
ФУНКЦІЯ

ТА ЇЇ

ВЛАСТИВОСТІ



ФУНКЦІЯ – ЦЕ
ОСНОВНЕ ПОНЯТТЯ
МАТЕМАТИЧНОГО
АНАЛІЗУ.

ТЕРМІН “ФУНКЦІЯ”
ВПЕРШЕ
ЗАПРОПОНУВАВ

**ГОТФРІД
ВІЛЬГЕЛЬМ
ЛЕЙБНІЦ** У XVII
СТОРИЧЧІ.

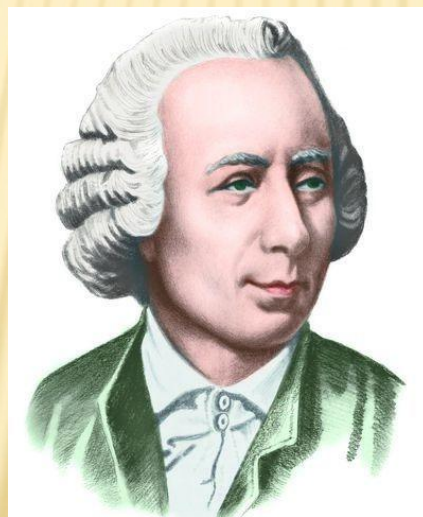


ВЕЛИКИЙ ВНЕСОК У РОЗВИТОК І РОЗШИРЕННЯ ПОНЯТТЯ “ФУНКЦІЯ” ЗРОБИЛИ ВИДАТНІ ВЧЕНІ

Й.
БЕРНУЛЛІ



М.І.
ЛОБАЧЕВСЬКИЙ



Л.
ЕЙЛЕР

ЗАЛЕЖНІСТЬ ЗМІННОЇ y ВІД
ЗМІННОЇ x НАЗИВАЮТЬ
ФУНКЦІЄЮ, ЯКЩО **КОЖНОМУ**
ЗНАЧЕННЮ x ВІДПОВІДАЄ
ЄДИНЕ ЗНАЧЕННЯ y .

x - НЕЗАЛЕЖНА ЗМІННА
(АРГУМЕНТ),
 y – ЗАЛЕЖНА ЗМІННА
(ФУНКЦІЯ).

Способи задання функції



1) ЗАДАНО ТАКУ ЗАЛЕЖНОСТЬ ЗМІННОЇ y ВІД
ЗМІННОЇ x , ПРИ ЯКІЙ КОЖНОМУ ЗНАЧЕННЮ y
ПОСТАВЛЕНО У ВІДПОВІДНІСТЬ ПОДВОЄНЕ
ЗНАЧЕННЯ x .”

ЦЕ ОПИСОВИЙ СПОСІБ ЗАДАННЯ
ФУНКЦІЇ.

$$2) y = 2 \cdot x$$

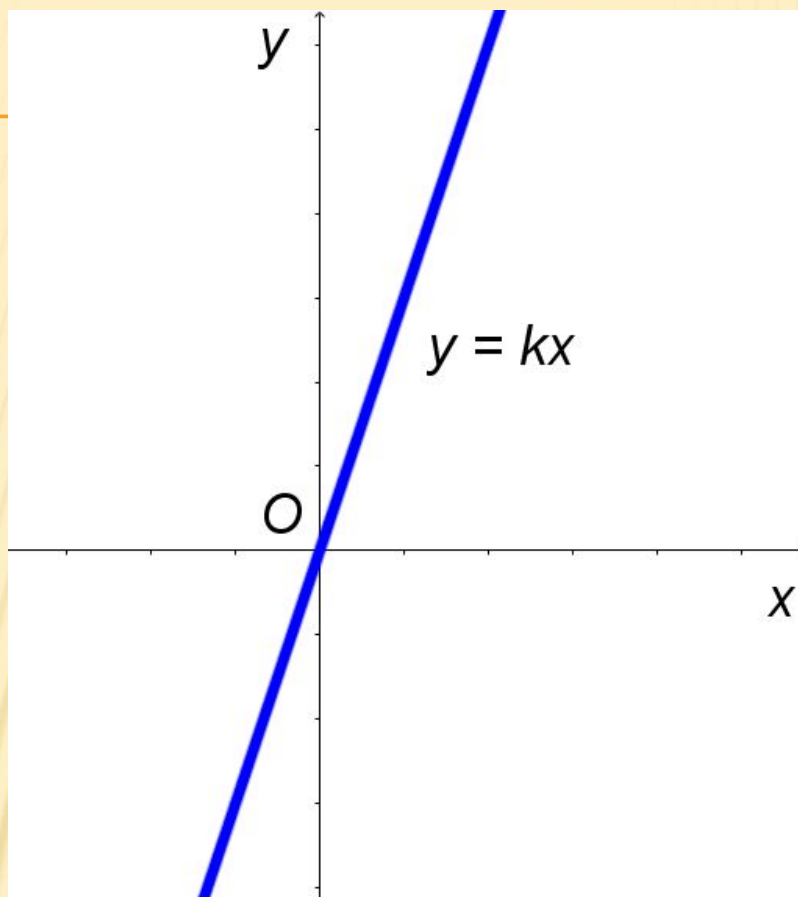
ЦЕ СПОСІБ ЗАДАННЯ ФУНКЦІЇ
ФОРМУЛОЮ.

3)

x	- 2	- 1	0	1	2	3
y	- 4	- 2	0	2	4	6

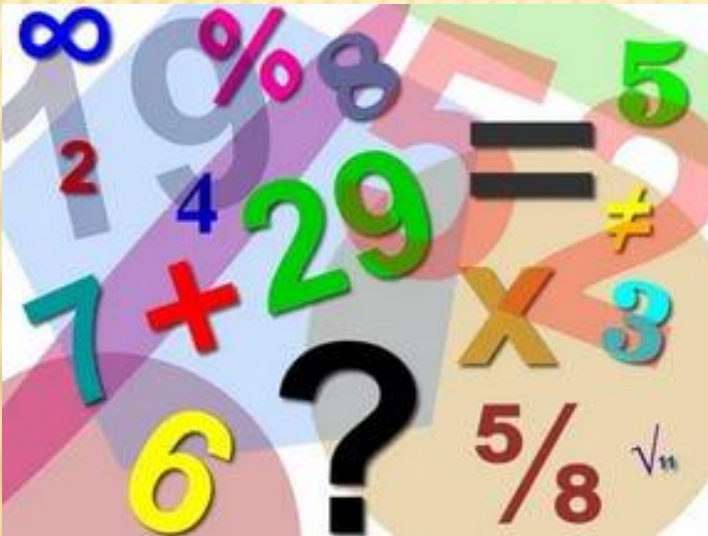
ЦЕ ТАБЛИЧНИЙ СПОСІБ ЗАДАННЯ
ФУНКЦІЇ.

4)



ЦЕ ГРАФІЧНИЙ СІЮСЬ ЗАДАННЯ
ФУНКЦІЇ.

Область визначення функції



ОБЛАСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ –
ЦЕ МНОЖИНА ЗНАЧЕНЬ, ЯКИХ МОЖЕ
НАБУВАТИ АРГУМЕНТ x

ПОЗНАЧАЄТЬСЯ $D(f)$

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ НА ОСОБЛИВІ ВИПАДКИ!

1) ІРРАЦІОНАЛЬНА ФУНКЦІЯ $y = \sqrt{f(x)}$

О.В.: $f(x) \geq 0$

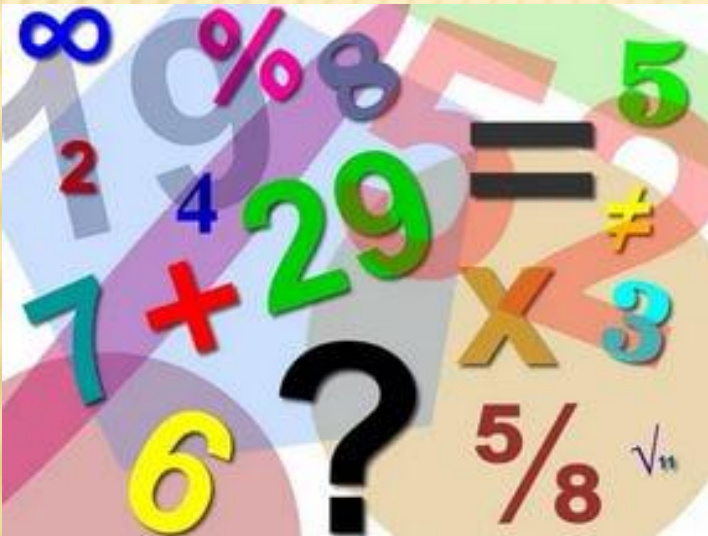
2) ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНА ФУНКЦІЯ $y = \frac{f(x)}{g(x)}$

О.В.: $g(x) \neq 0$

3) ДРОБОВО-ІРРАЦІОНАЛЬНА
ФУНКЦІЯ $y = \frac{f(x)}{\sqrt{g(x)}}$

О.В.: $g(x) > 0$

Область значень функції



ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНЬ ФУНКЦІЇ – ЦЕ
МНОЖИНА ЗНАЧЕНЬ ЗАЛЕЖНОЇ
ЗМІННОЇ **y**, ЯКИХ ВОНА НАБУВАЄ ПРИ
ВСІХ **x** З ОБЛАСТІ ВИЗНАЧЕННЯ

ПОЗНАЧАЄТЬСЯ **E(f)**

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ НА ОСОБЛИВІ ВИПАДКИ!

1) ІРРАЦІОНАЛЬНА ФУНКЦІЯ $y = \sqrt{f(x)}$

О.З.: $y \geq 0$

2) ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНА ФУНКЦІЯ $y = \frac{k}{f(x)}$

О.З.: $y \neq 0$

3) КВАДРАТИЧНА ФУНКЦІЯ $y = ax^2$

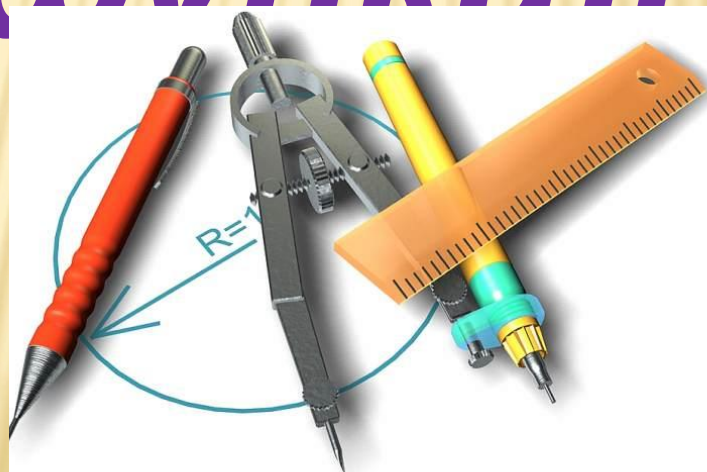
О.З.: $y \geq 0$

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ НА ОСОБЛИВІ ВИПАДКИ!

4) МОДУЛЬ ФУНКЦІЇ $y = |f(x)|$

О.З.: $y \geq 0$

Графік функції

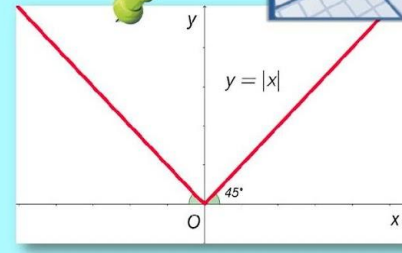
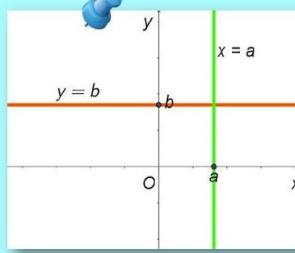
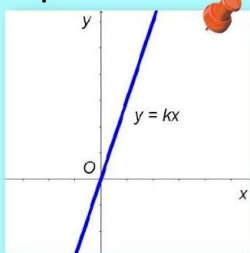
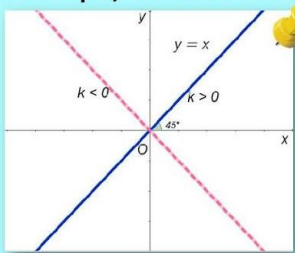
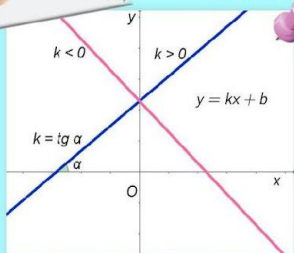


ГРАФІК ФУНКЦІЇ – ЦЕ
МНОЖИНА УСІХ ТОЧОК З
КООРДИНАТАМИ **($x; y$)**
КООРДИНАТНОЇ ПЛОЩИНИ,
ЯКІ ЗАДОВОЛЬНЯЮТЬ
РІВНЯННЯ ФУНКЦІЇ **$y = f(x)$**

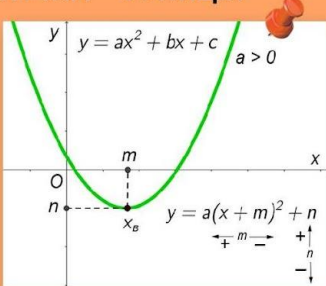
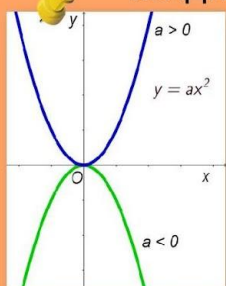
Функції та їх графіки



ЛІНІЙНА ФУНКЦІЯ, ПРЯМА ПРОПОРЦІЙНІСТЬ



КВАДРАТИЧНА ФУНКЦІЯ



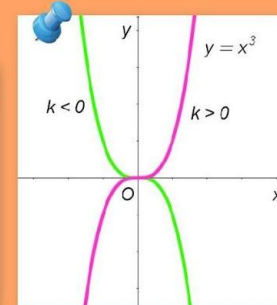
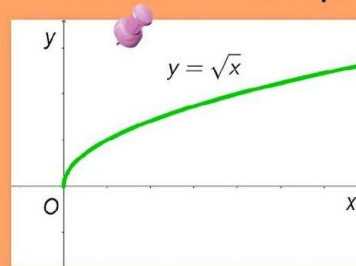
ПЕРЕТВОРЕННЯ ГРАФІКА ФУНКЦІЇ

$$y = a \cdot f(x + m) + n$$

< 0 > 1 $(0; 1)$ $\leftarrow m \rightarrow$ $+ n$
 Ox Oy

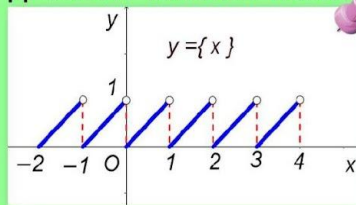
Чверті мінюються на протилежні
 Розтяг вздовж осі Oy в 4 разів
 Розтяг вздовж осі Ox в 3 разів

СТЕПЕНЕВІ ФУНКЦІЇ

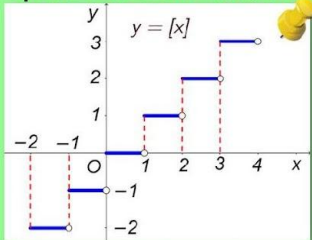


ЧИСЛОВІ ФУНКЦІЇ:

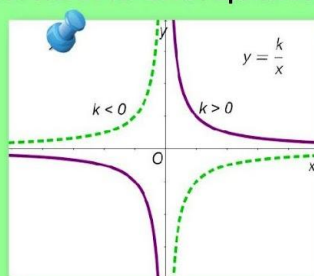
ДРОБОВА ЧАСТИНА ЧИСЛА



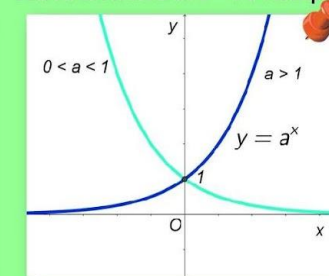
ЦІЛА ЧАСТИНА ЧИСЛА



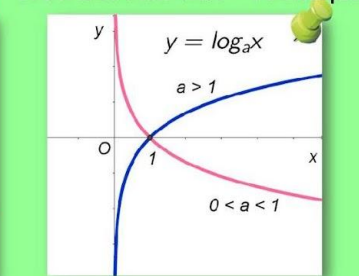
ОБЕРНЕНА ПРОПОРЦІЙНІСТЬ



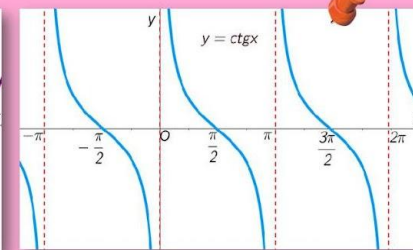
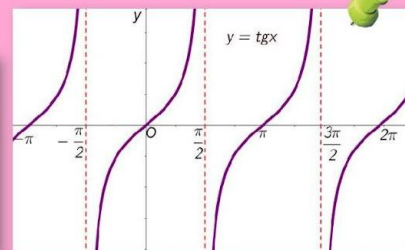
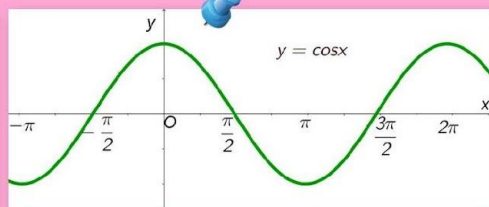
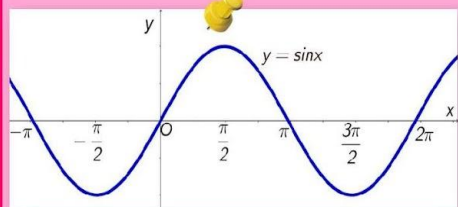
ПОКАЗНИКОВА ФУНКЦІЯ



ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЯ



ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ

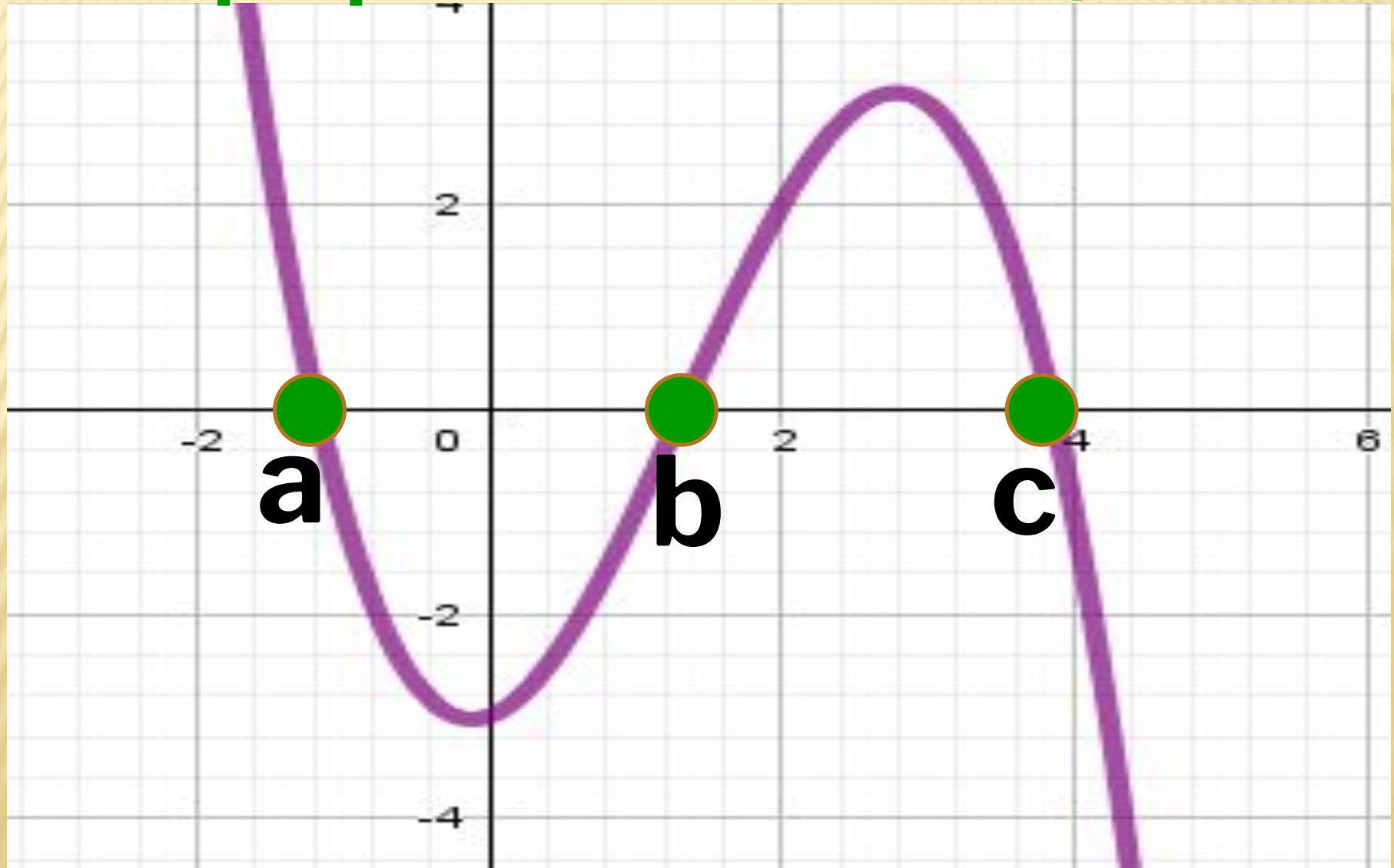


Нулі функції



Нулі функції – це точки **x** , у яких
значення функції дорівнює **0** ,
тобто **$f(x) = 0$** .

На графіку – це точки перетину
графіка з віссю абсцис.



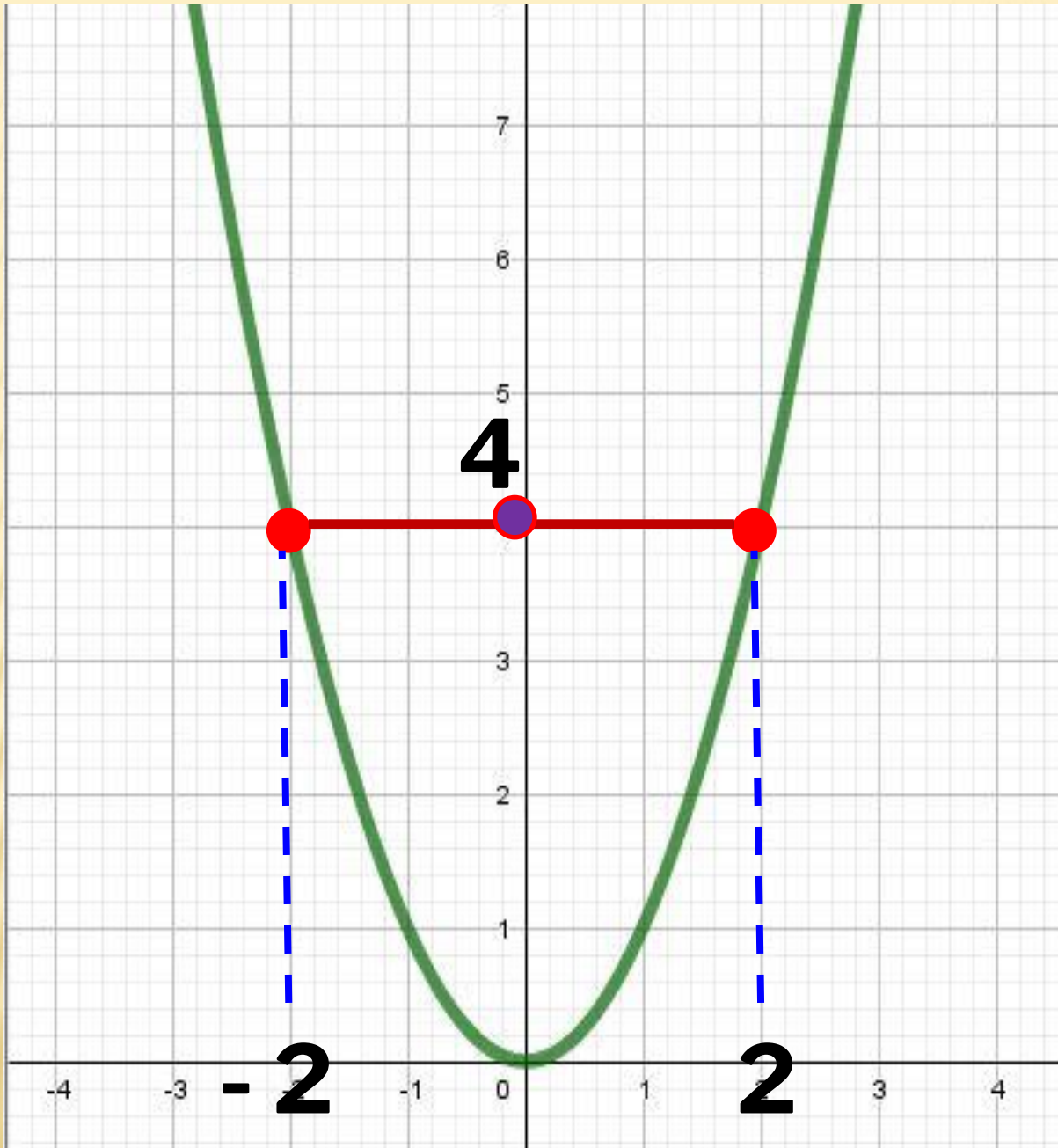
Парність

та

непарність

функції





Протилежним аргументам

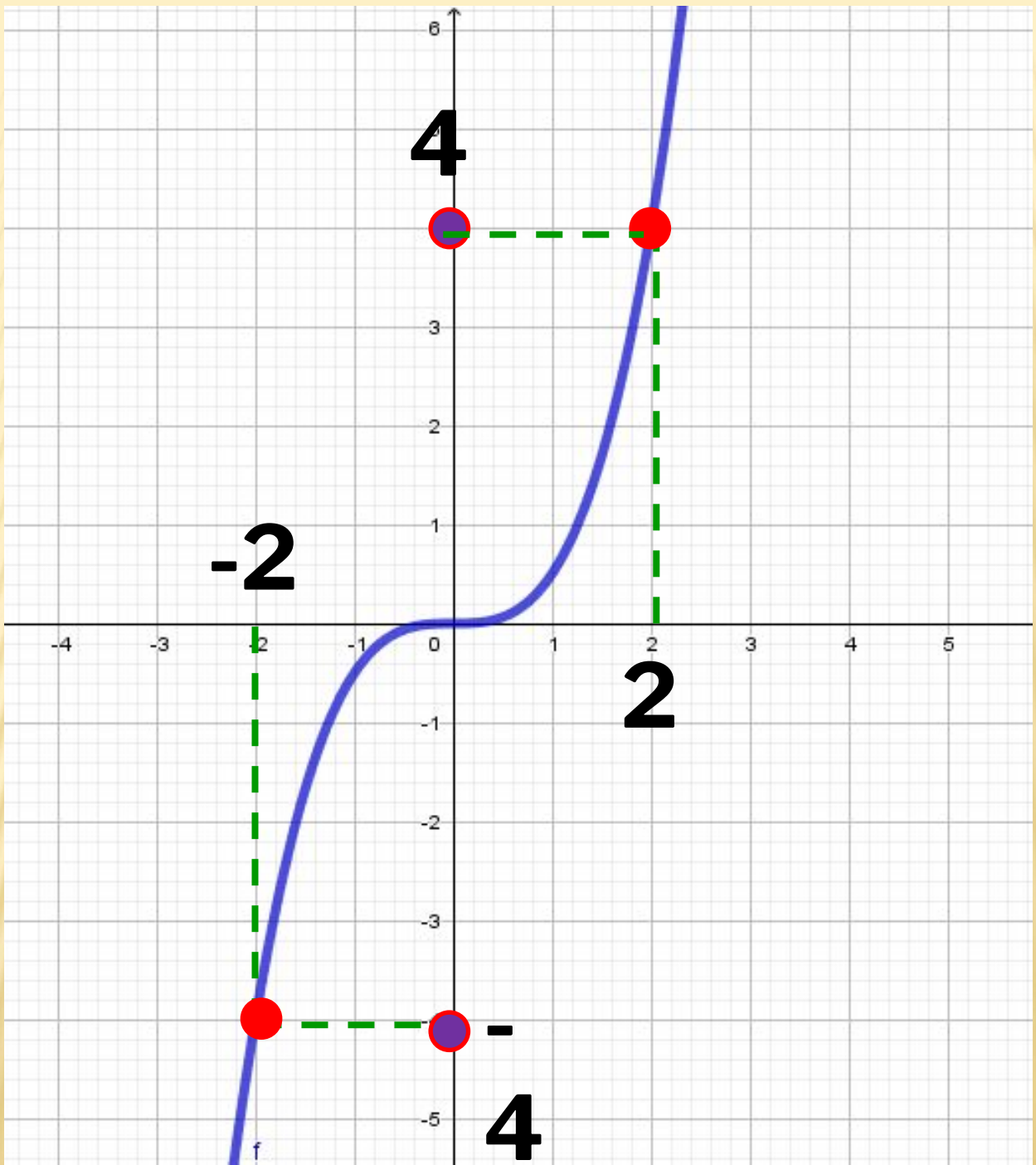
$$x = 2 \text{ та } x = -2$$

відповідає однакове

значення функції

$$y = 4.$$

Така функція парна.



4

-2

2

-4

f

Протилежним аргументам

$$x = 2 \text{ та } x = -2$$

відповідають протилежні

значення функції

$$y = 4 \text{ та } y = -4.$$

*Така функція **непарна.***

Теорема 1.

ЯКЩО ДЛЯ
АРГУМЕНТІВ
 $x = a$ ТА $x = -a$

ЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ

$$f(a) = f(-a),$$

ТО

ТАКА ФУНКЦІЯ **ПАРНА**.

Теорема 2.

ЯКЩО ДЛЯ

АРГУМЕНТІВ

$$x = a \text{ ТА } x = -a$$

ЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ

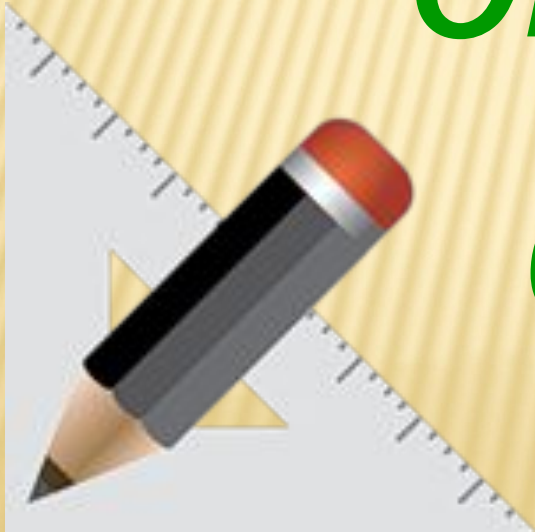
$$f(a) = -f(-a),$$

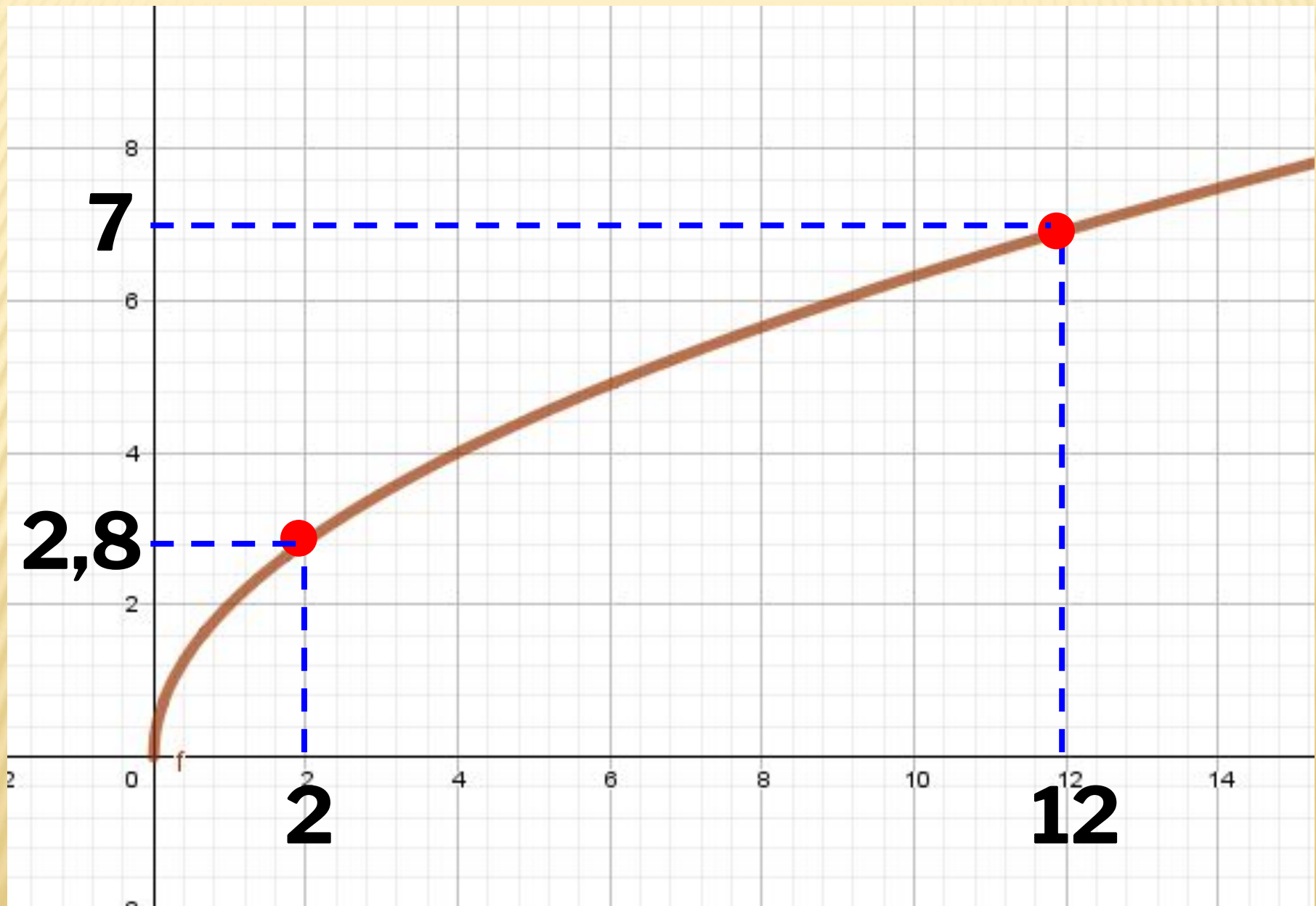
ТО

ТАКА ФУНКЦІЯ

НЕПАРНА.

*Зростання
та
спадання
функції*





ЗНАЧЕННЮ
АРГУМЕНТА $x =$
2

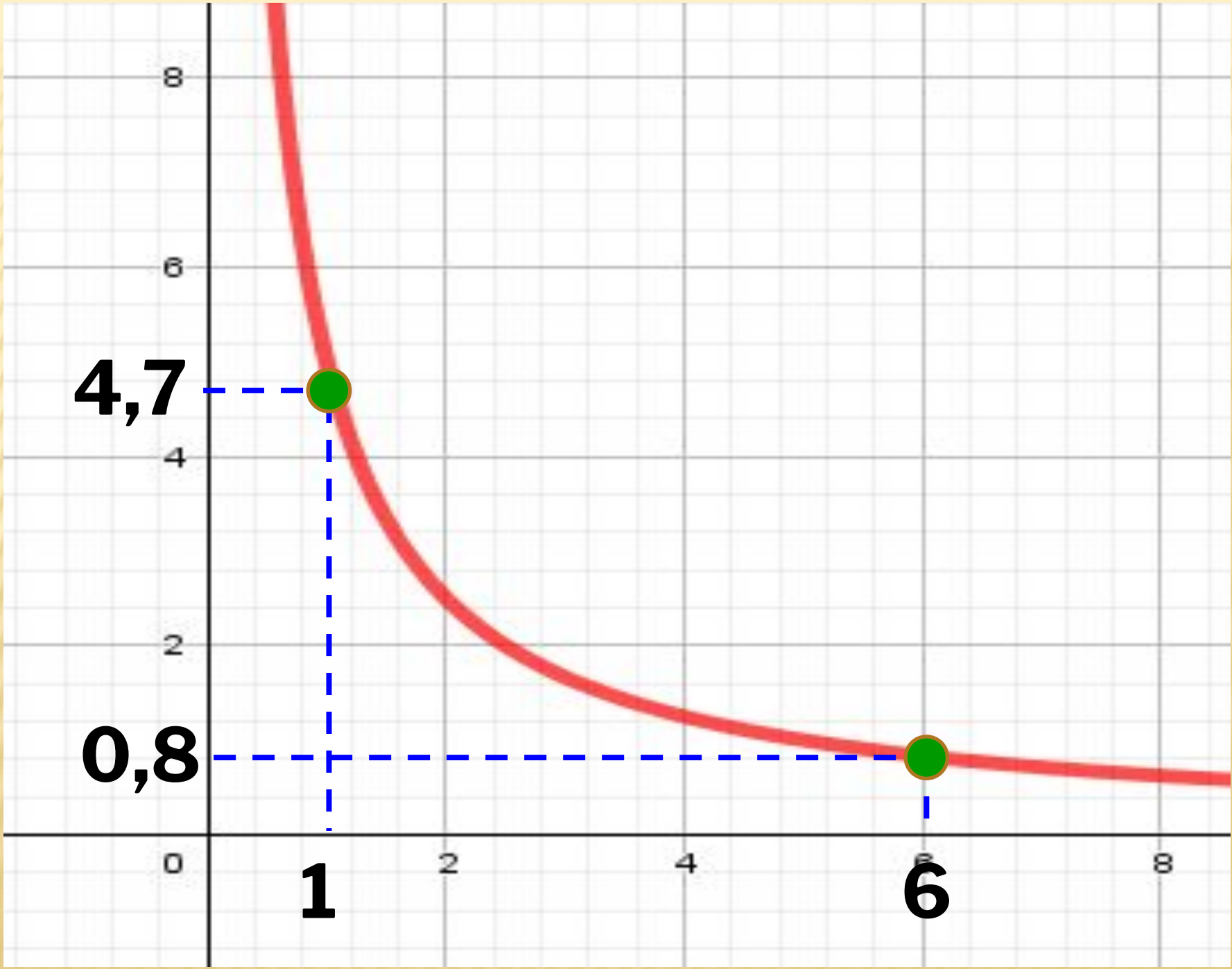
ВІДПОВІДАЄ
ЗНАЧЕННЯ
ФУНКЦІЇ $y = 2,8$.

ЗНАЧЕННЮ
АРГУМЕНТА $x =$
12

ВІДПОВІДАЄ
ЗНАЧЕННЯ
ФУНКЦІЇ $y = 7$.

*Тобто, **більшому значенню аргумента** відповідає **більше значення функції**.*

Така функція



4,7

0,8

1

6

ЗНАЧЕННЮ
АРГУМЕНТА $x = 1$
ВІДПОВІДАЄ
ЗНАЧЕННЯ
ФУНКЦІЇ $y = 4,7$.

ЗНАЧЕННЮ
АРГУМЕНТА $x = 6$
ВІДПОВІДАЄ
ЗНАЧЕННЯ
ФУНКЦІЇ $y = 0,8$.

*Тобто, **більшому значенню аргумента** відповідає **менше значення функції**.*

*Така функція **спадна**.*

Теорема 3.

ЯКЩО ДЛЯ АРГУМЕНТІВ

$$x = a \text{ ТА } x = b$$

ТАКИХ, ЩО $a < b$,

ЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ

$$f(a) < f(b),$$

ТО ТАКА ФУНКЦІЯ

ЗРОСТАЄ.

Теорема 4.

ЯКЩО ДЛЯ АРГУМЕНТІВ

$$x = a \text{ ТА } x = b$$

ТАКИХ, ЩО $a < b$,

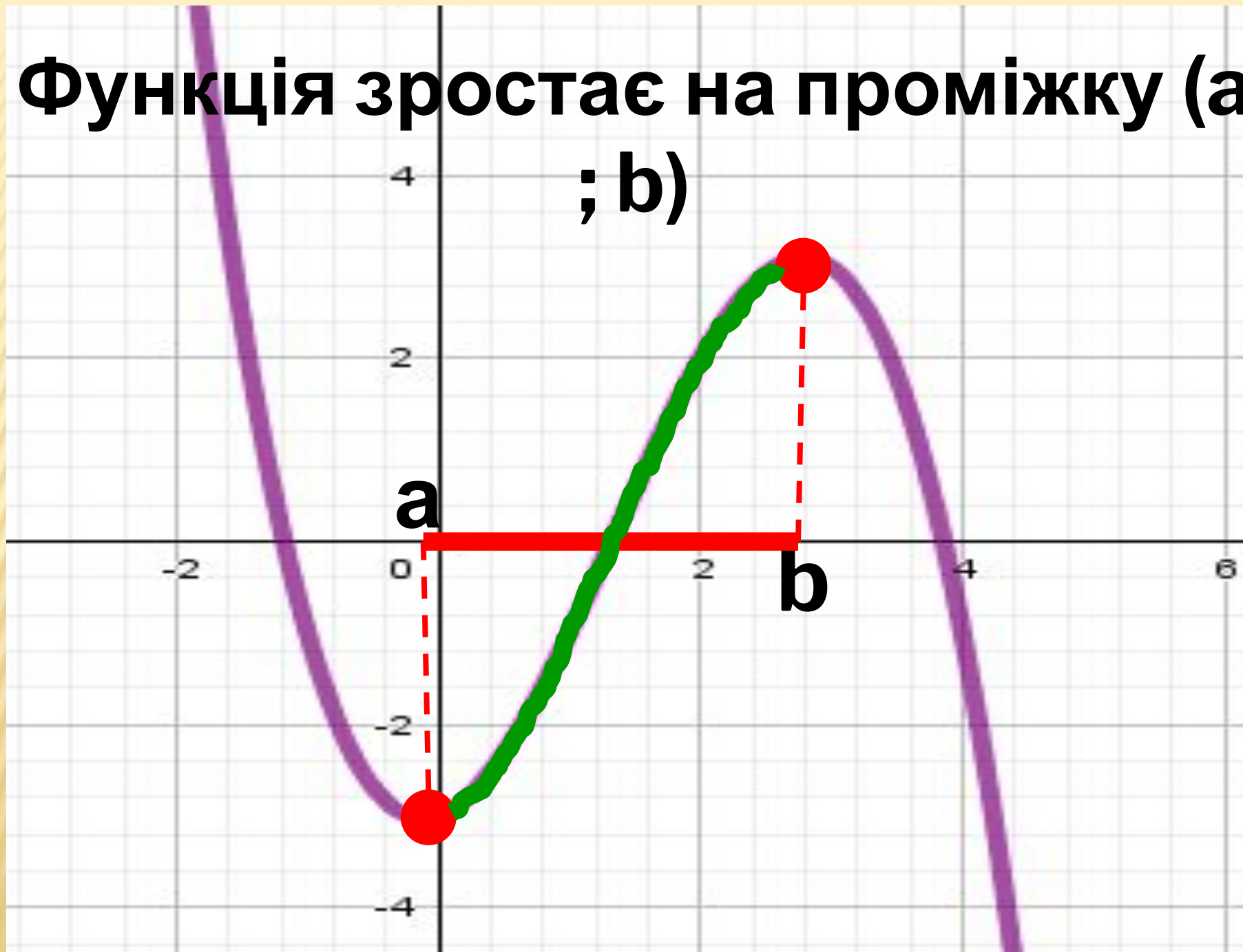
ЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ

$$f(a) > f(b),$$

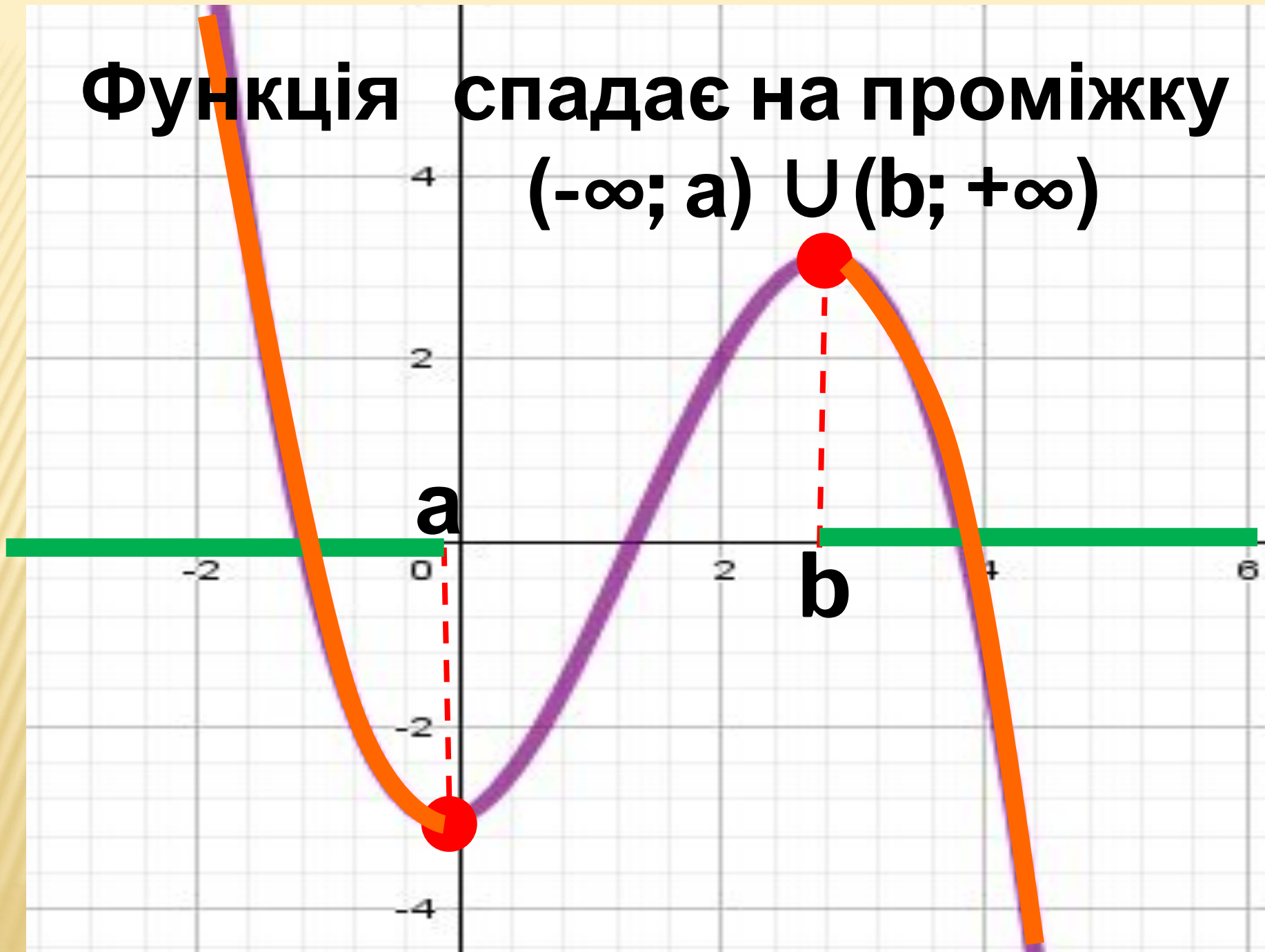
ТО ТАКА ФУНКЦІЯ

СПАДАЄ.

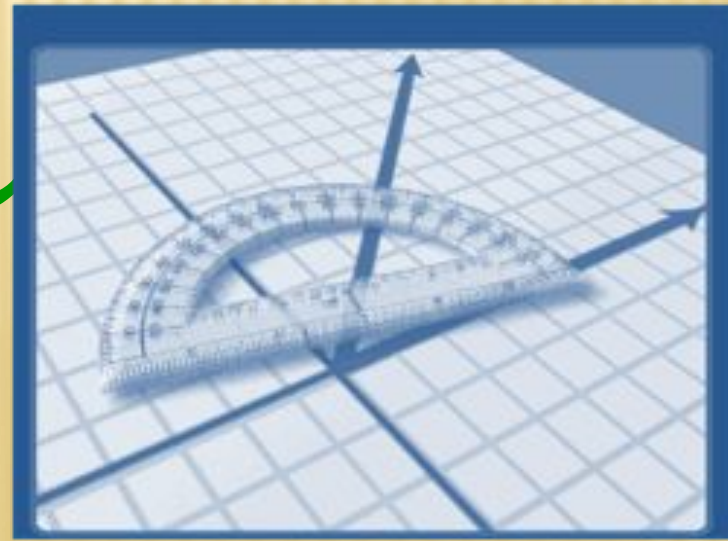
Функція зростає на проміжку (a ; b)



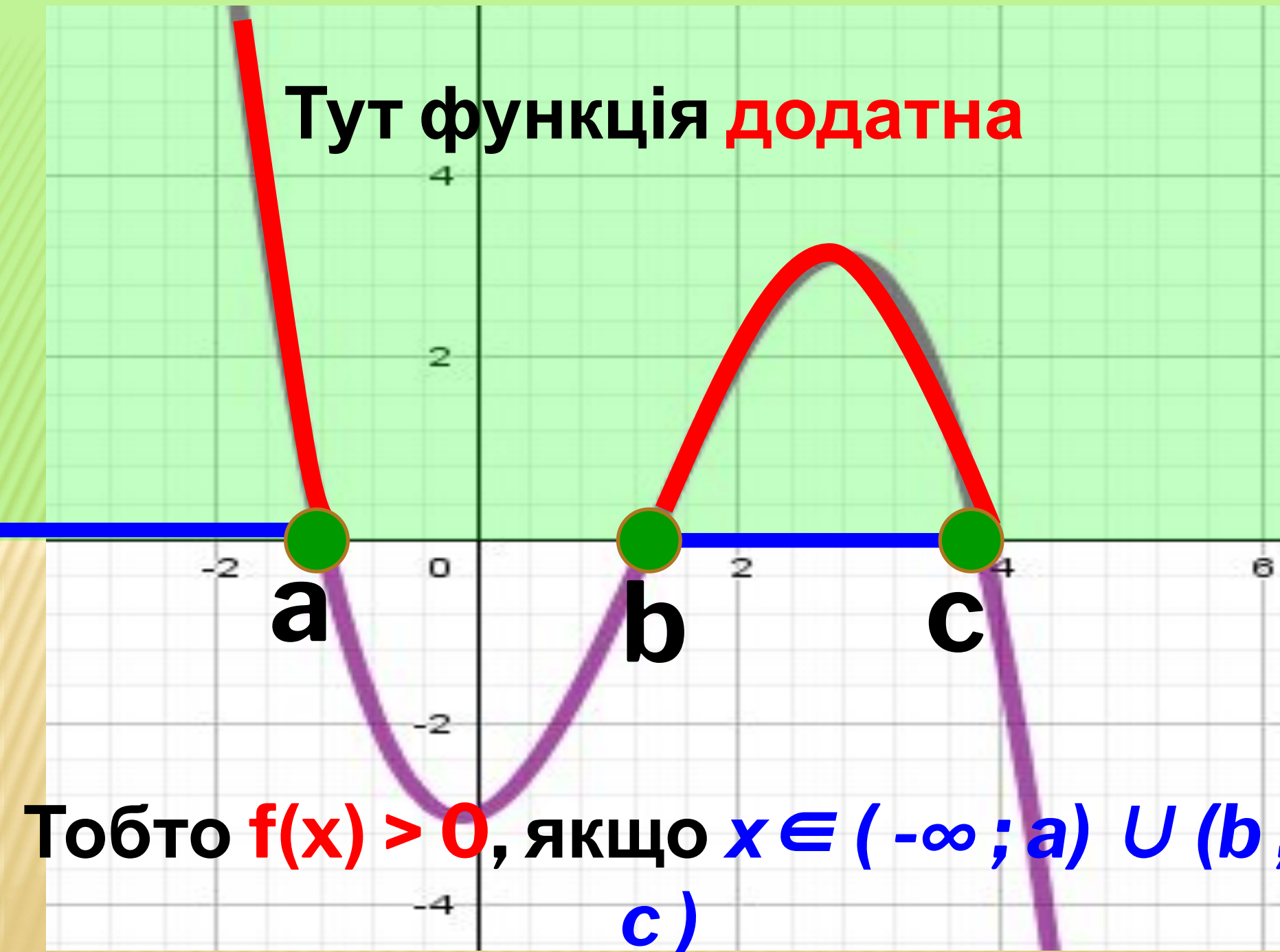
Функція спадає на проміжку
 $(-\infty; a) \cup (b; +\infty)$



*Знакосталіс
ть
функц*



Тут функція **додатна**



Тобто $f(x) < 0$,
якщо $x \in (a; b) \cup (c; +\infty)$



Тут функція від'ємна

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!

