



# ЕГЭ-2018

**Решение задач части 2  
с развернутым ответом**  
с использованием пособия  
«Я сдам ЕГЭ. Физика»

**В.А.Грибов**

*Федеральная комиссия разработчиков ЕГЭ по физике, ФИПИ,  
Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва*

1.4.8. **Закон изменения и сохранения механической энергии.** В ИСО изменение кинетической энергии  $\Delta E_{\text{кин}}$  системы материальных точек равно работе  $A$  всех сил, приложенных ко всем телам системы:  $\Delta E_{\text{кин}} = A$ . Каждую силу из числа действующих на тела системы, относим либо к потенциальным, либо к непотенциальным. Тогда

$$A = A_{\text{всех потенц. сил}} + A_{\text{всех непотенц. сил}}$$

Работу потенциальных сил представим через изменение потенциальной энергии системы материальных точек:

$$A_{\text{всех потенц. сил}} = -\Delta E_{\text{потенц.}}$$

Учтём, что механическая энергия системы тел  $E_{\text{мех}} = E_{\text{кин}} + E_{\text{потенц}}$ . Тогда

$$\Delta E_{\text{мех}} = \Delta E_{\text{кин}} + \Delta E_{\text{потенц}} = A - A_{\text{всех потенц. сил}} = A_{\text{всех непотенц. сил}}$$

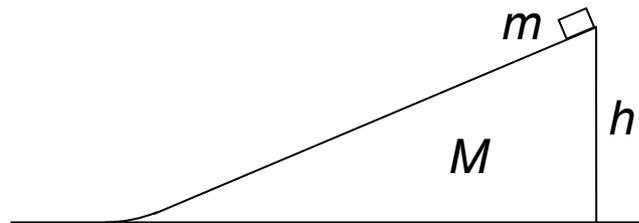
Таким образом, в ИСО для системы материальных точек (системы тел) изменение механической энергии равно работе всех непотенциальных сил, как внутренних, так и внешних:

$$\text{в ИСО } \Delta E_{\text{мех}} = A_{\text{всех непотенц. сил}}$$

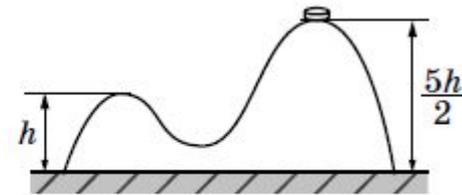
Поэтому в ИСО механическая энергия системы материальных точек (системы тел) сохраняется, если работа всех непотенциальных сил, как внутренних, так и внешних, равна нулю:

$$\text{в ИСО } \Delta E_{\text{мех}} = 0, \text{ если } A_{\text{всех непотенц. сил}} = 0$$

На гладкой горизонтальной поверхности стола покоится клин массой  $M$ . На клин на высоте  $h$  положили маленькую шайбу массой  $m$  и отпустили из состояния покоя. Трение между клином и шайбой отсутствует. Найдите скорость шайбы после того, как она съедет с клина.



На гладкой горизонтальной поверхности стола постоит горка с двумя вершинами, высоты которых  $h$  и  $\frac{5}{2}h$  (см. рисунок). На правой вершине горки находится шайба. От незначительного толчка шайба и горка приходят в движение, причём шайба движется влево, не отрываясь от гладкой поверхности горки, а поступательно движущаяся горка не отрывается от стола. Скорость шайбы на левой вершине горки оказалась равной  $v$ . Найдите отношение масс шайбы и горки.



**Образец возможного решения:**

На систему тел «шайба + горка» действуют внешние силы (тяжести и реакции стола), направленные по вертикали, поэтому проекция импульса системы на горизонтальную ось  $Ox$  системы отсчёта, связанной со столом, сохраняется.

В начальный момент  $p_x(0) = 0$ , а в момент  $t_1$   $p_x(1) = Mu - mv$ . Из закона сохранения импульса  $p_x(0) = p_x(1)$  получим:  $Mu - mv = 0$ , где  $m$  — масса шайбы,  $M$  — масса горки.

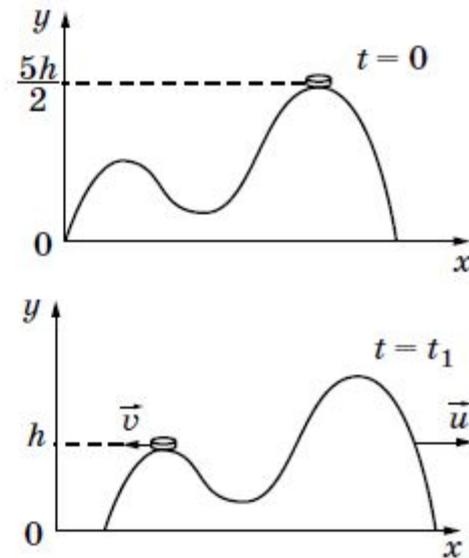
Работа сил тяжести определяется изменением потенциальной энергии, а суммарная работа сил реакции равна нулю, так как поверхности гладкие.

Следовательно, полная механическая энергия системы тел, равная сумме кинетической и потенциальной, сохраняется. Так как потенциальная энергия горки не изменилась, получаем уравнение

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} + mgh = \frac{5}{2}mgh.$$

Решение системы даёт отношение масс  $\frac{m}{M} = \frac{3gh}{v^2} - 1$ .

Ответ:  $\frac{m}{M} = \frac{3gh}{v^2} - 1$ .



Снаряд массой  $2m$  разрывается в полёте на две равные части, одна из которых продолжает движение по направлению движения снаряда, а другая — в противоположную сторону. В момент разрыва суммарная кинетическая энергия осколков увеличивается за счёт энергии взрыва на величину  $\Delta E$ . Модуль скорости осколка, движущегося по направлению движения снаряда, равен  $v_1$ , а модуль скорости второго осколка равен  $v_2$ . Найдите  $\Delta E$ .

**Образец возможного решения:**

Введём обозначение:  $v_0$  — модуль скорости снаряда до разрыва.

Система уравнений для решения задачи:

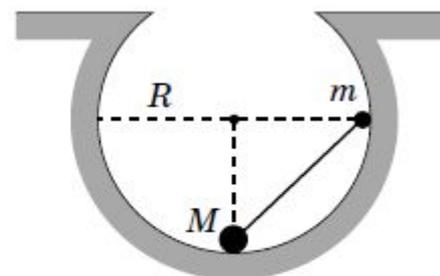
$$\begin{cases} 2mv_0 = mv_1 - mv_2; \\ mv_0^2 + \Delta E = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}. \end{cases}$$

Выразим  $v_0$  из первого уравнения:  $v_0 = \frac{v_1 - v_2}{2}$  — и подставим во второе уравнение.

Получим:  $\frac{4\Delta E}{m} = (v_1 + v_2)^2$ . Отсюда следует:  $\Delta E = \frac{m}{4}(v_1 + v_2)^2$ .

**Ответ:**  $\Delta E = \frac{m}{4}(v_1 + v_2)^2$ .

Небольшие шарики, массы которых  $m = 30$  г и  $M = 60$  г, соединены лёгким стержнем и помещены в гладкую сферическую выемку. В начальный момент шарики удерживаются в положении, изображённом на рисунке. Когда их отпустили без толчка, шарики стали скользить по поверхности выемки. Максимальная высота подъёма шарика массой  $M$  относительно нижней точки выемки оказалась равной 12 см. Каков радиус выемки  $R$ ?



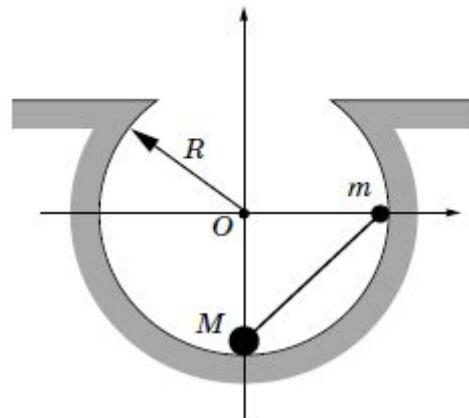
**Образец возможного решения:**

Полная механическая энергия системы, равная сумме кинетической и потенциальной энергии, сохраняется, так как выемка гладкая и работа сил реакции стенок, в любой момент времени перпендикулярных скоростям шариков, равна нулю:

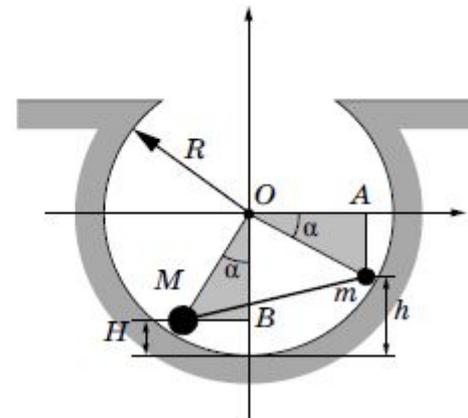
$$E = E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}} = \text{const.}$$

В начальный момент и момент подъёма на максимальную высоту  $H$  кинетическая энергия системы равна нулю, поэтому её потенциальная энергия в эти моменты времени одинакова:

$$E_{\text{пот}}^{\text{нач}} = E_{\text{пот}}^{\text{конечн}}.$$



*Рис. 1*



*Рис. 2*

Начальное положение системы изображено на рис. 1, а конечное — на рис. 2.

Если отсчитывать потенциальную энергию от нижней точки выемки, то начальная потенциальная энергия системы  $E_{\text{пот}}^{\text{нач}} = mgR$ , а её конечная потенциальная энергия  $E_{\text{пот}}^{\text{конечн}} = mgh + MgH$ . Закон сохранения энергии приводит к уравнению

$$mgR = mgh + MgH,$$

из которого следует, что  $(R - h) = \frac{M}{m}H$ .

При движении гантели по поверхности выемки **высота** подъёма большого и малого грузов связаны. Заметим, что в прямоугольных треугольниках  $OmA$  и  $OMB$   $MB = mA = R - h$ ,  $OA = OB = R - H$ ,  $OM = Om = R$ , и воспользуемся теоремой Пифагора:  $(R - h)^2 = R^2 - (OA)^2 = R^2 - (R - H)^2$ .

Отсюда следует:  $(R - h)^2 = H(2R - H)$ .

Подставим сюда выражение  $(R - h) = \frac{M}{m}H$ , полученное из закона сохранения энергии, и получим:  $\left(\frac{M}{m}\right)^2 H = 2R - H$ ;  $R = \frac{H}{2} \left[1 + \left(\frac{M}{m}\right)^2\right]$ .

Подставляя сюда значения физических величин, получим:  $R = 6(1 + 4) = 30$  см.

Ответ:  $R = 30$  см.

**Теорема.** Если сумма сил равна нулю, то сумма их моментов относительно двух параллельных друг другу осей одна и та же.

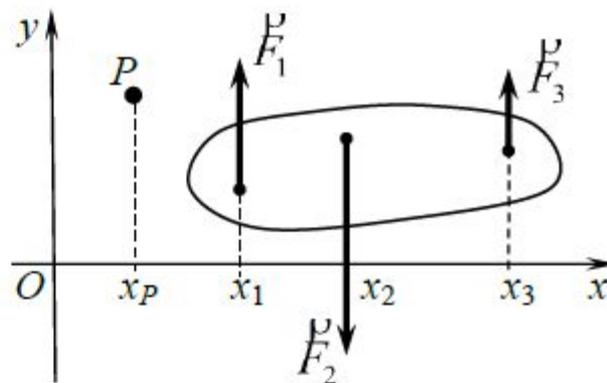
В случае сил произвольного направления каждую силу можно представить в виде суммы составляющих, каждая из которых параллельна одной из координатных осей. Поэтому рассмотрим случай трех параллельных сил.

Пусть на тело действуют силы  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  и  $\vec{F}_3$ , параллельные оси  $Oy$ , причем  $F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 0$ . Через точку  $P$  проведем ось перпендикулярно плоскости рисунка. Сумма моментов сил  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  и  $\vec{F}_3$  относительно этой оси

$$\begin{aligned} M_P &= F_1(x_1 - x_P) - F_2(x_2 - x_P) + F_3(x_3 - x_P) = \\ &= F_{1y}(x_1 - x_P) + F_{2y}(x_2 - x_P) + F_{3y}(x_3 - x_P) = \\ &= F_{1y}x_1 + F_{2y}x_2 + F_{3y}x_3 - x_P(F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}) = \\ &= F_{1y}x_1 + F_{2y}x_2 + F_{3y}x_3 = M_O. \end{aligned}$$

Таким образом, сумма моментов сил  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  и  $\vec{F}_3$  относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости  $xOy$  через точку  $P$ , равна сумме их моментов относительно параллельной оси, проходящей через начало координат, то есть не зависит от выбора точки  $P$ . Теорема доказана.

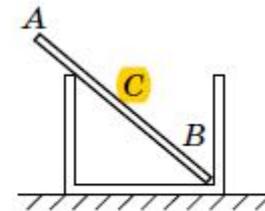
Мы получили право применять правило моментов не относительно реальной оси вращения (часто очевидно только её направление, но не положение), а относительно любой параллельной ей оси. Но всё это возможно, только если сумма приложенных к телу сил равна нулю.



Пример задачи, где эта теорема работает.

Вопрос 1 (здесь эта теорема не нужна).

Однородный массивный стержень  $AB$  покоится, упираясь в стык дна и стенки банки концом  $B$  и опираясь на край банки в точке  $C$  (см. рисунок). Модуль силы, с которой стержень давит на стенку сосуда в точке  $C$ , равен  $0,5$  Н. Вертикальная составляющая силы, с которой стержень давит на сосуд в точке  $B$ , равна по модулю  $0,6$  Н, а её горизонтальная составляющая равна по модулю  $0,3$  Н. Чему равна сила тяжести, действующая на стержень? Трением пренебречь.



Вопрос 2 (здесь эта теорема очень помогает).  
Какая доля стержня находится внутри сосуда?

Насыщенные и ненасыщенные водяные пары.  
Относительная влажность.

Давление влажного воздуха в сосуде под поршнем при температуре  $t = 100^\circ\text{C}$  равно  $p_1 = 1,8 \cdot 10^5$  Па. Объём под поршнем изотермически уменьшили в  $k = 4$  раза. При этом давление в сосуде увеличилось в  $n = 3$  раза. Найдите относительную влажность  $\varphi$  воздуха в первоначальном состоянии. Утечкой вещества из сосуда пренебречь.

Водяной пар и сухой воздух описываем моделью идеального газа.

В термодинамике модель одноатомного идеального газа

выглядит так: 
$$\begin{cases} pV = \nu RT \\ U = \frac{3}{2} \nu RT \end{cases}$$

Модель идеального газа в МКТ:

частицы газа не взаимодействуют друг с другом.

В данной задаче достаточно использовать закон Дальтона и знать, что при  $t = 100^\circ\text{C}$  давление насыщенного водяного пара равно  $10^5$  Па.

1. При  $t = 100^\circ\text{C}$  давление насыщенного водяного пара равно нормальному атмосферному давлению:  $p_0 = 10^5$  Па.

2. При изотермическом сжатии произведение  $pV$  для влажного воздуха под поршнем уменьшилось, так как  $n < k$ . Значит, количество вещества влажного воздуха в сосуде уменьшилось за счёт конденсации части водяного пара в воду. При этом водяной пар стал насыщенным.

3. Пусть  $p_2$  – давление влажного воздуха в сосуде в конечном состоянии,  $p_{1\text{сух}}$  – давление сухого воздуха в сосуде в начальном состоянии.

Пользуясь законом Дальтона, запишем выражения для давления влажного воздуха в сосуде в начальном и конечном состояниях:

$$\begin{cases} p_{2\text{сух}} = p_1 - \varphi p_0 + \varphi p_2, \\ p_{2\text{сух}} = np_{10} = kp_1 + p_0. \end{cases}$$

4. Исключая из этих уравнений величину  $p_{1\text{сух}}$ , получим уравнение

$$np_1 = k(p_1 - \varphi p_0) + p_0$$

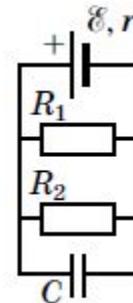
откуда:

$$\varphi = \frac{(k-n)p_1 + p_0}{kp_0} = \frac{(4-3) \cdot 1,8 \cdot 10^5 + 10^5}{4 \cdot 10^5} = \frac{2,8}{4} = 0,7$$

Ответ:  $\varphi = 70\%$

## Конденсатор в цепи постоянного тока

Источник постоянного тока с внутренним сопротивлением  $r = 0,4$  Ом подсоединён к параллельно соединённым резисторам  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 2$  Ом и конденсатору ёмкости  $C = 5$  мкФ. Определите ЭДС источника  $\mathcal{E}$ , если энергия электрического поля конденсатора  $W = 10$  мкДж.



**Образец возможного решения:**

1. Конденсатор заряжен, поэтому ток через него не течёт. Согласно закону Ома для замкнутой цепи через источник течёт ток  $I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_0}$ , где  $R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  — сопротивление внешней цепи (параллельно соединённых резисторов  $R_1$  и  $R_2$ ).

2. Так как конденсатор подключён параллельно резисторам  $R_1$  и  $R_2$ , то напряжение на конденсаторе

$$U = IR_0 = \frac{\mathcal{E}R_0}{r + R_0} = \frac{\mathcal{E}R_1 R_2}{r(R_1 + R_2) + R_1 R_2}.$$

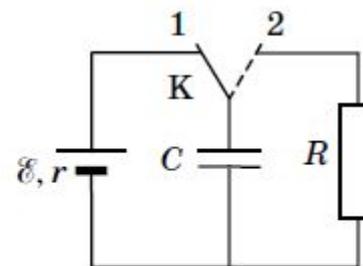
3. Определим энергию электрического поля конденсатора:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{C}{2} \left( \frac{\mathcal{E}R_1 R_2}{r(R_1 + R_2) + R_1 R_2} \right)^2, \text{ откуда найдём ЭДС источника:}$$

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{2W}{C}} \cdot \frac{r(R_1 + R_2) + R_1 R_2}{R_1 R_2} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10^{-6}}} \cdot \frac{0,4 \cdot 12 + 20}{20} = 2,48 \text{ В.}$$

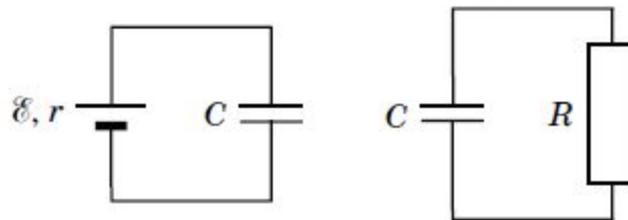
**Ответ:**  $\mathcal{E} = 2,48 \text{ В.}$

В схеме, показанной на рисунке, ключ  $K$  долгое время находился в положении 1. В момент  $t_0 = 0$  ключ перевели в положение 2. К моменту  $t > 0$  на резисторе  $R$  выделилось количество теплоты  $Q = 25$  мкДж. Сила тока в цепи в этот момент равна  $I = 0,1$  мА. Чему равно сопротивление резистора  $R$ ? ЭДС батареи  $\mathcal{E} = 15$  В, её внутреннее сопротивление  $r = 30$  Ом, ёмкость конденсатора  $C = 0,4$  мкФ. Потерями на электромагнитное излучение пренебречь.



**Образец возможного решения:**

1. К моменту  $t_0 = 0$  конденсатор полностью заряжен, ток в левой части схемы (см. рисунок слева) равен нулю, поэтому напряжение между обкладками конденсатора равно ЭДС  $\mathcal{E}$ , энергия конденсатора  $W_0 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$ .



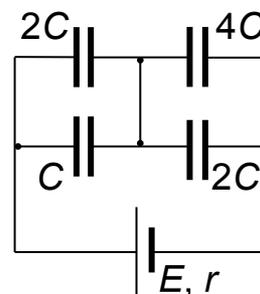
2. В момент  $t > 0$  напряжение на конденсаторе  $U$  равно напряжению  $IR$  на резисторе в правой части схемы (см. рисунок справа). Энергия конденсатора в этот момент

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{C(IR)^2}{2}.$$

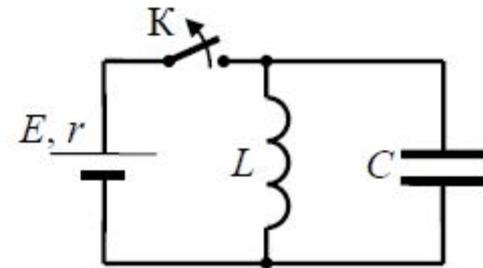
3. Пренебрегая потерями на излучение, получаем баланс энергии:  $W_0 = W + Q$ , или  $\frac{C\mathcal{E}^2}{2} = \frac{C(IR)^2}{2} + Q$ , откуда  $R = \frac{1}{I} \sqrt{\mathcal{E}^2 - \frac{2Q}{C}} = 100$  кОм.

**Ответ:**  $R = 100$  кОм.

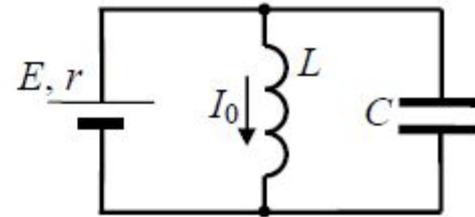
Во сколько раз изменится энергия конденсатора  $C$ , если конденсатор  $4C$  будет «пробит»?



В электрической цепи, показанной на рисунке, ключ  $K$  длительное время замкнут,  $E = 6$  В,  $r = 2$  Ом,  $L = 1$  мГн,  $C = 160$  мкФ. В момент  $t = 0$  ключ  $K$  размыкают. Какова сила тока  $I$  в контуре в момент, когда в ходе возникших в контуре электромагнитных колебаний напряжение на конденсаторе равно ЭДС источника? Сопротивлением проводов и активным сопротивлением катушки индуктивности пренебречь.



1. Непосредственно перед размыканием ключа К ток через конденсатор равен нулю, по катушке течет ток  $I_0 = \frac{E}{r}$ , напряжение  $U_{0C}$  на конденсаторе равно напряжению на катушке, поэтому  $U_{0C} = 0$ .



2. После размыкания ключа К в контуре возникают гармонические электромагнитные колебания. Энергия электромагнитных колебаний в контуре сохраняется:

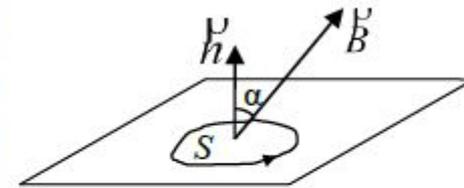
$$\frac{LI^2}{2} + \frac{CU^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2}, \text{ откуда получаем } I = \sqrt{I_0^2 - \frac{C}{L}U^2}.$$

Учитывая, что  $U = E$ ,  $I_0 = \frac{E}{r}$ , получим:

$$I = E \sqrt{\frac{1}{r^2} - \frac{C}{L}} = 6 \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{0,16 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}}} = 1,8 \text{ А.}$$

Ответ:  $I = 1,8 \text{ А}$

3.4.1. Выберем на плоскости площадку  $S$ . Её граница представляет собой замкнутую кривую. На кривой выберем положительное направление обхода. По правилу правого буравчика, вращая его рукоятку в этом направлении, выберем одно из двух возможных направлений нормали  $\vec{n}$  к площадке (см. рисунок). Пусть



вектор  $\vec{B}$  индукции однородного магнитного поля образует с нормалью  $\vec{n}$  угол  $\alpha$ . Тогда **поток вектора магнитной индукции** (магнитный поток) через площадку  $S$  равен

$$\Phi = B_n S = BS \cos \alpha .$$

3.4.3. **Закон электромагнитной индукции Фарадея:** если магнитный поток  $\Phi$  через площадку  $S$  меняется с течением времени, то в контуре, ограничивающей площадку, существует ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = - \left. \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right|_{\Delta t \rightarrow 0} = -\Phi'_t .$$

Что значит знак «минус» в законе электромагнитной индукции Фарадея?

## Геометрическая оптика

В горизонтальное дно водоёма глубиной 3 м вертикально вбита свая, полностью скрытая под водой. При угле падения солнечных лучей на поверхность воды, равном  $30^\circ$ , свая отбрасывает на дно водоёма тень длиной 0,8 м. Определите высоту сваи. Показатель преломления воды  $n = \frac{4}{3}$ .

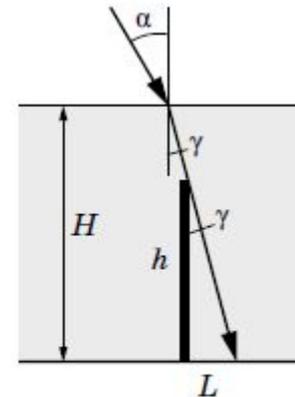
**Образец возможного решения:**

Согласно рисунку длина тени  $L$  определяется высотой сваи  $h$  и углом  $\gamma$  между сваей и скользящим по её вершине лучом света:  $L = h \cdot \operatorname{tg}\gamma$ . Этот угол является и углом преломления солнечных лучей на поверхности воды. Согласно закону преломления

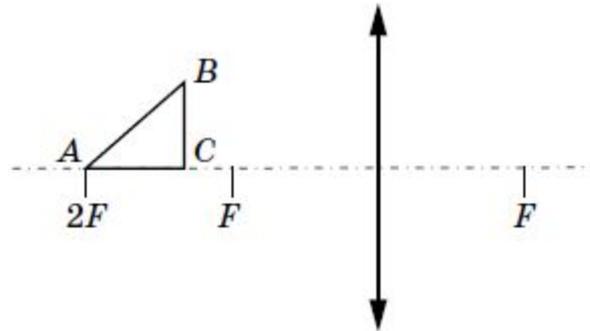
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n, \quad \sin\gamma = \frac{\sin\alpha}{n} = \frac{1}{2n}, \quad \operatorname{tg}\gamma = \frac{\sin\gamma}{\sqrt{1 - \sin^2\gamma}} = \frac{1}{\sqrt{4n^2 - 1}}.$$

Следовательно,  $L = h \frac{1}{\sqrt{4n^2 - 1}}$ , а высота сваи  $h = L\sqrt{4n^2 - 1}$ .

**Ответ:**  $h \approx 2$  м.



Равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABC$  расположен перед тонкой собирающей линзой оптической силой  $2,5$  дптр так, что его катет  $AC$  лежит на главной оптической оси линзы (см. рисунок). Вершина прямого угла  $C$  лежит ближе к центру линзы, чем вершина острого угла  $A$ . Расстояние от центра линзы до точки  $A$  равно удвоенному фокусному расстоянию линзы,  $AC = 4$  см. Постройте изображение треугольника и найдите площадь получившейся фигуры.



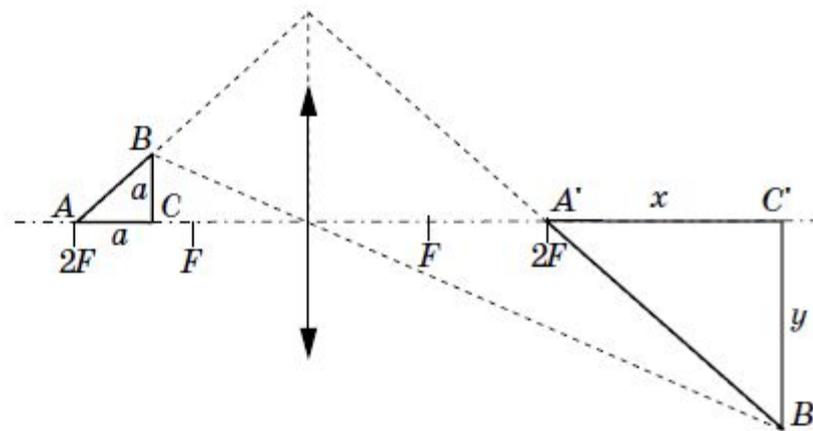
Образец возможного решения:

Длину  $x$  горизонтального катета  $A'C'$  изображения находим по формуле линзы:

$$\frac{1}{2F - a} + \frac{1}{2F + x} = \frac{1}{F},$$

откуда

$$x = \frac{aF}{F - a} = \frac{a}{1 - aD}.$$



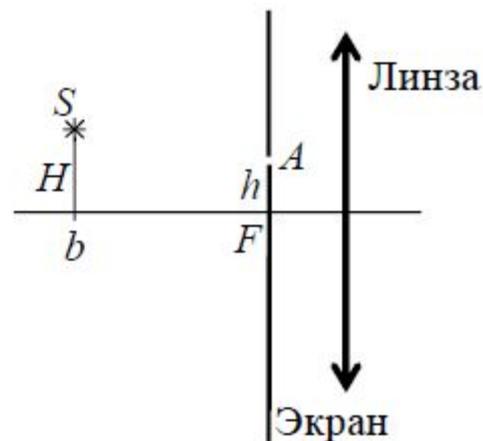
Длину  $y$  вертикального катета  $B'C'$  изображения находим из подобия:

$$y = a \cdot \frac{2F + x}{2F - a} = \frac{aF}{F - a} = \frac{a}{1 - aD} = x.$$

Площадь изображения  $S_1 = \frac{1}{2} A'C' \cdot B'C' = \frac{a^2}{2(1 - aD)^2} \approx 9,9 \text{ см}^2$ .

Ответ:  $S_1 \approx 9,9 \text{ см}^2$ .

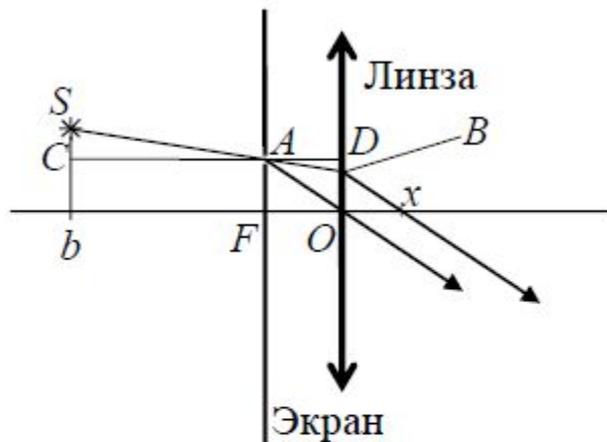
Главная оптическая ось тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F = 20$  см и точечный источник света  $S$  находятся в плоскости рисунка. Точка  $S$  находится на расстоянии  $b = 70$  см от плоскости линзы и на расстоянии  $H = 5$  см от ее главной оптической оси. В левой фокальной плоскости линзы лежит тонкий непрозрачный экран с отверстием  $A$ , находящимся в плоскости рисунка на расстоянии  $h = 4$  см от главной оптической оси линзы. На каком расстоянии  $x$  от плоскости линзы луч  $SA$  от точечного источника, пройдя через отверстие в экране и линзу, пересечет ее главную оптическую ось? Дифракцией света пренебечь. Постройте рисунок, показывающий ход луча через линзу.



На каком расстоянии  $x$  от плоскости линзы луч  $SA$  от точечного источника, пройдя через отверстие в экране и линзу, пересечет ее главную оптическую ось? Дифракцией света пренебечь. Постройте рисунок, показывающий ход луча через линзу.

Образец возможного решения:

Проведем луч  $SA$  до пересечения с плоскостью линзы (точка  $B$  на расстоянии  $y = OB$  от центра линзы  $O$ ). Проведем через точку  $A$  отрезок  $CD \parallel OF$ .



2. Из подобия  $\triangle ACS$  и  $\triangle ABD$  следует:

$$\frac{H-h}{b-F} = \frac{h-y}{F}, \text{ откуда}$$

$$y = h - F \frac{H-h}{b-F} = \frac{hb - FH}{b-F} =$$

$$= \frac{4 \cdot 70 - 20 \cdot 5}{50} = 3,6 \text{ см.}$$

3. Из точки  $A$  проведем луч  $AO$ , который проходит линзу, не преломляясь. Точка  $A$  является побочным фокусом линзы, поэтому лучи  $AO$  и  $AB$ , пройдя линзу, идут параллельно друг другу.

4. Из подобия  $\triangle AFO$  и  $\triangle BOx$  следует:

$$\frac{h}{F} = \frac{y}{x}, \text{ откуда } x = y \frac{F}{h} = \frac{F}{h} \cdot \frac{hb - FH}{b-F} = \frac{20}{4} \cdot 3,6 = 18 \text{ см.}$$

Ответ:  $x = 18$  см



**Спасибо  
за внимание!**