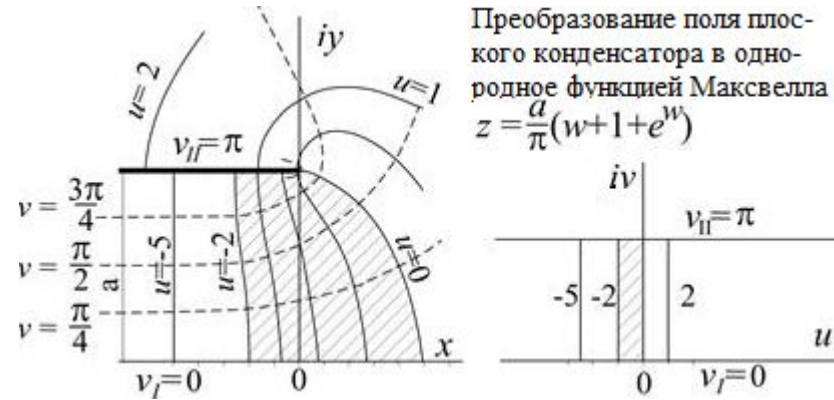
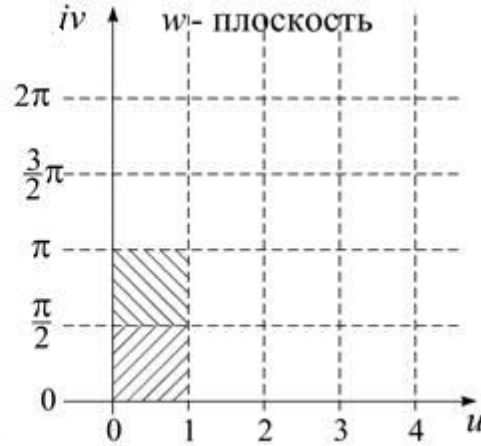
$w = e^z + z$

Здесь приведён пример использования одного из простейших конформных преобразований. Теория комплексных функций комплексного переменного (ТФКП) даёт возможность решать уравнения Лапласа в

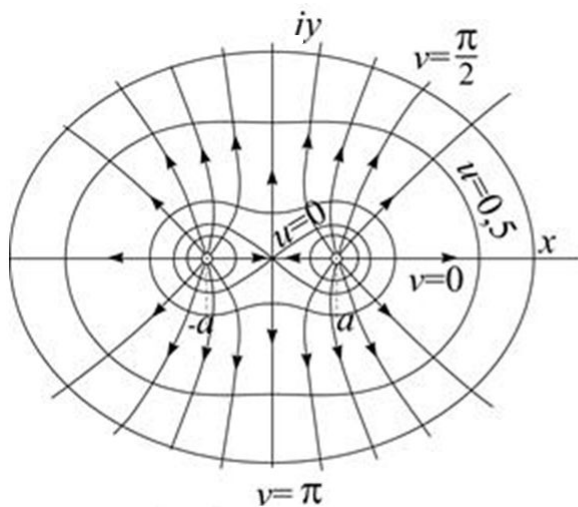
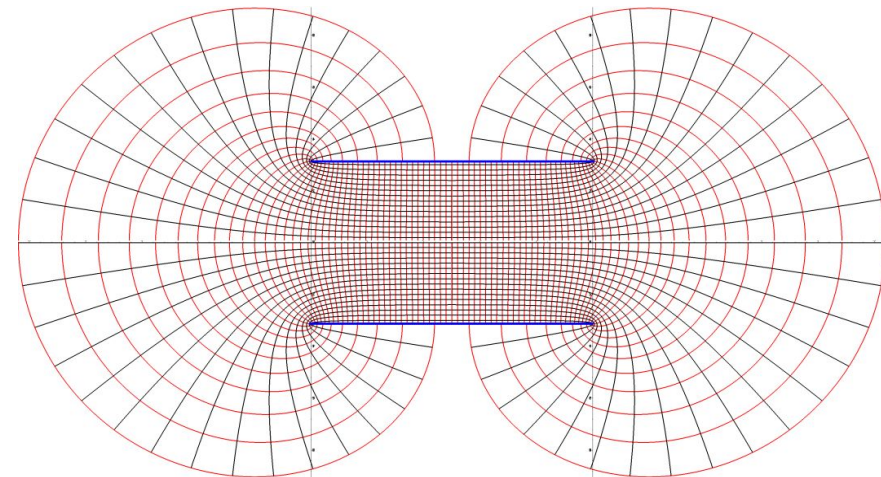
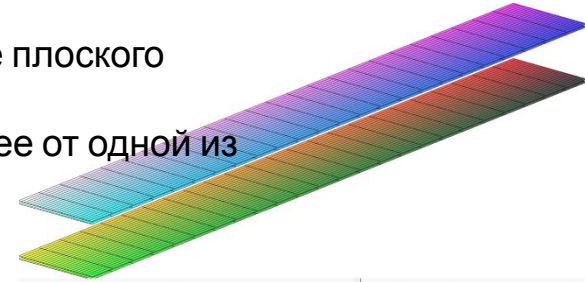
Метод конформного отображения



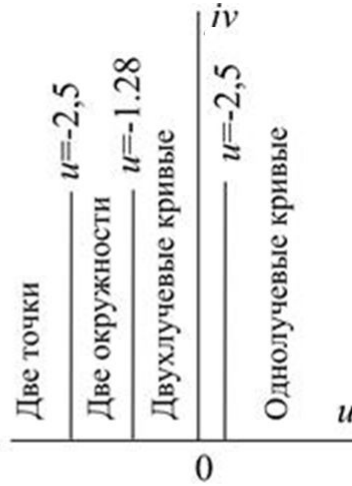
Преобразование радиального поля в однородное полем функцией $z = e^w$



Мы находим поле плоского конденсатора, не зависящее от одной из координат

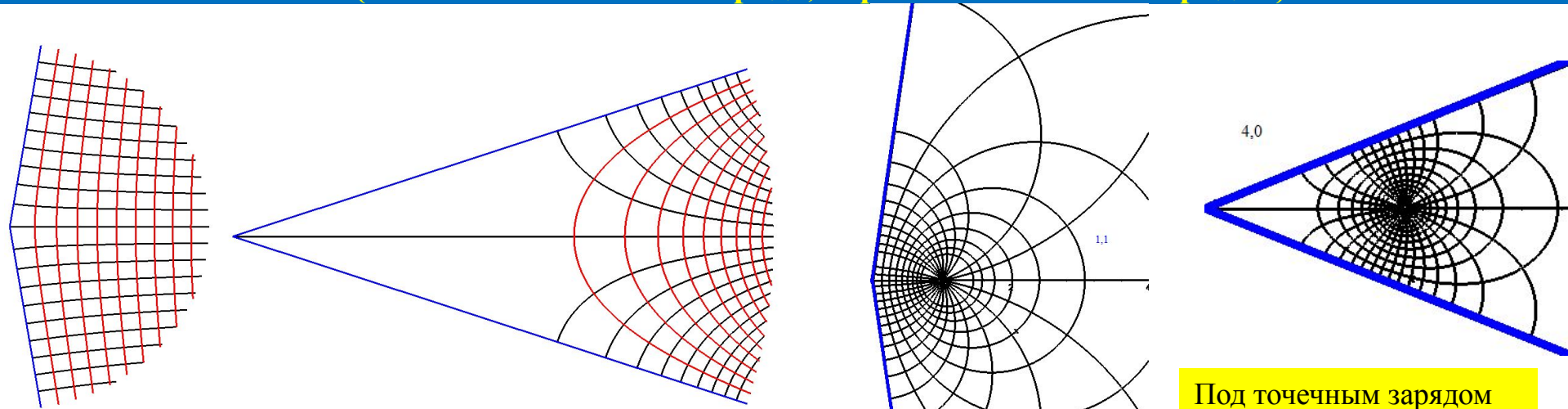


Преобразование поля провода, расщепленного на два элемента в однородное функцией $z = a\sqrt{e^w+1}$



Метод конформного отображения

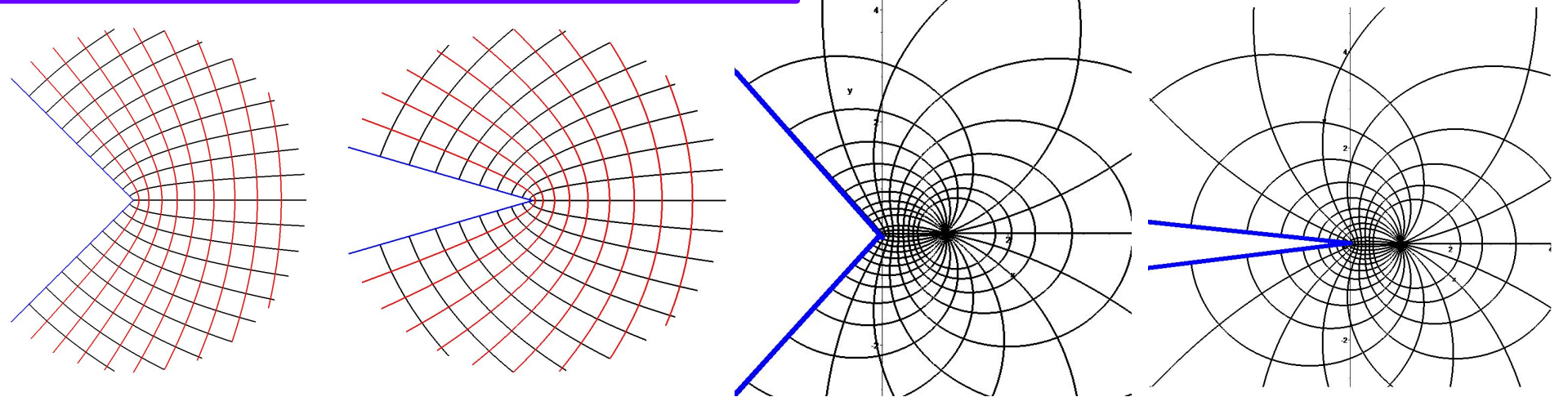
Поле заряженного проводящего клина и угла получаются конформным степенным преобразованием поля плоскости (слева – без внешнего заряда, справа – с внешним зарядом)



Линии постоянной реальной части комплексного потенциала $\text{Re } \phi$ – обычные эквипотенциали.

Линии постоянной мнимой части $\text{Im } \phi$ – силовые линии

Под точечным зарядом подразумевается равномерно заряженная нить параллельная оси клина



Ёмкость конденсатора, состоящего из двух некоаксиальных цилиндров

Определить взаимную емкость единицы длины двух параллельных бесконечных цилиндрических проводников (радиусов a и b , расстояние между осями c).

Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц т.8. Электродинамика сплошных сред

Решение. Поле, создаваемое обоими цилиндрами, совпадает с полем, которое создавалось бы (в пространстве вне цилиндров) двумя заряженными нитями, проходящими через соответствующим образом подобранные точки A и A' (см. рис.). Нити несут (на единице длины) заряды $\pm e$, равные зарядам цилиндров, а точки A и A' должны быть расположены на линии OO' так, чтобы поверхности цилиндров совпадали с эквипотенциальными поверхностями.

Для этого расстояния OA и $O'A'$ должны удовлетворять соотношениям

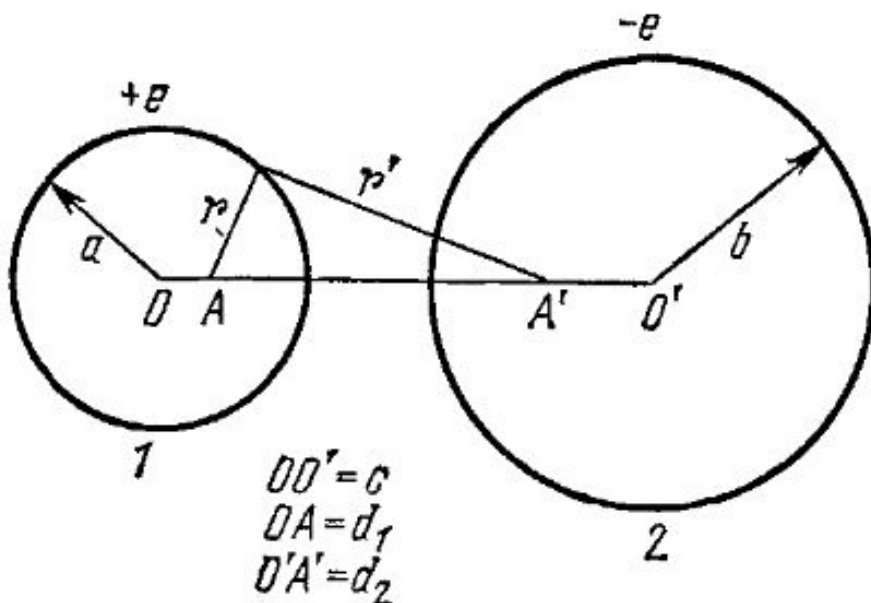
$$OA \cdot OA' = a^2, \quad O'A' \cdot O'A = b^2,$$

т. е. $d_1(c - d_2) = a^2, \quad d_2(c - d_1) = b^2$.

Тогда на каждой из окружностей отношение r'/r расстояний от точек A и A' постоянно: на окружности 1

$$\frac{r}{r'} = \frac{a}{OA'} = \frac{a}{c - d_2} = \frac{d_1}{a},$$

а на окружности 2 $r'/r = d_2/b$. Соответственно, потенциалы цилиндров:



Ёмкость конденсатора, состоящего из двух некоаксиальных цилиндров

$$\varphi_1 = -2e \ln \frac{r}{r'} = -2e \ln \frac{d_1}{a}, \quad \varphi_2 = 2e \ln \frac{d_2}{b}, \quad \varphi_2 - \varphi_1 = 2e \ln \frac{d_1 d_2}{ab}.$$

Отсюда находим для искомой взаимной емкости $C = e/(\varphi_2 - \varphi_1)$:

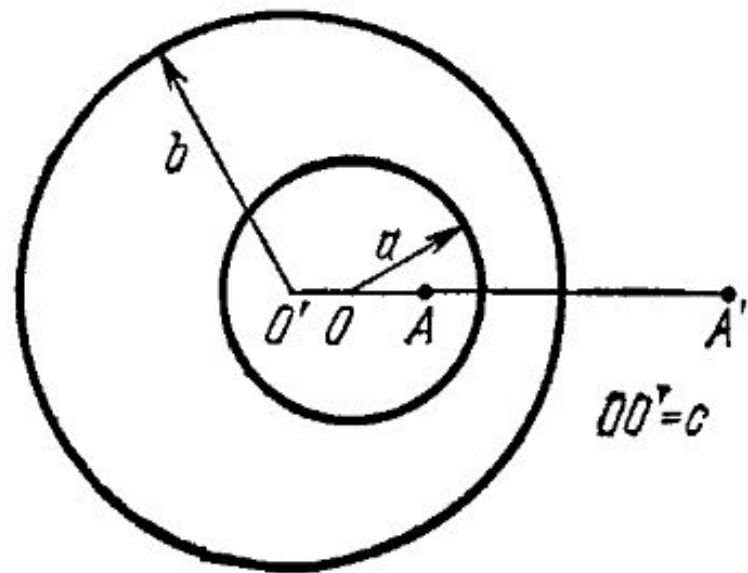
$$\frac{1}{C} = 2 \ln \frac{d_1 d_2}{ab} = 2 \operatorname{Arch} \frac{c^2 - a^2 - b^2}{2ab}.$$

В частности, для цилиндра радиуса a , находящегося на расстоянии $h > a$ от проводящей плоскости, надо положить $c = b + h$ и перейти к пределу $b \rightarrow \infty$; это дает

$$\frac{1}{C} = 2 \operatorname{Arch} \frac{h}{a}.$$

Если два полых цилиндра находятся один внутри другого ($c < b - a$), то поле снаружи отсутствует, а поле в пространстве между цилиндрами совпадает с полем, которое создавалось бы двумя нитями с зарядами $+e$ и $-e$, проходящими через точки A и A' . Тем же способом получим результат:

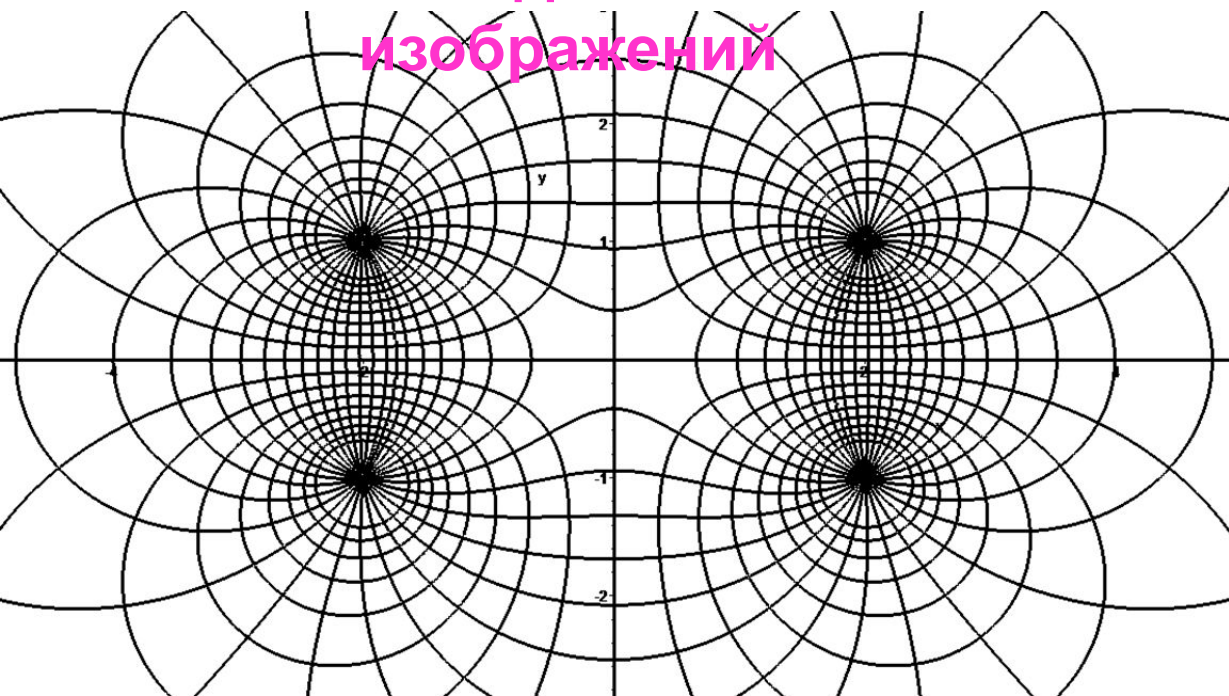
$$\frac{1}{C} = 2 \operatorname{Arch} \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$



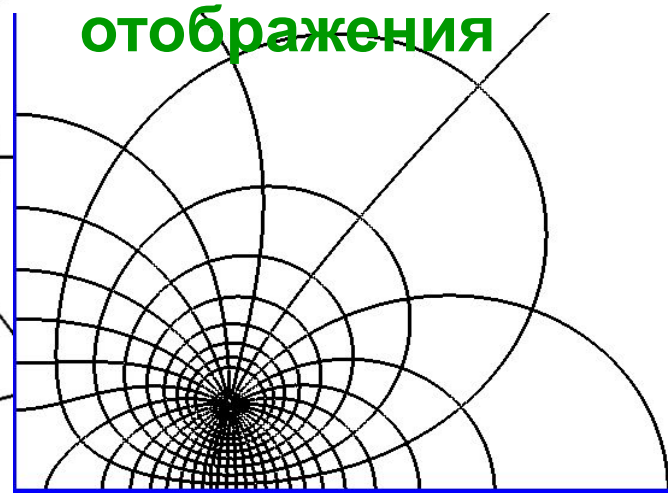
Аналогичная задача для двух сфер аналитически не

Сравнение методов и некоторые точные результаты

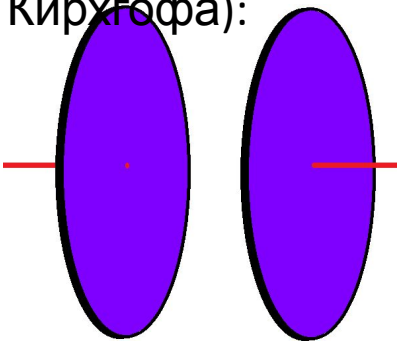
Метод
изображений



Решение
методом
конформного
отображения



Точное решение для ёмкости дискового плоского конденсатора (формула Кирхгофа):



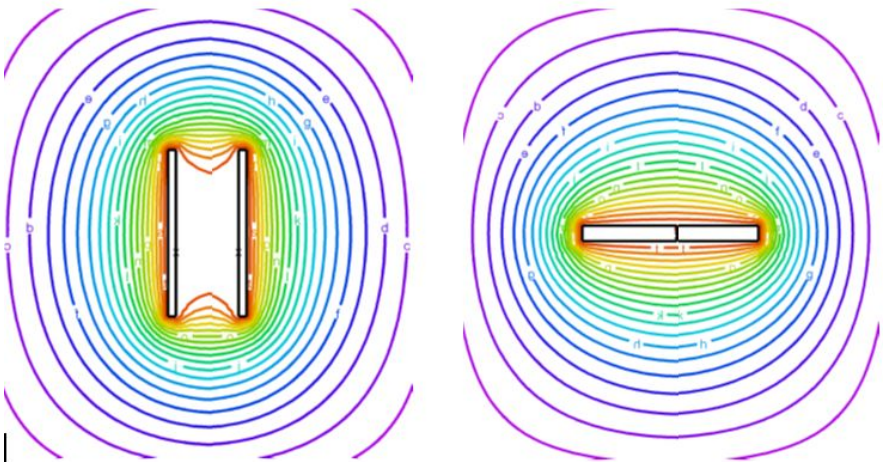
$$C = \frac{R^2}{4d} + \frac{R}{4\pi} \left(\ln \frac{16\pi R}{d} - 1 \right)$$

Второй член (вернее, коэффициент под логарифмом) в этой формуле зависит от

Эта формула приведена в системе единиц СГС. Для перевода в СИ надо умножить это выражение на $4\pi\epsilon_0$ (в

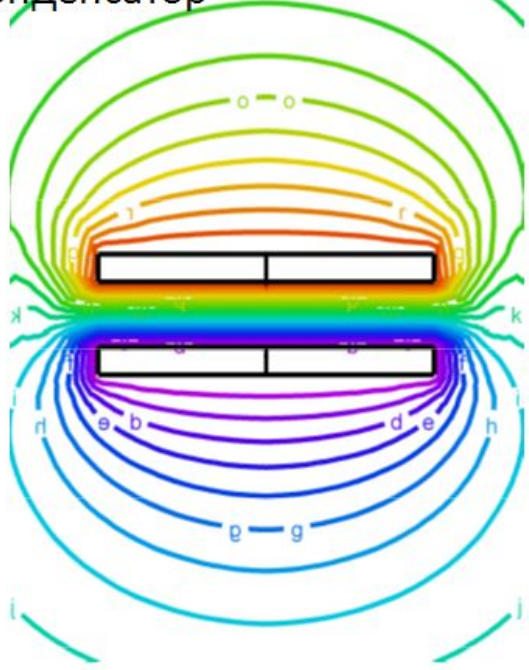
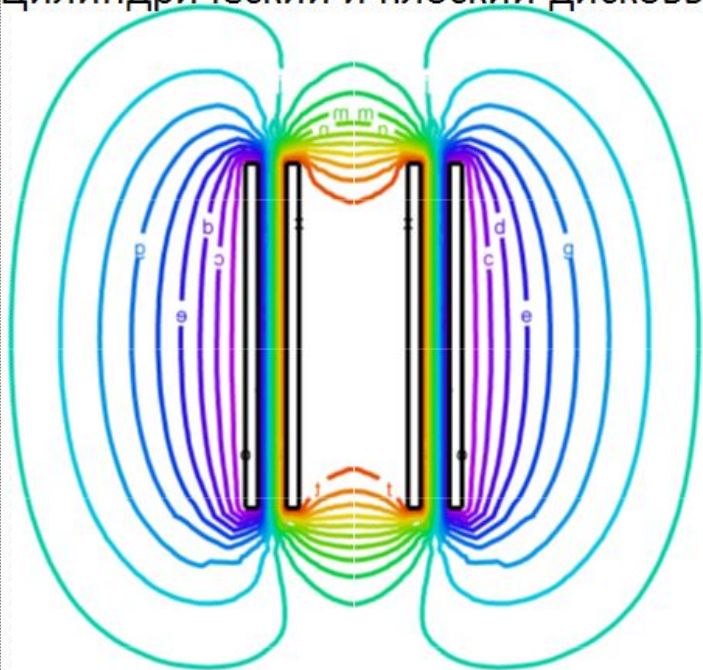
Численные методы электростатики [8]

Метод конечных элементов для численного расчёта



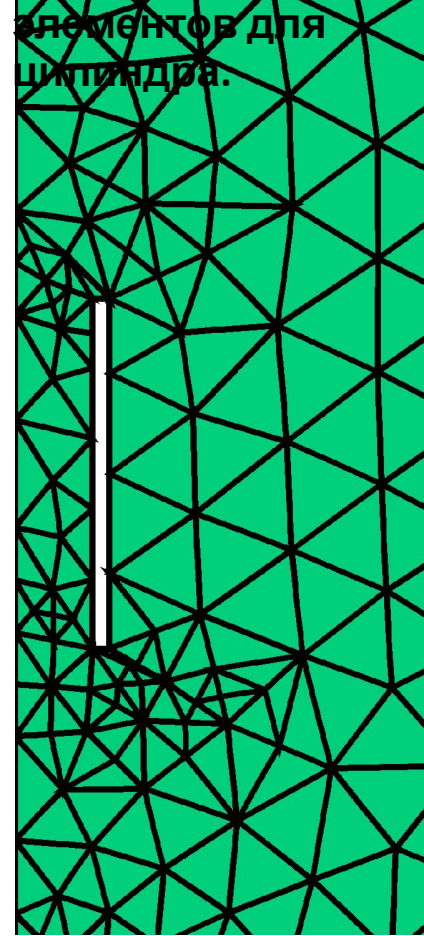
Поля цилиндра и диска. Метод находит эквипотенциалы (т. е. поверхности с фиксированн

Цилиндрический и плоский дисковый конденсатор



Один из возможных контуров конечных

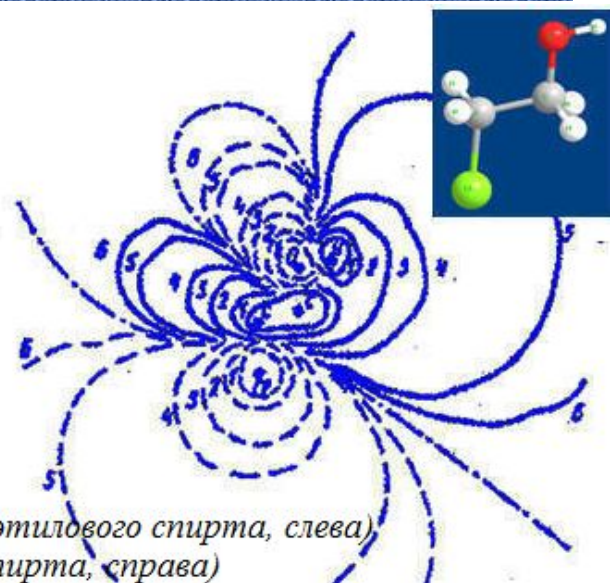
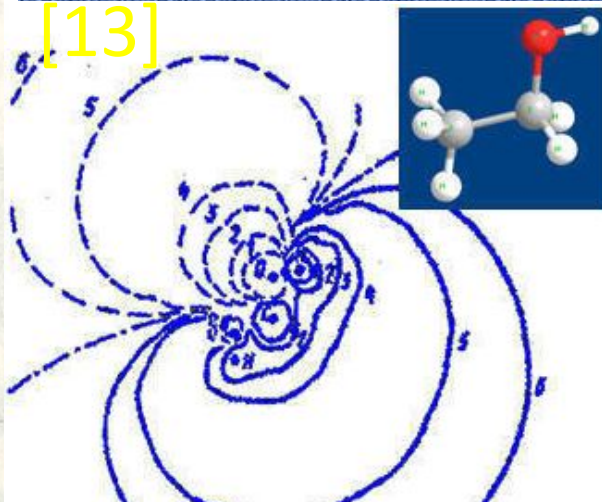
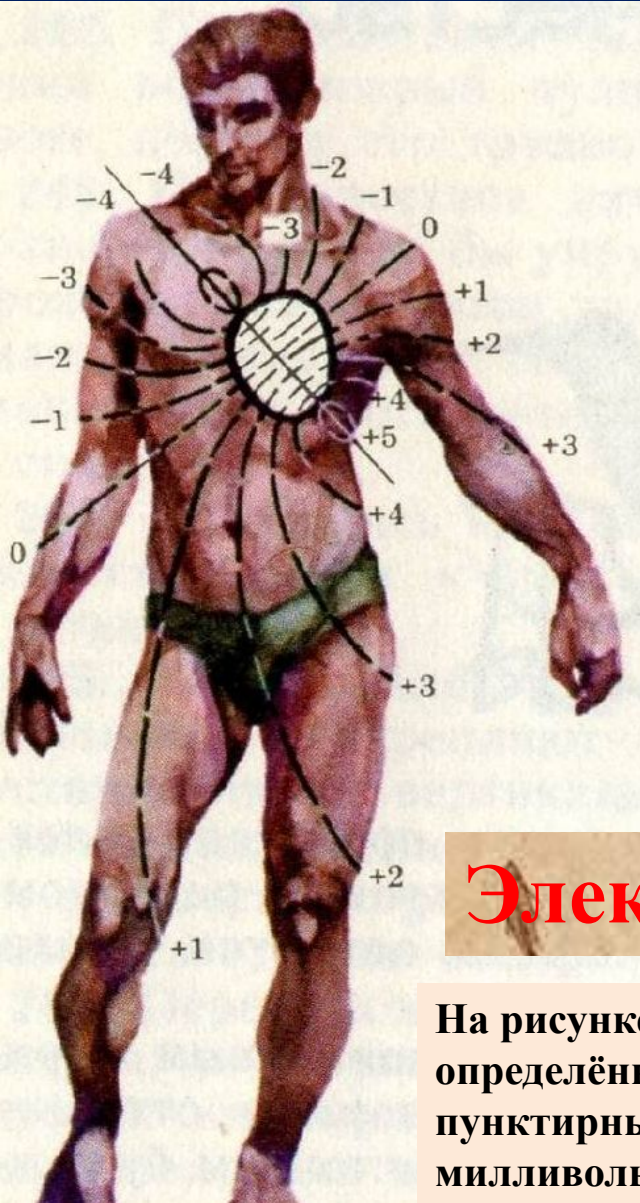
элементов для цилиндра.



Разные электрические поля

Молекулярные поля

[13]



карта эквипотенциалей молекул C_2H_5OH (этилового спирта, слева) и C_2H_5ClOH (хлорзамещённого этилового спирта, справа)

Электрическое поле человека^[12]

На рисунке показан примерный ход эквипотенциалей в определённый момент возбуждения сердца. Цифры около пунктирных линий обозначают величину потенциала в милливольтгах

Система единиц измерения СИ в электростатике и электродинамике

Физическая величина	Принятые обозначения	Единица измерения	Физическая величина	Принятые обозначения	Единица измерения
Сила тока	I	А	Диэлектрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Заряд	Q	Кл = А·сек	Емкость	C	Ф = Кл/В
Дипольный момент	d, p	Кл·м	Сопротивление	R	Ом = В/А
Плотность заряда объемная	ρ	Кл/м ³	Удельное сопротивление	ρ	Ом·м
---“ ---“--- поверхностная	σ	Кл/м ²	Проводимость	σ	Сим = Ом ⁻¹
---“ ---“--- линейная	q	Кл/м	Плотность энергии поля	w	Дж/м ³
Напряженность эл. поля	E	В/м	Мощность	N, P	Вт
Эл. смещение, поляризация	D, P	Кл/м ²	Плотность тока	j	А/м ²
Поток электрич. смещения.		Кл	Электрохимич. эквивалент	k	кг/Кл
Потенциал, напряжение	ϕ	В = Дж/Кл	Постоянная Фарадея	F	96485 Кл/моль

Литературные источники

1. Физическая энциклопедия в 5-ти томах. Под редакцией А.М. Прохорова. М, издательство «Советская энциклопедия», 1988 или Научное издательство «Большая Российская Энциклопедия» 1998.
2. Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшиц. «Теоретическая физика. т. VIII . Электродинамика сплошных сред». Издание второе, переработанное Лифшицем и Питаевским. М., «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1982.
3. Дж. Джексон (John David Jackson) «Классическая электродинамика». Перевод с англ. Г.В. Воскресенского и Л.С. Соловьёва. М., Мир, 1965.
4. Д.В. Сивухин «Общий курс физики. т.3. Электричество». 4-е издание, стереот., М., ФизМатЛит, изд-во МФТИ, 2004.
5. И.В. Савельев. Курс общей физики, т.2 «Электричество и магнетизм, волны, оптика». М., «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1988.
6. А.Н. Матвеев. Курс физики, т.3 «Электричество и магнетизм». М., «Высшая школа», 1983.
7. Под ред. Г.С. Ландсберга «Элементарный учебник физики»: Т.2. Электричество и магнетизм. – 12-е изд. – М.: Физматлит, 2001 – 480 с.
8. К.С. Демирчян, Л.Р. Нейман, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин. «Теоретические основы электротехники» в 3-х томах. – СПб.: Питер, 2003.



9. Персоналия

https://ru.wikipedia.org/wiki/Кулон,_Шарль_Огюстен_де

https://ru.wikipedia.org/wiki/Кавендиш,_Генри

[https://ru.wikipedia.org/wiki/Грин,_Джордж_\(математик\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Грин,_Джордж_(математик))

https://ru.wikipedia.org/wiki/Пуассон,_Симеон_Дени

https://ru.wikipedia.org/wiki/Рис,_Петер

https://ru.wikipedia.org/wiki/Фарадей,_Майкл

10. Опыты: <https://video.tochka.net/331232-klassnyy-prikol-s-sharikom-i-vodoy/>

11. Электромметр: <https://infourok.ru/material.html?mid=5255>

12. Электрическое поле человека:

<http://uhimik.ru/serdce--nasos-serdce--nasos/index.html>

13. Поле молекул: К.В. Шайтан, К.Б. Терёшкина «Молекулярная динамика белков и пептидов» Методическое пособие <http://www.moldyn.ru/library/manual/p4.htm>

Приложение [5]

Продолжение

1. Единицы электрических и магнитных величин в СИ и в гауссовой системе

Электрическая постоянная

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi (2,997925)^2 \cdot 10^9} \text{ Ф/м} \approx \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ Ф/м.}$$

Магнитная постоянная

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м,}$$

Электродинамическая постоянная

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 2,997925 \cdot 10^8 \text{ м/с} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Соотношения между единицами даны приближенно. Чтобы получить более точные значения, нужно в соотношениях, приведенных в последнем столбце, заменить 3 на 2,997925 и 9 на $(2,997925)^2$.

Величины и их обозначения	Единицы и их обозначения		Соотношения между единицами
	СИ	Гауссова система	
Сила F	ньютон (Н)	дина (дин)	1 Н = 10^5 дин
Работа A и энергия W	джоуль (Дж)	эрг (эрг)	1 Дж = 10^7 эрг
Заряд q	кулон (Кл)	СГСЭ-ед.	1 Кл = $= 3 \cdot 10^9$ СГСЭ-ед.
Напряженность электрического поля E	вольт на метр (В/м)	СГСЭ-ед.	1 СГСЭ-ед. = $= 3 \cdot 10^4$ В/м
Потенциал ϕ , напряжение U и э.д.с. \mathcal{E}	вольт (В)	СГСЭ-ед.	1 СГСЭ-ед. = 300 В
Электрический дипольный момент p	Кл·м	СГСЭ-ед.	1 Кл·м = $= 3 \cdot 10^{11}$ СГСЭ-ед.
Поляризованность P	Кл/м ²	СГСЭ-ед.	1 Кл/м ² = $= 3 \cdot 10^5$ СГСЭ-ед.

Величины и их обозначения	Единицы и их обозначения		Соотношения между единицами
	СИ	Гауссова система	
Диэлектрическая восприимчивость κ	СИ-ед.	СГСЭ-ед.	1 СГСЭ-ед. = $= 4\pi$ СИ-ед.
Электрическое смещение (электрическая индукция) D	кулон на квадратный метр (Кл/м ²)	СГСЭ-ед.	1 Кл/м ² = $= 4\pi \cdot 3 \cdot 10^5$ СГСЭ-ед.
Поток электрического смещения (поток электрической индукции) Φ	кулон (Кл)	СГСЭ-ед.	1 Кл = $= 4\pi \cdot 3 \cdot 10^9$ СГСЭ-ед.
Электрическая емкость C	фарад (Ф)	сантиметр (см)	1 Ф = $9 \cdot 10^{11}$ см
Сила тока I	ампер (А)	СГСЭ-ед.	1 А = $= 3 \cdot 10^9$ СГСЭ-ед.
Плотность тока j	ампер на кв. метр (А/м ²)	СГСЭ-ед.	1 А/м ² = $= 3 \cdot 10^5$ СГСЭ-ед.
Электрическое сопротивление R	ом (Ом)	СГСЭ-ед.	1 СГСЭ-ед. = $= 9 \cdot 10^{11}$ Ом
Удельное сопротивление ρ	ом-метр (Ом·м)	СГСЭ-ед.	1 СГСЭ-ед. = $= 9 \cdot 10^9$ Ом·м
Удельная проводимость σ	сименс на метр (См/м)	СГСЭ-ед.	1 См/м = $= 9 \cdot 10^9$ СГСЭ-ед.
Магнитная индукция B	тесла (Тл)	гаусс (Гс)	1 Тл = 10^4 Гс
Поток магнитной индукции Φ и потокоцепление Ψ	вебер (Вб)	максвелл (Мкс)	1 Вб = 10^8 Мкс
Магнитный момент p_m	ампер-квадратный метр (А·м ²)	СГСМ-ед.	1 А·м ² = $= 10^3$ СГСМ-ед.
Намагниченность J	ампер на метр (А/м)	СГСМ-ед.	1 СГСМ-ед. = $= 10^3$ А/м
Напряженность магнитного поля H	ампер на метр (А/м)	эрстед (Э)	1 А/м = $4\pi \cdot 10^{-3}$ Э 1 Э = 79,6 А/м
Магнитная восприимчивость χ	СИ-ед.	СГСМ-ед.	1 СГСМ-ед. = $= 4\pi$ СИ-ед.
Индуктивность L и взаимная индуктивность L_{12}	генри (Гн)	сантиметр (см)	1 Гн = 10^9 см

II Основные формулы электромагнетизма в СИ и в гауссовой системе

Продолжение

Наименование	СИ	Гауссова система	Наименование	СИ	Гауссова система
Закон Кулона	$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$	$F = \frac{q_1 q_2}{r^2}$	Поляризованность (определение)		$P = \frac{\sum p}{\Delta V}$
Напряженность электрического поля (определение)		$E = \frac{F}{q}$	Связь между P и E	$P = \kappa\epsilon_0 E$	$P = \kappa E$
Напряженность поля точечного заряда	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{er^2}$	$E = \frac{q}{er^2}$	Связь между P и объемной плотностью связанных зарядов		$\rho' = -\nabla P$
Напряженность поля между заряженными плоскостями и вблизи поверхности заряженного проводника	$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}$	$E = \frac{4\pi\sigma}{\epsilon}$	Связь между P и поверхностной плотностью связанных зарядов		$\sigma' = P_n$
Потенциал (определение)		$\psi = \frac{W_p}{q}$	Электрическое смещение (электрическая индукция) (определение)	$D = \epsilon_0 E + P$	$D = E + 4\pi P$
Потенциал поля точечного заряда	$\psi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{er}$	$\psi = \frac{q}{er}$	Дивергенция вектора D	$\nabla D = \rho$	$\nabla D = 4\pi\rho$
Работа сил поля над зарядом		$A = q(\psi_1 - \psi_2)$	Теорема Гаусса для D	$\oint D dS = \sum q$	$\oint D dS = 4\pi \sum q$
Связь между E и ψ		$E = -\nabla\psi$	Связь между диэлектрической проницаемостью ϵ и диэлектрической восприимчивостью κ	$\epsilon = 1 + \kappa$	$\epsilon = 1 + 4\pi\kappa$
Связь между ψ и E		$\psi_1 - \psi_2 = \int_1^2 E dl$	Связь между значениями κ в СИ и в гауссовой системе		$\kappa_{СИ} = 4\pi\kappa_{ГС}$
Ротор вектора E для электростатического поля		$[\nabla E] = 0$	Связь между D и E	$D = \epsilon\epsilon_0 E$	$D = \epsilon E$
Циркуляция вектора E для электростатического поля		$\oint E dl = 0$	Связь между D и E в вакууме	$D = \epsilon_0 E$	$D = E$
Электрический момент диполя		$p = ql$	D поля точечного заряда	$D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$	$D = \frac{q}{r^2}$
Механический момент, действующий на диполь в электрическом поле		$N = pE $	Емкость конденсатора (определение)		$C = \frac{q}{U}$
Энергия диполя в электрическом поле		$W = -pE$	Емкость плоского конденсатора	$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$	$C = \frac{\epsilon S}{4\pi d}$
Дипольный момент «унругой» молекулы	$p = \beta\epsilon_0 E$	$p = \beta E$	Энергия системы зарядов		$W = \frac{1}{2} \sum q\varphi$
			Энергия заряженного конденсатора		$W = \frac{CU^2}{2}$

Наименование	СИ	Гауссова система
Плотность энергии электрического поля	$w = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2}$	$w = \frac{\epsilon E^2}{8\pi}$
Сила тока (определение)		$I = \frac{dq}{dt}$
Плотность тока (определение)		$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}$
Уравнение непрерывности		$\nabla j = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$
Напряжение (определение)	$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}$	
Закон Ома		$I = \frac{1}{R} U$
Закон Ома в дифференциальной форме		$j = \frac{1}{\rho} E = \sigma E$
Закон Джоуля — Ленца		$Q = \int_0^t RI^2 dt$
Закон Джоуля — Ленца в дифференциальной форме		$Q_{уд} = \rho j^2$
Сила взаимодействия двух параллельных токов в вакууме (в расчете на единицу длины)	$F = \frac{\mu_0 2I_1 I_2}{4\pi b}$	$F = \frac{1}{c^2} \frac{2I_1 I_2}{b}$
Поле свободно движущегося заряда	$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 q [\mathbf{vr}]}{4\pi r^3}$	$\mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{q [\mathbf{vr}]}{r^3}$
Закон Био — Савара	$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I [d\mathbf{l}, \mathbf{r}]}{4\pi r^3}$	$d\mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{I [d\mathbf{l}, \mathbf{r}]}{r^3}$
Сила Лоренца	$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q[\mathbf{vB}]$	$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c} [\mathbf{vB}]$
Закон Ампера	$d\mathbf{F} = I [d\mathbf{l}, \mathbf{B}]$	$d\mathbf{F} = \frac{1}{c} I [d\mathbf{l}, \mathbf{B}]$
Магнитный момент контура с током	$p_m = IS$	$p_m = \frac{1}{c} IS$

Наименование	СИ	Гауссова система
Механический момент, действующий на магнитный момент в магнитном поле		$\mathbf{N} = [p_m \mathbf{B}]$
«Механическая» энергия магнитного момента в магнитном поле		$W = -p_m \mathbf{B}$
Дивергенция вектора \mathbf{B}		$\nabla \mathbf{B} = 0$
Теорема Гаусса для \mathbf{B}		$\oint \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0$
Намагниченность (определение)		$\mathbf{J} = \frac{\sum p_m}{\Delta V}$
Напряженность магнитного поля (определение)	$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{J}$	$\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi \mathbf{J}$
Связь между \mathbf{J} и \mathbf{H}		$\mathbf{J} = \chi \mathbf{H}$
Связь между магнитной проницаемостью μ и магнитной восприимчивостью χ	$\mu = 1 + \chi$	$\mu = 1 + 4\pi \chi$
Связь между значениями χ в СИ и в гауссовой системе		$\chi_{СИ} = 4\pi \chi_{ГС}$
Связь между \mathbf{B} и \mathbf{H}	$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$	$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$
Связь между \mathbf{B} и \mathbf{H} в вакууме	$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$	$\mathbf{B} = \mathbf{H}$
Ротор вектора \mathbf{H} в случае стационарного поля	$[\nabla \mathbf{H}] = \mathbf{J}$	$[\nabla \mathbf{H}] = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}$
Циркуляция вектора \mathbf{H} в случае стационарного поля	$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \sum I$	$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \frac{4\pi}{c} \sum I$
Напряженность магнитного поля прямого тока	$H = \frac{1}{4\pi} \frac{2I}{b}$	$H = \frac{1}{c} \frac{2I}{b}$
Напряженность магнитного поля в центре кругового тока	$H = \frac{I}{2R}$	$H = \frac{1}{c} \frac{2\pi I}{R}$

Наименование	СИ	Гауссова система
Напряженность поля соленоида	$H = nI$	$H = \frac{4\pi}{c} nI$
Поток магнитной индукции (определение)	$\Phi = \int_S \mathbf{B} dS$	
Работа, совершаемая над контуром с током при перемещении его в магнитном поле	$A = I \Delta\Phi$	$A = \frac{1}{c} I \Delta\Phi$
Потокоцепление, или полный магнитный поток (определение)	$\Psi = \sum \Phi$	
Э.д.с. индукции	$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt}$	$\mathcal{E}_i = -\frac{1}{c} \frac{d\Psi}{dt}$
Индуктивность (определение)	$L = \frac{\Psi}{I}$	$L = c \frac{\Psi}{I}$
Индуктивность соленоида	$L = \mu_0 \mu n^2 l S$	$L = 4\pi \mu n^2 l S$
Э.д.с. самоиндукции (в отсутствие ферромагнетиков)	$\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}$	$\mathcal{E}_s = -\frac{1}{c^2} L \frac{dI}{dt}$
Энергия магнитного поля тока	$W = \frac{LI^2}{2}$	$W = \frac{1}{c^2} \frac{LI^2}{2}$
Плотность энергии магнитного поля	$w = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}$	$w = \frac{\mu H^2}{8\pi}$
Энергия связанных контуров с током	$W = \frac{1}{2} \sum L_{ik} I_i I_k$	$W = \frac{1}{2c^2} \sum L_{ik} I_i I_k$
Плотность тока смещения	$i_{cm} = \dot{\mathbf{D}}$	$i_{cm} = \frac{1}{4\pi} \dot{\mathbf{D}}$
Уравнения Максвелла в дифференциальной форме	$ \nabla \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ $\nabla \mathbf{B} = 0$ $ \nabla \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ $\nabla \mathbf{D} = \rho$	$ \nabla \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ $\nabla \mathbf{B} = 0$ $ \nabla \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ $\nabla \mathbf{D} = 4\pi \rho$

Наименование	СИ	Гауссова система
Уравнения Максвелла в интегральной форме	$\oint_{\Gamma} \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} dS$ $\oint_S \mathbf{B} dS = 0$ $\oint_{\Gamma} \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{j} dS + \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} dS$ $\oint_S \mathbf{D} dS = \int_V \rho dV$	$\oint_{\Gamma} \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\frac{1}{c} \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} dS$ $\oint_S \mathbf{B} dS = 0$ $\oint_{\Gamma} \mathbf{H} d\mathbf{l} = \frac{4\pi}{c} \int_S \mathbf{j} dS + \frac{1}{c} \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} dS$ $\oint_S \mathbf{D} dS = 4\pi \int_V \rho dV$
Скорость электромагнитных волн	$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$	
Соотношение между амплитудами векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} в электромагнитной волне	$E_m \sqrt{\epsilon_0 \epsilon} = H_m \sqrt{\mu_0 \mu}$	$E_m \sqrt{\epsilon} = H_m \sqrt{\mu}$
Вектор Пойтинга	$\mathbf{S} = [\mathbf{E}\mathbf{H}]$	$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}\mathbf{H}]$
Плотность импульса электромагнитного поля	$\mathbf{K} = \frac{1}{c^2} [\mathbf{E}\mathbf{H}]$	$\mathbf{K} = \frac{1}{4\pi c} [\mathbf{E}\mathbf{H}]$