

Какие способы решения систем уравнений с двумя переменными нам известны?

- Метод подстановки;
- метод алгебраического сложения;
- метод введения новых переменных;
- графический метод.



Если поставлена задача – найти такие пары $(x; y)$,
которые одновременно удовлетворяют уравнению $p(x; y) = 0$
и уравнению $q(x; y) = 0$, то говорят, что данные уравнения
образуют систему уравнений

$$\begin{cases} p(x; y) = 0, \\ q(x; y) = 0. \end{cases}$$

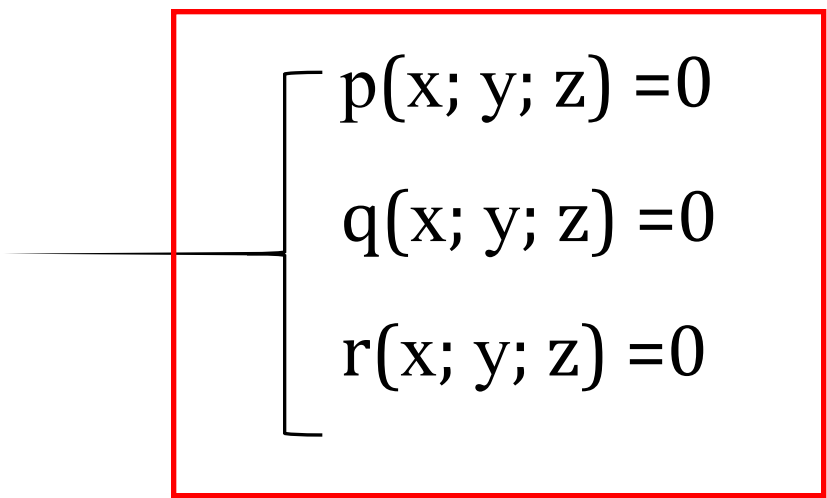


Пару значений $(x; y)$, которая одновременно является решением и первого и второго уравнения системы, называют **решением системы уравнений**.



Решить систему уравнений – значит найти все её решения или установить, что решений нет.

Система трех уравнений с тремя неизвестными


$$\begin{cases} p(x; y; z) = 0 \\ q(x; y; z) = 0 \\ r(x; y; z) = 0 \end{cases}$$



Две системы уравнений называют
равносильными, если они имеют одни и те же
решения или решений не имеют.

Равносильные способы решения систем уравнений:

- метод подстановки;
- метод алгебраического сложения;
- введения новых переменных.

Неравносильные преобразования:

- возведение в квадрат обеих частей уравнения;
- умножение уравнений системы;
- преобразования, приводящие к расширению области определения.

Проверка решений их подстановкой в исходную систему обязательна.

Пример 1. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x + y + 2z = 4, \\ 2x + y + z = 1, \\ x + 2y + z = 3. \end{cases}$$

Решение.

$$4x + 4y + 4z = 8;$$

$$x + y + z = 2;$$

$$x + (x + y + z) = 1;$$

$$x + 2 = 1;$$

$$x = -1;$$

$$(x + y + z) + y = 3;$$

$$2 + y = 3;$$

$$y = 1;$$

$$(x + y + z) + z = 4;$$

$$2 + z = 4;$$

$$z = 2;$$

Ответ: $(-1; 1; 2)$.

Пример 2. Решить систему уравнений $\begin{cases} x + y = 1, \\ \log_3 x = \log_3(1 - y). \end{cases}$

Решение.

$$\begin{cases} y = 1 - x, \\ \log_3 x = \log_3 x; \end{cases}$$

$$\log_3 x = \log_3 x;$$

$$x = \alpha (\alpha > 0);$$

$$y = 1 - \alpha;$$

Ответ: $(\alpha; 1 - \alpha), \alpha > 0$.

Пример 3. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 = 0, \\ y^2 + 3x^2 = 4. \end{cases}$$

Решение.

$$\begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 = 0, \\ y^2 + 3x^2 = 4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 = 0, \\ y^2 + 3x^2 = 4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 = 0, \\ y^2 + 3x^2 = 4. \end{cases}$$

$$(1; 1), (-1; -1);$$

$$\begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 = 0, \\ y^2 + 3x^2 = 4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 = 0, \\ y^2 + 3x^2 = 4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 = 0, \\ y^2 + 3x^2 = 4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 = 0, \\ y^2 + 3x^2 = 4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 = 0, \\ y^2 + 3x^2 = 4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 = 0, \\ y^2 + 3x^2 = 4. \end{cases}$$

Пример 4. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 = 0, \\ y^2 + 3x^2 = 4. \end{cases}$$

Решение.

$$\begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 = 0, \\ y^2 + 3x^2 = 4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 = 0, \\ y^2 + 3x^2 = 4. \end{cases}$$

(1; 0), (-2; 3);

Ответ: (1; 0).

Проверка.

$$\begin{aligned} y^2 + 2xy - 3x^2 &= 0, \\ y^2 + 3x^2 &= 4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y^2 + 2xy - 3x^2 &= 0, \\ y^2 + 3x^2 &= 4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y^2 + 2xy - 3x^2 &= 0, \\ y^2 + 3x^2 &= 4. \end{aligned}$$

$x = -2, y = 3$:

$1 = 1$ – верное равенство;
 $y^2 + 2xy - 3x^2 = 0,$
 $y^2 + 3x^2 = 4.$ – неопределён;