Подготовка к олимпиаде

Полуинварианты и задачи, решаемые с конца

Задачи, решаемые с конца

- Начав спросонья заплетать косы, девушка делала это так, что в каждую последующую минуту длина заплетённой части увеличивалась вдвое. Обе косы были заплетены за 5 минут. За какое время она заплела первую косу?

- Пруд зарастает ряской. Каждые два дня пространство, заросшее ряской, удваивается. Весь пруд покрылся ряской в течение 64 дней. За сколько дней заросла ряской четверть пруда?

Задачи, решаемые с конца

- В стеклянной банке с водой плавает амёба. Каждую минуту она делится пополам. Известно, что через 5 часов банка будет полна. За какое время после начала деления амёбы займут половину банки?

Задачи, решаемые с конца

- Мать для своих сыновей оставила утром тарелку слив, а сама ушла на работу.
- Первым проснулся старший из сыновей. Увидев на столе сливы, он съел третью часть их и ушёл.
- Вторым проснулся средний сын. Думая, что его братья не ели сливы, он съел треть того, что было на тарелке, и ушёл.
- Позже всех встал младший сын и съел третью часть лежащих на тарелке слив. На тарелке осталось 8 слив.
- Сколько их было вначале?

Задача со стаканами:

- На столе стоят восемь стаканов с водой. Разрешается взять любые два стакана и уравнять в них количества воды, перелив часть воды из одного стакана в другой. Докажите, что с помощью таких операций можно добиться того, чтобы во всех стаканах было поровну воды.

Полуинварианты.
Задача про города.

- В стране несколько городов, попарные расстояния между которыми различны. Путешественник отправился из города A в самый удаленный от него город B, оттуда -- в самый удаленный от него город C и т.д. Докажите, что если город C не совпадает с городом A, то путешественник никогда не вернется в город A.

Задача про последовательности

- Даны две последовательности:

2, 4, 8, 16, 14, 10, 2 и 3, 6, 12, 6, 12.

В каждой из них каждое число получено из предыдущего по одному и тому же закону.

- а) Найдите этот закон.
- б) Найдите все натуральные числа, переходящие сами в себя (по этому закону).