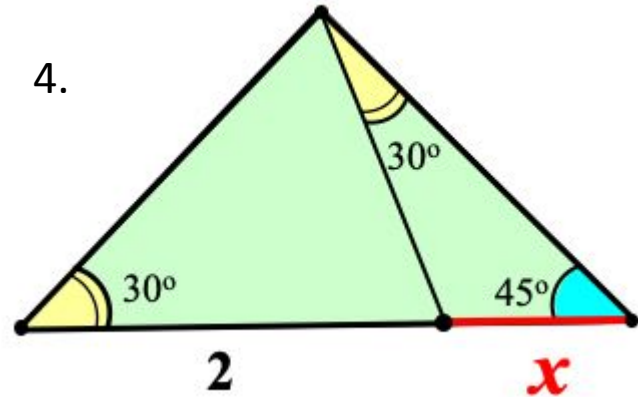
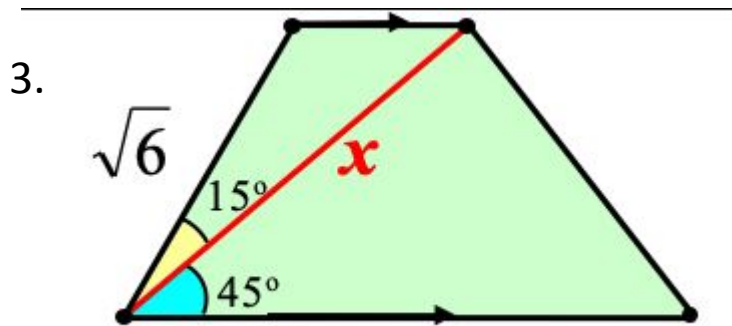
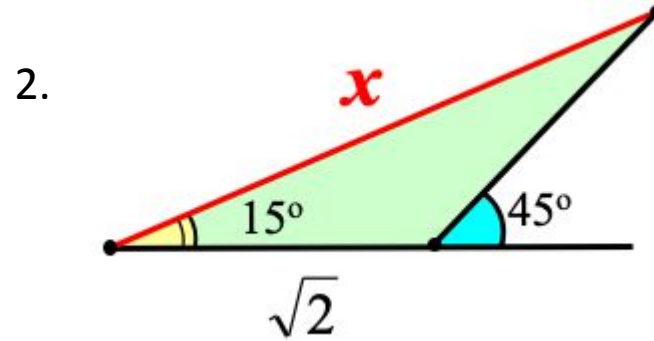
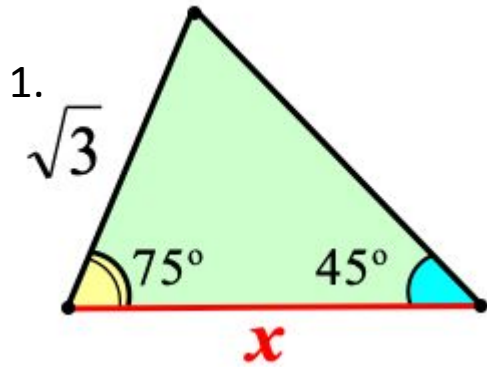


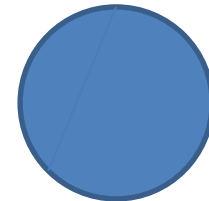
# Применение теоремы синусов

# Решить задачи



# ФОРМУЛЫ ДЛЯ ПЛОЩАДИ ТРЕУГОЛЬНИКА

- Если треугольник со сторонами  $a, b, c$  и углами  $\alpha, \beta, \gamma$  вписан в окружность радиуса  $R$ , то для его площади  $S$  справедливы формулы:
- $S = 2R^2 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$
- $S = abc/4R$



# Доказательство.

- **Сначала докажем первую формулу.** Возьмём известную формулу для площади треугольника и подставим в неё выражения для его сторон  $a$  и  $b$  через радиус  $R$  описанной окружности. Тогда мы получим, что  $S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \frac{1}{2} (2R \sin \alpha)(2R \sin \beta) \sin \gamma = 2R^2 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$ .
- Теперь докажем вторую формулу. По теореме
- синусов для стороны  $c$  и угла  $\gamma$  треугольника можно
- записать:  $\sin \gamma = \frac{c}{2R}$ . Если мы подставим это выражение в ту же формулу для площади треугольника, то получим  $S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \frac{1}{2} ab \frac{c}{2R} = \frac{abc}{4R}$
- **Что и требовалось доказать**

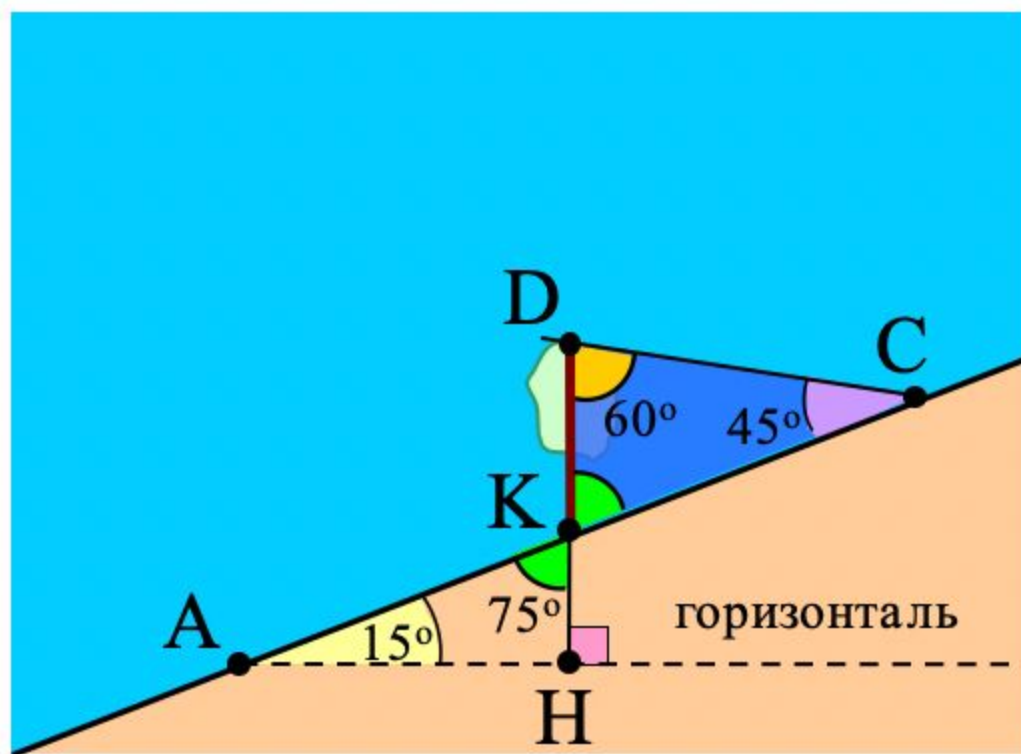
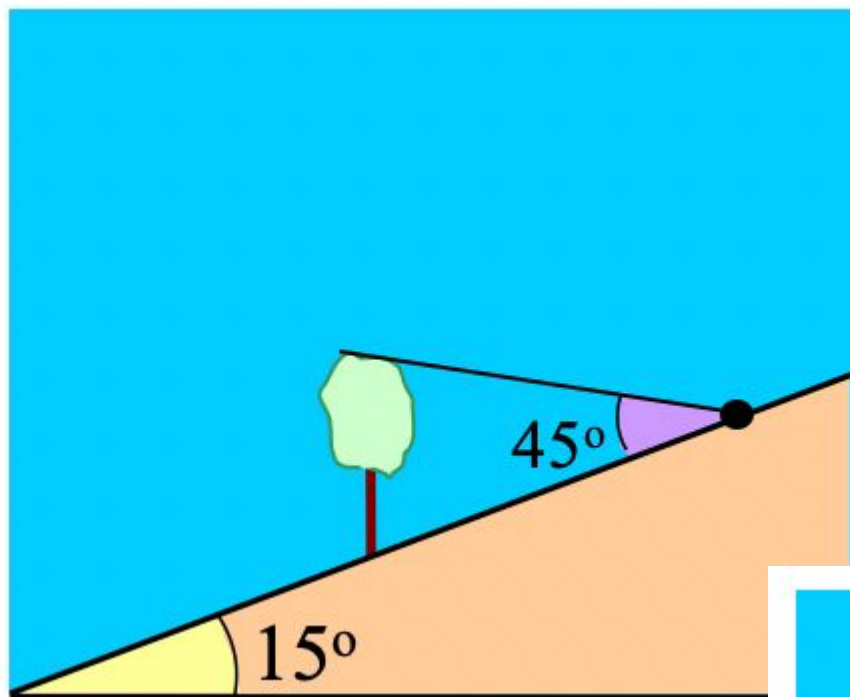
# ТЕОРЕМА ПТОЛЕМЕЯ

- Произведение диагоналей четырёхугольника, вписанного в окружность, равно сумме произведений двух пар его противоположных
- сторон.
- $AC * BD = AB * CD + BC * AD$

# Примеры задач

- **ПРИМЕР 1. (А) Человек видит дерево внизу на склоне холма**
- под углом  $45^\circ$  по отношению к его поверхности. От данного
- места по склону до дерева он спустился на 54 м. Определите
- примерную высоту дерева, если угол склона равен  $15^\circ$ .

- **Решение.** Обозначим корень дерева буквой *K*, а его
- вершину – точкой *D*. *Дерево растёт под прямым углом к*
- горизонту, поэтому прямая *KD* перпендикулярна
- горизонтальной прямой *АН*. *Из прямоугольного*
- *треугольника АKN найдём, что угол АKN равен*  
 $90^\circ - 15^\circ =$
- $75^\circ$ . *Угол DKC тоже равен  $75^\circ$ , поскольку он*  
*вертикальный*
- к углу АKN.





Когда человек находится на склоне в точке  $C$ , он видит дерево под углом  $DCK$ , равным  $45^\circ$ . Это позволяет найти угол при вершине  $D$  треугольника  $CDK$ :  $180^\circ - 45^\circ - 75^\circ = 60^\circ$ . Кроме того, по условию нам известно, что  $CK = 54$  м.

Запишем теперь теорему синусов для треугольника

$$CDK: DK/\sin 45 = CK/\sin 60$$

Откуда следует, что  $DK = CK \cdot \sqrt{2}/\sqrt{3} = 0,815CK = 44$ .

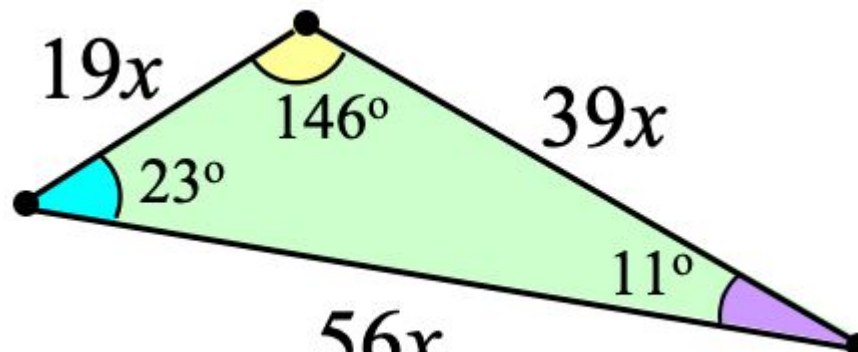
**Ответ: 44 м.**

**ПРИМЕР 2. (А)** Два угла треугольника равны  $11^\circ$  и  $23^\circ$ , а его

периметр равен 285 см. Пользуясь тригонометрической таблицей, найдите большую сторону этого

треугольника (

точностью до :



**Решение. Сначала найдём третий угол данного** треугольника. Его величина равна  $180^\circ - 11^\circ - 23^\circ = 146^\circ$ .

По теореме синусов отношение сторон треугольника равно отношению синусов его углов, которые лежат против этих сторон. По тригонометрической таблице найдём, что  $\sin 11^\circ \approx 0,190$  и  $\sin 23^\circ \approx 0,390$ .

Синус третьего тупого угла треугольника можно найти по этой же таблице, если вспомнить формулу приведения  $\sin (180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ . Тогда  $\sin 146^\circ = \sin (180^\circ - 146^\circ) = \sin 34^\circ \approx 0,559$ .

Поэтому можно считать, что синусы углов этого треугольника равны 0,19, 0,39 и 0,56 с точностью до 0,001.

Отношение синусов этих углов будет удобно считать, если предварительно умножить каждый из них на 100. Поэтому стороны данного треугольника будут относиться друг к другу

приблизительно как  $19 : 39 : 56$ . Значит, длины этих сторон можно обозначить как  $19x$ ,  $39x$  и  $56x$ , где  $x$  – некоторое положительное число. При этом для каждой

стороны ошибка будет меньше  $0,1x$ .

По условию периметр треугольника равен  $285$  см.

Поэтому  $19x + 39x + 56x \approx 285$ . Откуда  $114x \approx 285$ .

Конечно, правильнее было бы записать это в виде следующего двойного неравенства:  $114x < 285 < 114,3x$ .

Откуда  $2,49 < x < 2,5$ . То есть можно считать, что  $x \approx 2,5$  с

ошибкой меньшей  $0,01$ . Тогда большая сторона треугольника будет равна  $56x \approx 140$  см. А ошибка будет

меньше  $0,56$  см, т. е. меньше  $1$  см.

**Ответ: 140 см**

**1. (А) Два угла треугольника равны  $16^\circ$  и  $30^\circ$ . Его сторона, лежащая против большего из этих углов, равна 20 см. Найдите сторону, лежащую против меньшего из них, с точностью до 1 мм.**

**2. (А) Меньшая сторона параллелограмма равна 1 м. С точностью до 1 см найдите его большую сторону, если диагональ параллелограмма образует с этими сторонами углы  $23^\circ$  и  $46^\circ$ .**

**3. (А) На гору идут две канатные дороги: одна из них расположена над крутым её склоном, который составляет  $45^\circ$  с горизонтом, а другая – на пологом, образующим с горизонтом угол  $30^\circ$ . Группа туристов поднималась на гору по первой дороге 20 минут со скоростью 3 м/с. Сколько времени займёт спуск с этой горы по второй дороге, если её скорость 5 м/с?**

