



ЕГЭ-2018

**Решение задач части 2
с развернутым ответом**
с использованием пособия
«Я сдам ЕГЭ. Физика»

В.А.Грибов

*Федеральная комиссия разработчиков ЕГЭ по физике, ФИПИ,
Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва*

1.4.8. **Закон изменения и сохранения механической энергии.** В ИСО изменение кинетической энергии $\Delta E_{\text{кин}}$ системы материальных точек равно работе A всех сил, приложенных ко всем телам системы: $\Delta E_{\text{кин}} = A$. Каждую силу из числа действующих на тела системы, относим либо к потенциальным, либо к непотенциальным. Тогда

$$A = A_{\text{всех потенц. сил}} + A_{\text{всех непотенц. сил}}$$

Работу потенциальных сил представим через изменение потенциальной энергии системы материальных точек:

$$A_{\text{всех потенц. сил}} = -\Delta E_{\text{потенц.}}$$

Учтём, что механическая энергия системы тел $E_{\text{мех}} = E_{\text{кин}} + E_{\text{потенц}}$. Тогда

$$\Delta E_{\text{мех}} = \Delta E_{\text{кин}} + \Delta E_{\text{потенц}} = A - A_{\text{всех потенц. сил}} = A_{\text{всех непотенц. сил}}$$

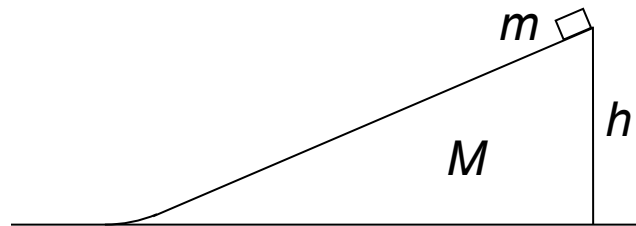
Таким образом, в ИСО для системы материальных точек (системы тел) изменение механической энергии равно работе всех непотенциальных сил, как внутренних, так и внешних:

$$\text{в ИСО } \Delta E_{\text{мех}} = A_{\text{всех непотенц. сил}}$$

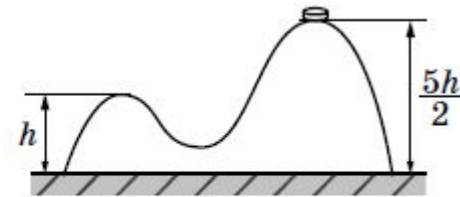
Поэтому в ИСО механическая энергия системы материальных точек (системы тел) сохраняется, если работа всех непотенциальных сил, как внутренних, так и внешних, равна нулю:

$$\text{в ИСО } \Delta E_{\text{мех}} = 0, \text{ если } A_{\text{всех непотенц. сил}} = 0$$

На гладкой горизонтальной поверхности стола покоится клин массой M . На клин на высоте h положили маленькую шайбу массой m и отпустили из состояния покоя. Трение между клином и шайбой отсутствует. Найдите скорость шайбы после того, как она съедет с клина.



На гладкой горизонтальной поверхности стола постоит горка с двумя вершинами, высоты которых h и $\frac{5}{2}h$ (см. рисунок). На правой вершине горки находится шайба. От незначительного толчка шайба и горка приходят в движение, причём шайба движется влево, не отрываясь от гладкой поверхности горки, а поступательно движущаяся горка не отрывается от стола. Скорость шайбы на левой вершине горки оказалась равной v . Найдите отношение масс шайбы и горки.



Образец возможного решения:

На систему тел «шайба + горка» действуют внешние силы (тяжести и реакции стола), направленные по вертикали, поэтому проекция импульса системы на горизонтальную ось Ox системы отсчёта, связанной со столом, сохраняется.

В начальный момент $p_x(0) = 0$, а в момент t_1 $p_x(1) = Mu - mv$. Из закона сохранения импульса $p_x(0) = p_x(1)$ получим: $Mu - mv = 0$, где m — масса шайбы, M — масса горки.

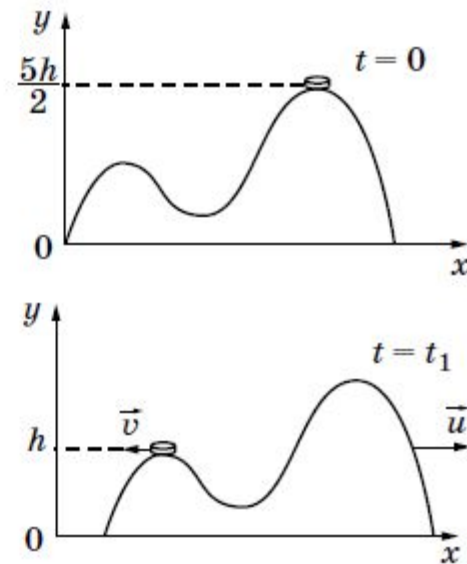
Работа сил тяжести определяется изменением потенциальной энергии, а суммарная работа сил реакции равна нулю, так как поверхности гладкие.

Следовательно, полная механическая энергия системы тел, равная сумме кинетической и потенциальной, сохраняется. Так как потенциальная энергия горки не изменилась, получаем уравнение

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} + mgh = \frac{5}{2}mgh.$$

Решение системы даёт отношение масс $\frac{m}{M} = \frac{3gh}{v^2} - 1$.

Ответ: $\frac{m}{M} = \frac{3gh}{v^2} - 1$.



Снаряд массой $2m$ разрывается в полёте на две равные части, одна из которых продолжает движение по направлению движения снаряда, а другая — в противоположную сторону. В момент разрыва суммарная кинетическая энергия осколков увеличивается за счёт энергии взрыва на величину ΔE . Модуль скорости осколка, движущегося по направлению движения снаряда, равен v_1 , а модуль скорости второго осколка равен v_2 . Найдите ΔE .

Образец возможного решения:

Введём обозначение: v_0 — модуль скорости снаряда до разрыва.

Система уравнений для решения задачи:

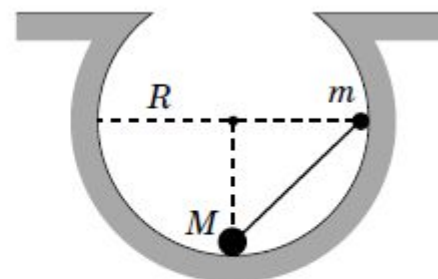
$$\begin{cases} 2mv_0 = mv_1 - mv_2; \\ mv_0^2 + \Delta E = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}. \end{cases}$$

Выразим v_0 из первого уравнения: $v_0 = \frac{v_1 - v_2}{2}$ — и подставим во второе уравнение.

Получим: $\frac{4\Delta E}{m} = (v_1 + v_2)^2$. Отсюда следует: $\Delta E = \frac{m}{4}(v_1 + v_2)^2$.

Ответ: $\Delta E = \frac{m}{4}(v_1 + v_2)^2$.

Небольшие шарики, массы которых $m = 30$ г и $M = 60$ г, соединены лёгким стержнем и помещены в гладкую сферическую выемку. В начальный момент шарики удерживаются в положении, изображённом на рисунке. Когда их отпустили без толчка, шарики стали скользить по поверхности выемки. Максимальная высота подъёма шарика массой M относительно нижней точки выемки оказалась равной 12 см. Каков радиус выемки R ?



Образец возможного решения:

Полная механическая энергия системы, равная сумме кинетической и потенциальной энергии, сохраняется, так как выемка гладкая и работа сил реакции стенок, в любой момент времени перпендикулярных скоростям шариков, равна нулю:

$$E = E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}} = \text{const.}$$

В начальный момент и момент подъёма на максимальную высоту H кинетическая энергия системы равна нулю, поэтому её потенциальная энергия в эти моменты времени одинакова:

$$E_{\text{пот}}^{\text{нач}} = E_{\text{пот}}^{\text{конечн}}.$$

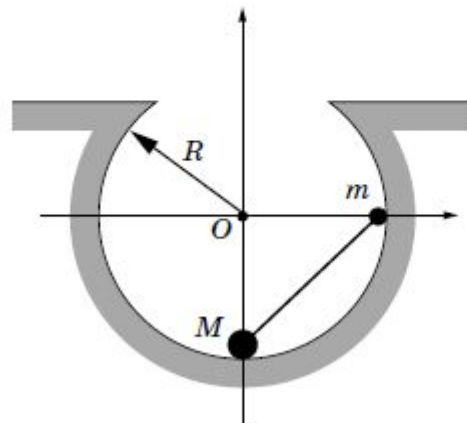


Рис. 1

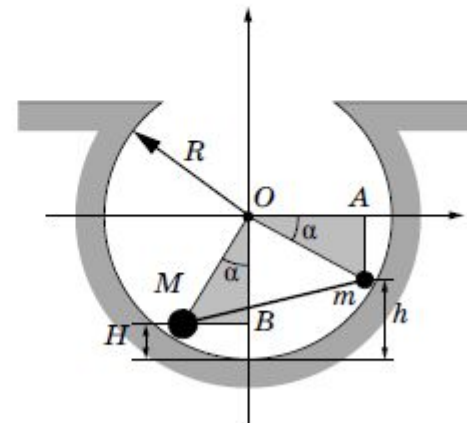


Рис. 2

Начальное положение системы изображено на рис. 1, а конечное — на рис. 2.

Если отсчитывать потенциальную энергию от нижней точки выемки, то начальная потенциальная энергия системы $E_{\text{пот}}^{\text{нач}} = mgR$, а её конечная потенциальная энергия $E_{\text{пот}}^{\text{конечн}} = mgh + MgH$. Закон сохранения энергии приводит к уравнению

$$mgR = mgh + MgH,$$

из которого следует, что $(R - h) = \frac{M}{m}H$.

При движении гантели по поверхности выемки **высота** подъёма большого и малого грузов связаны. Заметим, что в прямоугольных треугольниках OmA и OMB $MB = mA = R - h$, $OA = OB = R - H$, $OM = Om = R$, и воспользуемся теоремой Пифагора: $(R - h)^2 = R^2 - (OA)^2 = R^2 - (R - H)^2$.

Отсюда следует: $(R - h)^2 = H(2R - H)$.

Подставим сюда выражение $(R - h) = \frac{M}{m}H$, полученное из закона сохранения энергии, и получим: $\left(\frac{M}{m}\right)^2 H = 2R - H$; $R = \frac{H}{2} \left[1 + \left(\frac{M}{m}\right)^2\right]$.

Подставляя сюда значения физических величин, получим: $R = 6(1 + 4) = 30$ см.

Ответ: $R = 30$ см.

Теорема. Если сумма сил равна нулю, то сумма их моментов относительно двух параллельных друг другу осей одна и та же.

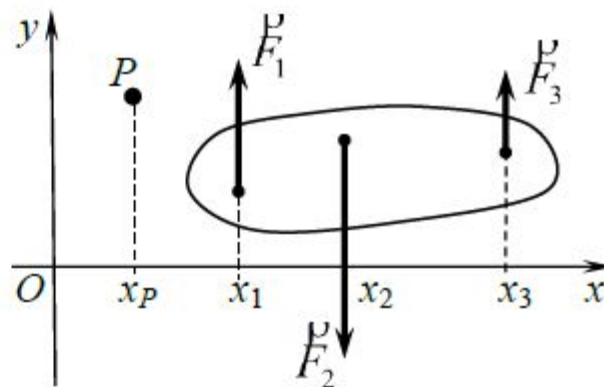
В случае сил произвольного направления каждую силу можно представить в виде суммы составляющих, каждая из которых параллельна одной из координатных осей. Поэтому рассмотрим случай трех параллельных сил.

Пусть на тело действуют силы \vec{F}_1 , \vec{F}_2 и \vec{F}_3 , параллельные оси Oy , причем $F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 0$. Через точку P проведем ось перпендикулярно плоскости рисунка. Сумма моментов сил \vec{F}_1 , \vec{F}_2 и \vec{F}_3 относительно этой оси

$$\begin{aligned} M_P &= F_1(x_1 - x_P) - F_2(x_2 - x_P) + F_3(x_3 - x_P) = \\ &= F_{1y}(x_1 - x_P) + F_{2y}(x_2 - x_P) + F_{3y}(x_3 - x_P) = \\ &= F_{1y}x_1 + F_{2y}x_2 + F_{3y}x_3 - x_P(F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}) = \\ &= F_{1y}x_1 + F_{2y}x_2 + F_{3y}x_3 = M_O. \end{aligned}$$

Таким образом, сумма моментов сил \vec{F}_1 , \vec{F}_2 и \vec{F}_3 относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости xOy через точку P , равна сумме их моментов относительно параллельной оси, проходящей через начало координат, то есть не зависит от выбора точки P . Теорема доказана.

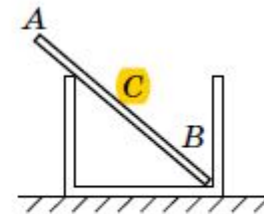
Мы получили право применять правило моментов не относительно реальной оси вращения (часто очевидно только её направление, но не положение), а относительно любой параллельной ей оси. Но всё это возможно, только если сумма приложенных к телу сил равна нулю.



Пример задачи, где эта теорема работает.

Вопрос 1 (здесь эта теорема не нужна).

Однородный массивный стержень AB покоится, упираясь в стык дна и стенки банки концом B и опираясь на край банки в точке C (см. рисунок). Модуль силы, с которой стержень давит на стенку сосуда в точке C , равен $0,5$ Н. Вертикальная составляющая силы, с которой стержень давит на сосуд в точке B , равна по модулю $0,6$ Н, а её горизонтальная составляющая равна по модулю $0,3$ Н. Чему равна сила тяжести, действующая на стержень? Трением пренебречь.



Вопрос 2 (здесь эта теорема очень помогает).
Какая доля стержня находится внутри сосуда?

Насыщенные и ненасыщенные водяные пары.
Относительная влажность.

Давление влажного воздуха в сосуде под поршнем при температуре $t = 100^\circ\text{C}$ равно $p_1 = 1,8 \cdot 10^5$ Па. Объём под поршнем изотермически уменьшили в $k = 4$ раза. При этом давление в сосуде увеличилось в $n = 3$ раза. Найдите относительную влажность φ воздуха в первоначальном состоянии. Утечкой вещества из сосуда пренебречь.

Водяной пар и сухой воздух описываем моделью идеального газа.

В термодинамике модель одноатомного идеального газа

выглядит так:
$$\begin{cases} pV = \nu RT \\ U = \frac{3}{2} \nu RT \end{cases}$$

Модель идеального газа в МКТ:

частицы газа не взаимодействуют друг с другом.

В данной задаче достаточно использовать закон Дальтона и знать, что при $t = 100^\circ\text{C}$ давление насыщенного водяного пара равно 10^5 Па.

1. При $t = 100^\circ\text{C}$ давление насыщенного водяного пара равно нормальному атмосферному давлению: $p_0 = 10^5$ Па.

2. При изотермическом сжатии произведение pV для влажного воздуха под поршнем уменьшилось, так как $n < k$. Значит, количество вещества влажного воздуха в сосуде уменьшилось за счёт конденсации части водяного пара в воду. При этом водяной пар стал насыщенным.

3. Пусть p_2 – давление влажного воздуха в сосуде в конечном состоянии, $p_{1\text{сух}}$ – давление сухого воздуха в сосуде в начальном состоянии.

Пользуясь законом Дальтона, запишем выражения для давления влажного воздуха в сосуде в начальном и конечном состояниях:

$$\begin{cases} p_{2\text{сух}} = p_1 - \varphi p_0 + \varphi p_2, \\ p_{2\text{сух}} = np_{10} = kp_1 + p_0. \end{cases}$$

4. Исключая из этих уравнений величину $p_{1\text{сух}}$, получим уравнение

$$np_1 = k(p_1 - \varphi p_0) + p_0$$

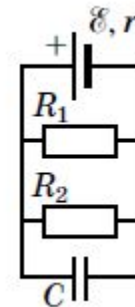
откуда:

$$\varphi = \frac{(k - n)p_1 + p_0}{kp_0} = \frac{(4 - 3) \cdot 1,8 \cdot 10^5 + 10^5}{4 \cdot 10^5} = \frac{2,8}{4} = 0,7$$

Ответ: $\varphi = 70\%$

Конденсатор в цепи постоянного тока

Источник постоянного тока с внутренним сопротивлением $r = 0,4$ Ом подсоединён к параллельно соединённым резисторам $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 2$ Ом и конденсатору ёмкости $C = 5$ мкФ. Определите ЭДС источника \mathcal{E} , если энергия электрического поля конденсатора $W = 10$ мкДж.



Образец возможного решения:

1. Конденсатор заряжен, поэтому ток через него не течёт. Согласно закону Ома для замкнутой цепи через источник течёт ток $I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_0}$, где $R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ — сопротивление внешней цепи (параллельно соединённых резисторов R_1 и R_2).

2. Так как конденсатор подключён параллельно резисторам R_1 и R_2 , то напряжение на конденсаторе

$$U = IR_0 = \frac{\mathcal{E}R_0}{r + R_0} = \frac{\mathcal{E}R_1 R_2}{r(R_1 + R_2) + R_1 R_2}.$$

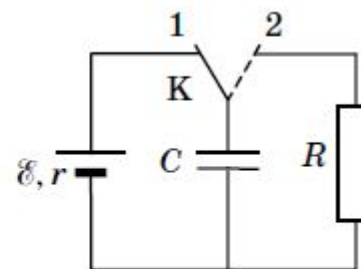
3. Определим энергию электрического поля конденсатора:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{C}{2} \left(\frac{\mathcal{E}R_1 R_2}{r(R_1 + R_2) + R_1 R_2} \right)^2, \text{ откуда найдём ЭДС источника:}$$

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{2W}{C}} \cdot \frac{r(R_1 + R_2) + R_1 R_2}{R_1 R_2} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10^{-6}}} \cdot \frac{0,4 \cdot 12 + 20}{20} = 2,48 \text{ В.}$$

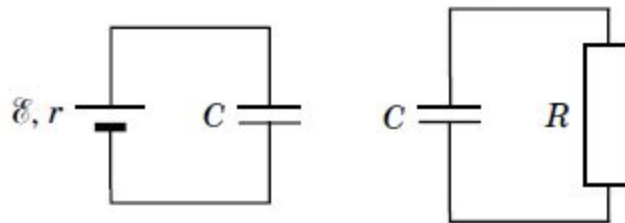
Ответ: $\mathcal{E} = 2,48 \text{ В.}$

В схеме, показанной на рисунке, ключ K долгое время находился в положении 1. В момент $t_0 = 0$ ключ перевели в положение 2. К моменту $t > 0$ на резисторе R выделилось количество теплоты $Q = 25$ мкДж. Сила тока в цепи в этот момент равна $I = 0,1$ мА. Чему равно сопротивление резистора R ? ЭДС батареи $\mathcal{E} = 15$ В, её внутреннее сопротивление $r = 30$ Ом, ёмкость конденсатора $C = 0,4$ мкФ. Потерями на электромагнитное излучение пренебречь.



Образец возможного решения:

1. К моменту $t_0 = 0$ конденсатор полностью заряжен, ток в левой части схемы (см. рисунок слева) равен нулю, поэтому напряжение между обкладками конденсатора равно ЭДС \mathcal{E} , энергия конденсатора $W_0 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$.



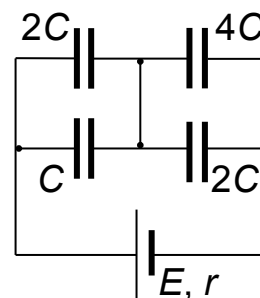
2. В момент $t > 0$ напряжение на конденсаторе U равно напряжению IR на резисторе в правой части схемы (см. рисунок справа). Энергия конденсатора в этот момент

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{C(IR)^2}{2}.$$

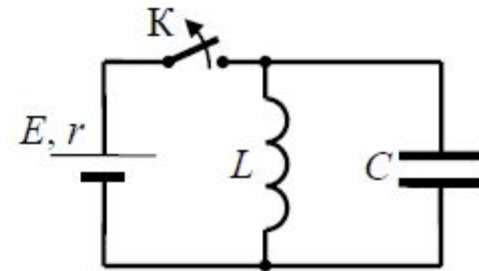
3. Пренебрегая потерями на излучение, получаем баланс энергии: $W_0 = W + Q$, или $\frac{C\mathcal{E}^2}{2} = \frac{C(IR)^2}{2} + Q$, откуда $R = \frac{1}{I} \sqrt{\mathcal{E}^2 - \frac{2Q}{C}} = 100$ кОм.

Ответ: $R = 100$ кОм.

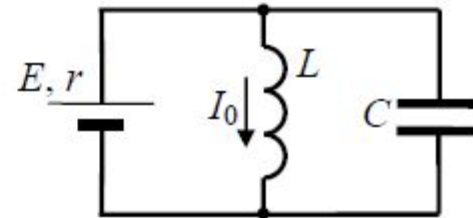
Во сколько раз изменится энергия конденсатора C , если конденсатор $4C$ будет «пробит»?



В электрической цепи, показанной на рисунке, ключ K длительное время замкнут, $E = 6$ В, $r = 2$ Ом, $L = 1$ мГн, $C = 160$ мкФ. В момент $t = 0$ ключ K размыкают. Какова сила тока I в контуре в момент, когда в ходе возникших в контуре электромагнитных колебаний напряжение на конденсаторе равно ЭДС источника? Сопротивлением проводов и активным сопротивлением катушки индуктивности пренебречь.



1. Непосредственно перед размыканием ключа К ток через конденсатор равен нулю, по катушке течет ток $I_0 = \frac{E}{r}$, напряжение U_{0C} на конденсаторе равно напряжению на катушке, поэтому $U_{0C} = 0$.



2. После размыкания ключа К в контуре возникают гармонические электромагнитные колебания. Энергия электромагнитных колебаний в контуре сохраняется:

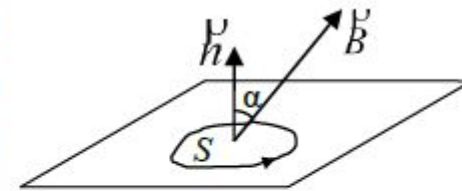
$$\frac{LI^2}{2} + \frac{CU^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2}, \text{ откуда получаем } I = \sqrt{I_0^2 - \frac{C}{L}U^2}.$$

Учитывая, что $U = E$, $I_0 = \frac{E}{r}$, получим:

$$I = E \sqrt{\frac{1}{r^2} - \frac{C}{L}} = 6 \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{0,16 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}}} = 1,8 \text{ А.}$$

Ответ: $I = 1,8 \text{ А}$

3.4.1. Выберем на плоскости площадку S . Её граница представляет собой замкнутую кривую. На кривой выберем положительное направление обхода. По правилу правого буравчика, вращая его рукоятку в этом направлении, выберем одно из двух возможных направлений нормали \vec{n} к площадке (см. рисунок). Пусть



вектор \vec{B} индукции однородного магнитного поля образует с нормалью \vec{n} угол α . Тогда **поток вектора магнитной индукции** (магнитный поток) через площадку S равен

$$\Phi = B_n S = BS \cos \alpha .$$

3.4.3. **Закон электромагнитной индукции Фарадея:** если магнитный поток Φ через площадку S меняется с течением времени, то в контуре, ограничивающей площадку, существует ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = - \left. \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right|_{\Delta t \rightarrow 0} = -\Phi'_t .$$

Что значит знак «минус» в законе электромагнитной индукции Фарадея?

Геометрическая оптика

В горизонтальное дно водоёма глубиной 3 м вертикально вбита свая, полностью скрытая под водой. При угле падения солнечных лучей на поверхность воды, равном 30° , свая отбрасывает на дно водоёма тень длиной 0,8 м. Определите высоту сваи. Показатель преломления воды $n = \frac{4}{3}$.

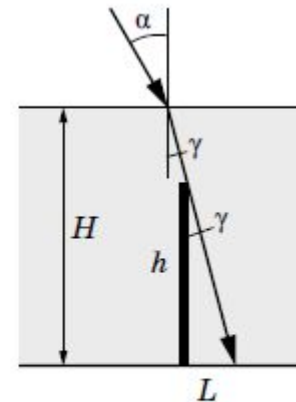
Образец возможного решения:

Согласно рисунку длина тени L определяется высотой сваи h и углом γ между сваей и скользящим по её вершине лучом света: $L = h \cdot \operatorname{tg}\gamma$. Этот угол является и углом преломления солнечных лучей на поверхности воды. Согласно закону преломления

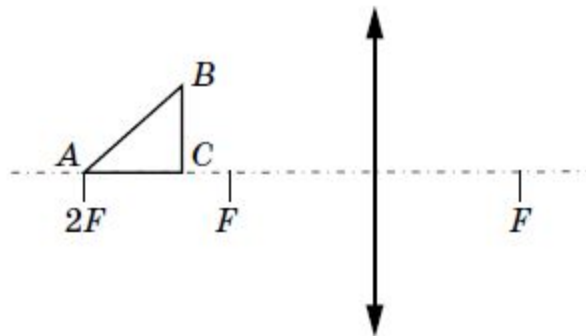
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n, \quad \sin\gamma = \frac{\sin\alpha}{n} = \frac{1}{2n}, \quad \operatorname{tg}\gamma = \frac{\sin\gamma}{\sqrt{1 - \sin^2\gamma}} = \frac{1}{\sqrt{4n^2 - 1}}.$$

Следовательно, $L = h \frac{1}{\sqrt{4n^2 - 1}}$, а высота сваи $h = L\sqrt{4n^2 - 1}$.

Ответ: $h \approx 2$ м.



Равнобедренный прямоугольный треугольник ABC расположен перед тонкой собирающей линзой оптической силой $2,5$ дптр так, что его катет AC лежит на главной оптической оси линзы (см. рисунок). Вершина прямого угла C лежит ближе к центру линзы, чем вершина острого угла A . Расстояние от центра линзы до точки A равно удвоенному фокусному расстоянию линзы, $AC = 4$ см. Постройте изображение треугольника и найдите площадь получившейся фигуры.



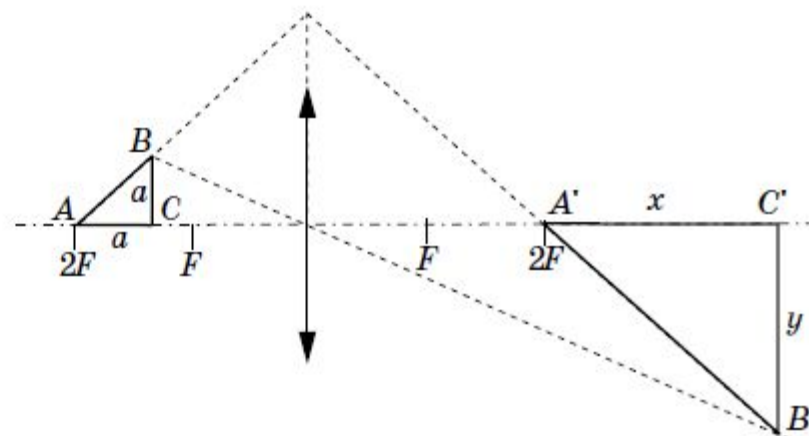
Образец возможного решения:

Длину x горизонтального катета $A'C'$ изображения находим по формуле линзы:

$$\frac{1}{2F - a} + \frac{1}{2F + x} = \frac{1}{F},$$

откуда

$$x = \frac{aF}{F - a} = \frac{a}{1 - aD}.$$



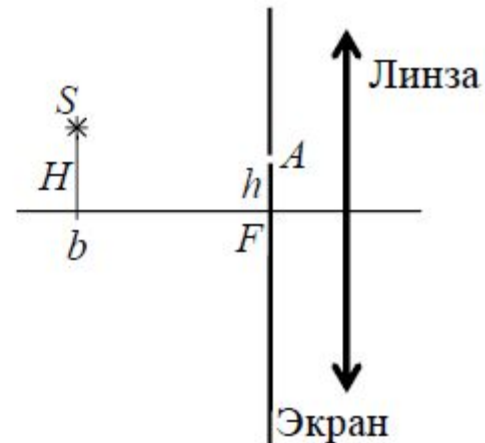
Длину y вертикального катета $B'C'$ изображения находим из подобия:

$$y = a \cdot \frac{2F + x}{2F - a} = \frac{aF}{F - a} = \frac{a}{1 - aD} = x.$$

Площадь изображения $S_1 = \frac{1}{2} A'C' \cdot B'C' = \frac{a^2}{2(1 - aD)^2} \approx 9,9 \text{ см}^2$.

Ответ: $S_1 \approx 9,9 \text{ см}^2$.

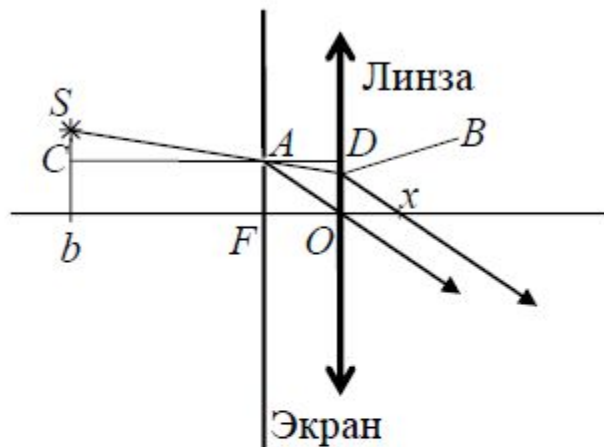
Главная оптическая ось тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 20$ см и точечный источник света S находятся в плоскости рисунка. Точка S находится на расстоянии $b = 70$ см от плоскости линзы и на расстоянии $H = 5$ см от ее главной оптической оси. В левой фокальной плоскости линзы лежит тонкий непрозрачный экран с отверстием A , находящимся в плоскости рисунка на расстоянии $h = 4$ см от главной оптической оси линзы. На каком расстоянии x от плоскости линзы луч SA от точечного источника, пройдя через отверстие в экране и линзу, пересечет ее главную оптическую ось? Дифракцией света пренебечь. Постройте рисунок, показывающий ход луча через линзу.



от плоскости линзы луч SA от точечного источника, пройдя через отверстие в экране и линзу, пересечет ее главную оптическую ось? Дифракцией света пренебечь. Постройте рисунок, показывающий ход луча через линзу.

Образец возможного решения:

Проведем луч SA до пересечения с плоскостью линзы (точка B на расстоянии $y = OB$ от центра линзы O). Проведем через точку A отрезок $CD \parallel OF$.



2. Из подобия $\triangle ACS$ и $\triangle ABD$ следует:

$$\frac{H-h}{b-F} = \frac{h-y}{F}, \text{ откуда}$$

$$y = h - F \frac{H-h}{b-F} = \frac{hb - FH}{b-F} =$$

$$= \frac{4 \cdot 70 - 20 \cdot 5}{50} = 3,6 \text{ см.}$$

3. Из точки A проведем луч AO , который проходит линзу, не преломляясь. Точка A является побочным фокусом линзы, поэтому лучи AO и AB , пройдя линзу, идут параллельно друг другу.

4. Из подобия $\triangle AFO$ и $\triangle BOx$ следует:

$$\frac{h}{F} = \frac{y}{x}, \text{ откуда } x = y \frac{F}{h} = \frac{F}{h} \cdot \frac{hb - FH}{b-F} = \frac{20}{4} \cdot 3,6 = 18 \text{ см.}$$

Ответ: $x = 18$ см



**Спасибо
за внимание!**