

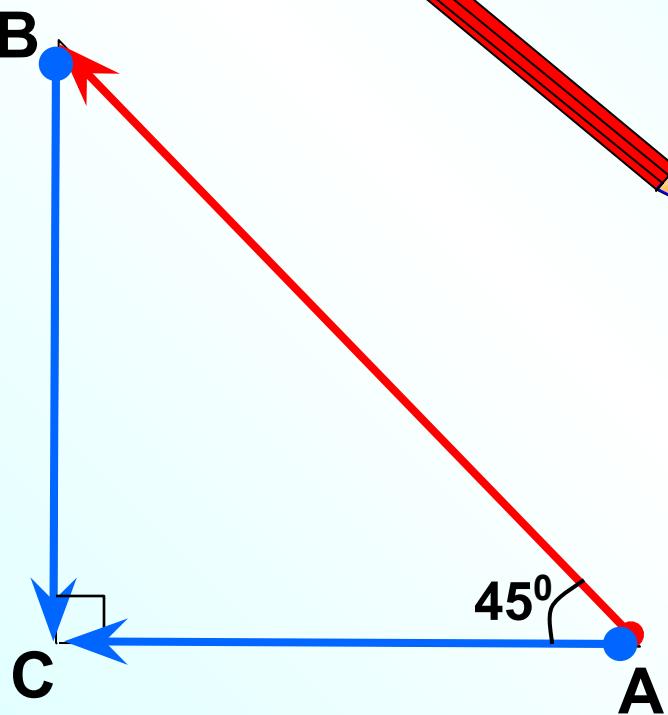


Сложение и вычитание векторов

Л.С. Аманасян

"Геометрия 7-9"

Какая запись является верной?



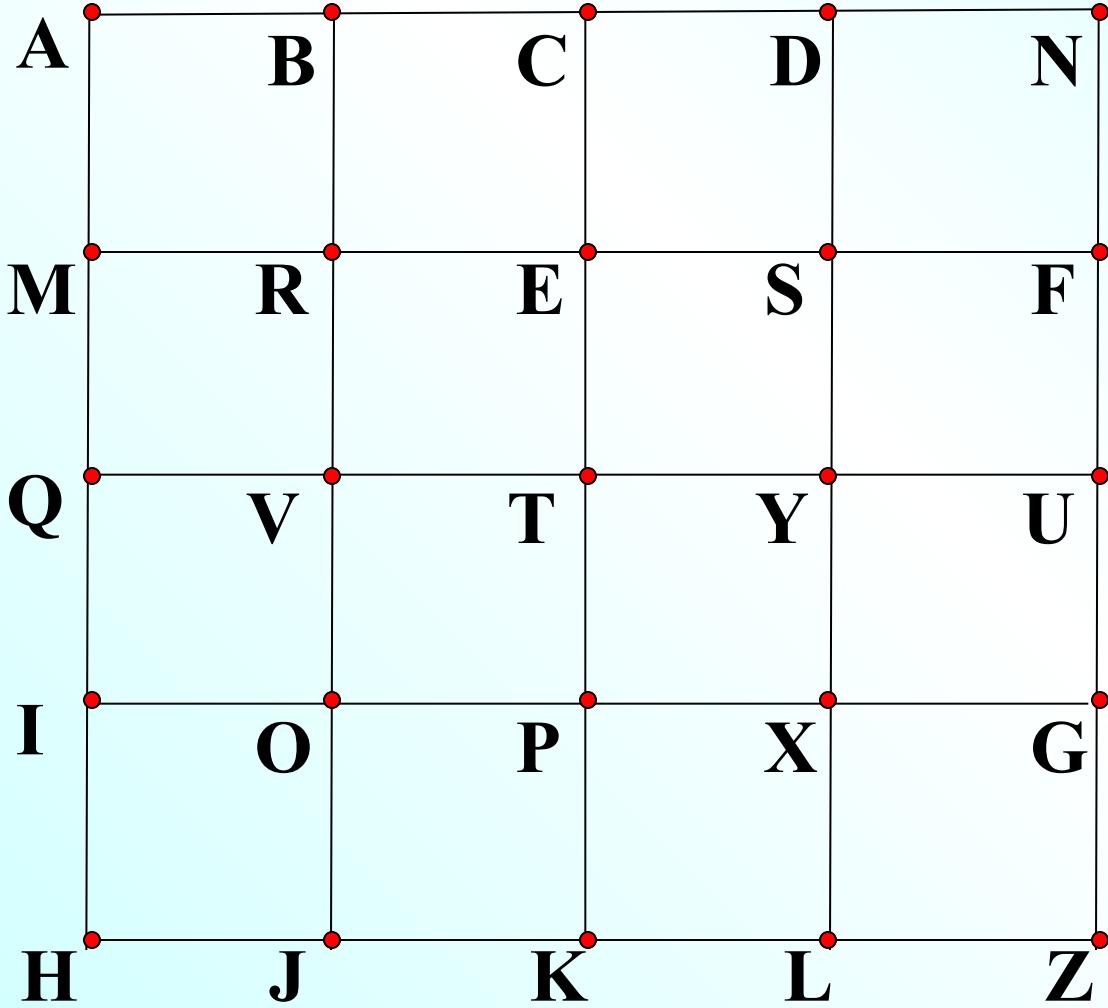
$$\overrightarrow{AB} > \overrightarrow{BC};$$

$$|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|;$$

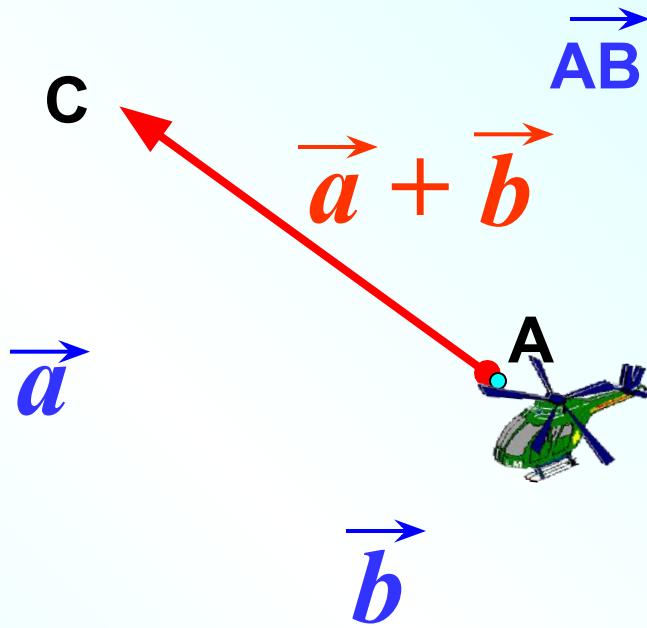
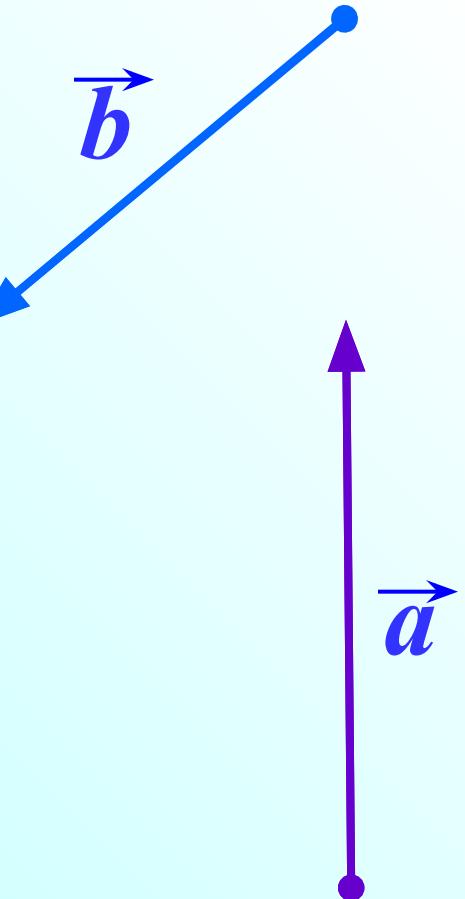
$$|\overrightarrow{AB}| > |\overrightarrow{BC}|$$

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$$

Назовите **равные** векторы



Сложение векторов. Правило треугольника.



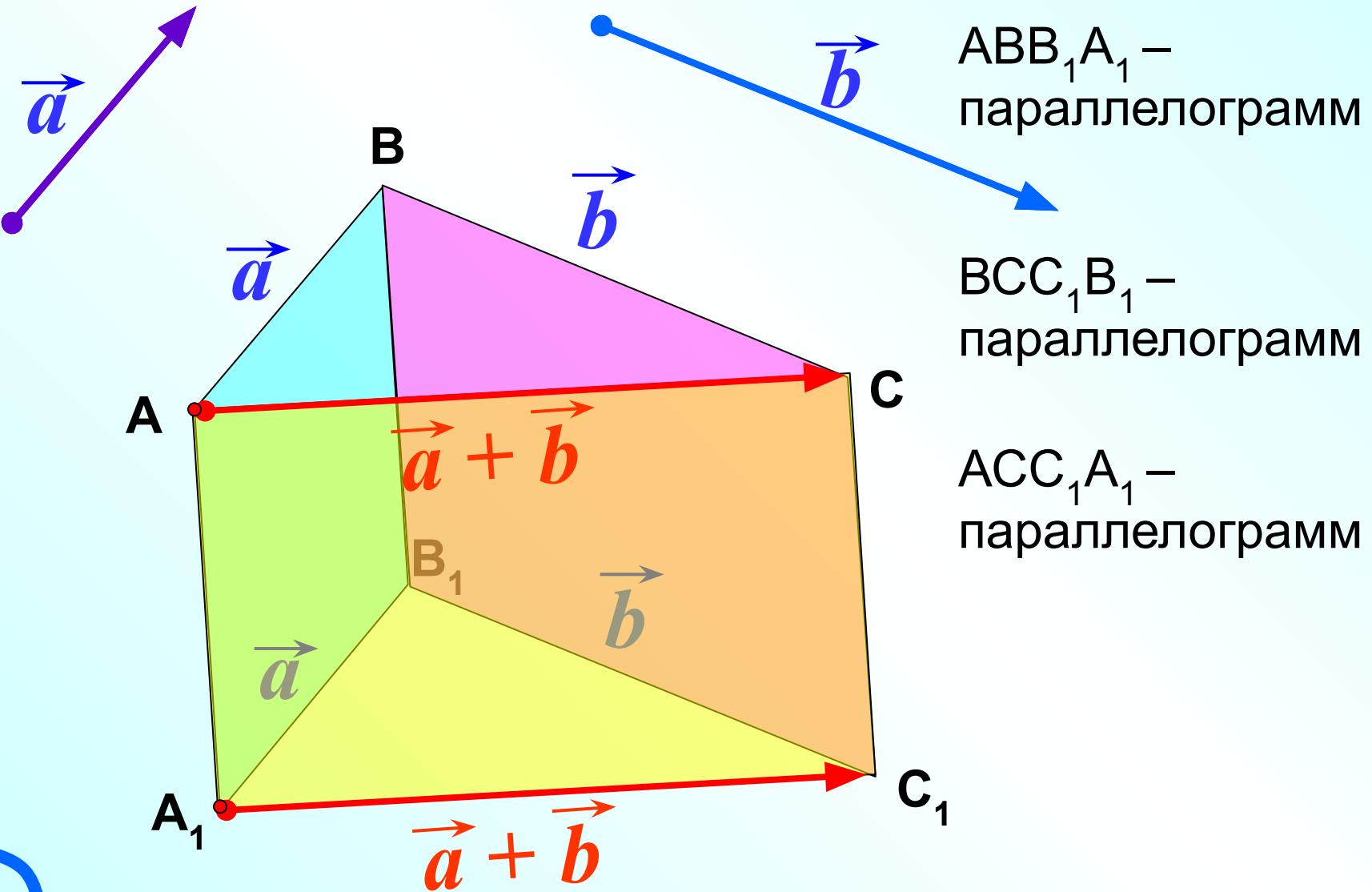
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC}$$

Для любого нулевого вектора
справедливо равенство

$$\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$$



Докажем, что если при сложении векторов точку A заменить другой точкой A_1 , то полученный вектор $\overrightarrow{A_1C_1}$ будет равен \overrightarrow{AC} . Рассмотрим случай.



Правило треугольника.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{AP}$$

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NR} = \overrightarrow{MR}$$

$$\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KM} = \overrightarrow{MM} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{OM} \Rightarrow \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MK} = \vec{OK}$$



Правило треугольника.

$$\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

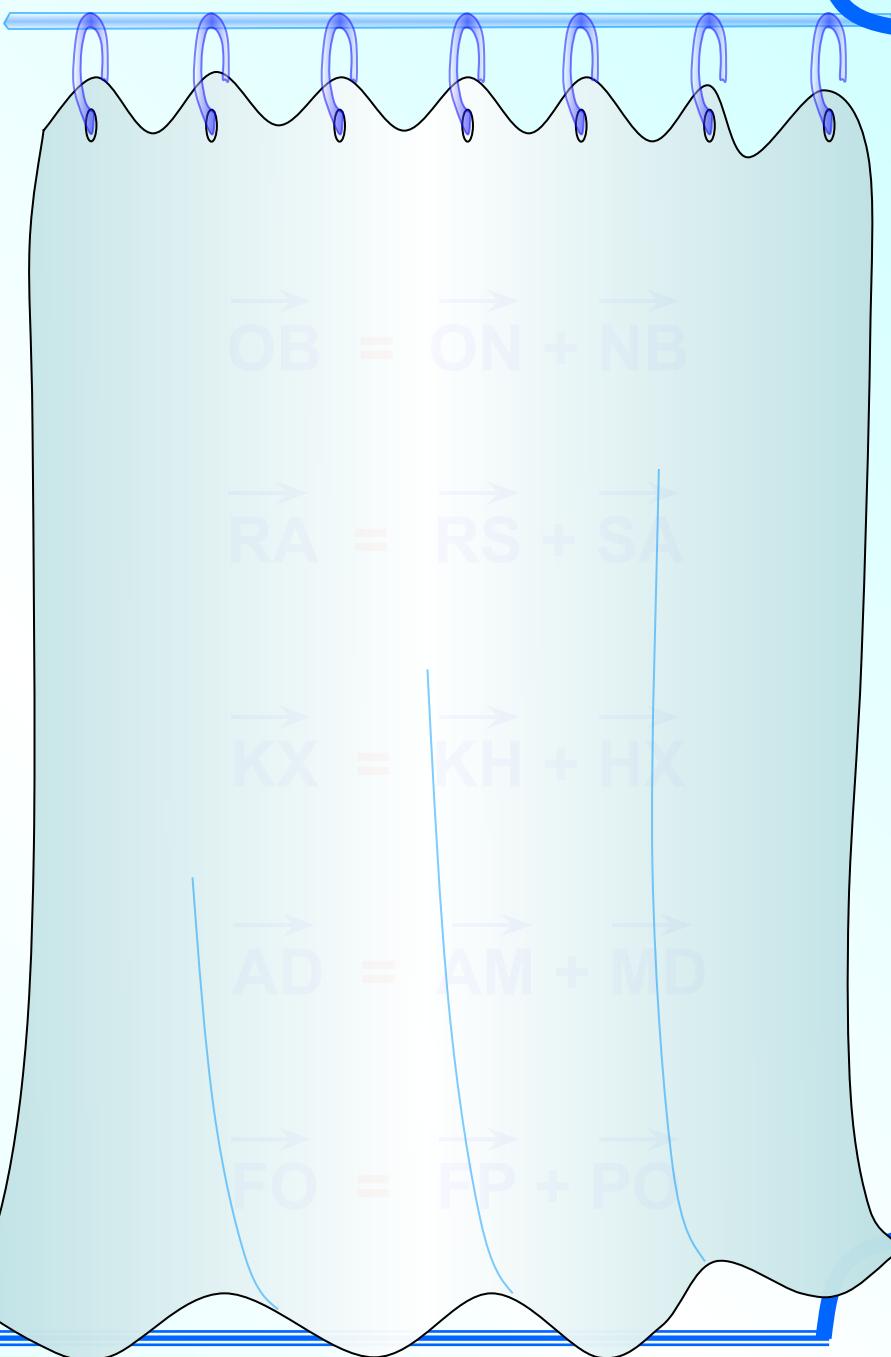
из $\triangle OBN$ $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BN}$

из $\triangle ASR$ $\overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AR} + \overrightarrow{RS}$

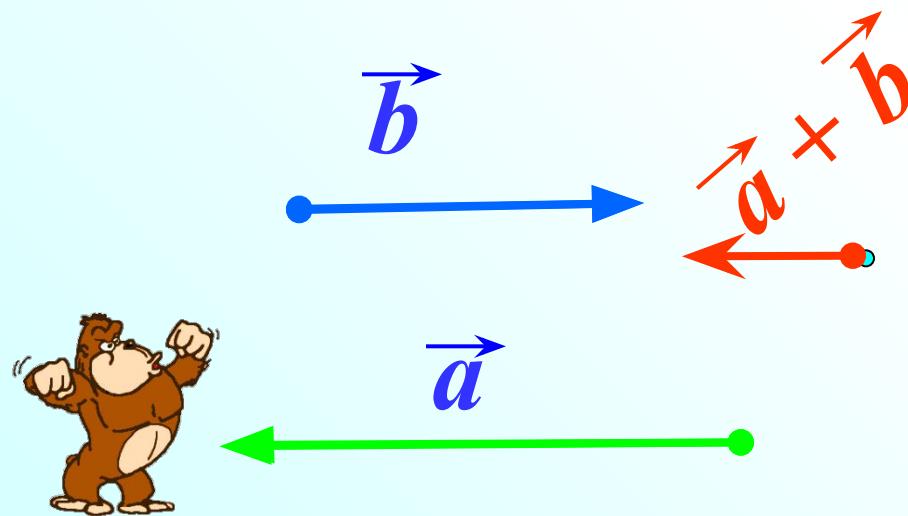
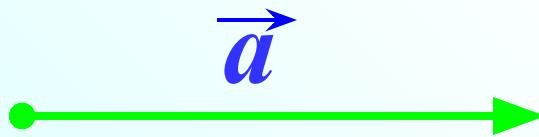
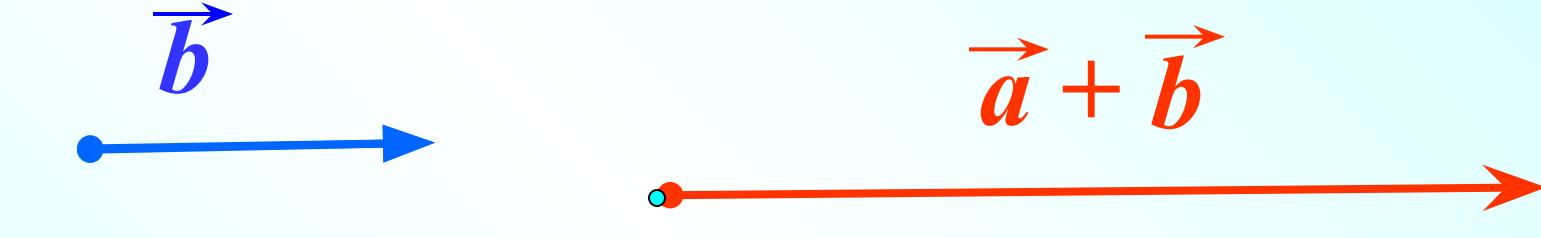
из $\triangle XKH$ $\overrightarrow{XH} = \overrightarrow{XK} + \overrightarrow{KH}$

из $\triangle AMD$ $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD}$

из $\triangle FPO$ $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{FP}$



По правилу треугольника складываются и коллинеарные векторы, хотя при их сложении треугольника и не получается





$$\vec{b}$$

A horizontal blue arrow pointing to the right, representing vector \vec{b} . A red arrow originates from the tip of this vector and points further to the right, representing the sum of vectors \vec{a} and \vec{b} , labeled $\vec{a} + \vec{b}$.

$$\vec{a}$$

A horizontal green arrow pointing to the left, representing vector \vec{a} .

$$\vec{f}$$

A horizontal blue arrow pointing to the left, representing vector \vec{f} .

A horizontal orange arrow pointing to the left, representing vector \vec{c} .

$$\vec{c}$$

A horizontal orange arrow pointing to the left, representing vector \vec{c} . A red arrow originates from the tip of this vector and points further to the left, representing the sum of vectors \vec{c} and \vec{f} , labeled $\vec{c} + \vec{f}$.

Законы сложения векторов

Теорема

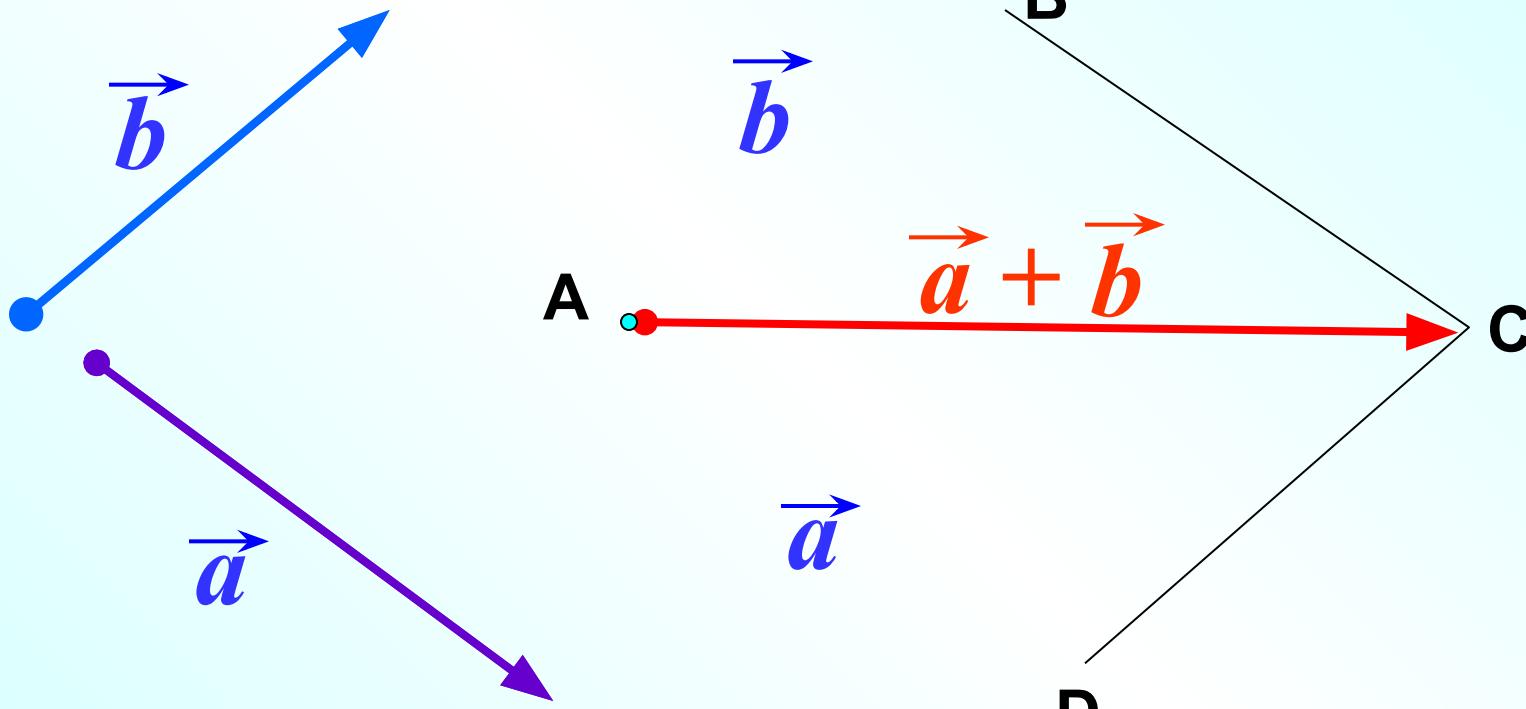
Для любых векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ справедливы равенства:

1 $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ *переместительный закон* !

2 $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ *сочетательный закон* !

Докажем свойство 1

Рассмотрим случай, когда векторы \vec{a} и \vec{b} не коллинеарны.



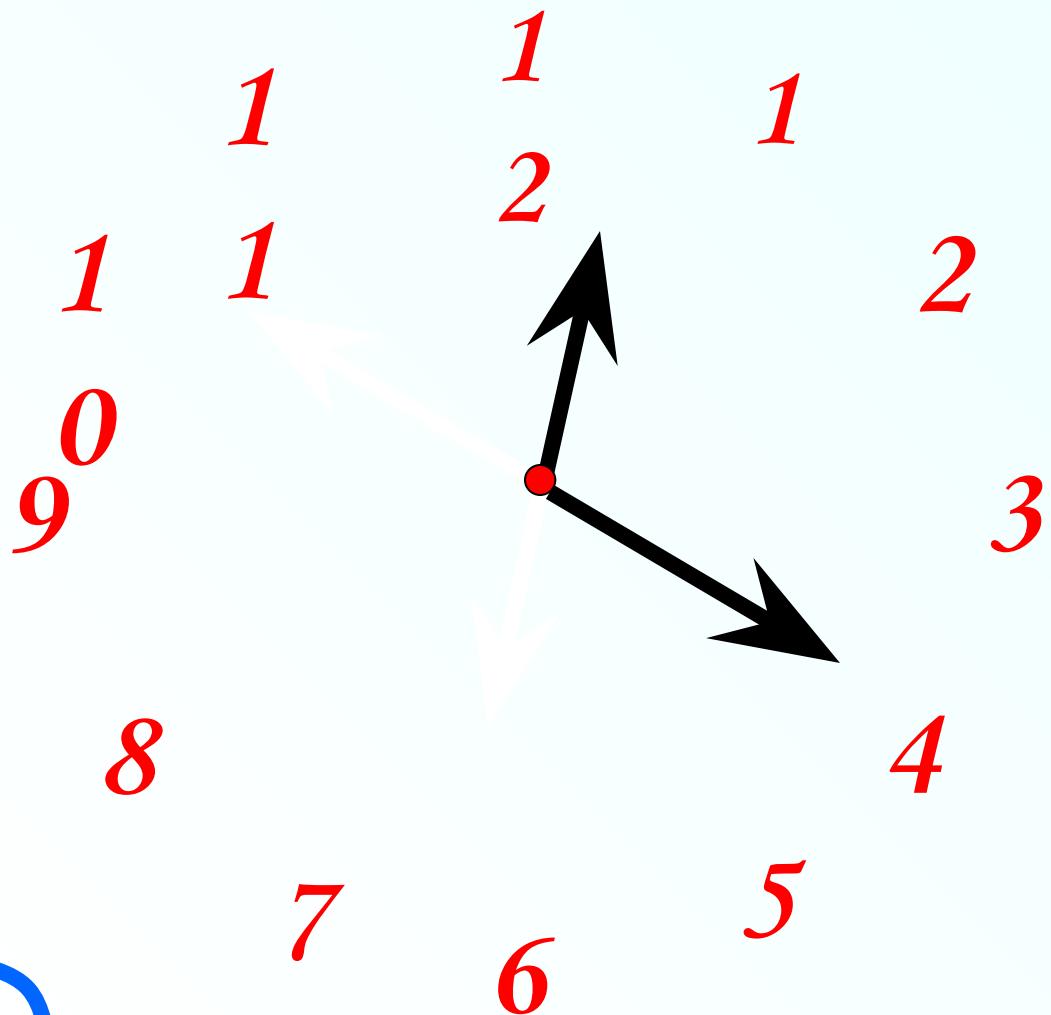
из ΔABC

из ΔADC

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{b} + \vec{a}$$

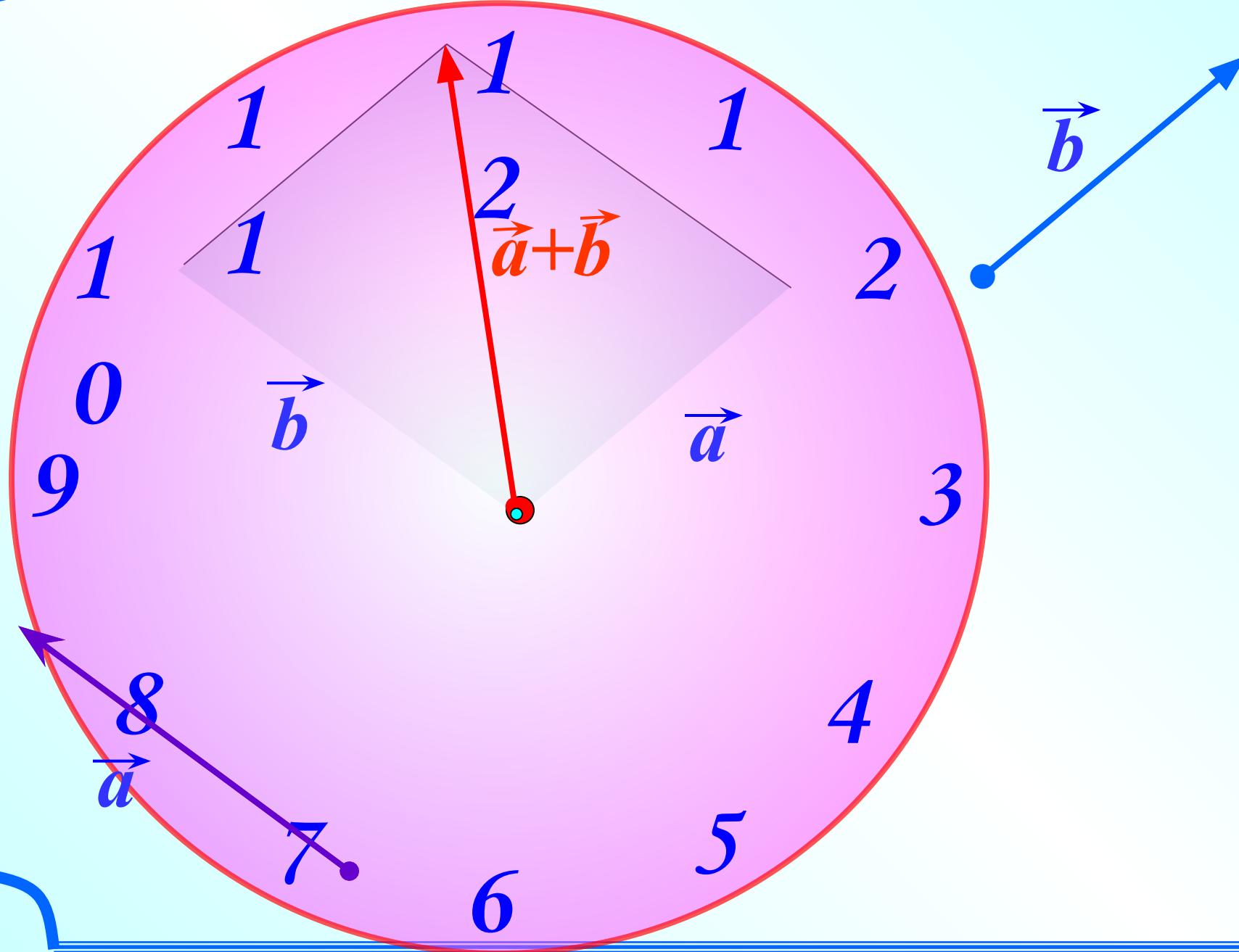
$$\vec{AC} = \vec{AD} + \vec{DC} = \vec{a} + \vec{b}$$

При доказательстве свойства 1⁰ мы обосновали правило параллелограмма сложения неколлинеарных векторов.

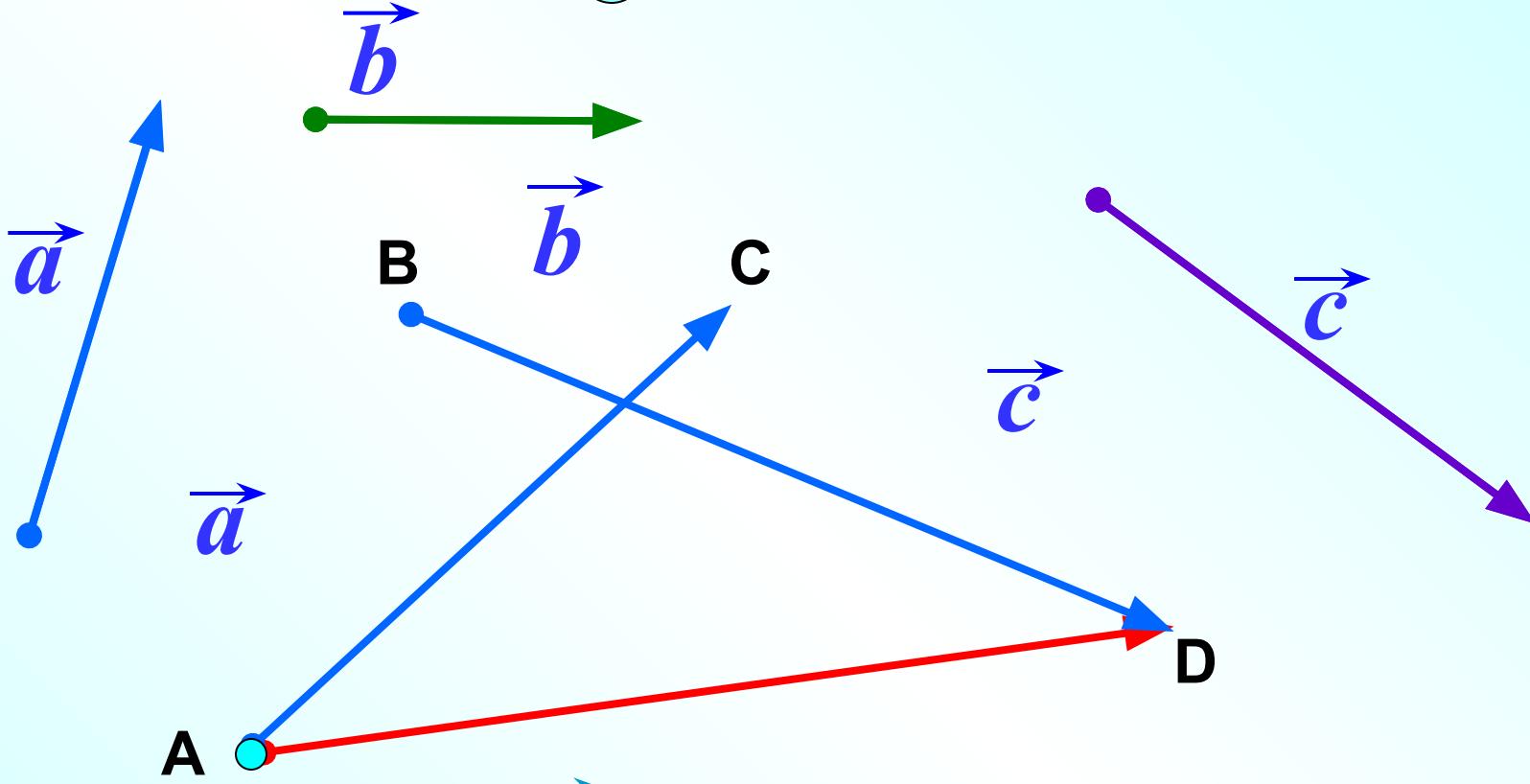


Чтобы применить правило параллелограмма, надо отложить векторы от одной точки, как стрелки часов.

Сложение векторов. Правило параллелограмма.



Докажем свойство 2

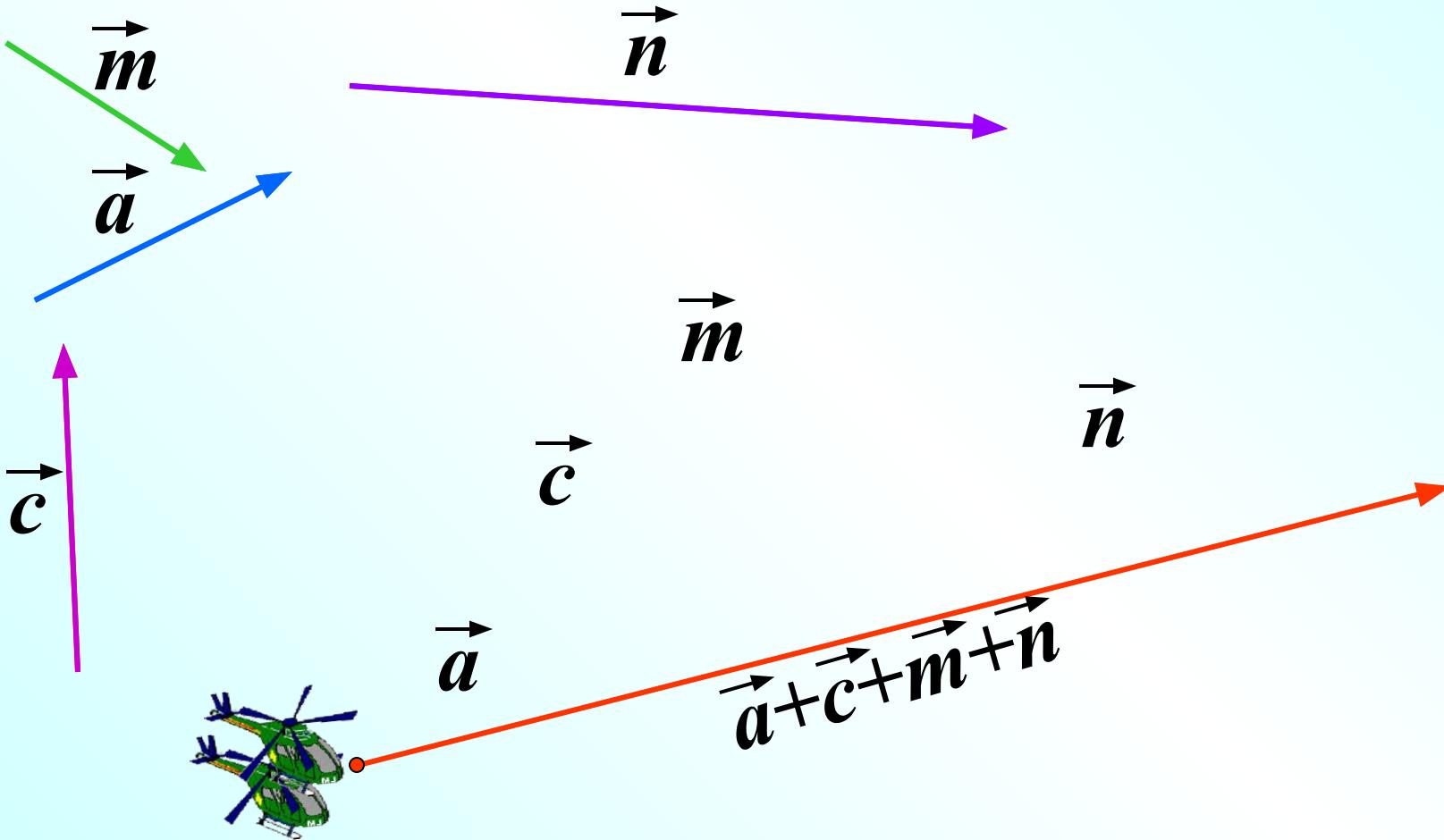


$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = (\vec{AB} + \vec{BC}) + \vec{CD} = \vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AD}$$

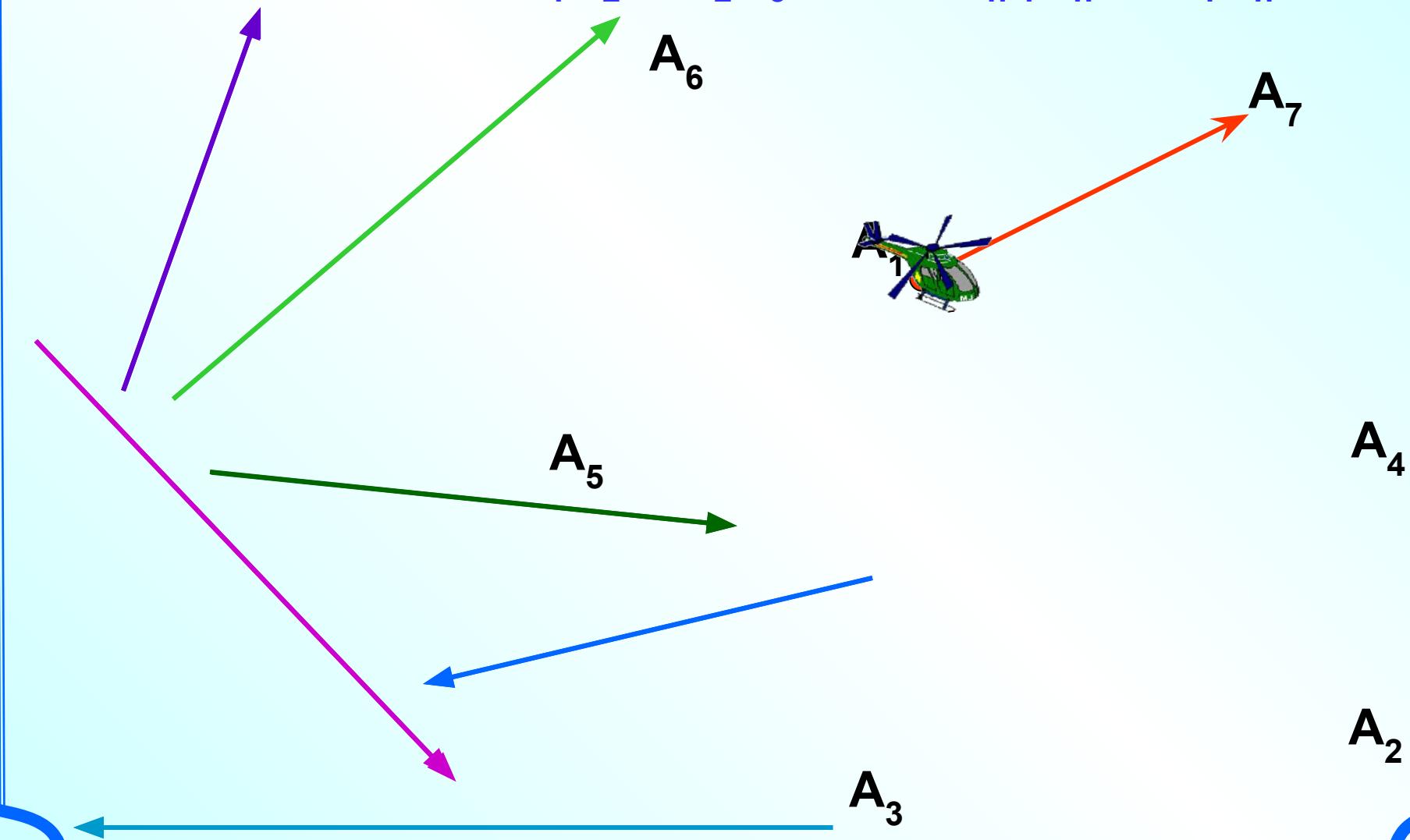
$$\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{AB} + (\vec{BC} + \vec{CD}) = \vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD}$$

Сложение векторов. Правило многоугольника.

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DO} = \vec{AO}$$

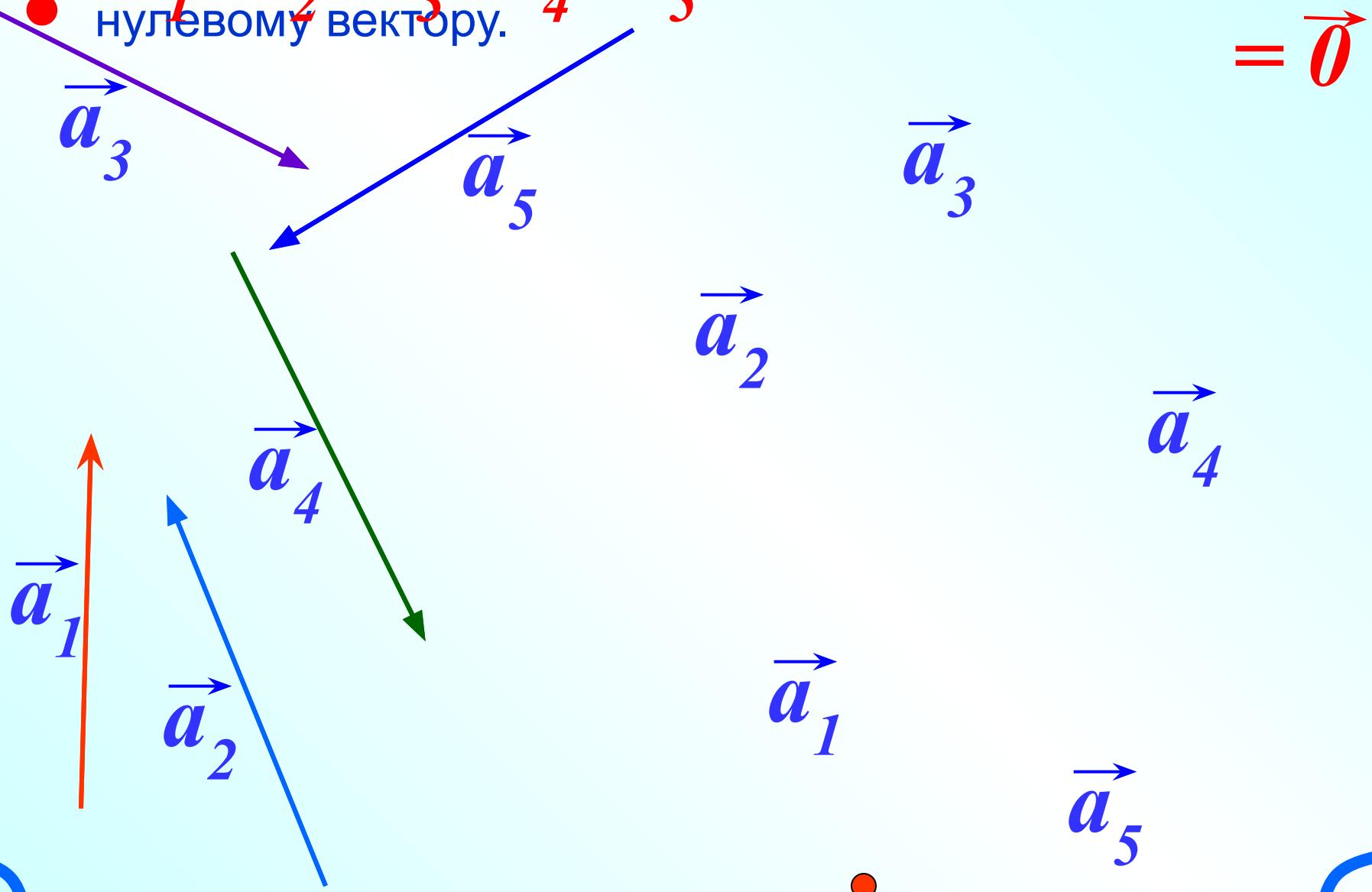


Правило многоугольника можно сформулировать также следующим образом: если A_1, A_2, \dots, A_n – произвольные точки плоскости, то $\overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{A_2A_3} + \dots + \overrightarrow{A_{n-1}A_n} = \overrightarrow{A_1A_n}$

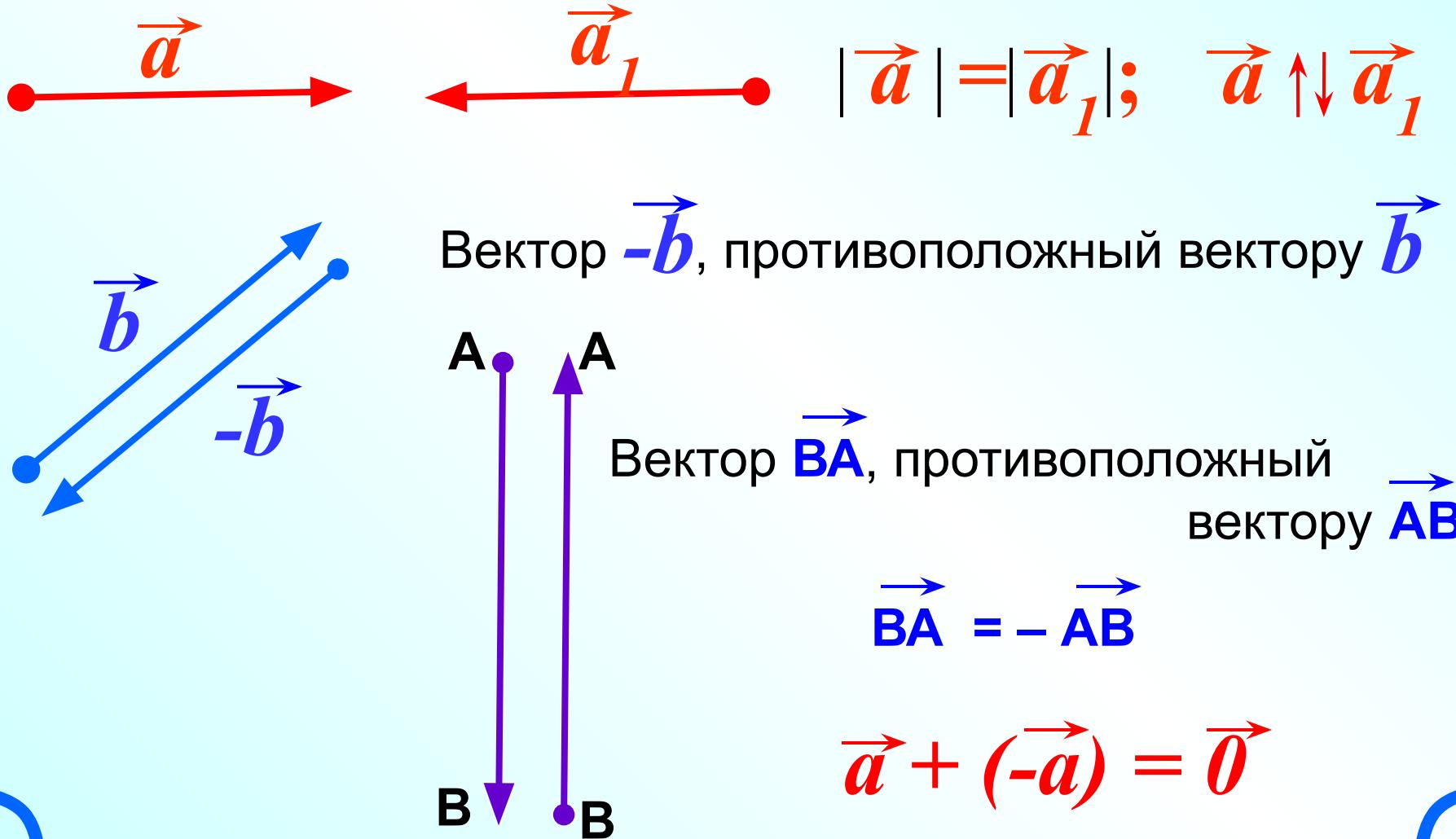


! Если начало первого вектора совпадает с концом последнего вектора, то сумма данных векторов равна нулевому вектору.

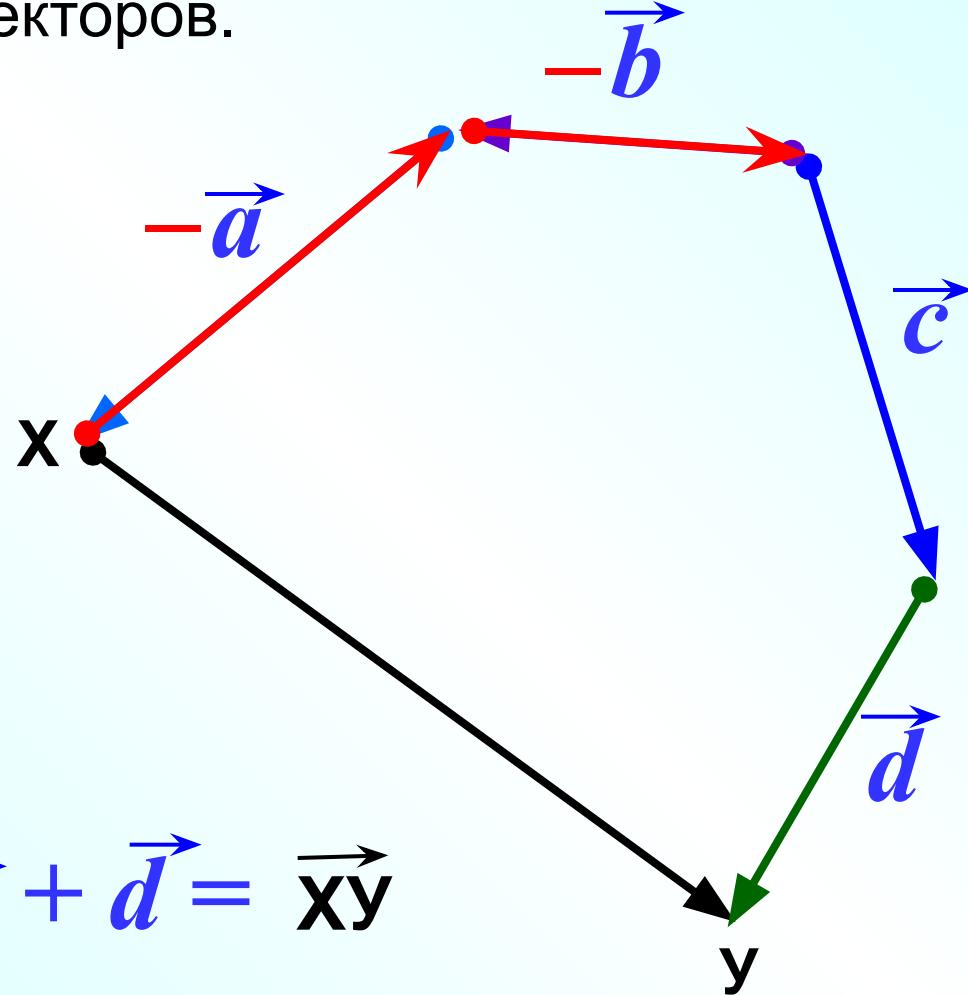
$$= \vec{0}$$



Вектор \vec{a}_1 называется **противоположным** вектору \vec{a} , если векторы \vec{a} и \vec{a}_1 имеют равные длины и противоположно направлены.

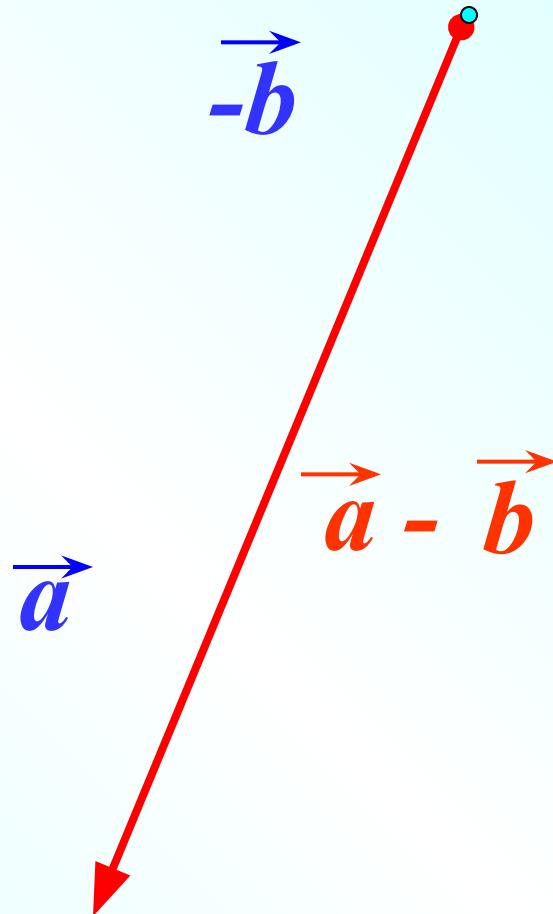
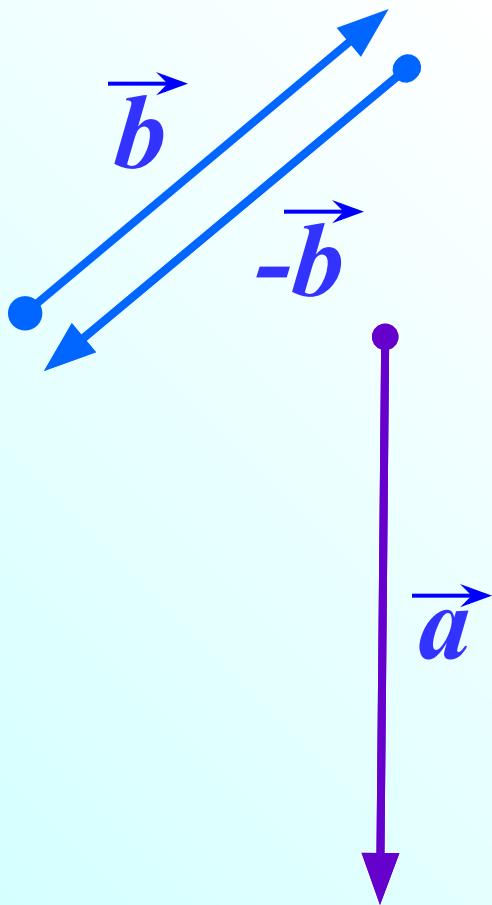


№ 766 На рисунке изображены векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} и \overrightarrow{XY} . Представьте вектор \overrightarrow{XY} в виде суммы остальных или их противоположных векторов.



Вычитание векторов.

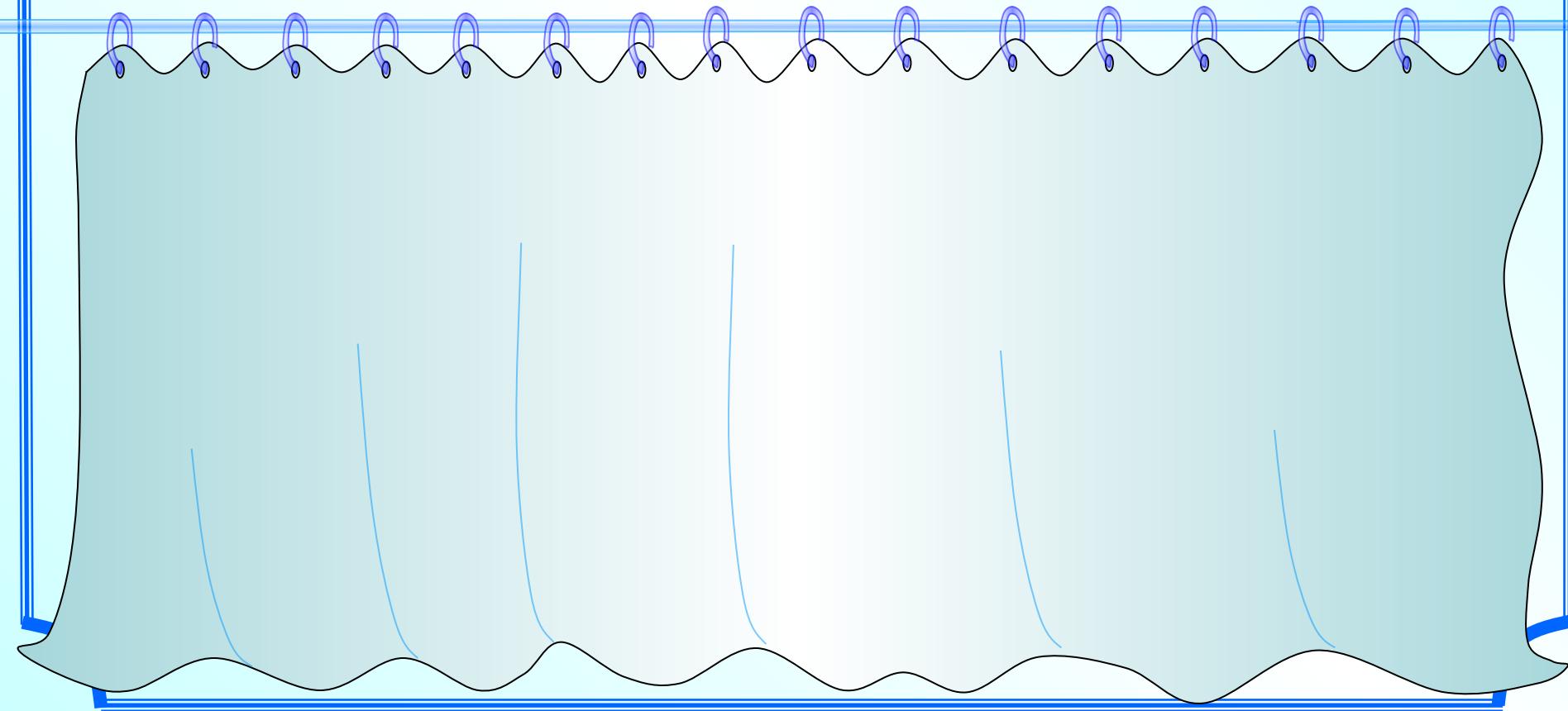
$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$



Вычитание векторов.

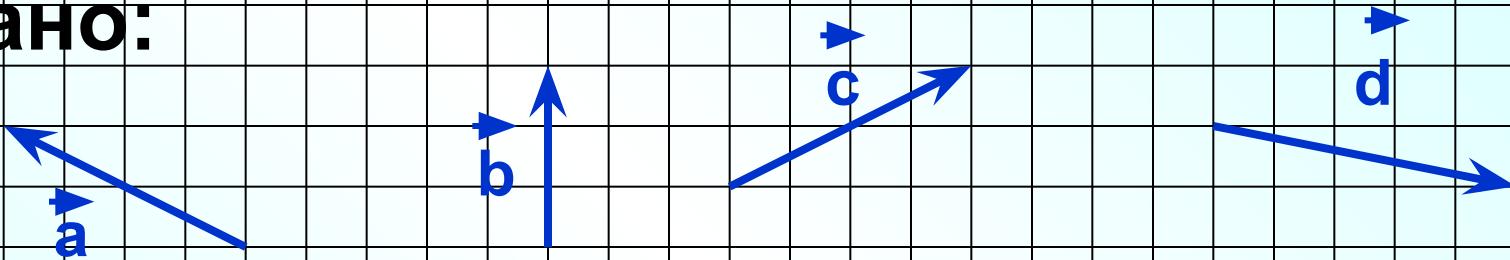
$$\overrightarrow{MF} - \overrightarrow{SF} = \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{FS} = \overrightarrow{MS}$$

$$\overrightarrow{RO} - \overrightarrow{RM} = \overrightarrow{RO} + \overrightarrow{MR} = \overrightarrow{MR} + \overrightarrow{RO} = \overrightarrow{MO}$$



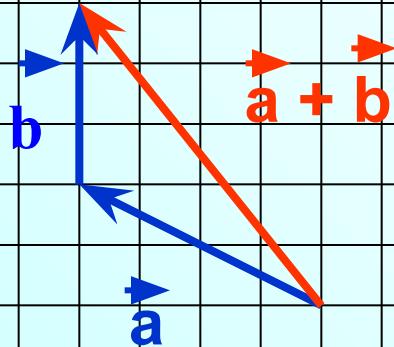
1) Постройте сумму $\vec{a} + \vec{b}$,
используя правило треугольника.

Дано:



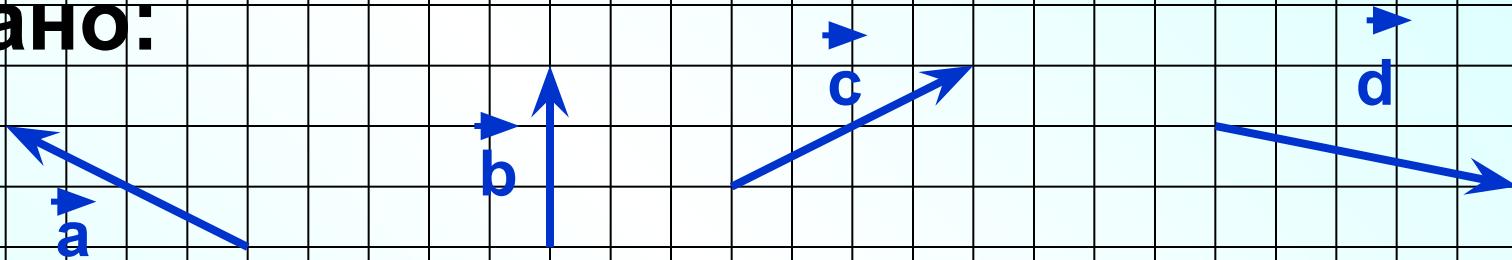
Построение:

1)



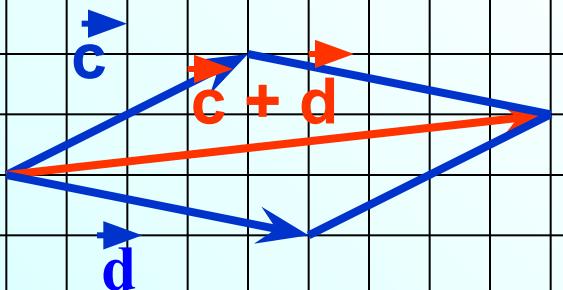
2) Постройте сумму $\vec{c} + \vec{d}$,
используя правило параллелограмма .

Дано:



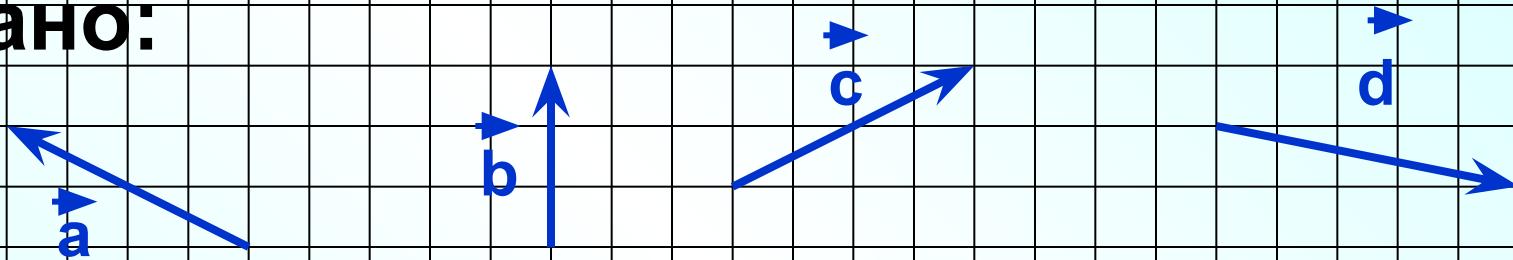
Построение:

2)



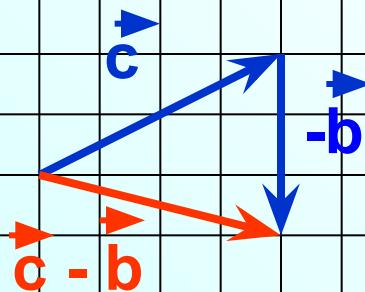
3) Постройте разность $\vec{c} - \vec{b}$, используя правило разности векторов.

Дано:



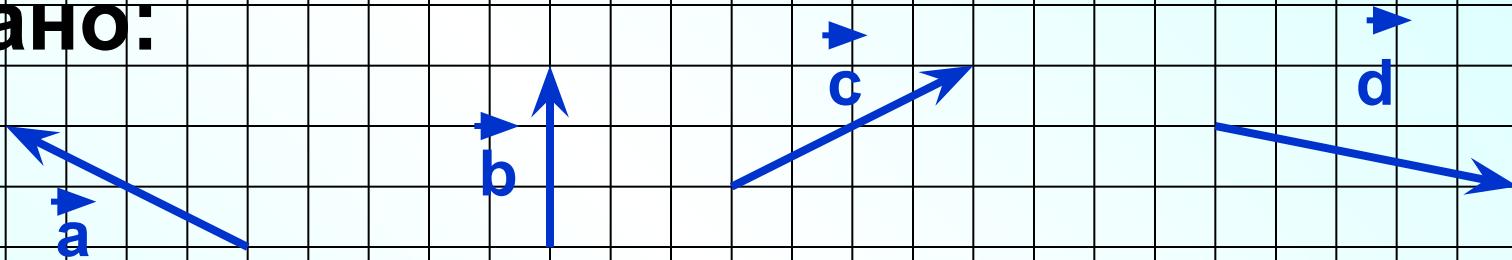
Построение:

3)



4) Постройте разность $\vec{d} - \vec{a}$,
используя правило вычитания векторов .

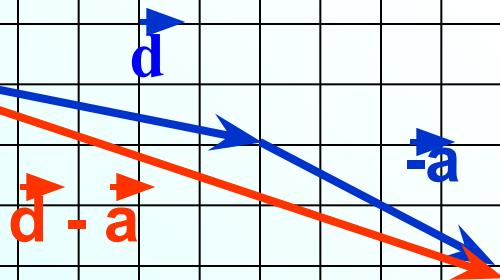
Дано:



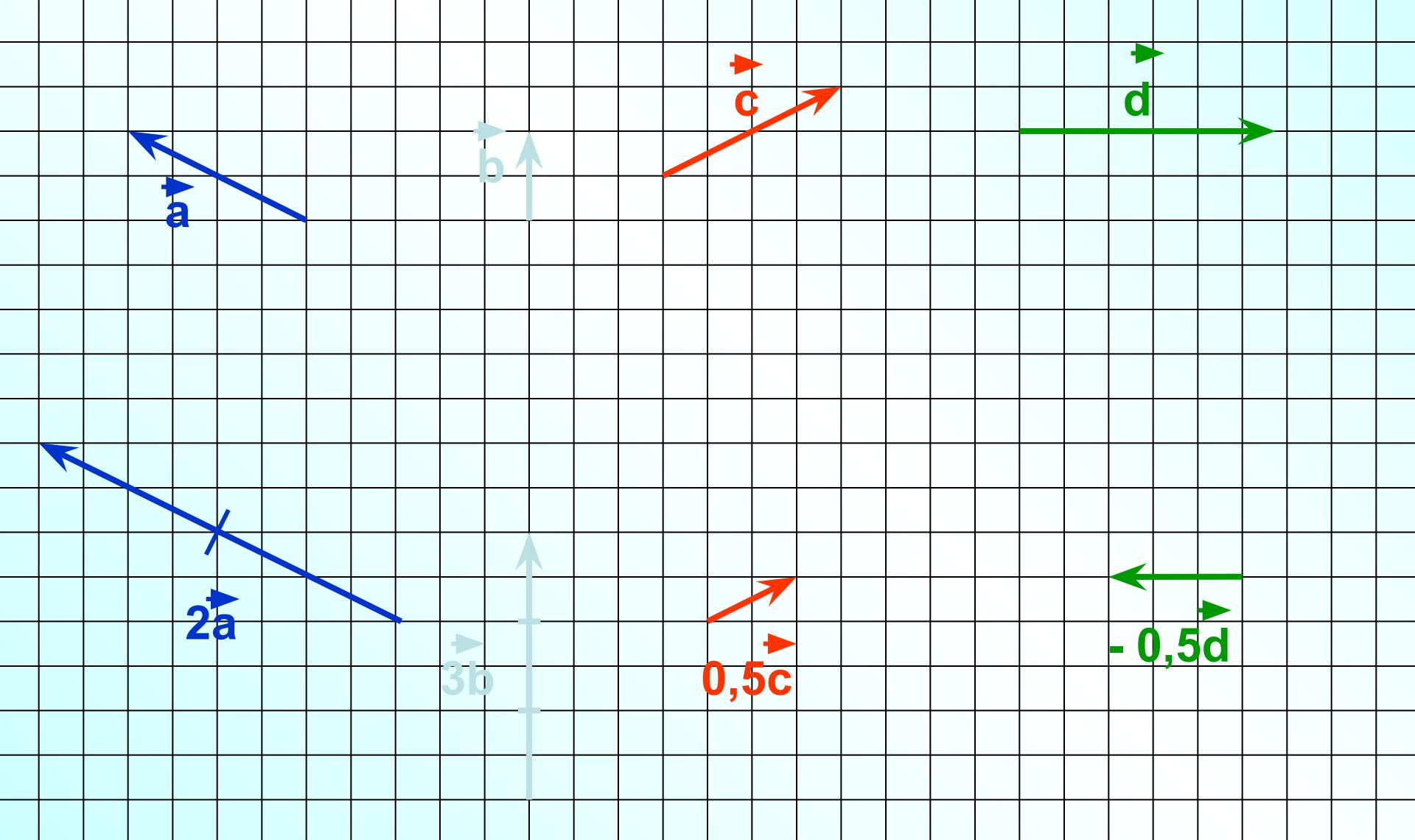
Построение:

4) $\vec{x} = \vec{d} - \vec{a}$, значит $\vec{x} = \vec{d} + (-\vec{a})$

a)



Что получается при умножении вектора на число?



5) Упростите выражение:

1 вариант.

$$\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB} =$$

$$= \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} =$$

$$= \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} =$$

$$= \overrightarrow{DO}.$$

2 вариант.

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{CA} =$$

$$= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{AC} =$$

$$= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DO} =$$

$$= \overrightarrow{BO}.$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} =$$

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OP} =$$

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NR} =$$

$$\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KM} =$$

$$\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{OM} =$$

$$uz \Delta OBN \quad \overrightarrow{ON} =$$

$$uz \Delta ASR \quad \overrightarrow{AS} =$$

$$uz \Delta XKH \quad \overrightarrow{XH} =$$

$$uz \Delta AMD \quad \overrightarrow{MD} =$$

$$uz \Delta FPO \quad \overrightarrow{OP} =$$

$$\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SC} =$$

$$\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{ML} =$$

$$\overrightarrow{RP} + \overrightarrow{PR} =$$

$$\overrightarrow{ZK} + \overrightarrow{KZ} =$$

$$\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{KD} =$$

$$uz \Delta OBN \quad \overrightarrow{OB} =$$

$$uz \Delta ASR \quad \overrightarrow{RA} =$$

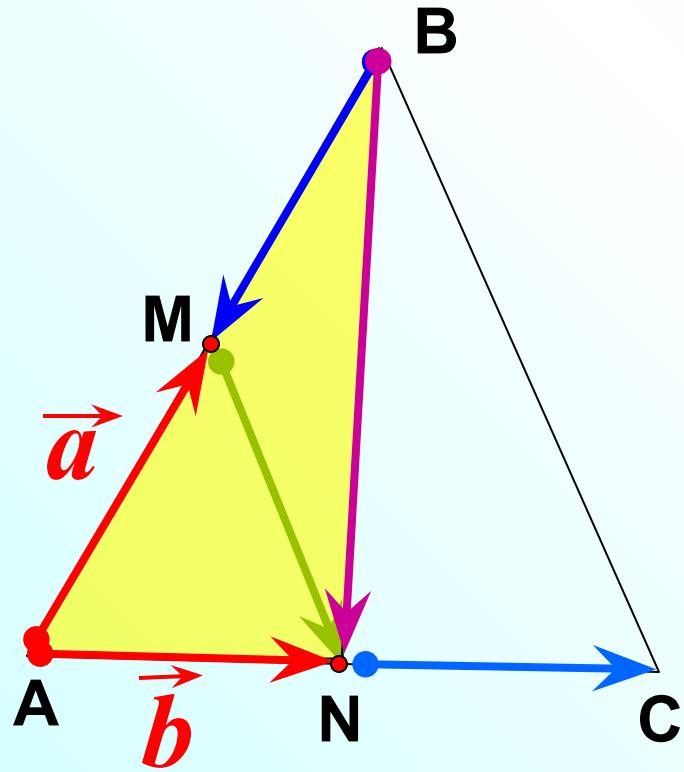
$$uz \Delta XKH \quad \overrightarrow{KX} =$$

$$uz \Delta AMD \quad \overrightarrow{AD} =$$

$$uz \Delta FPO \quad \overrightarrow{FO} =$$

№ 768 Точки М и N – середины сторон АВ и АС

треугольника АВС. Выразите векторы \vec{BM} , \vec{NC} , \vec{MN} , \vec{BN} через векторы $\vec{a} = \vec{AM}$ и $\vec{b} = \vec{AN}$



$$\vec{BM} = -\vec{a}$$

$$\vec{NC} = \vec{b}$$

из $\triangle AMN$

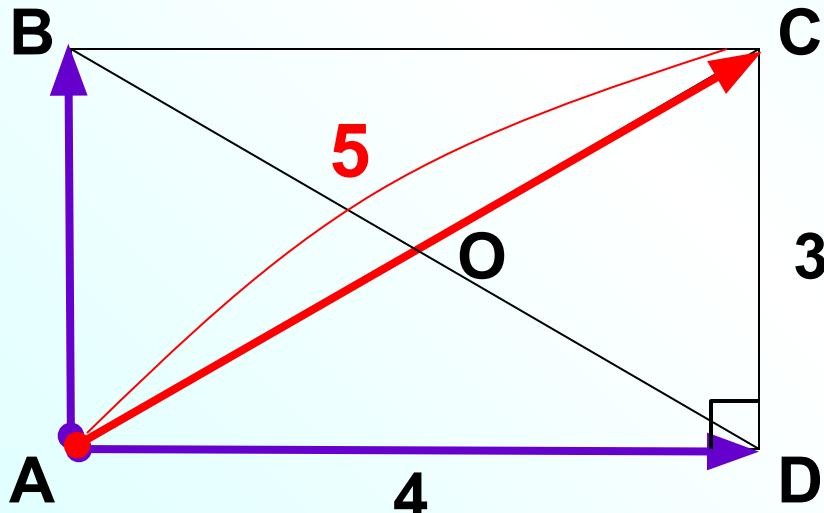
$$\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AN} = -\vec{a} + \vec{b}$$

из $\triangle ABN$

$$\vec{BN} = \vec{BA} + \vec{AN} = -\vec{a} - \vec{a} + \vec{b}$$

Найдите $|\vec{AB} + \vec{AD} - \vec{DC} - \vec{OD}|$

ABCD - прямоугольник



$$(\vec{AB} + \vec{AD}) - (\vec{DC} + \vec{OD}) = \vec{AC} - \vec{DC} - \vec{OD} = \vec{AC} + \vec{CD} + \vec{DO} = \vec{AO}$$

$$|\vec{AO}| = \frac{1}{2} \cdot 5 = 2,5$$