УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ОПОРНЫЙ ВУЗ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Электростатика. Электрическое поле в вакууме. Закон Кулона. Напряженность и потенциал электрического поля.

Лекция 6

Ст. преп., к. ф.-м. н. Бачурина Ольга Владимировна

Фундаментальные взаимодействия

- В основе всех физических явлений лежит взаимодействие между углами или частицами, участвующими в этих явлениях.
- В механике рассматривались силы тяготения, упругости, трения. Из них лишь закон тяготения является фундаментальным – он справедлив во всех случаях, независимо от строения тел и условий, где они находятся.
- Законы для сил трения и упругости не являются фундаментальными. В формулы, отражающие эти законы, входят **опытные коэффициенты**, и сами формулы применимы не всегда.
- Трение и упругость проявляются как усреднение большого числа взаимодействий между атомами и молекулами. Такое взаимодействие не имеет гравитационной природы, т.к. тела сопротивляются не только растяжению, но и сжатию – между частицами тела может возникать не только притяжение, но и отталкивание, а это есть проявление нового типа взаимодействия – электромагнитного.
- Электромагнитное взаимодействие – фундаментальное взаимодействие, в котором участвуют частицы, имеющие электрический заряд.
- Это взаимодействие обуславливает существование атомов молекул, является причиной действия сил между атомами и молекулами газов, жидкости и твердых тел.
- По силе электромагнитное взаимодействие значительно превосходит гравитационное.

1. Электрический за

- **Электромагнитное взаимодействие** – фундаментальное взаимодействие, в котором участвуют частицы, имеющие электрический заряд. Взаимодействие обуславливает существование атомов молекул, является причиной действия сил между атомами и молекулами газов, жидкостями и твердыми телами.
- **Электрический заряд** (q, Q) - физическая величина, выражающая свойство частиц вступать в электромагнитное взаимодействие.
- Обозначение $[q] = [Q] = Кл$

Вокруг любого заряженного тела существует электрическое поле

- Типы зарядов: 1) положительный
- 2) отрицательный.
- **Одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются.**

- В природе существует наименьший возможный заряд – элементарный заряд (e). Носители этих зарядов - элементарные частицы: **электроны (-e) и протоны (+e)**. Заряд других частиц может быть только кратным элементарному: **q = ne, где n = ±1, ±2, … .**

1. Электрический за

- Величина элементарного заряда равна в СИ: $\left|\bar{e}\right| = \left|p\right| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл$

$$m_{\bar{e}} = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ кг \qquad m_p = 1836 \cdot m_{\bar{e}} = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ кг$$

Положительно заряженное тело: $Ne < Np$

Отрицательно заряженное тело: $Ne > Np$

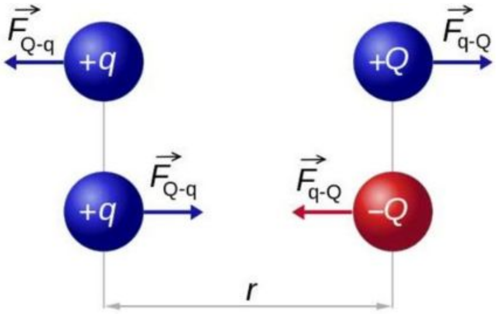
Тело **<u>не</u>** заряжено: $Ne = Np$

Возникновение зарядовых систем обусловлено не рождением, а разделением эл. зарядов.

- Тела, не участвующие в электрическом взаимодействии, называются **ней-тральными**. У таких тел число положительных зарядов равно числу отрицательных. $(Ne = Np)$
- **Алгебраическая сумма электрических зарядов в изолированной системе есть величина постоянная. Это есть фундаментальный закон сохранения электрического заряда.**

$$\sum_{i=1}^{n} q_i = const$$

1.2 Закон Кулона



- **Справедлив для точечных зарядов**
- *Точечный заряд – заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстояниями от него до других заряженных тел*
- **Сила взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов пропорциональна величинам этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:**

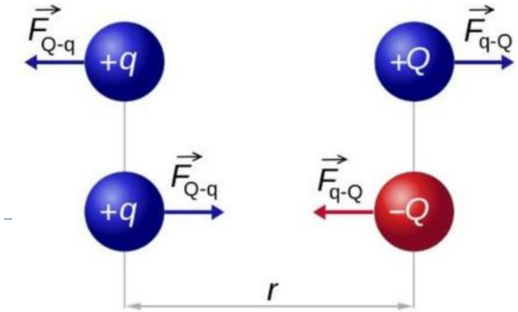
$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

- СИ: [F]=1 Н, [q]= 1 Кл, [r] =1 м

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{Н \cdot м^2}{Кл^2} \qquad \varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ Ф/м$$

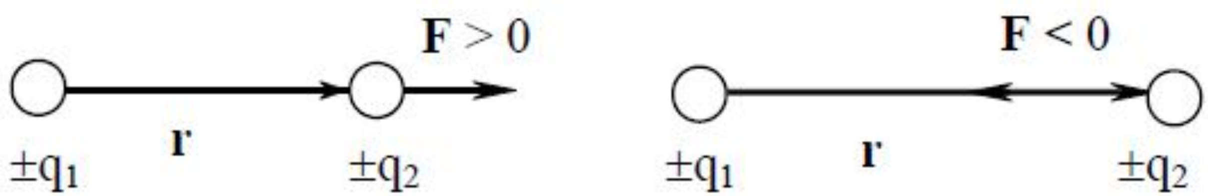
- в СИ коэффициент ε_0 — электрическая постоянная

1.2 Закон Кулона



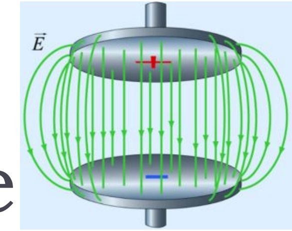
Из опытов было также установлено, что сила взаимодействия направлена по прямой, соединяющей заряды. **В векторном виде** закон записывается так:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^3}\vec{r}$$



- где **r** – вектор, проведенный от q1 и q2,
- **F –** сила, действующая на q2.
- Закон Кулона автоматически учитывает и знак заряда

1.3 Электрическое поле



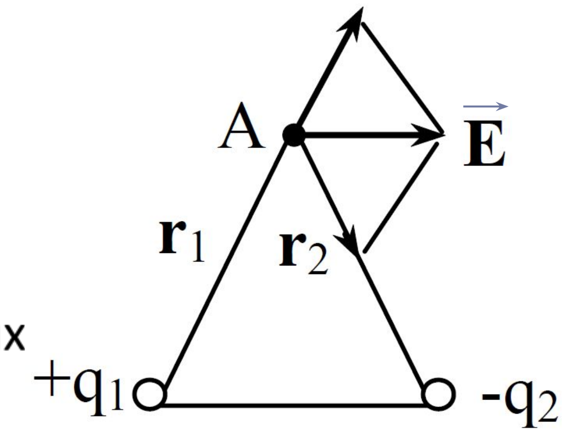
- Пространство, окружающее электрический заряд Q, обладает особыми свойствами: на внесенный в это пространство другой заряд q действует электрическая сила, величина и направление которой определяются законом Кулона.
- Если в каждой точке пространства заданы силы, действующие на материальную точку, то говорят, что задано силовое поле. В рассматриваемом случае заряд Q создает в окружающем пространстве поле электрических сил или <u>электрическое поле</u>
- каждой точке электрическое поле характеризуется <u>напряженностью</u> поля, являющейся его **силовой характеристикой**
- **Напряженностью** электрического поля в данной точке называют вектор $\vec{E}$, равный силе действующей на единичный положительный заряд q в данной точке: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ $[E] = \frac{В}{м}$
- Вектор напряженности совпадает по направлению с силой, действующей на «+» заряд
- С учетом закона Кулона напряженность поля точечного заряда Q на расстоянии r от него, равна

$$E = k\frac{Q}{r^2} \qquad \vec{F} = q\vec{E}$$

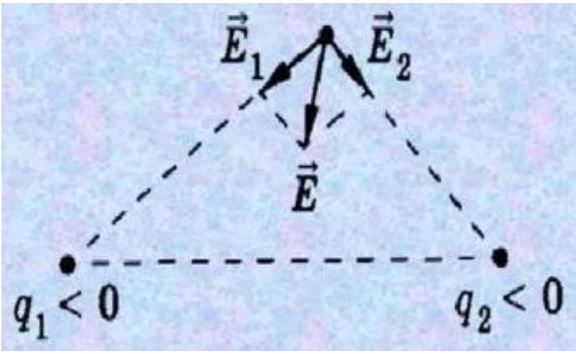
1. 4 Принцип суперпозиции электрических полей

- **Если напряженность $\vec{E}$ в каждой точке поля постоянна, то поле называют однородным,** в противном случае – неоднородным. Если электрическое поле создано системой точечных зарядов Q1, Q2, ..., то каждый из них создает поле E1, E2, ..., а результирующее поле при этом равно

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \ldots = \sum_{i} \mathbf{E}_i$$



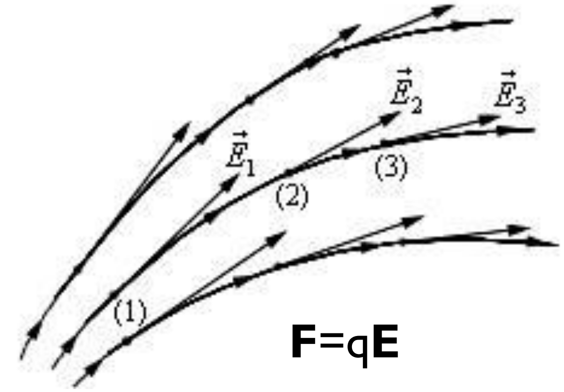
- Сложение напряженностей электрических полей по правилу векторного сложения выражает принцип суперпозиции электрических полей. Согласно этому принципу, например, напряженность поля двух точечных зарядов в точке А изображается вектором Е
- СИ: [E]=1Н/Кл (В/м)



Тогда результирующая напряженность эл. поля:

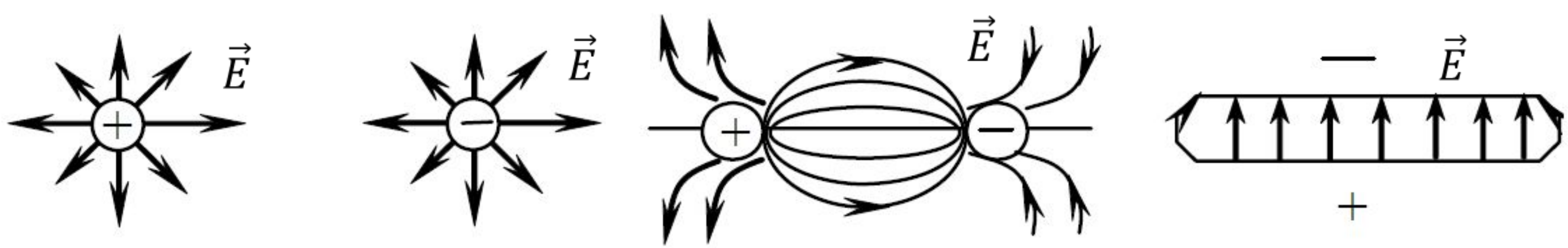
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

1.5 Силовые л



F=q**E**

- Для наглядного описания электрического поля
- используют <u>силовые линии </u>(линии напряженности).
- Силовая линия -линия, направление касательной в каждой точке которой совпадает с направлением **E**
- Они начинаются на «+» зарядах, заканчиваются на «-» зарядах. Линии не пересекаются, не замкнуты.
- Условились так проводить силовые линии, чтобы их густота – число линий, пронизывающих единицу поверхности площадки, перпендикулярной линиям, была численно равна значению **E** в данной области пространства.
- Силовые линии начинаются и заканчиваются на электрических зарядах либо уходят в бесконечность



Силовые линии электрического диполя

1.6 Распределение зарядов

Если заряд непрерывно распределен внутри макроскопического тела, его пространственное распределение описывают плотности:

Линейная плотность заряда (однородное распределение заряда):

$$\tau = \frac{dq}{dl} = \frac{q}{l} \qquad [\tau] = Кл/м$$

Поверхностная плотность заряда:

$$\sigma = \frac{dq}{dS} = \frac{q}{S} \qquad [\sigma] = Кл/м^2$$

Объемная плотность заряда:

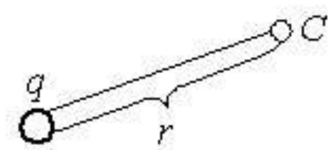
$$\rho = \frac{dq}{dV} = \frac{q}{V} \qquad [\rho] = Кл/м^3$$

суммируются заряды всех частиц на отрезке dl, на площадке dS и в обьеме dV.

1.6 Примеры

- Значение напряженности электрического поля Е, созданного *точечным зарядом q*, на расстоянии *r* от заряда в точке С равно

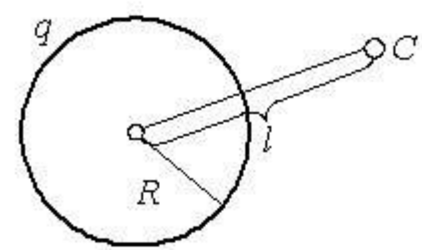
$$E = \frac{k|q|}{r^2}$$



- *сферой радиуса R* с зарядом *q*, на расстоянии *l* от центра сферы в точке *C* равно

$E = k\frac{|q|}{l^2}$, если $l \geq R$;

$E = 0$, если $l < R$ *(внутри)*.

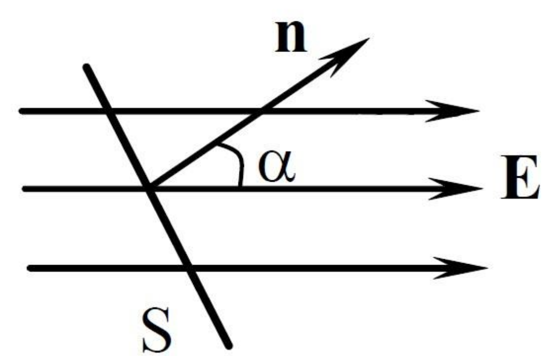


- *заряженной бесконечной пластиной* с поверхностной плотностью заряда σ, равно

$E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}$, где $\sigma = \frac{q}{S}$, q – заряд плоскости, S – площадь плоскости.

1.7. Поток вектора напряженности

- Напряженность электрического поля пропорциональна заряду, который его создает.
- Чтобы установить эту закономерность, вводят понятие <u>потока вектора напряженности</u> Φ_E

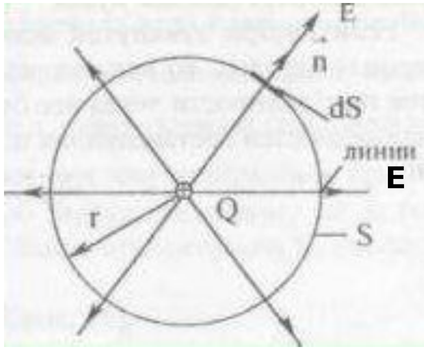


- Потоком вектора напряженности Ф через площадь S называют полное число силовых линий, пронизывающих данную площадь перпендикулярно ей(силовая характеристика).
- Если поле однородно, а поверхность плоская, то поток равен $\Phi = E\,S\cos\alpha = E_n S$
- Где **En**– проекция E на нормаль **n** к поверхности. В общем случае

$$\Phi = \int_S E_n dS$$

Если вектора **E** и **n** образуют острый угол, поток положительный.

1.8 Теорема Гаусса



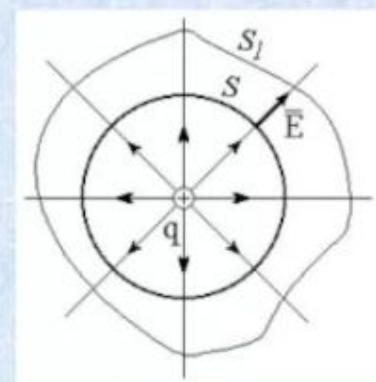
- Основное соотношение между источником и полем можно выразить с помощью потока вектора напряженности через замкнутую поверхность, охватывающую данный заряд. Этот поток является мерой полного воздействия заряда на пространство, окружающее его.

Определим поток вектора напряженности поля одного точечного заряда *q* через сферическую поверхность радиуса *R*:

$$\Phi = \oint_S E\, dS \cos\alpha$$

Для любой точки на поверхности сферы

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon R^2}$$



Если заряд q находится в центре сферы, то для любой элементарной площадки dS этой поверхности угол $\alpha = 0$, то есть $\cos\alpha = 1$. Для вакуума $\varepsilon = 1$, поэтому

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o R^2}\oint_S dS = \frac{q\cdot 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon_o R^2} = \frac{q}{\varepsilon_o}$$

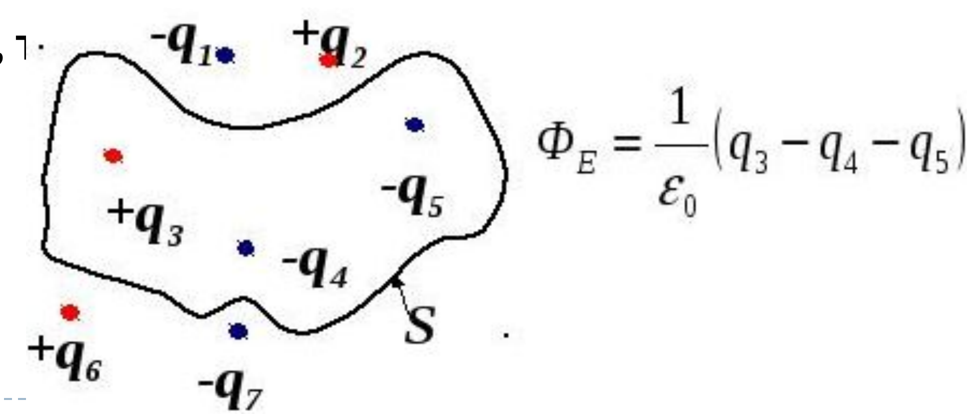
Полученный результат справедлив также для случая, когда заряд находится внутри любой замкнутой поверхности.

1.8 Теорема Гаусса

- Этот результат обобщается на произвольную замкнутую поверхность, охватывающую заряд Q: поток вектора напряженности электрического поля через любую замкнутую поверхность, охватывающую заряд Q, не зависит от формы поверхности и равен Q/ε0.
- Для системы зарядов в силу принципа суперпозиции:

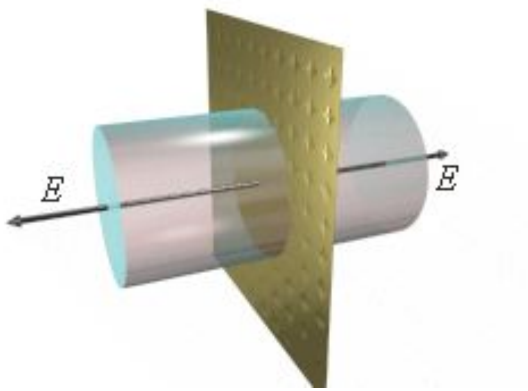
$$\Phi = \frac{Q_1}{\varepsilon_0} + \frac{Q_2}{\varepsilon_0} + \ldots = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum Q_i$$

- **Теорема Гаусса: полный поток вектора напряженности электрического поля, выходящий из замкнутой поверхности, пропорционален алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью**
- Если внутри поверхности зарядов нет, т силовых линий через нее равен нулю.
- Теорема Гаусса позволяет вычислять напряженности полей, создаваемые заряженными телами простой формы



1.8 Применение теоремы Гаусса

- **Применяется для расчета электрических полей в задачах со специальной симметрией.**
- 1. Напряженность электрического поля бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда σ:



$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

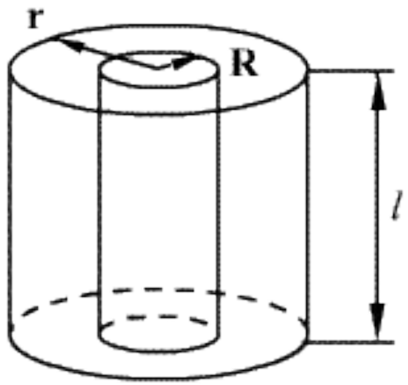
Поле однородно (в каждой точке поля E=const)

- 2. Напряженность поля двух бесконечных равномерно заряженных разноименными зарядами параллельных плоскостей: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ напряженности полей обеих плоскостей между плоскостями направлены в одну сторону, следовательно, их геометрическая сумма является их арифметической суммой в вакууме:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

1.8 Применение теоремы Гаусса

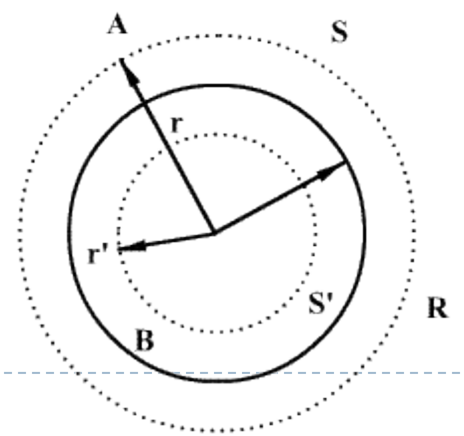
- **3.** Напряженность электрического поля цилиндра (нити) радиусом R, равномерно заряженного с линейной плотностью τ.

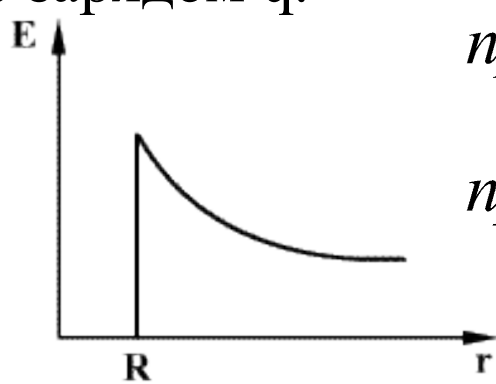


$$при\ r < R \qquad E = 0$$

$$при\ r \geq R \qquad E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r}$$

- 4. Напряженность электрического поля равномерно заряженной сферы радиусом R с зарядом q.



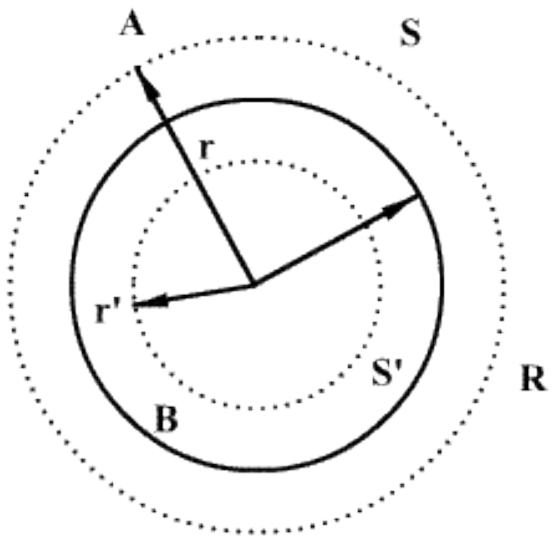


$$при\ r < R \qquad E = 0$$

$$при\ r \geq R \qquad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

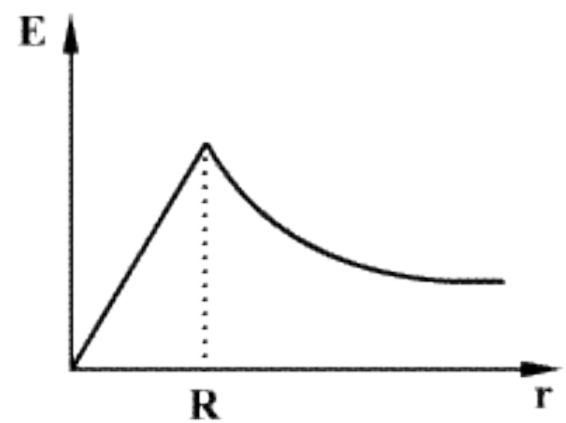
1.8 Применение теоремы Гаусса

5.Напряженность электрического поля равномерно заряженного по объему шара радиусом R с зарядом q.

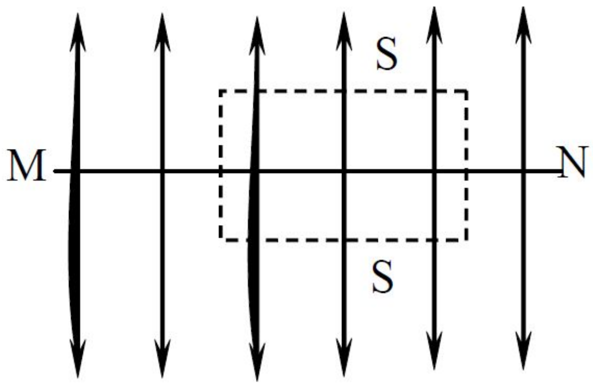


$$\text{при } r < R \qquad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{qr}{R^3}$$

$$\text{при } r \geq R \qquad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$



1.7 Вычисление напряженности поля бесконечно заряженной плоскости .



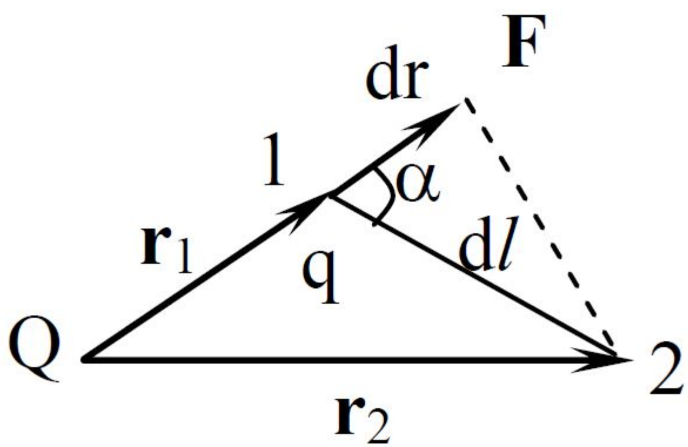
- напряженность поля бесконечно заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда $\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta S}$
- Из соображений симметрии ясно, что вектор напряженности поля **E** должен быть направлен перпендикулярно плоскости

- Пусть плоскость пересечена поверхностью прямого параллелепипеда с площадью основания S. Напряженность поля будет перпендикулярна к основаниям и параллельна остальным граням.
- Поток через основания в силу теоремы: $2ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$, откуда напряженность поля заряжен $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ скост.

- Для пространства между двумя разноименно заряженными параллельны-ми плоскостями, согласно принципу суперпозиции:

$$E = E_1 + E_2 = 2 \cdot \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

2.1 Работа сил электрического поля



Найдем работу, совершаемую электрическими силами поля заряда Q при перемещении заряда q

Найдем работу, совершаемую электрическими силами поля заряда Q при перемещении заряда q

$$dA = F dl \cos\alpha = E q\, dl \cos\alpha$$

- Т.к. q перемещается в поле точечного заряда Q, а $dl \cos\alpha = dr$, то

$$\Delta A = q\int_{r_1}^{r_2} E dl \cos\alpha = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

- Работа А не зависит от пути перемещения заряда q, а зависит лишь от начальной и конечной точек перемещения.
- **Работа по перемещению заряда q по замкнутому контуру равна нулю. Силовые поля, для которых выполняется указанное свойство, называют <u>потенциальными</u>.**

2.2. Потенциал электрического поля

- **Тело, находящееся в потенциальном поле, обладает потенциальной энергией. При этом работа, связанная с перемещением тела, равна убыли потенциальной энергии:** $\Delta A = W_{P1} - W_{P2}$
- Сопоставляя это выражение с работой сил электрического поля можно найти выражение для потенциальной энергии точечного заряда q в поле точечного заряда Q: $W_P = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 r}$
- Поле заряда Q можно охарактеризовать величиной: $\varphi = \frac{W_P}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ которая численно равна потенциальной энергии единичного положительного заряда, помещенного в данную точку

- **<u>Потенциал</u> электрического поля - скалярная величина, являющаяся энергетической характеристикой электрического поля**
- Если поле задано системой точечных зарядов Q_1, Q_2, ..., то потенциал поля является алгебраической суммой потенциалов полей, созданных отдельными зарядами:

$$\varphi = \sum \varphi_i = \sum \frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

СИ:[φ]= 1В=1Дж/Кл

- Где r_i– расстояние от i-го заряда до данной точки

2.3 Связь потенциала с напряженностью поля

- Работа по перемещению заряда q из точки 1 в точку 2 равна

$$A_{1,2} = q\left(\varphi_1 - \varphi_2\right)$$

- Для элементарной работы можно написать dA=-qdφ или $dA = F_l dl = qE_l dl$
- Следовательно: $E_l = -\dfrac{d\varphi}{dl}$, где l – произвольное направление в пространстве.
- $E_x = -\dfrac{d\varphi}{dx}, \quad E_y = -\dfrac{d\varphi}{dy}, \quad E_z = -\dfrac{d\varphi}{dz}$
- Из эт

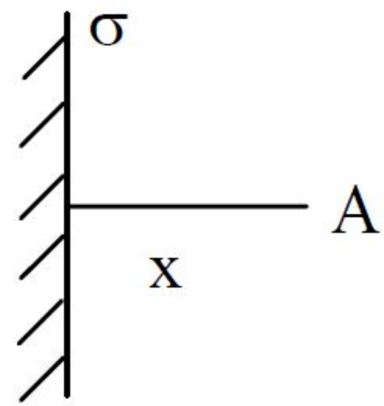
$$\mathbf{E} = E_x\mathbf{i} + E_y\mathbf{j} + E_z\mathbf{k} = -\left(\mathbf{i}\frac{d\varphi}{dx} + \mathbf{j}\frac{d\varphi}{dy} + \mathbf{k}\frac{d\varphi}{dz}\right) = -\mathrm{grad}\,\varphi = -\overline{\nabla}\varphi$$

- **Напряженность поля равна градиенту потенциала со знаком минус.**
- **Формулы позволяют находить потенциал поля, созданного заряженным телом.**

2.4 Связь потенциала с напряженностью поля

- Вычислим потенциал поля, созданного равномерно заряженной бесконечной плоскостью:
- Напряженность поля в точке А по формуле

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



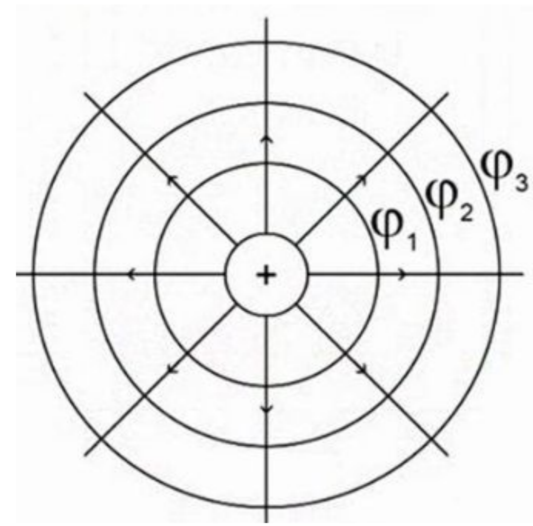
- Из формулы $E_l = -\frac{d\varphi}{dl}$ находим:

$$E(x) = -\frac{d\varphi(x)}{dx} \Rightarrow -d\varphi = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}dx$$

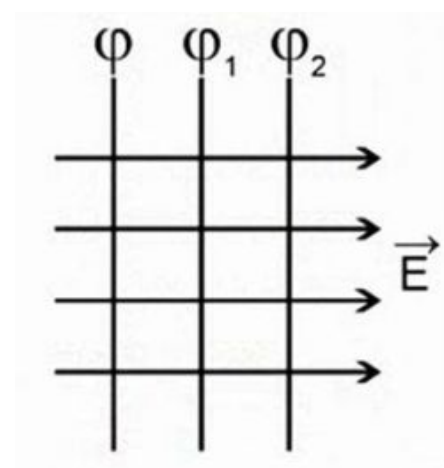
- откуда $\varphi = \varphi_0 - \frac{\sigma_x}{2\varepsilon_0}$, где φ_0 – потенциал заряженной плоскости.
-

2.5 Эквипотенциальные поверхности

- Эквипотенциальная поверхность - геометрическое место точек с равным потенциалом, которые определяются уравнением $\phi(x, y, z) = \text{const}$.



- Пересечение этих поверхностей плоскостью чертежа дает эквипотенциальные линии. Они всегда перпендикулярны силовым линиям, т.к. для линии $\phi = \text{const}$ работа перемещения заряда равна нулю: $dA = qd\varphi = 0 = Edl\cos\alpha = 0$
откуда
$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$



- По густоте эквипотенциальных линий можно судить о напряженности поля.