

# Целое уравнение и его корни

Линейное уравнение

$$ax + b = 0$$

Квадратное уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Целое уравнение?

**Целым уравнением** с одной переменной называется уравнение, левая и правая части которого — целые выражения.

$$\frac{1}{2}x^3 - 4x^2 - \frac{1}{2}x = -4$$

$$x^3 - x^2 + \frac{1}{x} = 2 - 7x^4$$

$$\frac{x^8}{3-x} = x^6 + 12x(x^4 - 7)$$

$$(x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x + 2) = 10$$

$$\frac{x+5}{x^2} - x^9 = 1 - x$$

$$x^2(x^2 - 2) = 8$$

$$\frac{1}{2}x^3 - 4x^2 - \frac{1}{2}x = -4$$

$$x^3 - 8x^2 - x = -8$$

$$x^3 - 8x^2 - x + 8 = 0$$

$$(x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x + 2) = 10$$

$$x^2(x^2 - 2) = 8$$

$$(x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x + 2) = 10$$

$$x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x^3 + 4x^2 + 4x - x^2 - 2x - 2 = 10$$

$$x^4 + \underline{2x^3} + \underline{\underline{2x^2}} + \underline{2x^3} + \underline{\underline{4x^2}} + \underline{\underline{\underline{4x}}} - \underline{\underline{\underline{x^2}}} - \underline{\underline{\underline{2x}}} - \underline{\underline{\underline{2}}} - \underline{\underline{\underline{10}}} = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$\frac{1}{2}x^3 - 4x^2 - \frac{1}{2}x = -4$$



$$\underline{x^3 - 8x^2 - x + 8 = 0}$$

$$(x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x + 2) = 10$$



$$\underline{x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 2x - 12 = 0}$$

$$x^2(x^2 - 2) = 8$$

$$x^4 - 2x^2 = 8$$

$$\underline{x^4 - 2x^2 - 8 = 0}$$

$$P(x) = 0$$

$P(x)$  – многочлен стандартного вида

Степень многочлена  $P(x)$  называют степенью уравнения  $P(x) = 0$ .

# Определить степень уравнений:

1)  $x^8 + \frac{1}{2}x^3 + 9 = 0$

Ответ: 8.

3)  $x^5 + x^8(x^3 - 2) = 0$

$$x^5 + x^{11} - 2x^8 = 0$$

$$x^{11} - 2x^8 + x^5 = 0$$

Ответ: 11.

2)  $0,3x^7 + 1 = 0$

Ответ: 7.

4)  $(x^3 - 2)(x^3 + 2) = 0$

$$x^6 - 4 = 0$$

Ответ: 6.

Степень уравнения		Количество корней
...		

$$a \neq 0$$

Решить уравнение  $\frac{1}{2}x^3 - 4x^2 - \frac{1}{2}x = -4$ .

$$x^3 - 8x^2 - x + 8 = 0$$

$$x^2(x - 8) - (x - 8) = 0$$

$$(x - 8)(x^2 - 1) = 0$$

$$(x - 8)(x - 1)(x + 1) = 0$$

$$x - 8 = 0 \quad x - 1 = 0 \quad x + 1 = 0$$

$$x = 8 \quad x = 1 \quad x = -1$$

Ответ: 8, 1, -1.

Решить уравнение  $(x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x + 2) = 10$ .

$$(x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x + 2) = 10$$

$$\underline{x^2 + 2x = y}$$

$$(y - 1)(y + 2) = 10$$

$$y^2 + y - 12 = 0$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 49 > 0$$

$$\text{По т. Виета: } \begin{cases} y_1 + y_2 = -1, \\ y_1 \cdot y_2 = -12. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1 = -4, \\ y_2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x = -4, \\ x^2 + 2x = 3 \end{cases}$$

$$x^2 + 2x = -4$$

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 0$$

$$x = -2$$

$$x^2 + 2x = 3$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$D = 16 > 0$$

$$x_1 = -3 \quad x_2 = 1$$

Ответ:  $-2, -3, 1$ .

# Биквадратное уравнение

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

$$a(x^2)^2 + bx^2 + c = 0$$

1. Ввести новую переменную  $x^2 = y$ .
2. Решить уравнения  $ay^2 + by + c = 0$ .
3. Выполнить обратную подстановку  $y = x^2$ .
4. Найти корни биквадратного уравнения.

Решить уравнение  $x^2(x^2 - 2) = 8$ .

$$x^4 - 2x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 = y \Rightarrow x^4 = (x^2)^2 = y^2$$

$$y^2 - 2y - 8 = 0$$

$$D = 36 > 0$$

По т. Виета  $\begin{cases} y_1 + y_2 = 2, \\ y_1 \cdot y_2 = -8 \end{cases}$

$$\begin{cases} y_1 = 4, \\ y_2 = -2 \end{cases}$$

Ответ: 2, -2.

$$\begin{cases} x^2 = 4, \\ x^2 = -2 \end{cases}$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

$$x^2 = -2$$

нет корней

**Целым уравнением** с одной переменной называется уравнение, левая и правая части которого — целые выражения.

## Способы решения целых уравнений

- разложение многочлена на множители
- введение новой переменной

# Биквадратное уравнение

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

1. Ввести новую переменную  $x^2 = y$ .
2. Решить уравнения  $ay^2 + by + c = 0$ .
3. Выполнить обратную подстановку  $y = x^2$ .
4. Найти корни биквадратного уравнения.