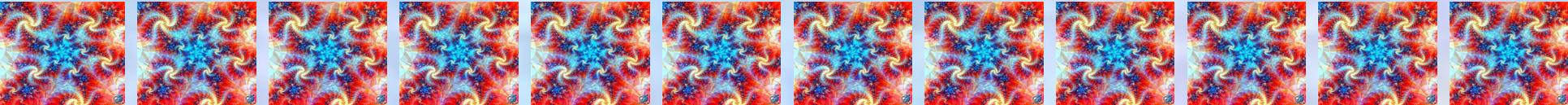


7.3. НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ НА ОТРЕЗКЕ

Функция $y=f(x)$ называется непрерывной на промежутке X , если она непрерывна в каждой точке этого промежутка.





ПРИМЕР.

Доказать непрерывность функции
 $y = \cos x$
на всей числовой оси.





Решение:

Найдем предел

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\cos(x + \Delta x) - \cos x) =$$

Используем формулу разности косинусов:

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\cos \frac{2x + \Delta x}{2} \cdot \sin \frac{\Delta x}{2} \right) = 0$$




Поскольку: $\left| \cos \frac{2x + \Delta x}{2} \right| \leq 1$

А так же

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sin \frac{\Delta x}{2} = \frac{1}{2} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}} \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}} \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta x = 0$$

Следовательно: $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = 0$

и функция $y = \cos x$ является непрерывной на всей числовой оси.

