

Преобразование выражения $A \sin x + B \cos x$ к виду $C \sin(x+t)$

10 класс
Тригонометрия

МОУ «Кебанъельская СОШ»
Учитель Борзова Мария Семёновна

- * Задача
- * Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y=3\sin x+4\cos x$

* Решим предварительно эту задачу для другой функции

$$y = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$$

Проще выглядит эта функция?

* Зная, что $\frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\frac{1}{2}$ являются значениями функций, а именно

* $\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{\pi}{6}$, а $\frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6}$, запишем

• $y = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$ в виде

• $Y = \sin x \cos \frac{\pi}{6} + \cos x \sin \frac{\pi}{6}$

Как можно ещё преобразовать эту функцию?

- * Используем формулу для синуса суммы двух аргументов и «свернём» нашу функцию:

$$y = \sin x \cos \frac{\pi}{6} + \cos x \sin \frac{\pi}{6} \quad \text{к}$$

- * виду

- * $Y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

- * $Y_{\text{наиб}} = ?$, $Y_{\text{наим}} = ?$



* Вернёмся к первой функции $y=3\sin x+4\cos x$

* Являются ли числа 3 и 4 значениями синуса и косинуса некоторого числа?

- * Конечно, нет.
- Поступим следующим образом: найдём квадратный корень из суммы квадратов этих чисел (что-то напоминает?)
- $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$
- Далее заметим, что $(\frac{3}{5})^2 + (\frac{4}{5})^2 = ?$

- * Правильно, 1.
- * Точка с координатами $(\frac{3}{5}; \frac{4}{5})$ принадлежит единичной окружности с центром в начале координат, и следовательно
- * $\frac{3}{5}$ и $\frac{4}{5}$ являются значениями синуса и косинуса
- * некоторого числа.
- * Пусть $\frac{3}{5} = \cos t$, а $\frac{4}{5} = \sin t$.

* $y = 3\sin x + 4\cos x$

• $Y = 5\left(\frac{3}{5}\sin x + \frac{4}{5}\cos x\right)$

• $y = 5(\sin x \cos t + \cos x \sin t) =$

• $= 5\sin(x + t)$

• $Y = 5\sin(x + t)$

• $Y_{\text{наиб}} = ? \quad Y_{\text{наим}} = ?$

Итак, формула для преобразования следующая

- * $A \sin x + B \cos x = C \sin(x + t),$
- где $C = \sqrt{A^2 + B^2}, \quad t = \arcsin \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}$