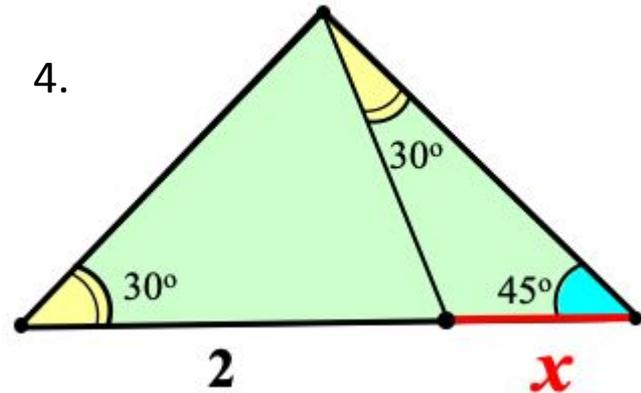
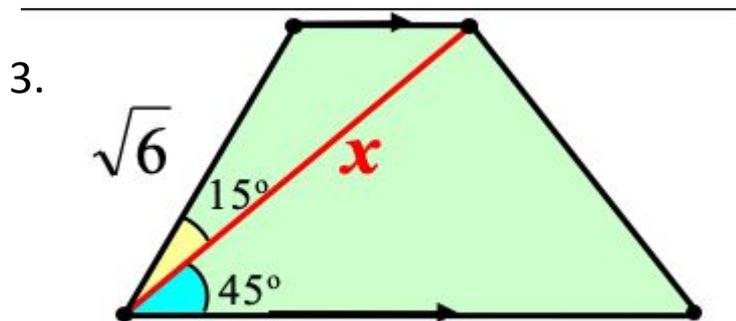
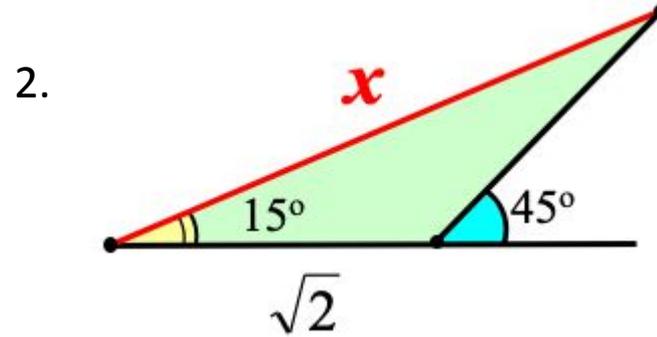
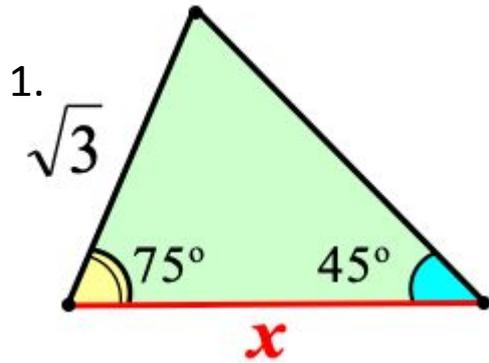


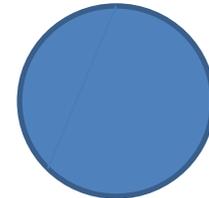
Применение теоремы синусов

Решить задачи



ФОРМУЛЫ ДЛЯ ПЛОЩАДИ ТРЕУГОЛЬНИКА

- Если треугольник со сторонами a, b, c и углами α, β, γ вписан в окружность радиуса R , то для его площади S справедливы формулы:
- $S = 2R^2 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$
- $S = abc/4R$



Доказательство.

- **Сначала докажем первую формулу.** Возьмём известную формулу для площади треугольника и подставим в неё выражения для его сторон a и b через радиус R описанной окружности. Тогда мы получим, что $S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \frac{1}{2} (2R \sin \alpha)(2R \sin \beta) \sin \gamma = 2R^2 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$.
- Теперь докажем вторую формулу. По теореме
- синусов для стороны c и угла γ треугольника можно
- записать: $\sin \gamma = \frac{c}{2R}$. Если мы подставим это выражение в ту же формулу для площади треугольника, то получим $S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \frac{1}{2} ab \frac{c}{2R} = \frac{abc}{4R}$
- **Что и требовалось доказать**

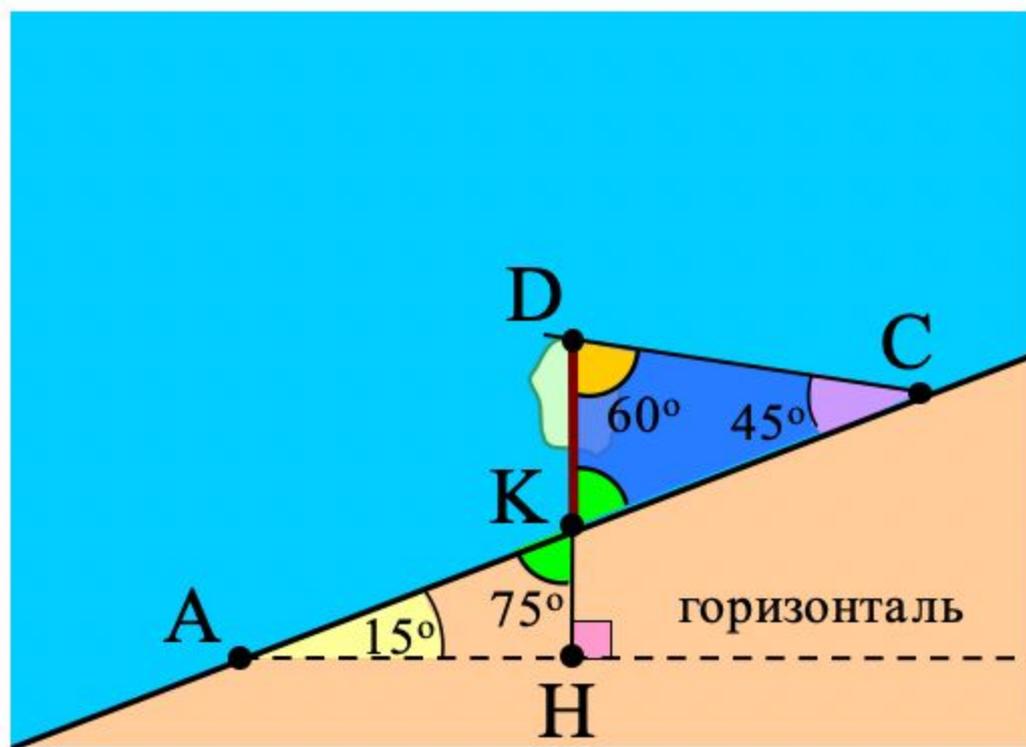
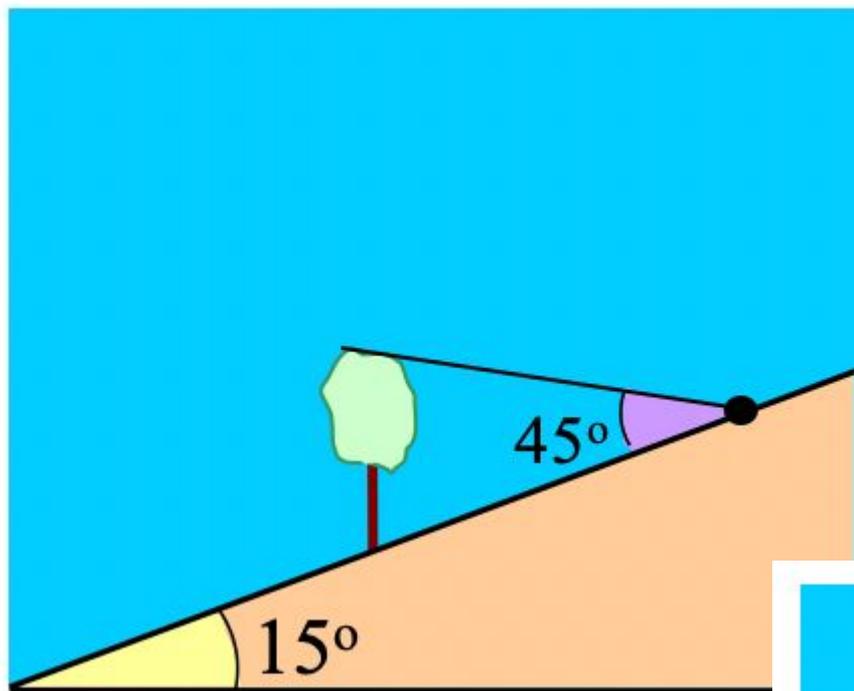
ТЕОРЕМА ПТОЛЕМЕЯ

- Произведение диагоналей четырёхугольника, вписанного в окружность, равно сумме произведений двух пар его противоположных
- сторон.
- $AC * BD = AB * CD + BC * AD$

Примеры задач

- **ПРИМЕР 1. (А) Человек видит дерево внизу на склоне холма**
- под углом 45° по отношению к его поверхности. От данного
- места по склону до дерева он спустился на 54 м. Определите
- примерную высоту дерева, если угол склона равен 15° .

- **Решение.** Обозначим корень дерева буквой *K*, а его
- вершину – точкой *D*. *Дерево растёт под прямым углом к*
- горизонту, поэтому прямая *KD* перпендикулярна
- горизонтальной прямой *АН*. *Из прямоугольного*
- *треугольника АKN найдём, что угол АKN равен*
 $90^\circ - 15^\circ =$
- 75° . *Угол DKC тоже равен 75° , поскольку он*
вертикальный
- к углу АKN.



Когда человек находится на склоне в точке C , он видит дерево под углом DCK , равным 45° . Это позволяет найти угол при вершине D треугольника CDK : $180^\circ - 45^\circ - 75^\circ = 60^\circ$. Кроме того, по условию нам известно, что $CK = 54$ м.

Запишем теперь теорему синусов для треугольника

$$CDK: DK/\sin 45 = CK/\sin 60$$

Откуда следует, что $DK = CK \cdot \sqrt{2}/\sqrt{3} = 0,815CK = 44$.

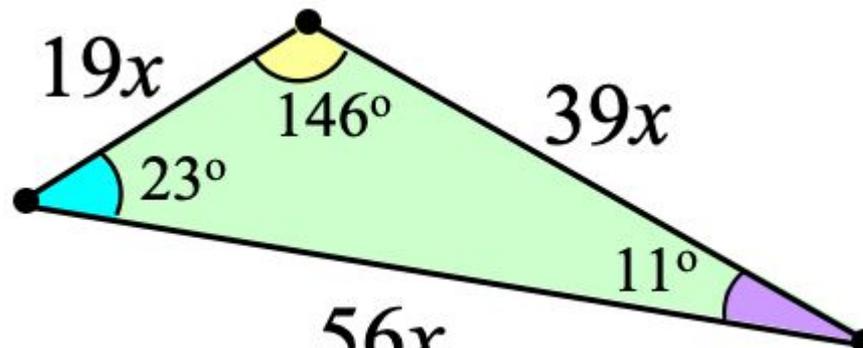
Ответ: 44 м.

ПРИМЕР 2. (А) Два угла треугольника равны 11° и 23° , а его

периметр равен 285 см. Пользуясь тригонометрической таблицей, найдите большую сторону этого

треугольника (

точностью до :



Решение. Сначала найдём третий угол данного треугольника. Его величина равна $180^\circ - 11^\circ - 23^\circ = 146^\circ$.

По теореме синусов отношение сторон треугольника равно отношению синусов его углов, которые лежат против этих сторон. По тригонометрической таблице найдём, что $\sin 11^\circ \approx 0,190$ и $\sin 23^\circ \approx 0,390$.

Синус третьего тупого угла треугольника можно найти по этой же таблице, если вспомнить формулу приведения $\sin (180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$. Тогда $\sin 146^\circ = \sin (180^\circ - 146^\circ) = \sin 34^\circ \approx 0,559$.

Поэтому можно считать, что синусы углов этого треугольника равны 0,19, 0,39 и 0,56 с точностью до 0,001.

Отношение синусов этих углов будет удобно считать, если предварительно умножить каждый из них на 100. Поэтому стороны данного треугольника будут относиться друг к другу

приблизительно как $19 : 39 : 56$. Значит, длины этих сторон можно обозначить как $19x$, $39x$ и $56x$, где x – некоторое положительное число. При этом для каждой

стороны ошибка будет меньше $0,1x$.

По условию периметр треугольника равен 285 см.

Поэтому $19x + 39x + 56x \approx 285$. Откуда $114x \approx 285$.

Конечно, правильнее было бы записать это в виде следующего двойного неравенства: $114x < 285 < 114,3x$.

Откуда $2,49 < x < 2,5$. То есть можно считать, что $x \approx 2,5$ с

ошибкой меньшей $0,01$. Тогда большая сторона треугольника будет равна $56x \approx 140$ см. А ошибка будет

меньше $0,56$ см, т. е. меньше 1 см.

Ответ: 140 см

1. (А) Два угла треугольника равны 16° и 30° . Его сторона, лежащая против большего из этих углов, равна 20 см. Найдите сторону, лежащую против меньшего из них, с точностью до 1 мм.

2. (А) Меньшая сторона параллелограмма равна 1 м. С точностью до 1 см найдите его большую сторону, если диагональ параллелограмма образует с этими сторонами углы 23° и 46° .

3. (А) На гору идут две канатные дороги: одна из них расположена над крутым её склоном, который составляет 45° с горизонтом, а другая – на пологом, образующим с горизонтом угол 30° . Группа туристов поднималась на гору по первой дороге 20 минут со скоростью 3 м/с. Сколько времени займёт спуск с этой горы по второй дороге, если её скорость 5 м/с?

