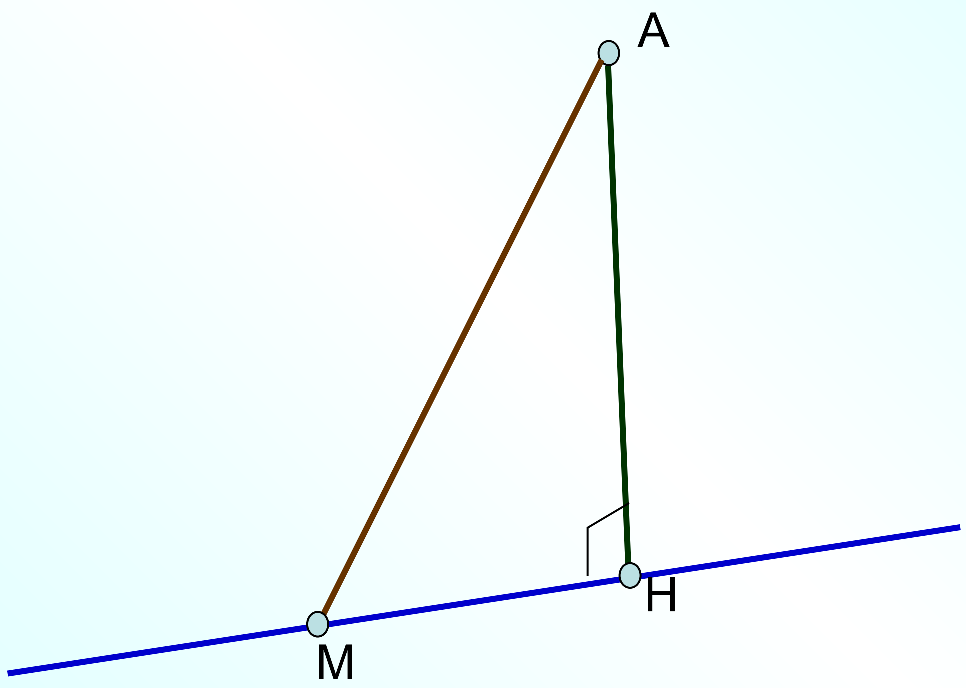
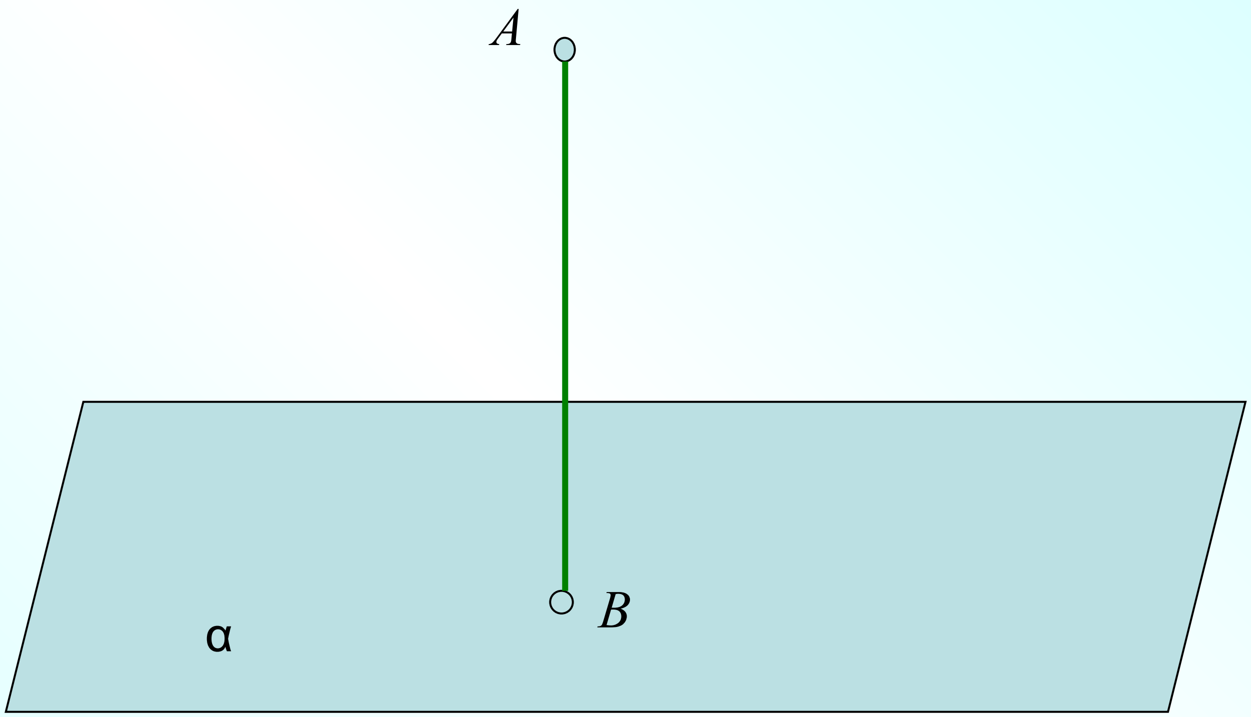
Расстояния в пространстве

Расстояние от точки до прямой



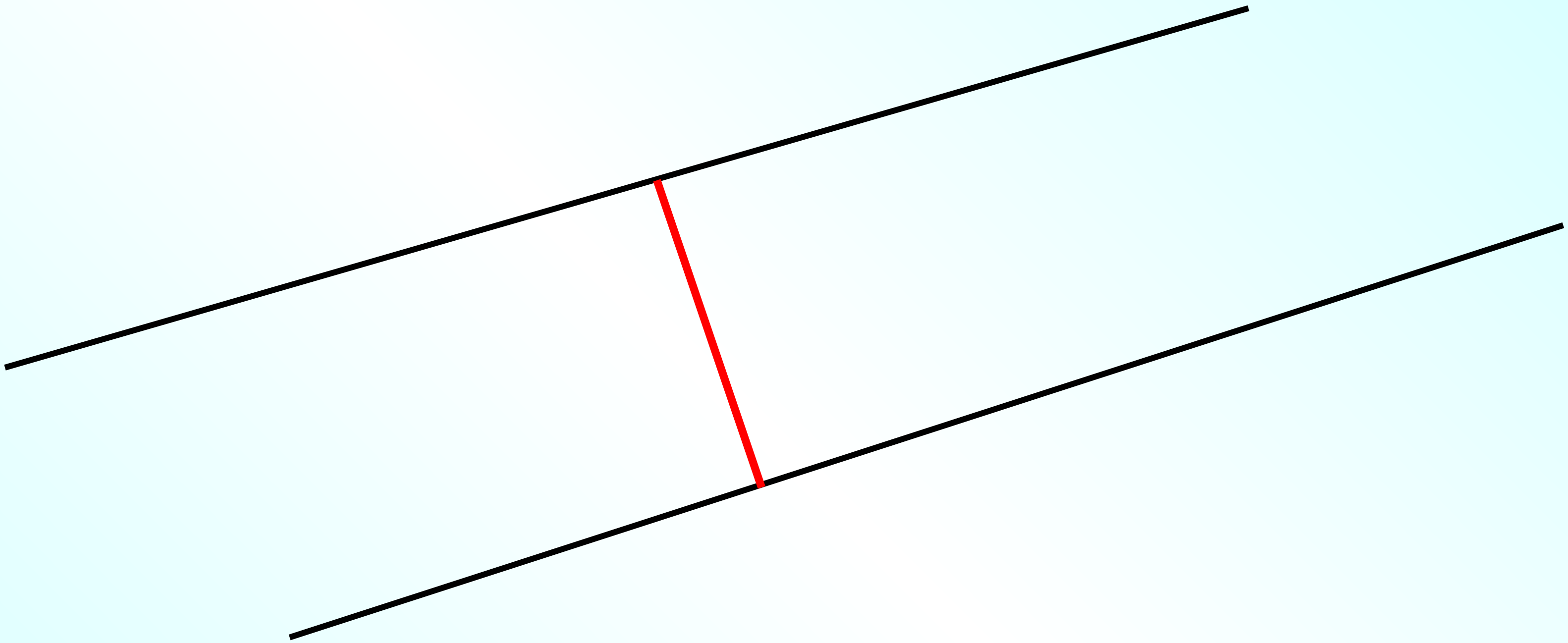
- Как кратчайшее расстояние от точки до прямой.
- Как длина перпендикуляра, проведенного из точки к данной прямой.

Расстояние от точки до плоскости



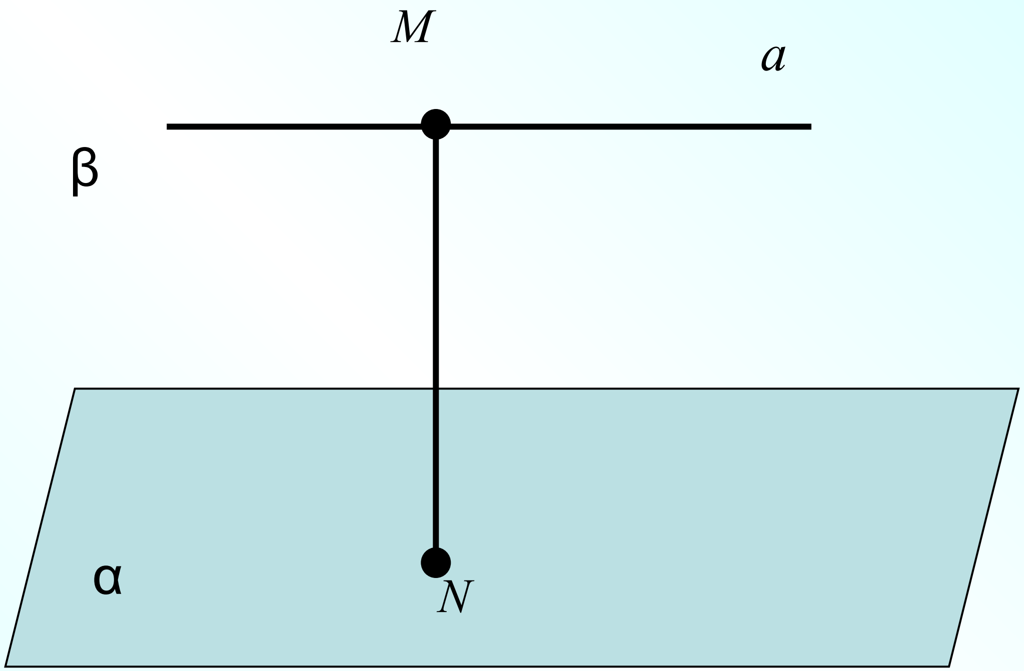
Расстояние от произвольной точки до плоскости называется длина перпендикуляра, опущенного из точки на эту плоскость.

Расстояние между параллельными прямыми



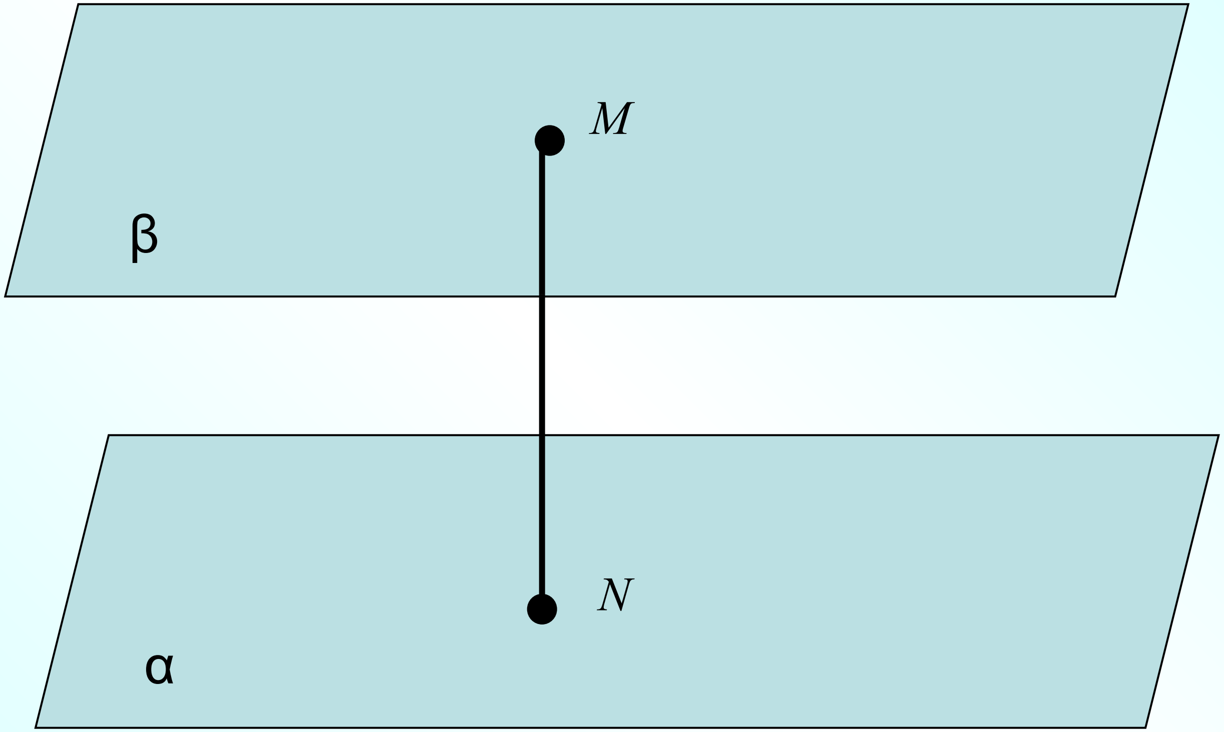
Расстояние между параллельными прямыми – длина перпендикуляра, опущенного из точки одной прямой на другую.

Расстояние от прямой до плоскости



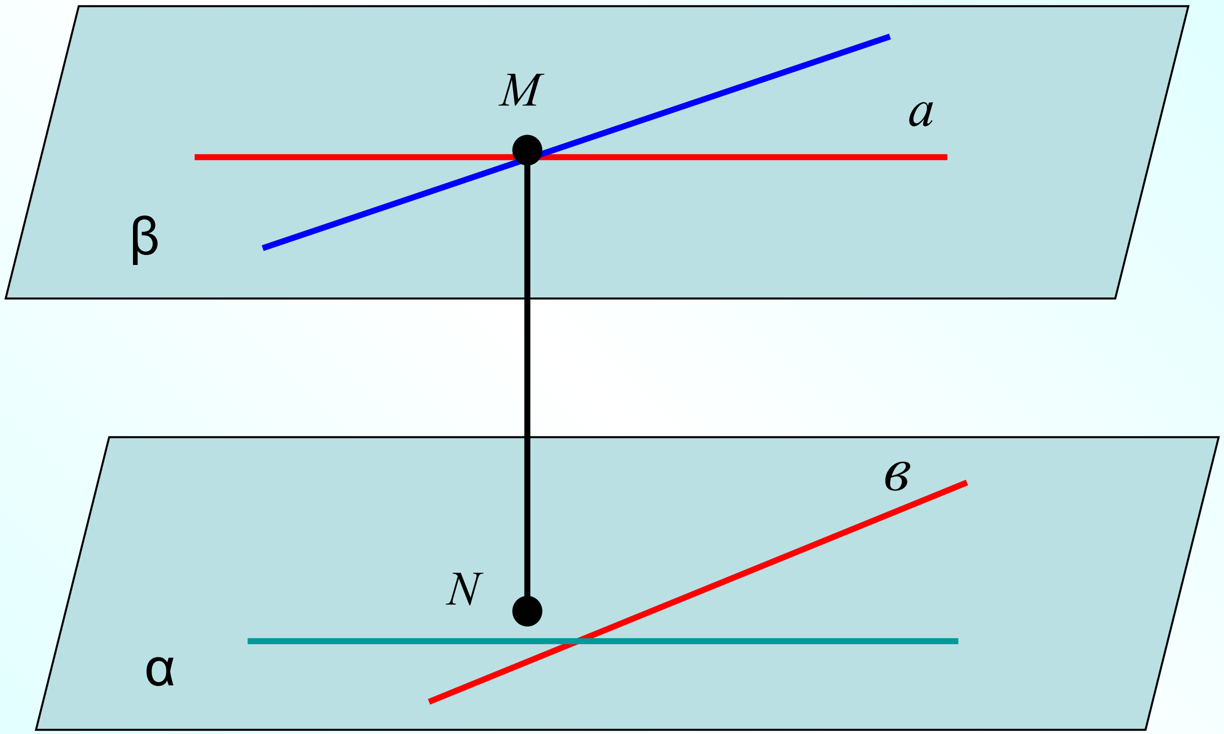
Расстояние от прямой, параллельной плоскости, до этой плоскости называется расстояние от любой точки этой прямой до плоскости

Расстояние между параллельными плоскостями



Расстояние между параллельными плоскостями – длина перпендикуляра, опущенного из точки одной плоскости на другую.

Расстояние между скрещивающимися прямыми

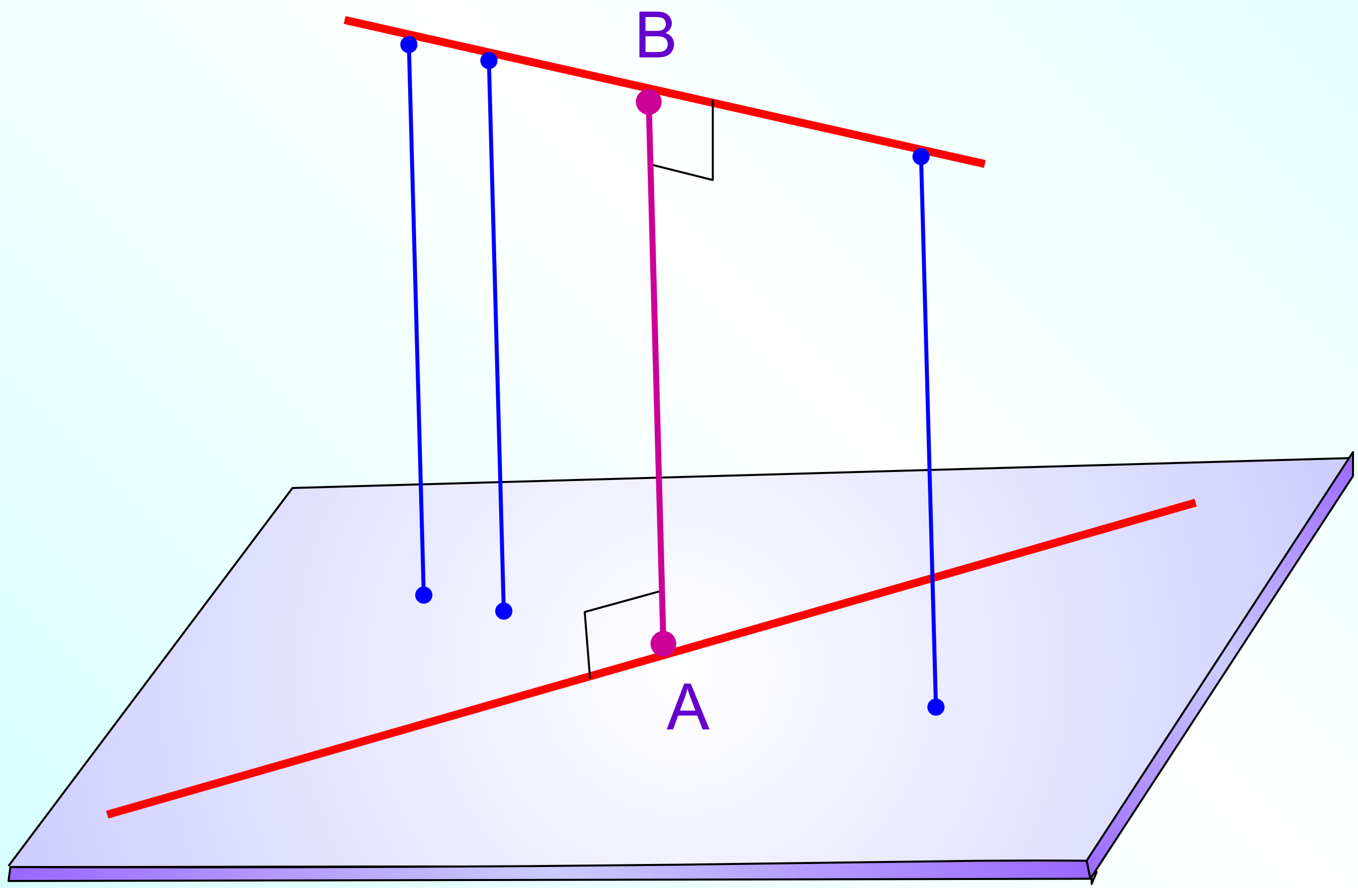


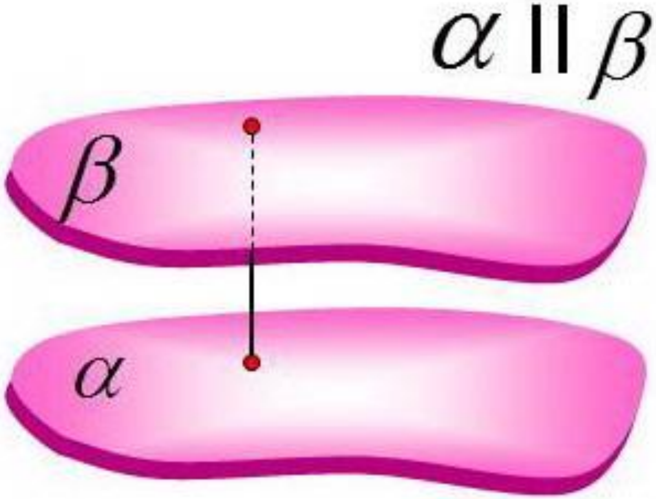
Расстояние между скрещивающимися прямыми называется длина их общего перпендикуляра.

Расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую, параллельно первой, называется расстоянием между скрещивающимися прямыми.

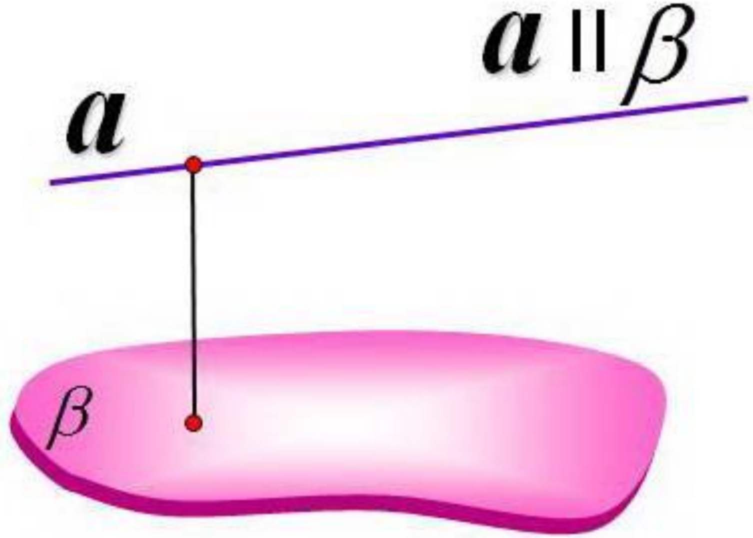
Отрезок, имеющий концы на двух скрещивающихся прямых и перпендикулярный к этим прямым, называется их общим перпендикуляром.

На рисунке AB – общий перпендикуляр.

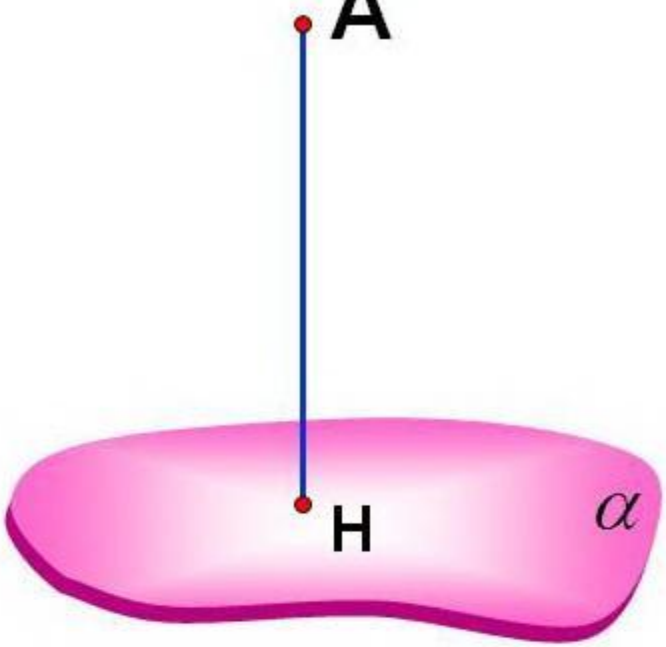




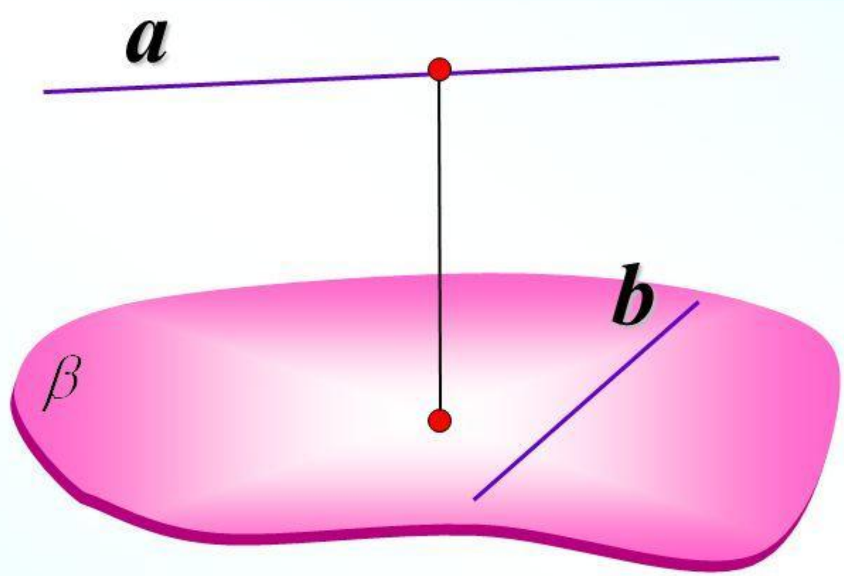
$\alpha \parallel \beta$
β
α



$a \parallel \beta$
a
β



A
H
α

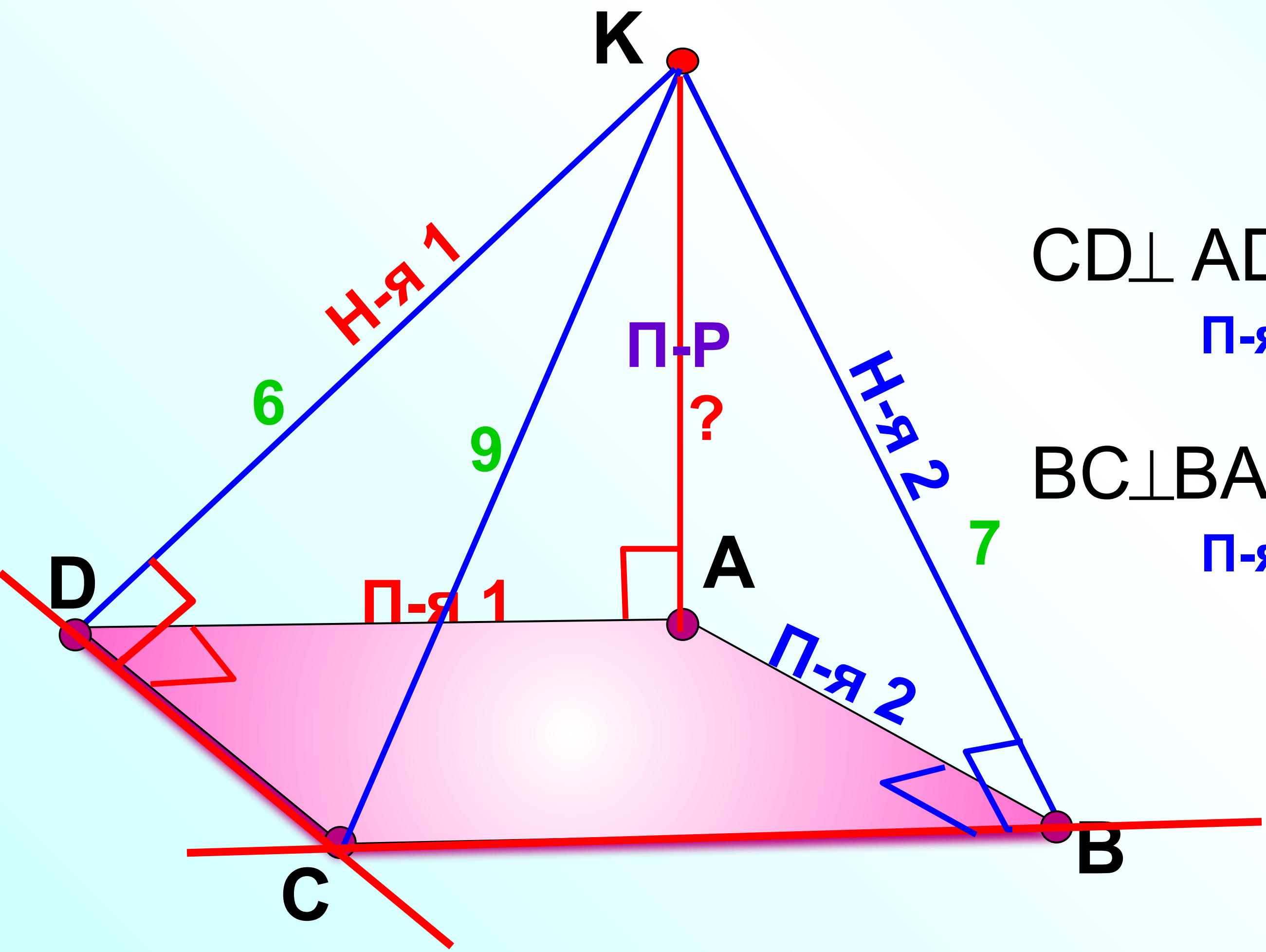


a
b
β

Через вершину А прямоугольника ABCD проведена прямая АК, перпендикулярная к плоскости прямоугольника. Известно, что КD = 6 см, КВ = 7 см, КС = 9 см. Найдите:

а) расстояние от точки К до плоскости прямоугольника ABCD;

б) расстояние между прямыми АК и CD.



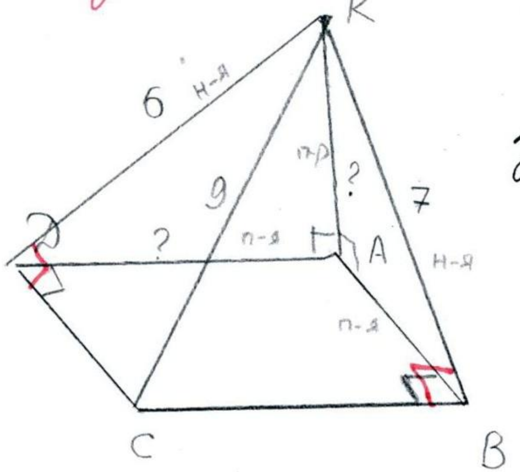
$CD \perp AD \xrightarrow{\text{ТТП}} CD \perp DK$

П-я 1 Н-я 1

$BC \perp BA \xrightarrow{\text{ТТП}} BC \perp BK$

П-я 2 Н-я 2

Задача 1



Дано: $ABCD$ - квадрат; $AK \perp (ABCD)$;
$KD = 6$ см; $KB = 7$ см; $KC = 9$ см.

Найти: 1. $\rho(K; ABCD)$

2. $\rho(AK; CD)$

1. $\rho(K; ABCD) = KA$

$\rho(AK; CD) = AD$

2. $CD \perp AD$
AD - проекция
DK - наклонная
$\Big\}\overset{ТТП}{\Longrightarrow}$ $CD \perp DK$

3. ΔCDK: $\angle D = 90^\circ$; $DK = 6$; $CK = 9 \Rightarrow$ ТП $CD = \sqrt{9^2 - 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

4. $AB = CD = 3\sqrt{5}$ см

$BC \perp AB$
AB - проекция
BK - наклонная
$\Big\}\overset{ТТП}{\Longrightarrow}$ $BC \perp BK$; ТП $BC = \sqrt{9^2 - 7^2} = \sqrt{81 - 49} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

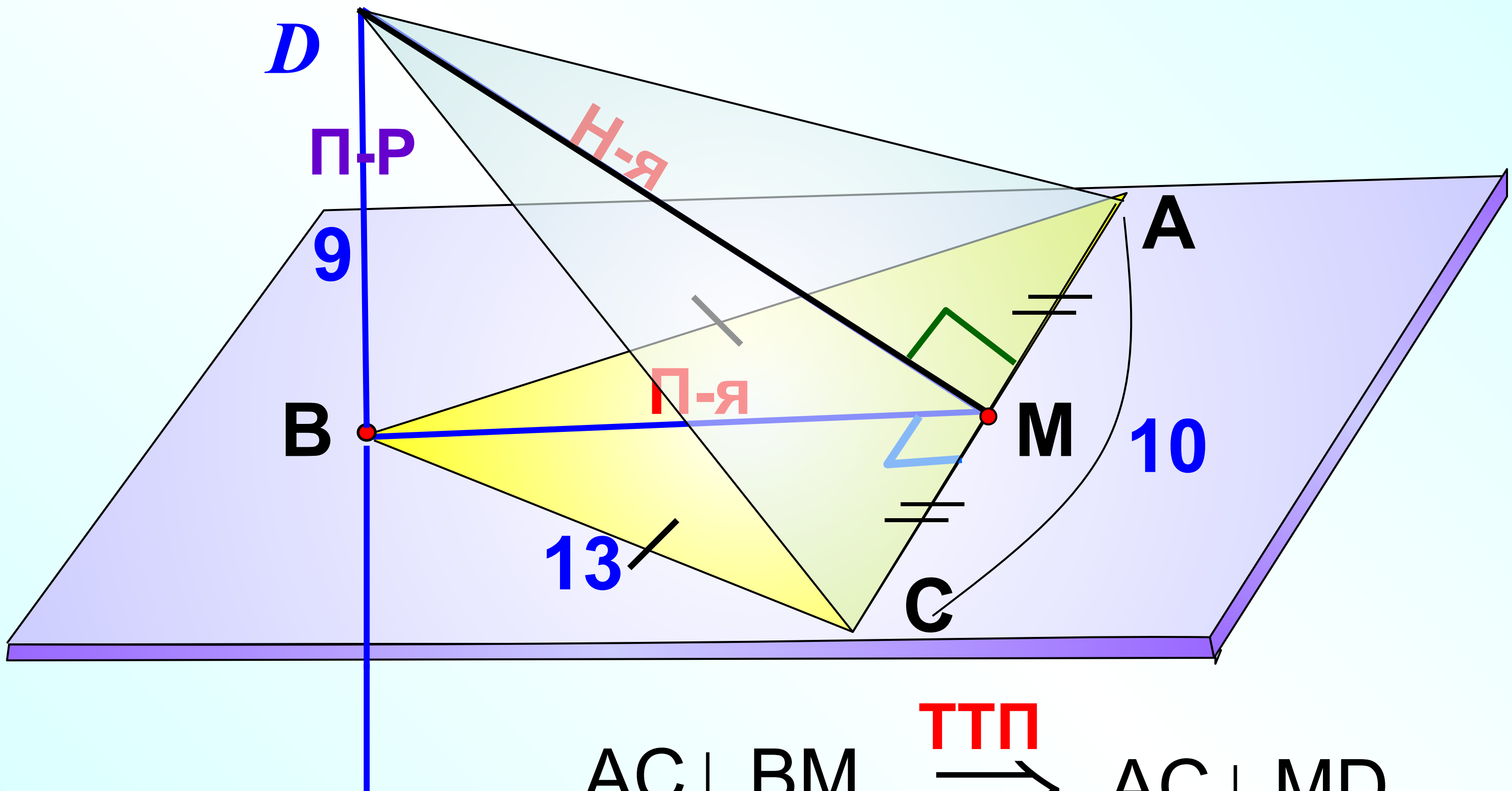
5. $AD = BC = 4\sqrt{2}$. ΔADK: $\angle A = 90^\circ$

ТП: $AK = \sqrt{6^2 - (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{36 - 32} = 2$ см

Ответ: $\rho(K; ABCD) = 2$ см

$\rho(AK; CD) = 4\sqrt{2}$ см

Задача 2. Прямая BD перпендикулярна к плоскости треугольника ABC. Известно, что BD = 9 см, AC = 10 см, BC = BA = 13 см. Найдите: **расстояние** от точки D до прямой AC;



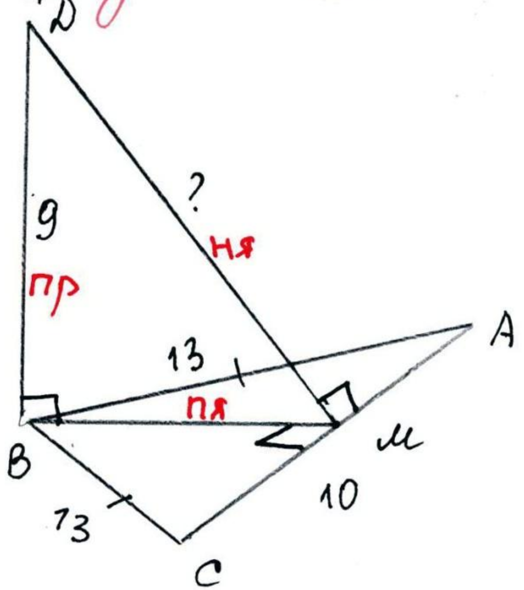
ТТП

$$AC \perp BM \Longrightarrow AC \perp MD$$

П-я   Н-я

MD – искомое расстояние

Задача 2.



Дано: $\triangle ABC$; $BC = AB$; $BD \perp ABC$;
$BD = 9$; $BC = AB = 13$ см.

Найти: $\rho(D; AC)$

Решение.

1. $DM \perp AC$
DM – наклонная
BM – проекция
$\Rightarrow AC \perp BM$

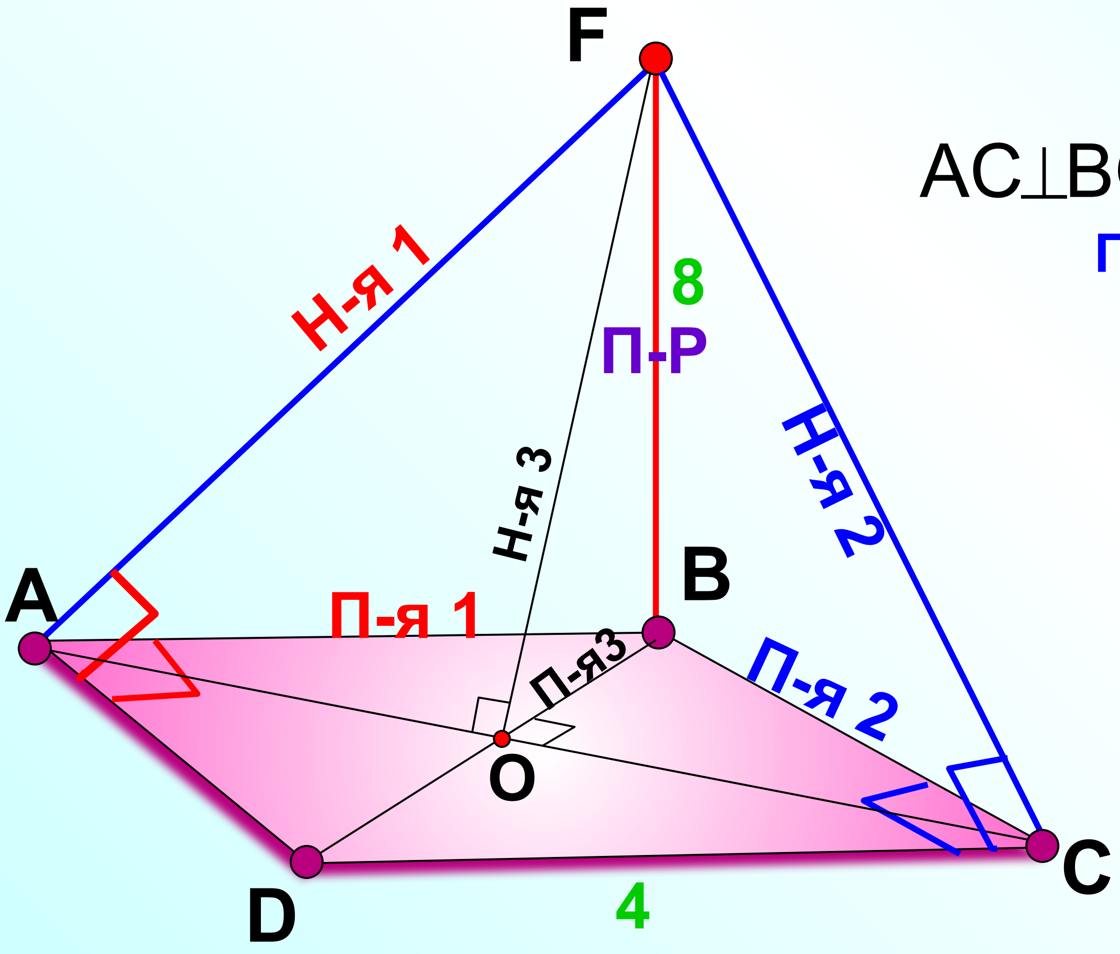
2. BM – высота $\triangle ABC$;
$AB = BC$
$\Rightarrow BM$ – медиана

$\triangle CBM$: $\angle M = 90°$; $BC = 13$; $CM = 5$;
$BM = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$

3. $\triangle DBM$: $\angle B = 90°$; $BD = 9$; $BM = 12$
$DM = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{81 + 144} = 15.$

Ответ: 15 см.

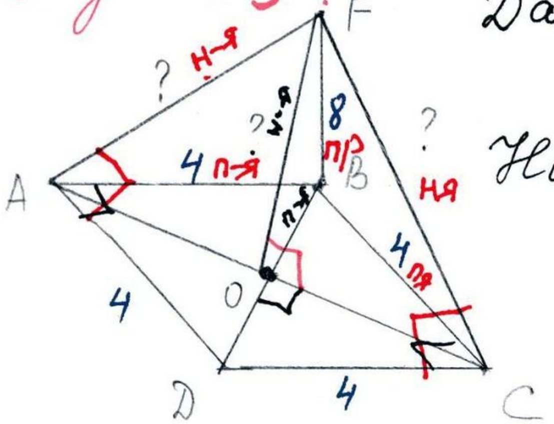
Задача 3. Через вершину В квадрата ABCD проведена прямая BF, перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояния от точки F до прямых, содержащих стороны и диагонали квадрата, если BF = 8 дм, AB = 4 дм.



$$AC \perp BO \xRightarrow{\text{ТТП}} AC \perp FO$$

П-я 3 Н-я 3

Задача 3



Дано: $ABCD$ – квадрат; $BF \perp (ABCD)$

$BF = 8$ дм; $AB = 4$ дм.

Найти: $\rho(F; AB)$ $\quad \rho(F; DB)$

$\rho(F; BC)$ $\quad \rho(F; AC)$

$\rho(F; CD)$

$\rho(F; AD)$

Решение.

1. $\rho(F; AB) = \rho(F; BC) = BF = 8$ дм

$\rho(F; BD) = FB = 8$ дм.

2. $\rho(F; AD) = ?$ $\quad$ $\left.\begin{array}{l} AD \perp AB \\ AB \text{ – проекция} \\ AF \text{ – наклонная} \end{array}\right\} \Rightarrow AD \perp AF$

$\rho(F; AD) = AF$; $\triangle ABF$ по ТП $AF = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

3. Аналогично $\quad CD \perp FC \Rightarrow \rho(F; DC) = FC$

$FC = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

4. $\rho(F; AC) = ?$ $\quad$ $\left.\begin{array}{l} AC \perp OB \\ OB \text{ – проекция} \\ OF \text{ – наклонная} \end{array}\right\} \Rightarrow AC \perp OF$

$\rho(F; AC) = OF$; $\quad AC = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$; $OC = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{2}$

$\triangle OFC$: $OF = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{80 - 8} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

Через вершину B ромба ABCD проведена прямая BM, перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояние от точки M до прямых, содержащих стороны ромба, если $AB = 25$ см, $\angle BAD = 60^0$, $BM = 12{,}5$ см.