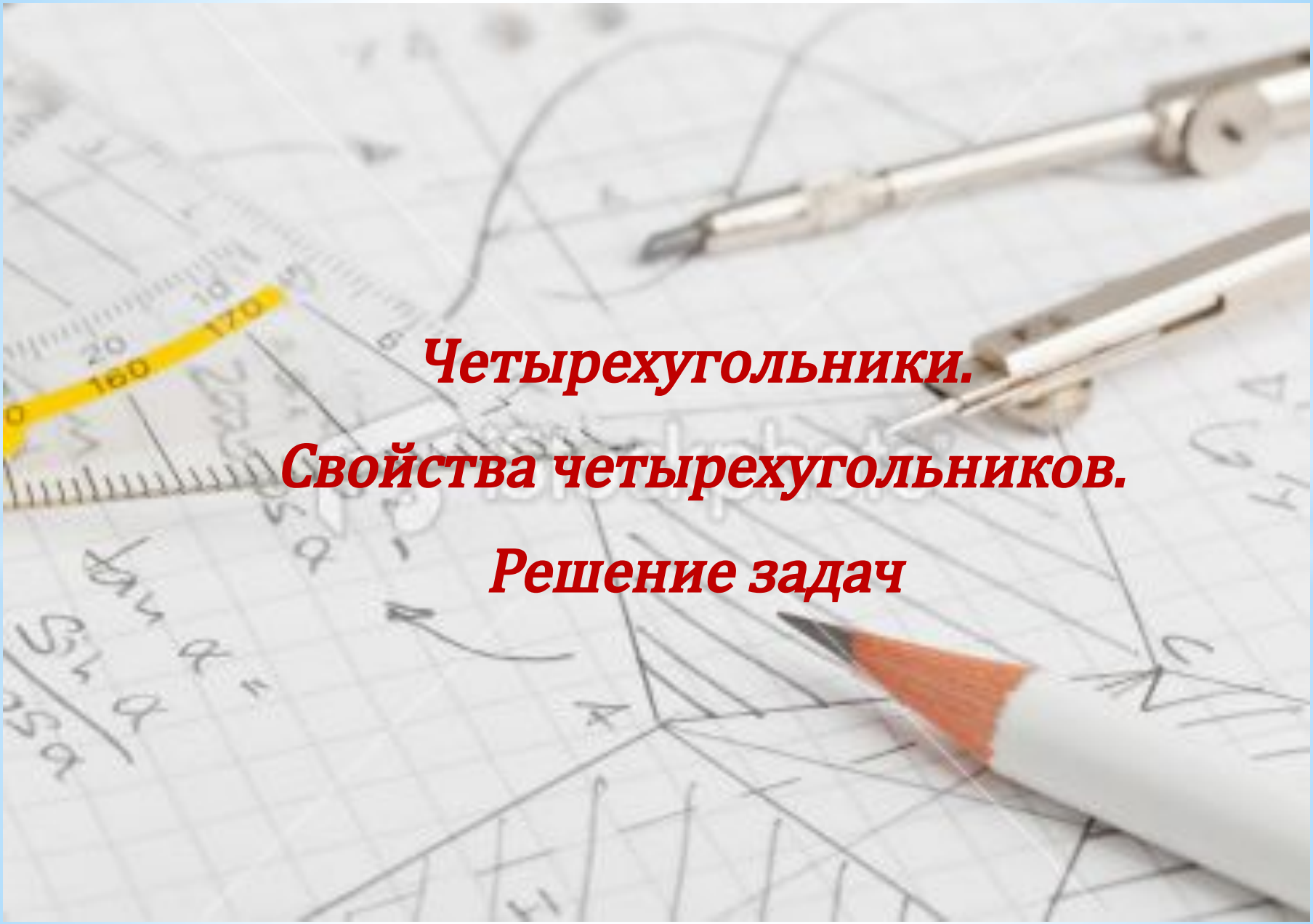
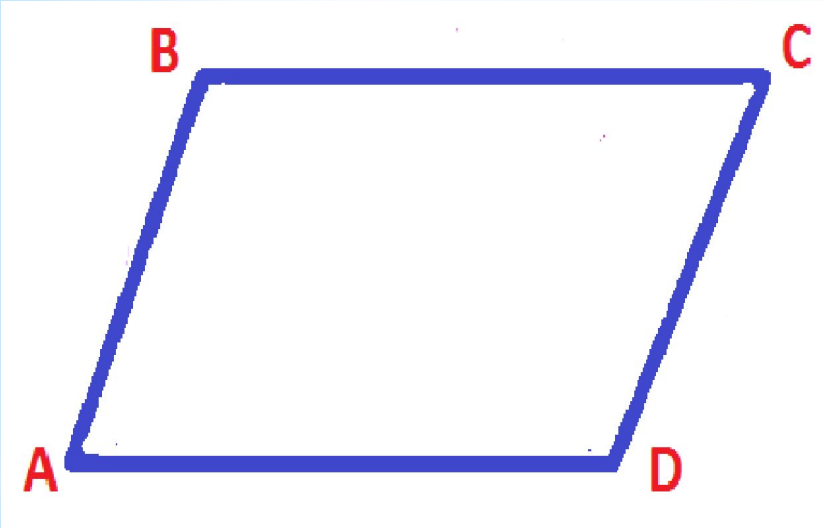


Четырехугольники.

Свойства четырехугольников.

Решение задач

Параллелограмм



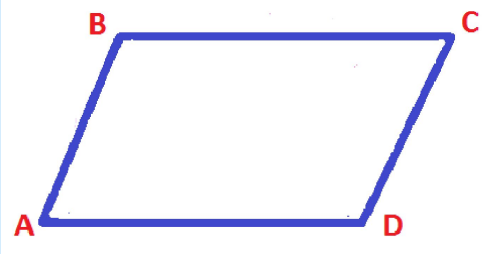
Параллелограмм **– это четырехугольник, у которого противоположные стороны параллельны.**

$AB \parallel CD$ и $BC \parallel AD$

ABCD - параллелограмм

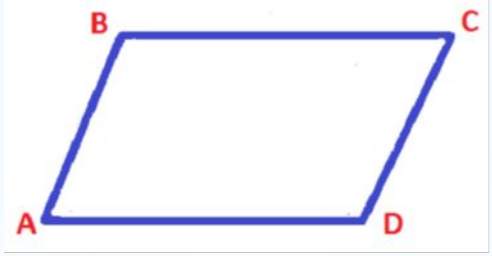
Свойства углов параллелограмма

Сумма соседних углов равна 180°



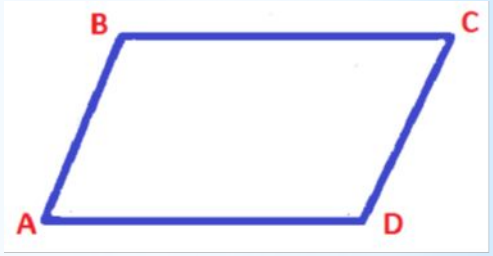
$\angle A + \angle B = 180°$,
т.к. они являются односторонними при параллельных прямых *BC* и *AD* , и секущей *AB*

Противоположные углы параллелограмма равны



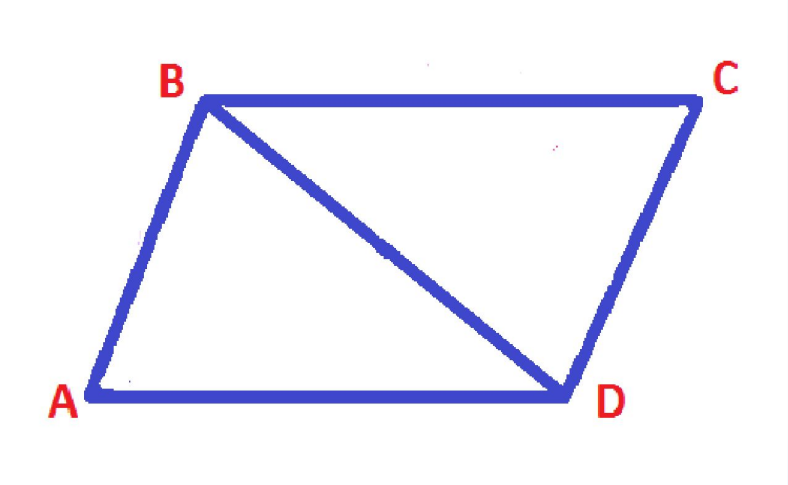
$\angle A + \angle B = 180°$
$\angle C + \angle B = 180°$,
углы A и C дополняют угол B до 180°, значит они равны, т.е. $\angle A = \angle C$.
Аналогично $\angle B = \angle D$.

Сумма углов параллелограмма равна 360°



$S=180°(n-2)$,
где n =4 – число углов, значит
$S=180°(4-2)=360°$ - сумма углов.

Свойство сторон параллелограмма



Противоположные стороны параллелограмма равны.

Докажем, что

$AB = CD$ и $BC = AD$.

Проведем диагональ BD.
Получили два треугольника ABD и CDB.

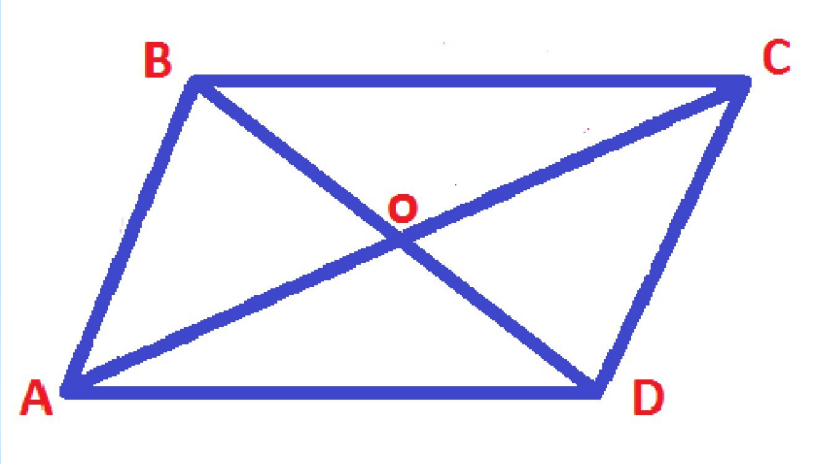
Они равны, т.к.

* **BD – общая сторона,**
* **∠ABD = ∠CDB (накрест лежащие при AB ∥ CD и секущей BD),**
* **∠ADB = ∠DBC (накрест лежащие при BC ∥ AD и секущей BD).**

Из равенства треугольников следует равенство соответствующих сторон, т.е.

$AB = CD$, $BC = AD$

Свойство диагоналей параллелограмма



Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам

Докажем, что точка O – середина диагоналей AC и BD.

Треугольники BOC и DOA равны, т.к.

* BC = AD (по свойству сторон параллелограмма),

* ∠OBC =∠ODA (накрест лежащие при

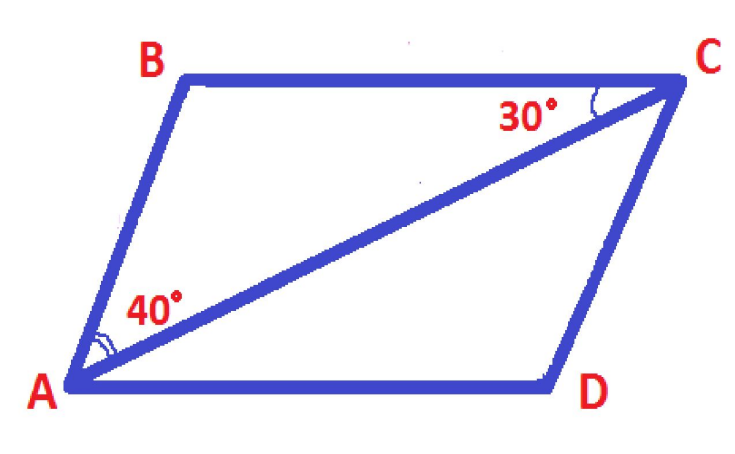
BC ∥ AD и секущей BD),

* ∠BCO = ∠OAD (накрест лежащие при

BC ∥ AD и секущей AC).

Из равенства треугольников следует равенство соответствующих сторон, т.е. *BO = OD, CO = OA*, значит O – середина диагоналей AC и BD.

Параллелограмм. Решение задач



Задача: В параллелограмме ABCD проведена диагональ AC. ∠BCA = 30°, ∠BAC = 40°. Найдите все углы параллелограмма.

Решение:

Рассмотрим ΔBAC.

У него ∠BCA = 30°, ∠BAC = 40°,

значит $\angle B = 180° - (30° + 40°) = 110°$.

∠B = ∠D = 110°

(по свойству противоположных углов),

∠A+∠B=180°, ⇒

∠A=180°-110°=70°,

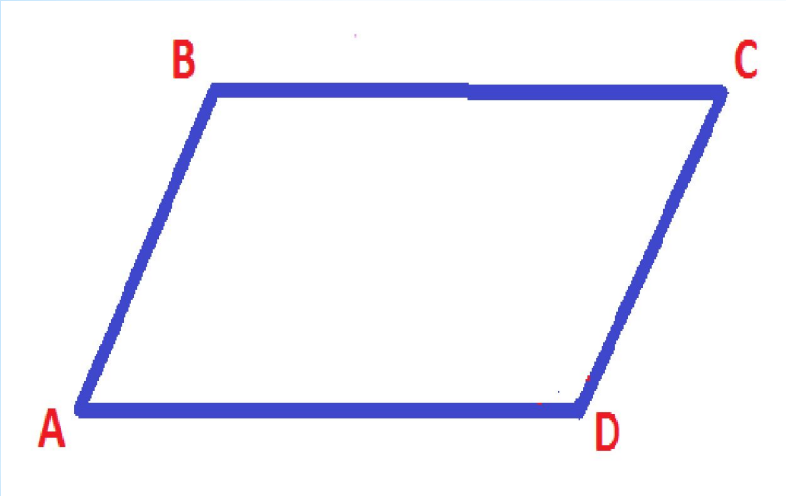
∠C=∠A=70°

(по свойству противоположных углов параллелограмма)

Ответ: ∠C=∠A=70°, ∠B = ∠D = 110°

Параллелограмм. Решение задач

Задача: Найдите стороны параллелограмма, если две его стороны относятся как 4:5, а периметр равен 72 см.



Решение :

Т. к. отношение сторон равно 4: 5, то речь в условии задачи идет о соседних сторонах параллелограмма.

4+5 = 9 – частей на сумму сторон AB и BC.

AB + BC = 72: 2 = 36 см,

36 : 9 = 4 (см) – одна часть,

AB = 4·4=16 (см), BC = 4·5=20 (см).

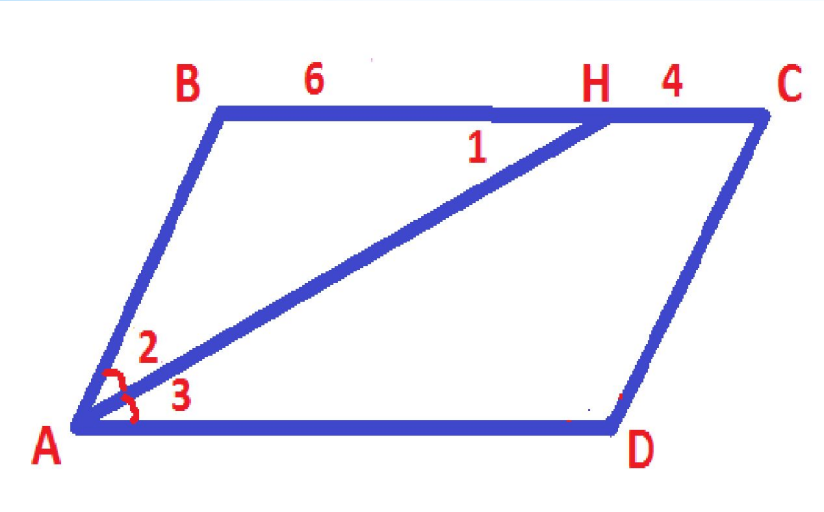
CD = AB = 16 см, AD = BC = 20 см

(по свойству сторон параллелограмма)

Ответ: CD = AB = 16 см,

AD = BC = 20 см

Параллелограмм. Решение задач



Задача: в параллелограмме ABCD проведена биссектриса угла A. Она разбивает сторону BC на отрезки BH =6 см и HC =4 см. Найдите периметр параллелограмма.

Решение:

∠3=∠2, т.к. AH – биссектриса,

∠1=∠3 (накрест лежащие при BC∥AD и секущей AH), ⇒ ∠1=∠2,

ΔABH – равнобедренный (по признаку),

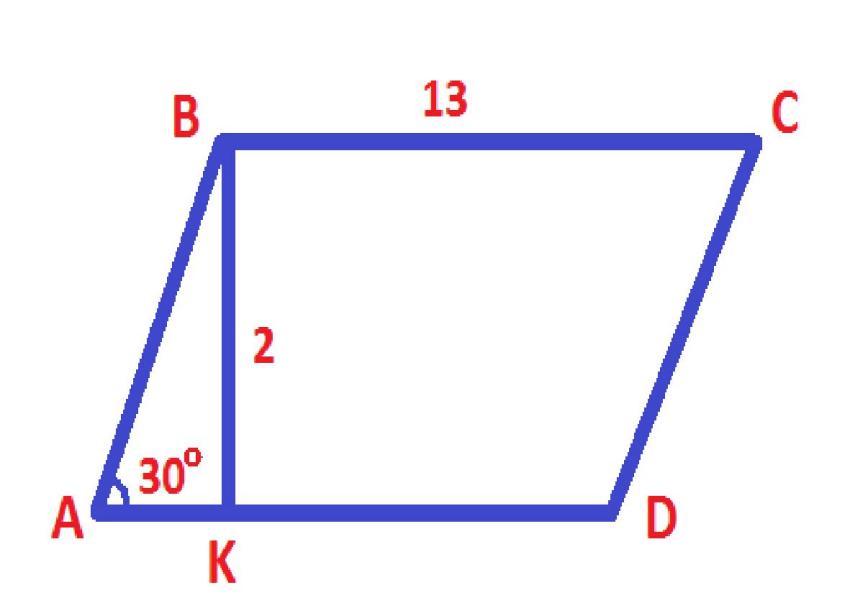
⇒ AB = BH = 6см.

BC = AD = 10 см, AB = CD = 6 см.

P = 2·(10+6) = 32 см.

Ответ: P=32 см.

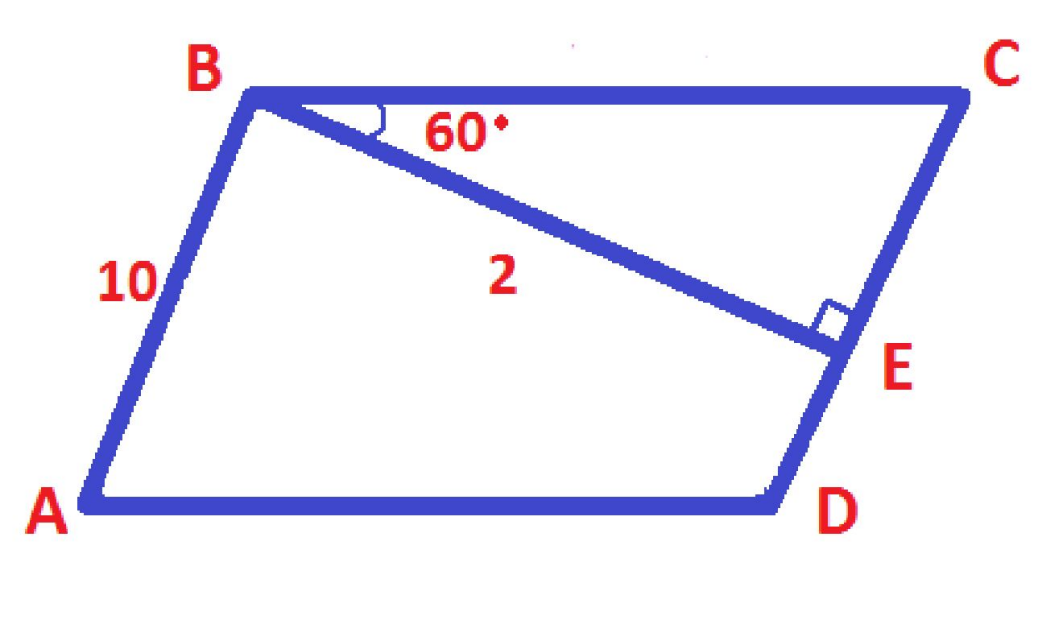
Параллелограмм. Решение задач



<u>Задача</u>: ABCD – параллелограмм. Высота BK равна 2 см, ∠A=30°, сторона BC=13 см. Найти периметр параллелограмма.

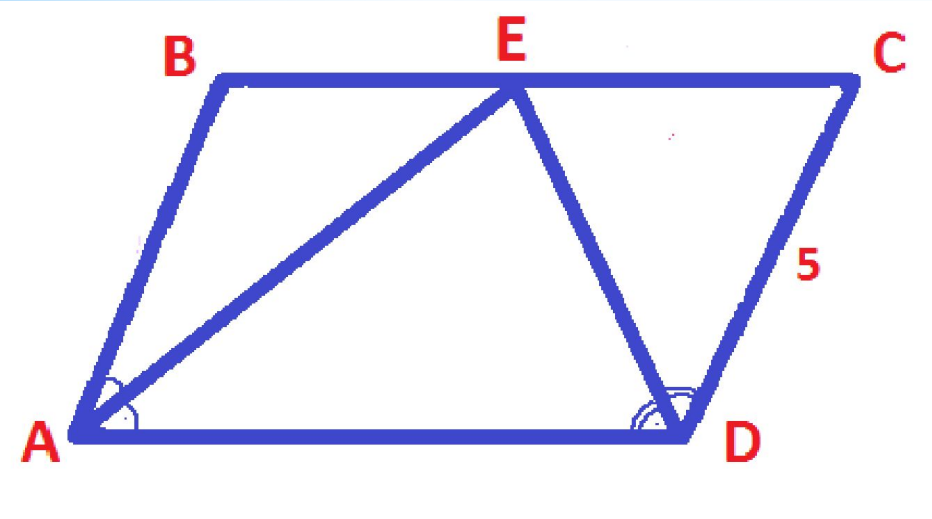
Решение задач по готовым чертежам с последующей самопроверкой

Параллелограмм. Решение задач



<u>Задача:</u> ABCD – параллелограмм. Найти AD и DC.

Параллелограмм. Решение задач



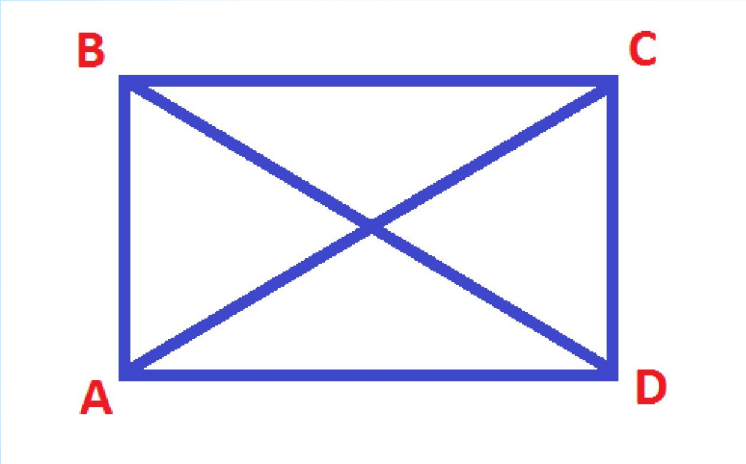
<u>Задача:</u> ABCD – параллелограмм. Найти периметр ABCD и ∠AED.

Прямоугольник

<u>Прямоугольник</u> – это параллелограмм, у которого все углы прямые.

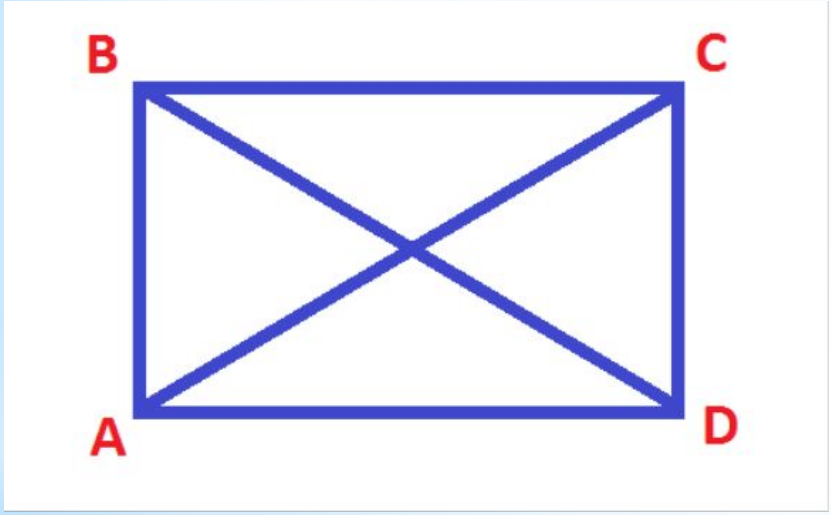
∠A=∠B=∠C=∠D=90°

Свойства прямоугольника



- Противоположные стороны равны
- Диагонали равны
- Все углы прямые
- Диагонали точкой пересечения делятся пополам

Свойство диагоналей прямоугольника



Диагонали прямоугольника равны.

Доказательство:

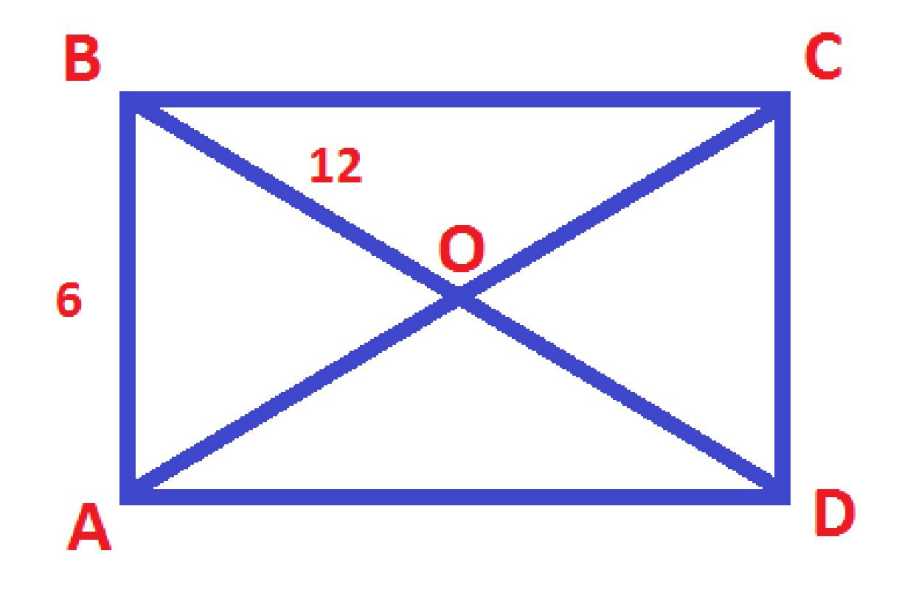
Прямоугольные треугольники BAD и CDA равны по двум катетам

(AB=CD, AD – общий катет).

Отсюда следует, что гипотенузы треугольников равны,

т.е. AC=BD.

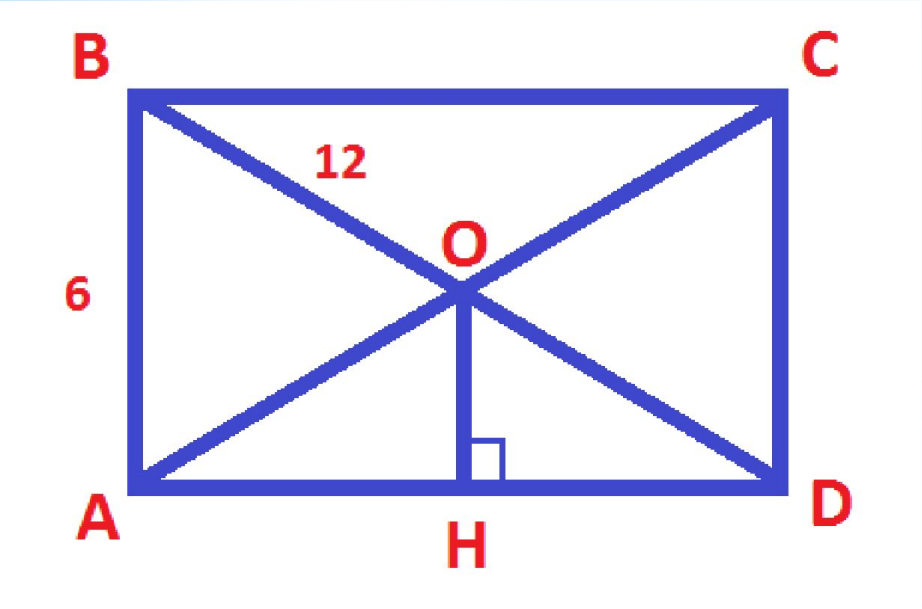
Прямоугольник. Решение задач



<u>Задача:</u> ABCD – прямоугольник. Найти ∠COD, если BD=12 см, AB=6 см.

<u>Ответ:</u>
60°

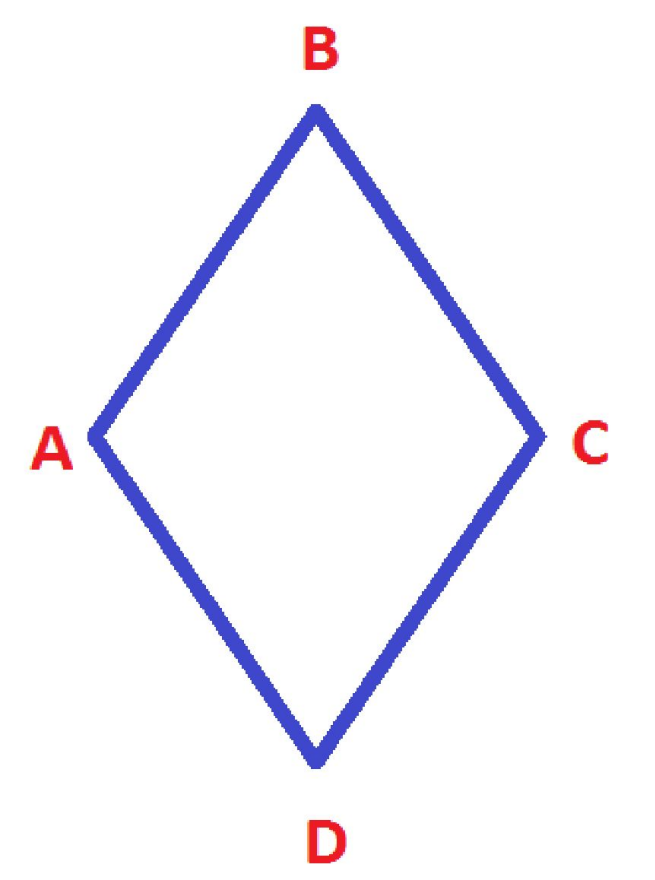
Прямоугольник. Решение задач



<u>Задача:</u>

ABCD – прямоугольник. Найти OH, если BD=12 см, AB=6 см.

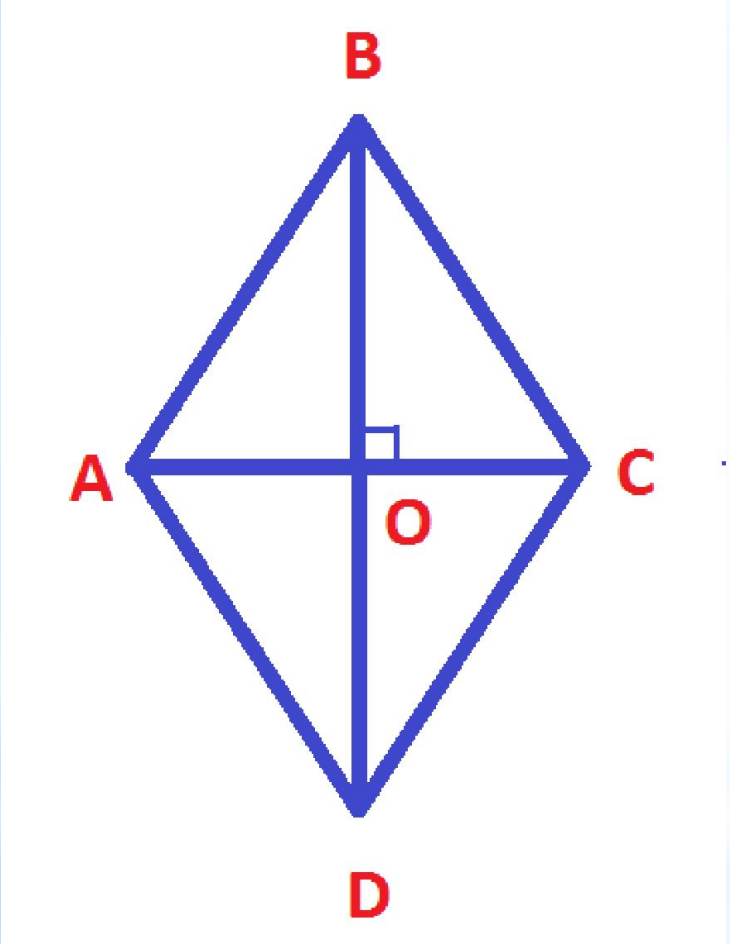
Ромб



<u>Ромб</u> – это параллелограмм, у которого все стороны равны.

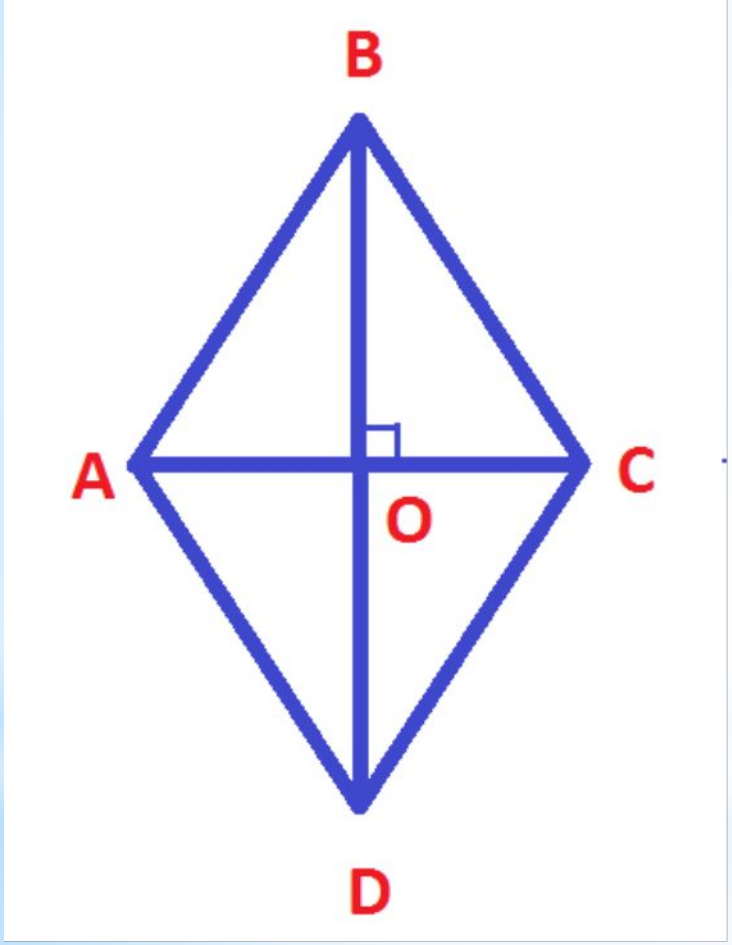
AB=BC=CD=D
A

Свойства ромба



- Все стороны равны
- Противоположные углы равны
- Диагонали ромба перпендикулярны
- Диагонали ромба – биссектрисы углов ромба

Свойства диагоналей ромба



Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам.

Доказательство:

Рассмотрим ромб ABCD.

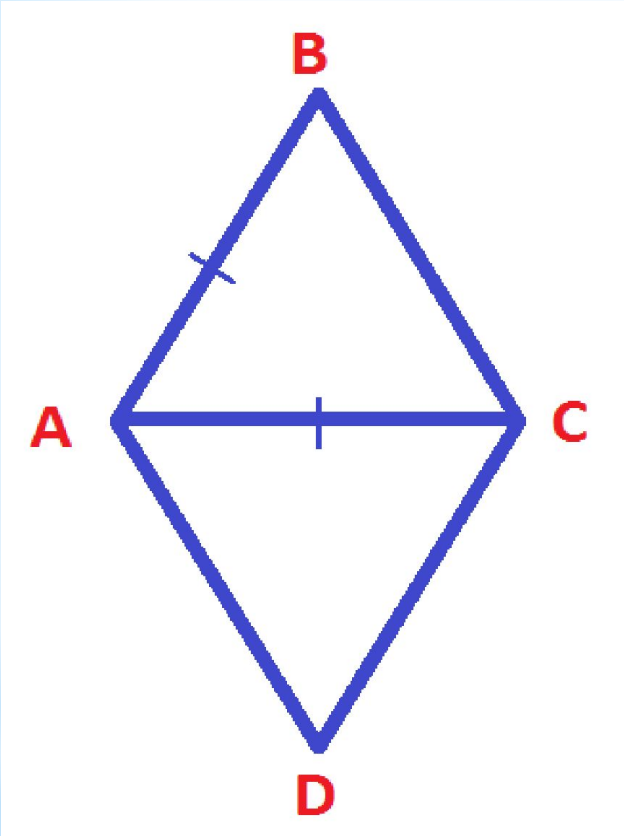
По определению ромба AB=AD, поэтому треугольник BAD равнобедренный.

Т.к. ромб – параллелограмм, то его диагонали точкой O делятся пополам.

Следовательно, AO – медиана треугольника BAD, а значит, высота и биссектриса этого треугольника.

Итак, AC⊥BD и ∠BAC=∠DAC, ч.т.д.

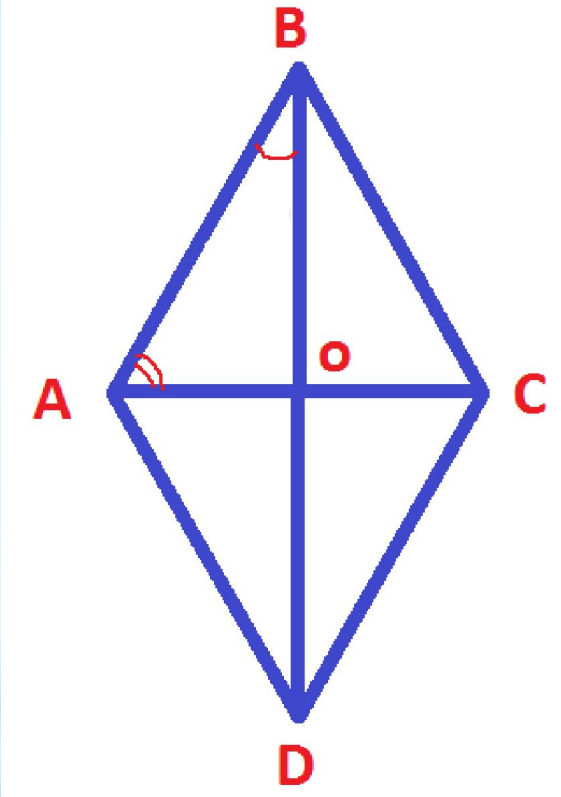
Ромб. Решение задач



Задача:

ABCD – ромб. Найдите углы ромба, если AB=AC

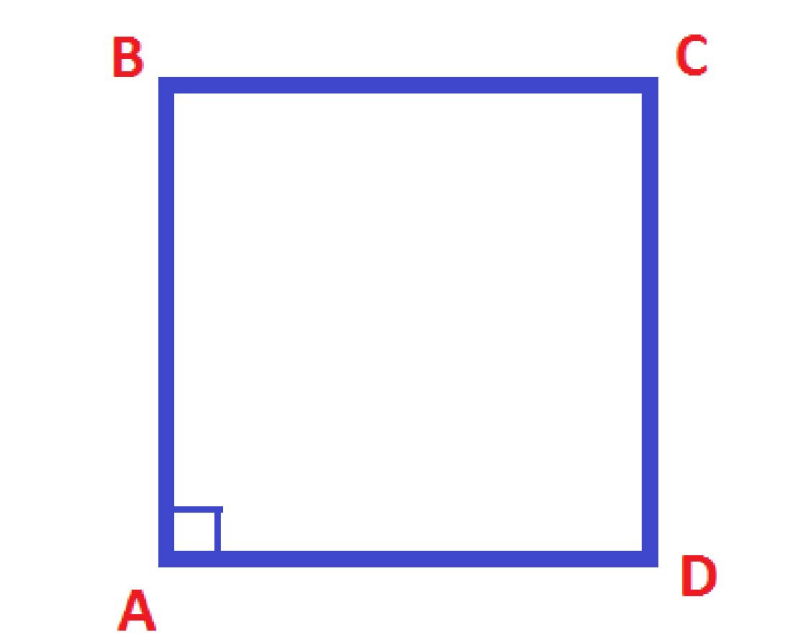
Ромб. Решение задач



Задача:

ABCD – ромб. Найдите углы ромба, если сторона AB ромба образует с диагоналями углы, такие, что один больше другого на 10°.

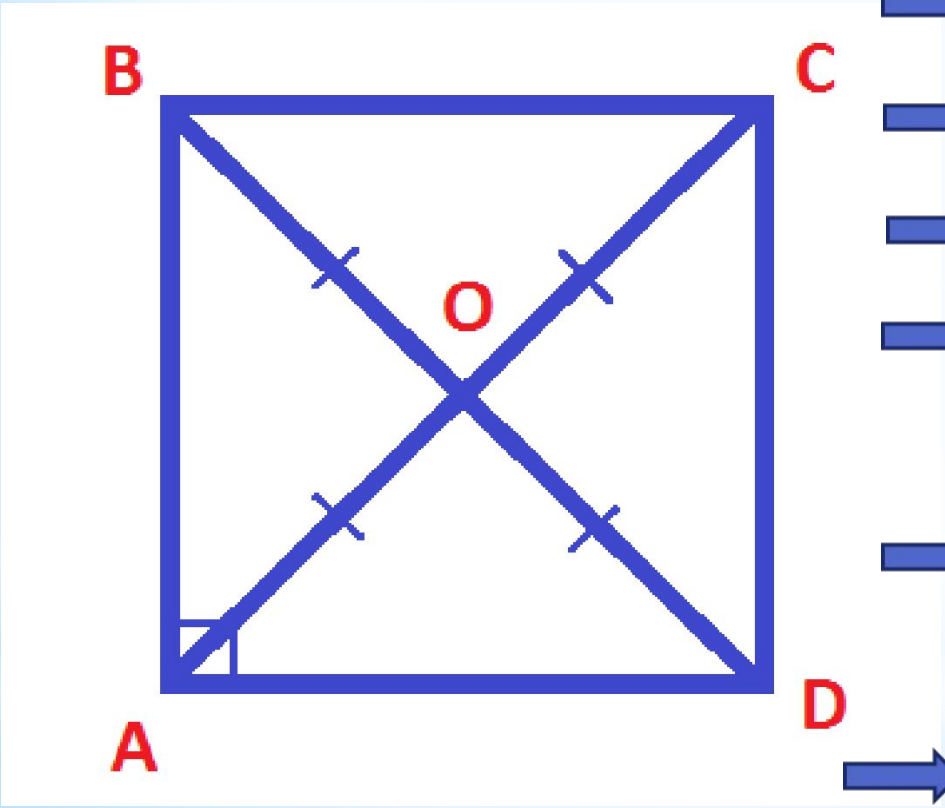
Квадрат



Квадрат – это прямоугольник, у которого все стороны равны.

AB = BC = CD = DA

Квадрат. Свойства квадрата



- Все стороны равны
- Диагонали равны
- Все углы прямые
- Диагонали перпендикулярны
- Диагонали делятся точкой пересечения пополам
- Диагонали – биссектрисы углов квадрата