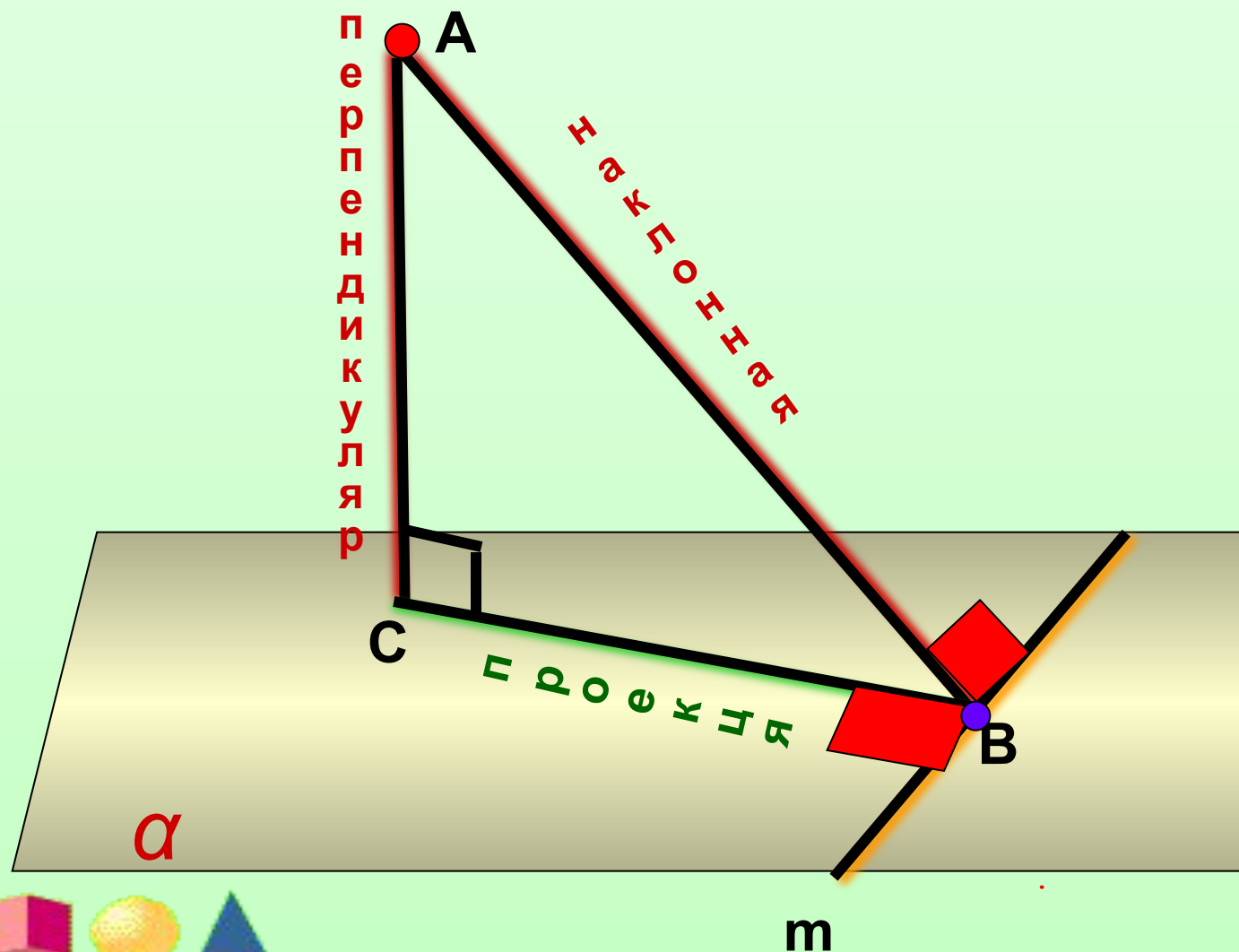


# Теорема о ТРЕХ перпендикулярах



## Теорема о ТРЕХ перпендикулярах



Сенникова Н. В.  
учитель  
математики

Учебник Л. С.  
Атанасян и др.  
«Геометрия 10-11»

г. Москва



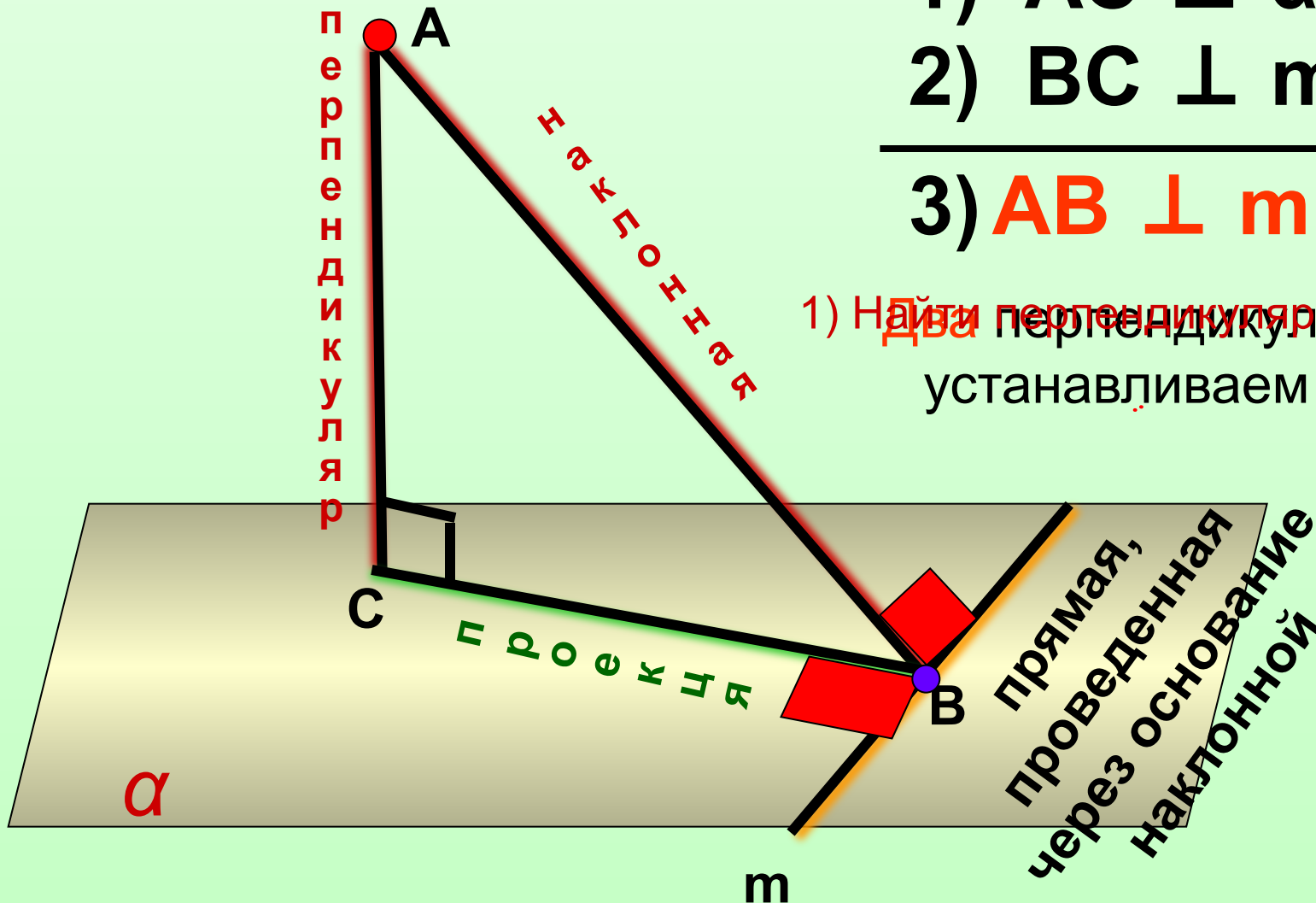
**Теорема о трех перпендикулярах:** Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

1)  $AC \perp \alpha$

2)  $BC \perp m$

3)  $AB \perp m$  по ТТП

1) Найти перпендикуляр к плоскости  
два перпендикуляра есть  
устанавливаем третий

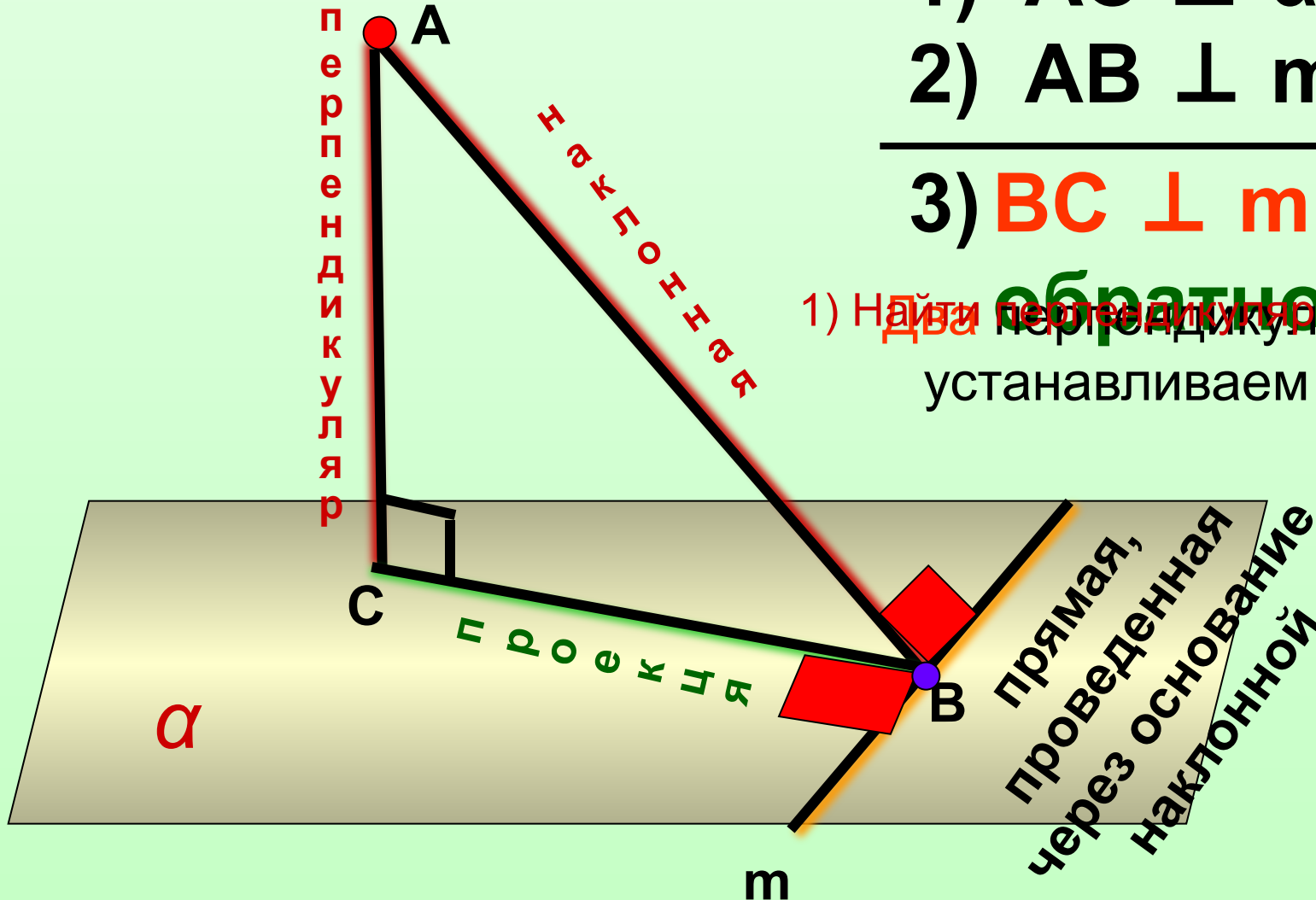


**Теорема обратная теореме о трех перпендикулярах:**  
**Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции.**

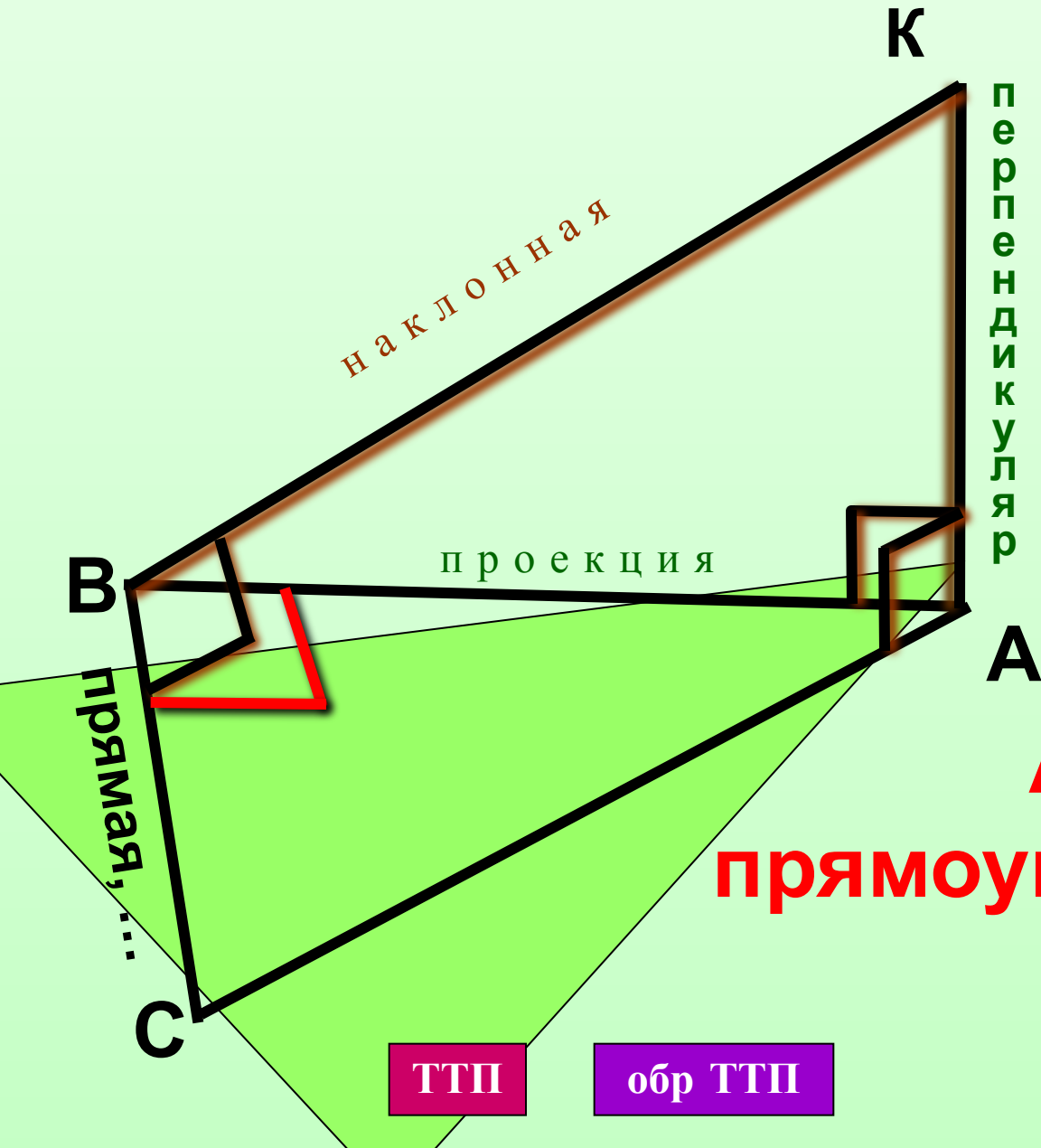
- 1)  $AC \perp \alpha$
- 2)  $AB \perp m$

3)  $BC \perp m$  по <sup>TM</sup>

1) Найти перпендикуляры к плоскости  
устанавливаем третий



**ЗАДАЧА.** Отрезок АК перпендикулярен плоскости  $\triangle ABC$  и  $KB \perp BC$ . Докажите, что  $\triangle ABC$  - прямоугольный.



1)  $AK \perp (ABC)$   
по ...

2)  $KB \perp BC$   
по ...

---

3)  $AB \perp BC$  по  
т. обр. ТТП

**$\triangle ABC$  –  
прямоугольный, ч.т.д.**

ТТП

обр ТТП

Изобразите отрезок, длина которого равна расстоянию от т. М до выделенной прямой. Ответ обоснуйте.

Читаем чертеж!

Анализируем дано!

$CM \perp (ABC)$  по ...

$CB \perp AB$  по ...

Строим расстояние!

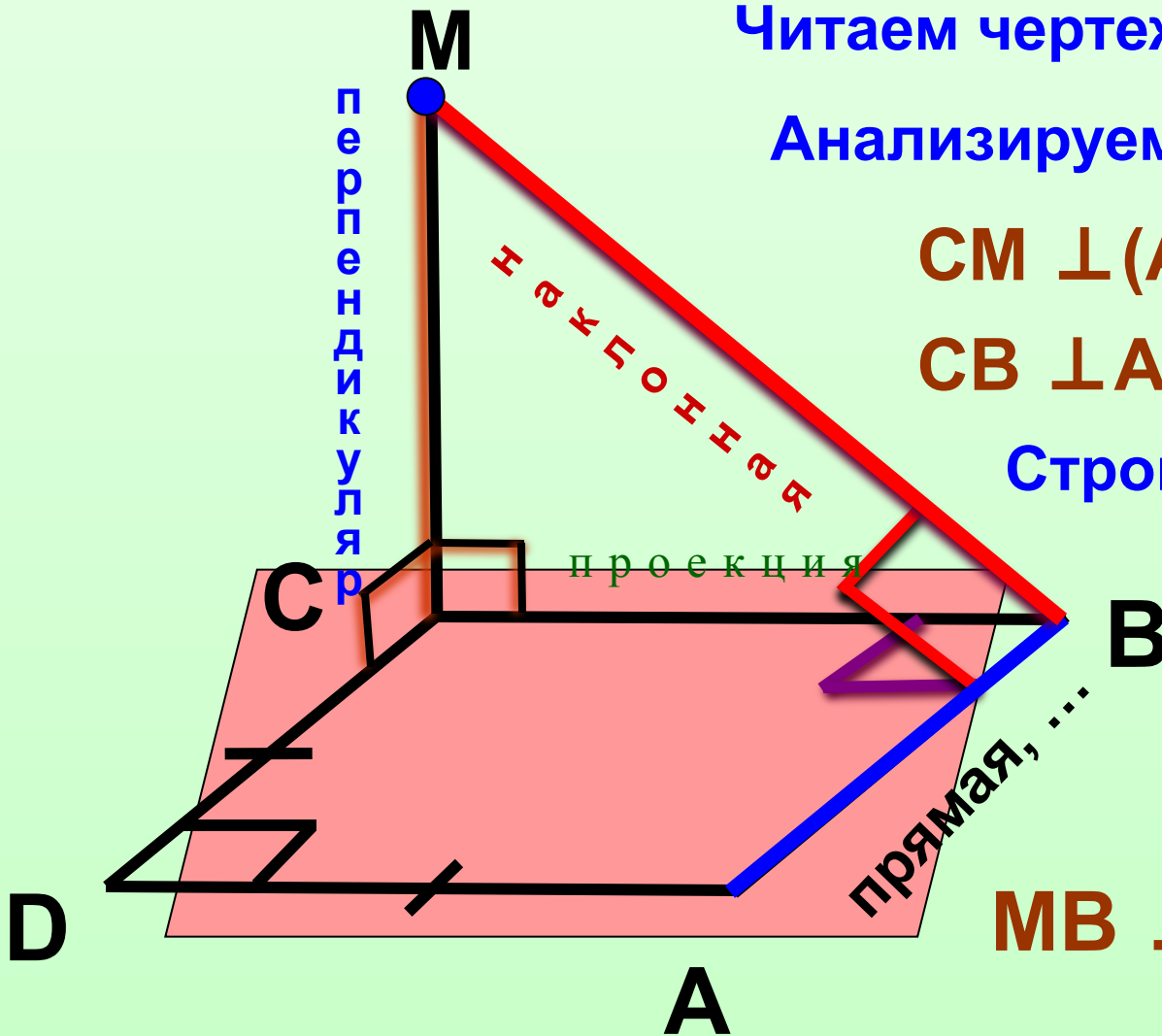
Делаем вывод!

$MB \perp AB$  по ТТП

**MB – искомое расстояние**

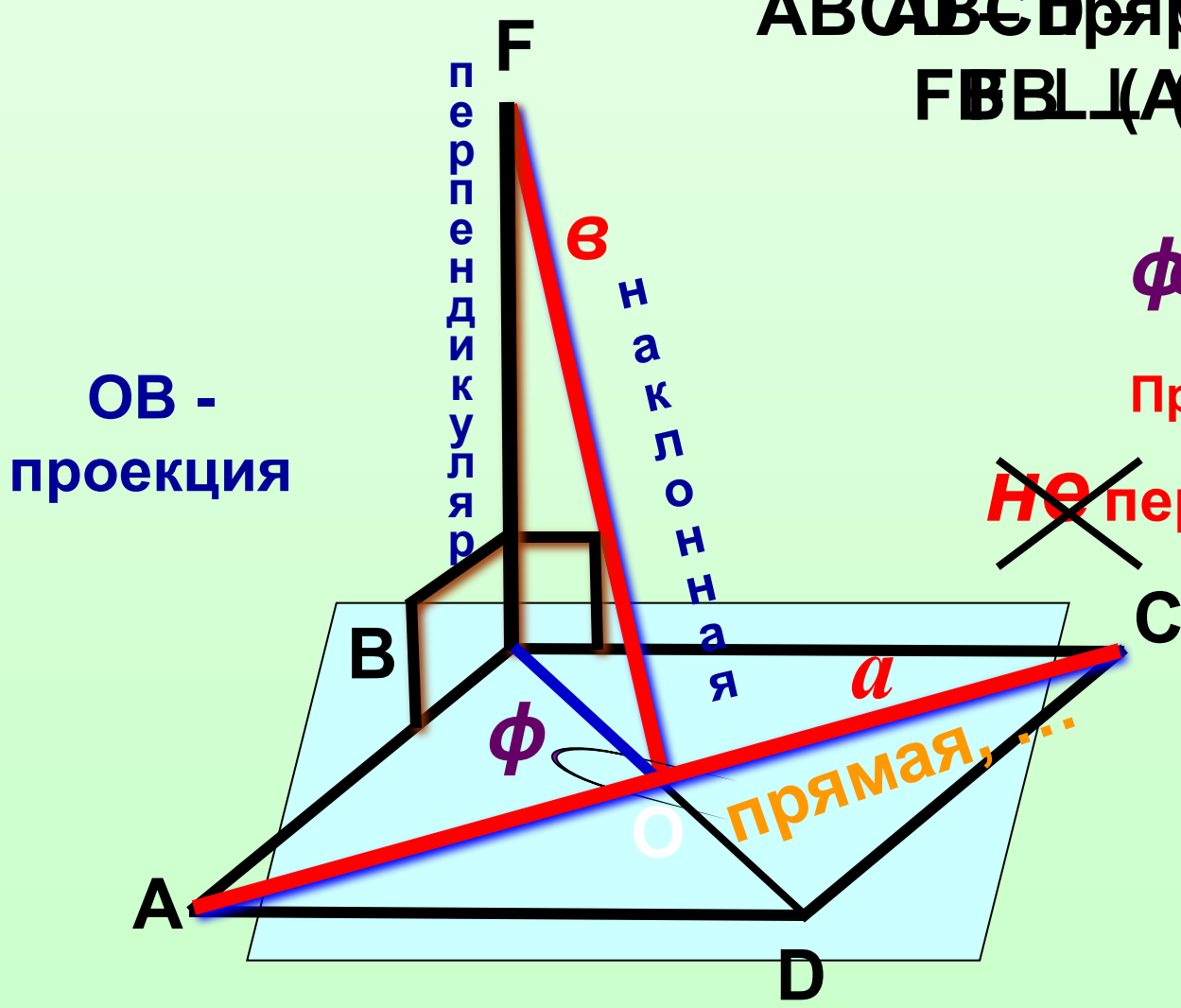
ТТП

обр ТТП



Перпендикулярны ли прямые *a* и *b*? Ответ обоснуйте.

ABCD - ромб,  $FV \perp (ABCD)$ .



~~$\phi \neq 90^\circ$~~

Прямые *a* и *b*

~~не~~ перпендикулярны

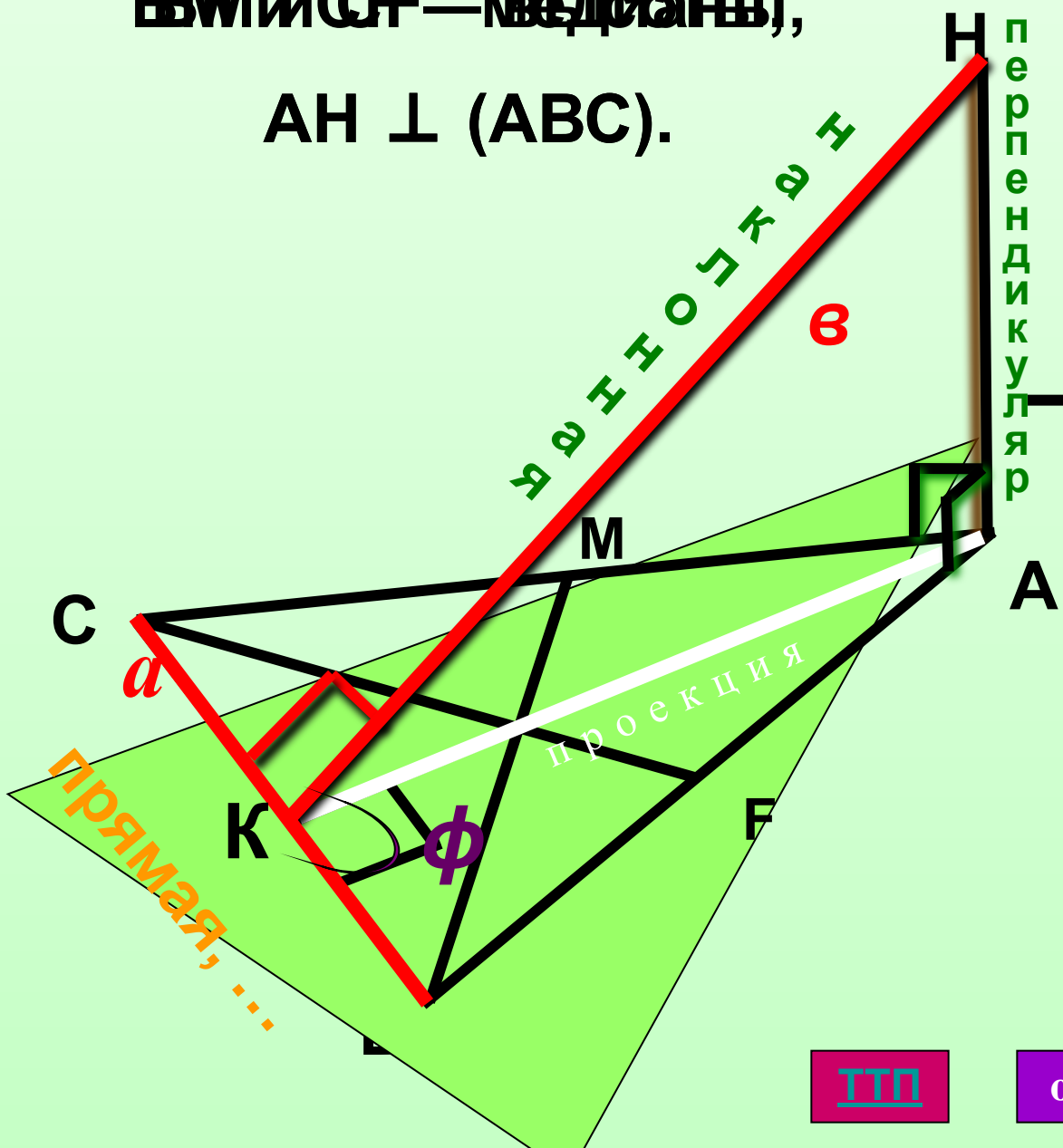
ТП

обр ТП

# Перпендикулярны ли прямые $a$ и $b$ ? Ответ обоснуйте.

$EB$  и  $CF$  — медианы,

$AH \perp (ABC)$ .



$AH \perp (ABC)$

по ...

$AK \perp CB$

по ...

$NK \perp CB$  по

Вывод!

ТПП

$\phi \neq 90^\circ$

Прямые  $a$  и  $b$

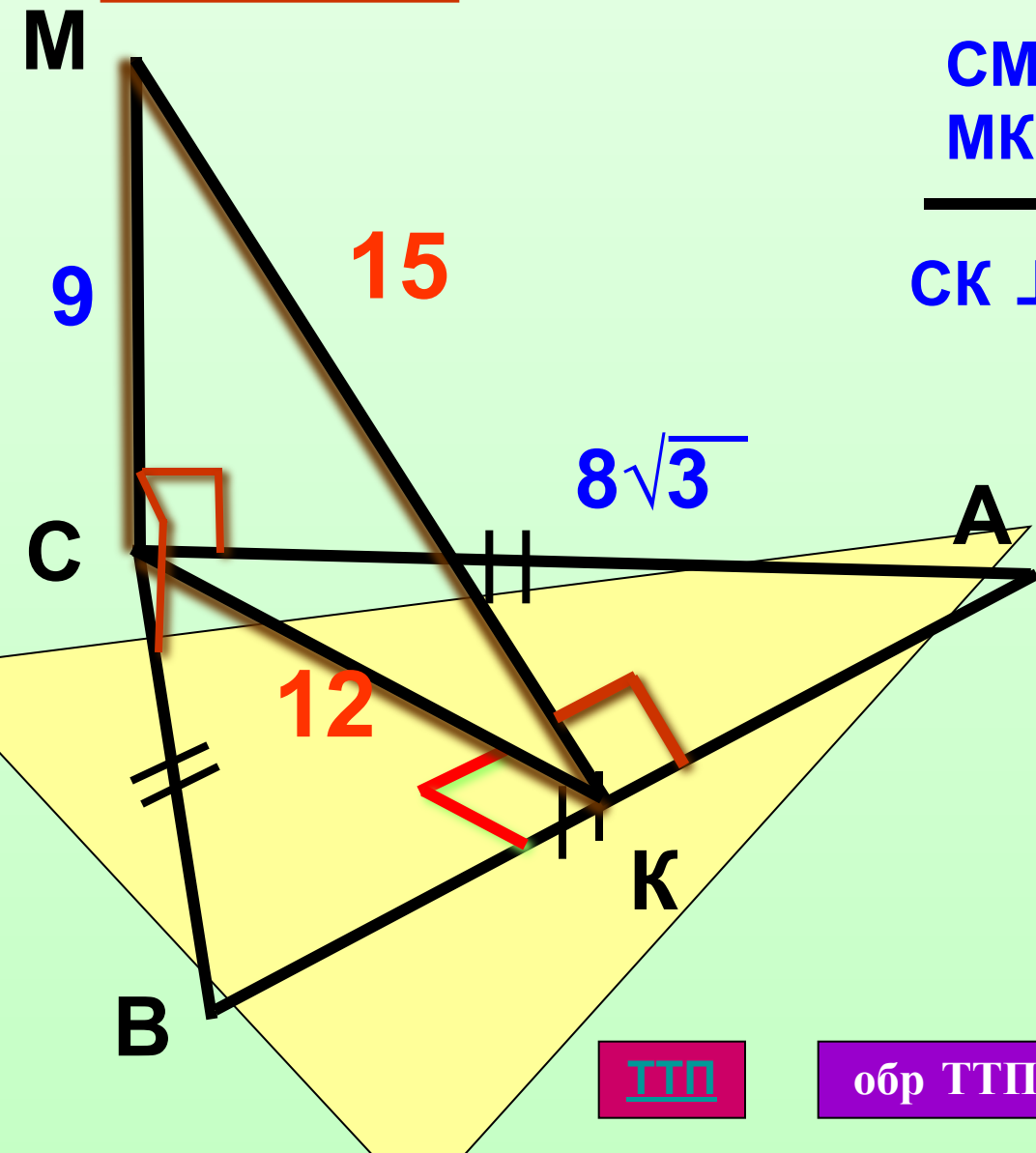
~~но~~

перпендикулярны

ТПП

обр ТПП

**ЗАДАЧА.** Отрезок  $CM$  перпендикулярен плоскости правильного  $\triangle ABC$ , со стороной  $8\sqrt{3}$ . Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $AB$ , если  $MC = 9$ .



$CM \perp (ABC)$  по ...  
 $MK \perp AB$  по построению

$CK \perp AB$  **Вывод!** обр. ТТП

т.к.  $\triangle ABC$  – правильный, то  $CK = \dots$

$\Rightarrow$  из  $\triangle MCK$  ( $\angle C = 90^\circ$ )  
 по т. Пифагора

$$CM = 9 = 3 \cdot 3$$

$$CK = 12 = 3 \cdot 4$$

$$MK = 3 \cdot 5 = 15$$

ТТП

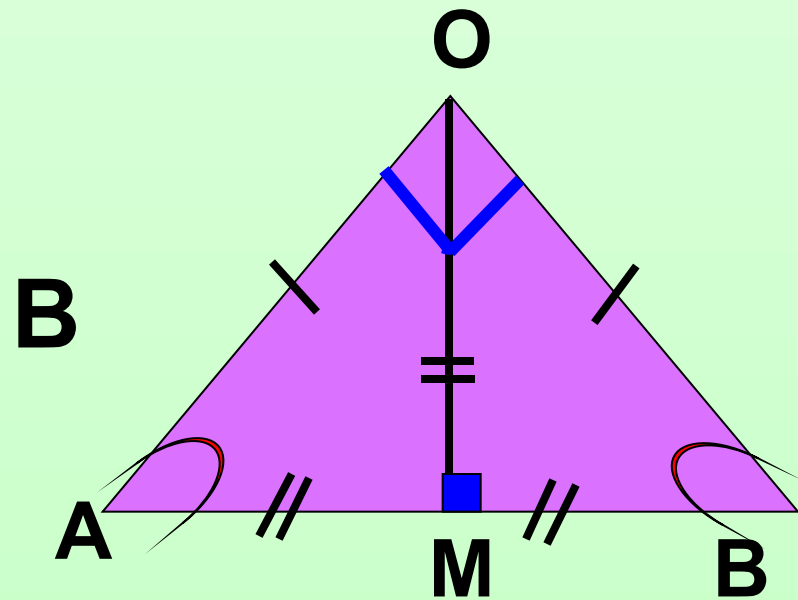
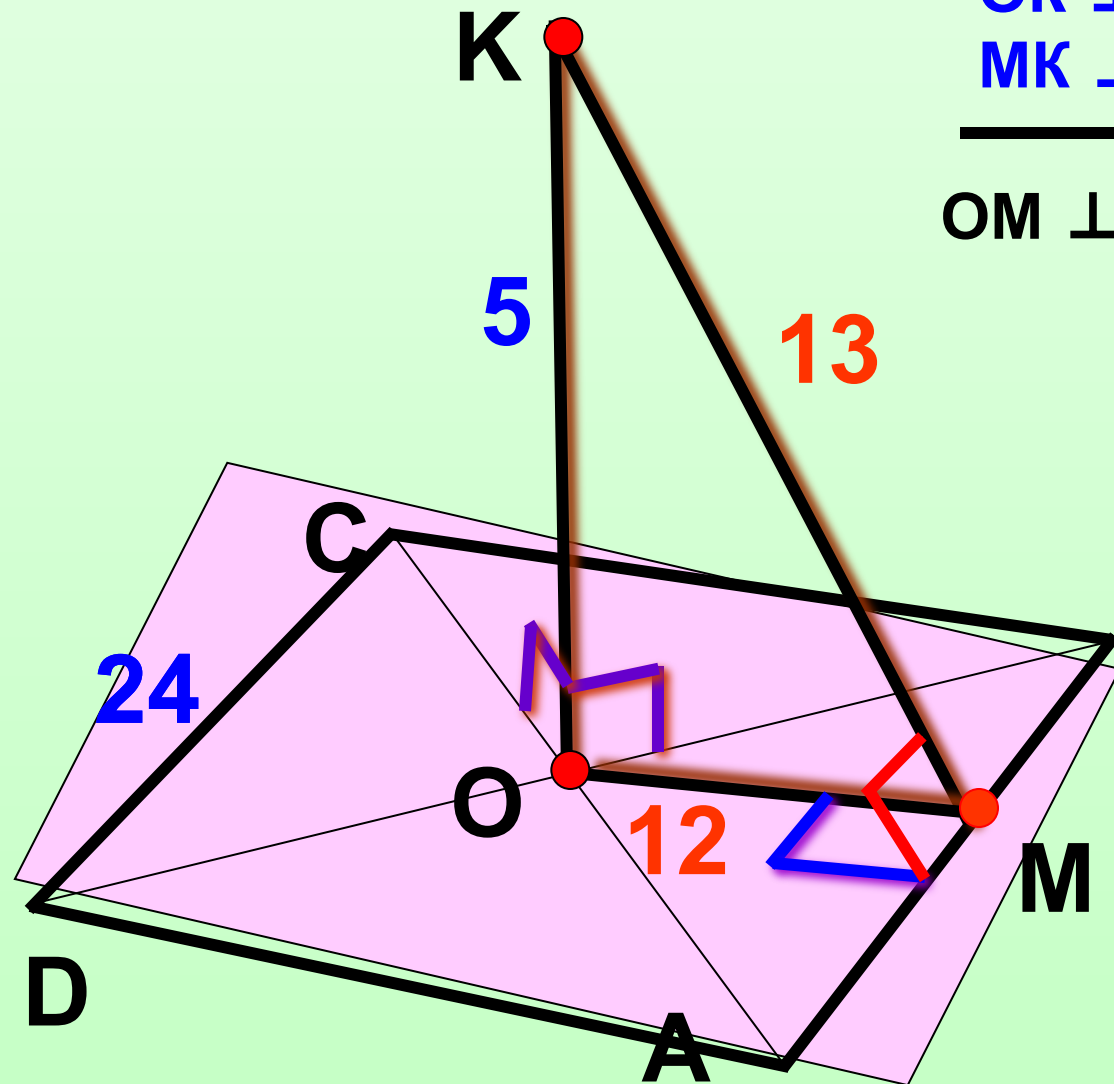
обр ТТП



**ЗАДАЧА.** К центру квадрата ABCD восстановлен перпендикуляр ОК, равный 5. Найдите расстояние от точки К до стороны квадрата, если она равна 24.

ОК  $\perp$  (ABC) по ...  
 МК  $\perp$  АВ по построению

**Вывод!**  
 ОМ  $\perp$  АВ по т. обр. ТТП



**ЗАДАЧА.** Отрезок  $BM$  перпендикулярен плоскости  $\triangle ABC$ , где  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AB = 17$ ,  $AC = 8$ . Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $AC$ , если  $MB = 20$ .

**Дано:**  $\triangle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AB = 17$ ,  
 $AC = 8$ ,  $BM \perp (ABC)$ .

**Найти:** Расстояние от т.  $M$  до  $AC$ .

**Решение:**

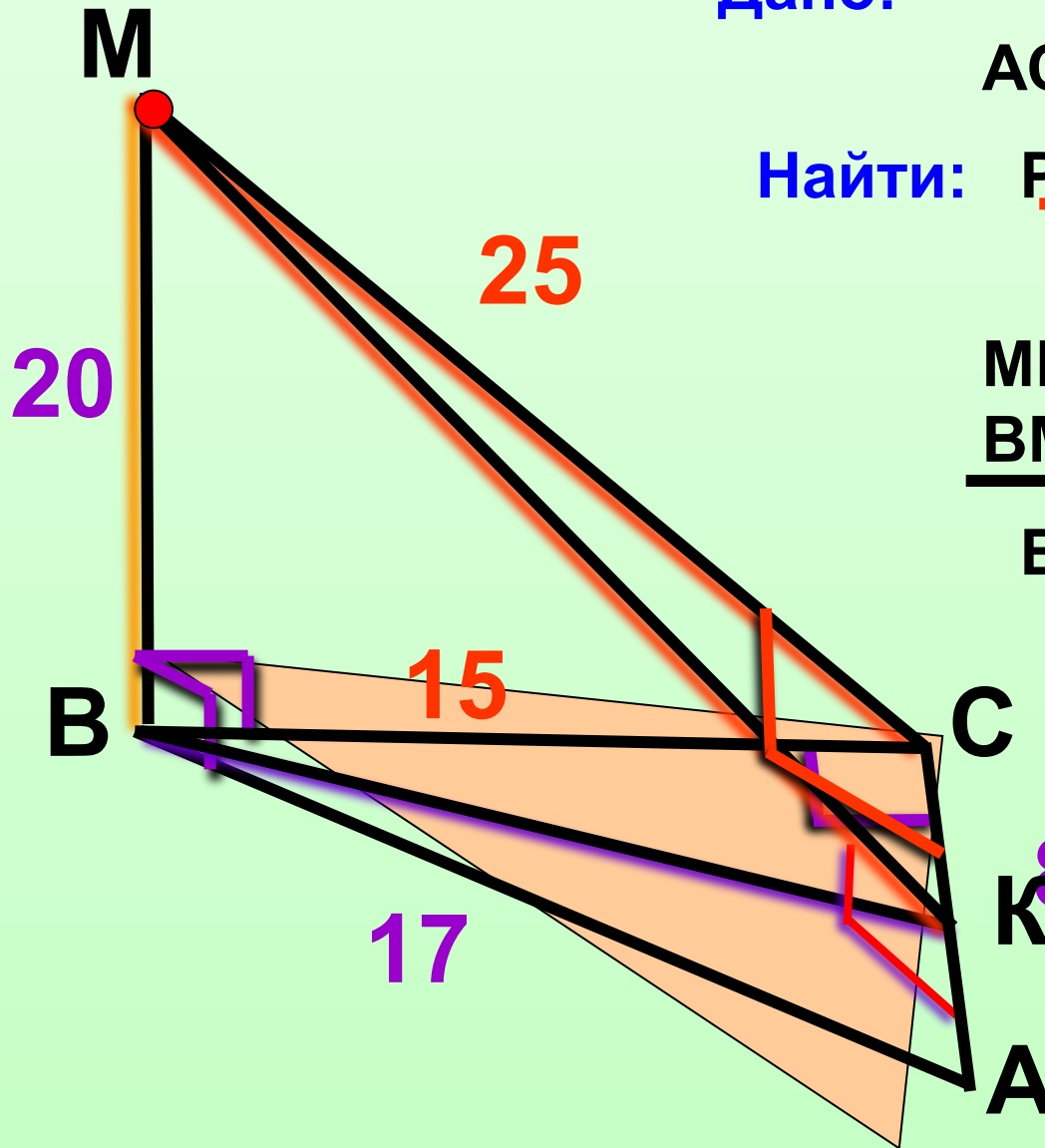
$MK \perp AC$  по построению  
 $BM \perp (ABC)$  по ...

$BK \perp AC$  **Ввод!** обр. ТТП

**НО**  $BC \perp AC$ , что ...

$\Rightarrow$  т.  $K$  совпадает с т.  $C$  и  
искомое расстояние  $MC$

**ЗАКОНЧИТЬ  
САМОСТОЯТЕЛЬНО**



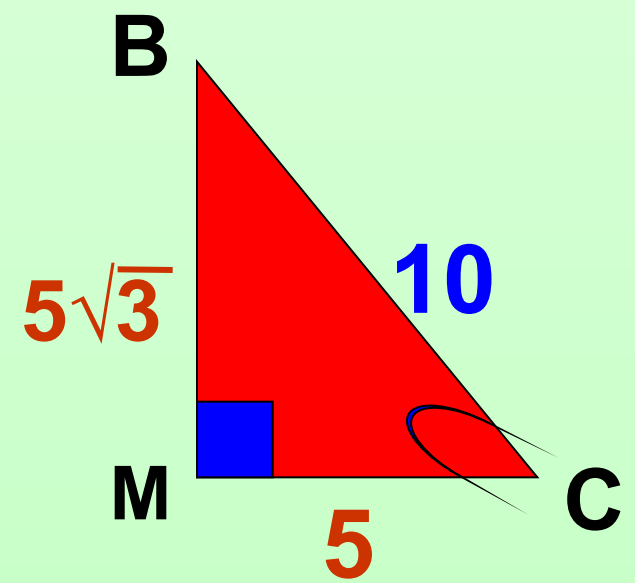
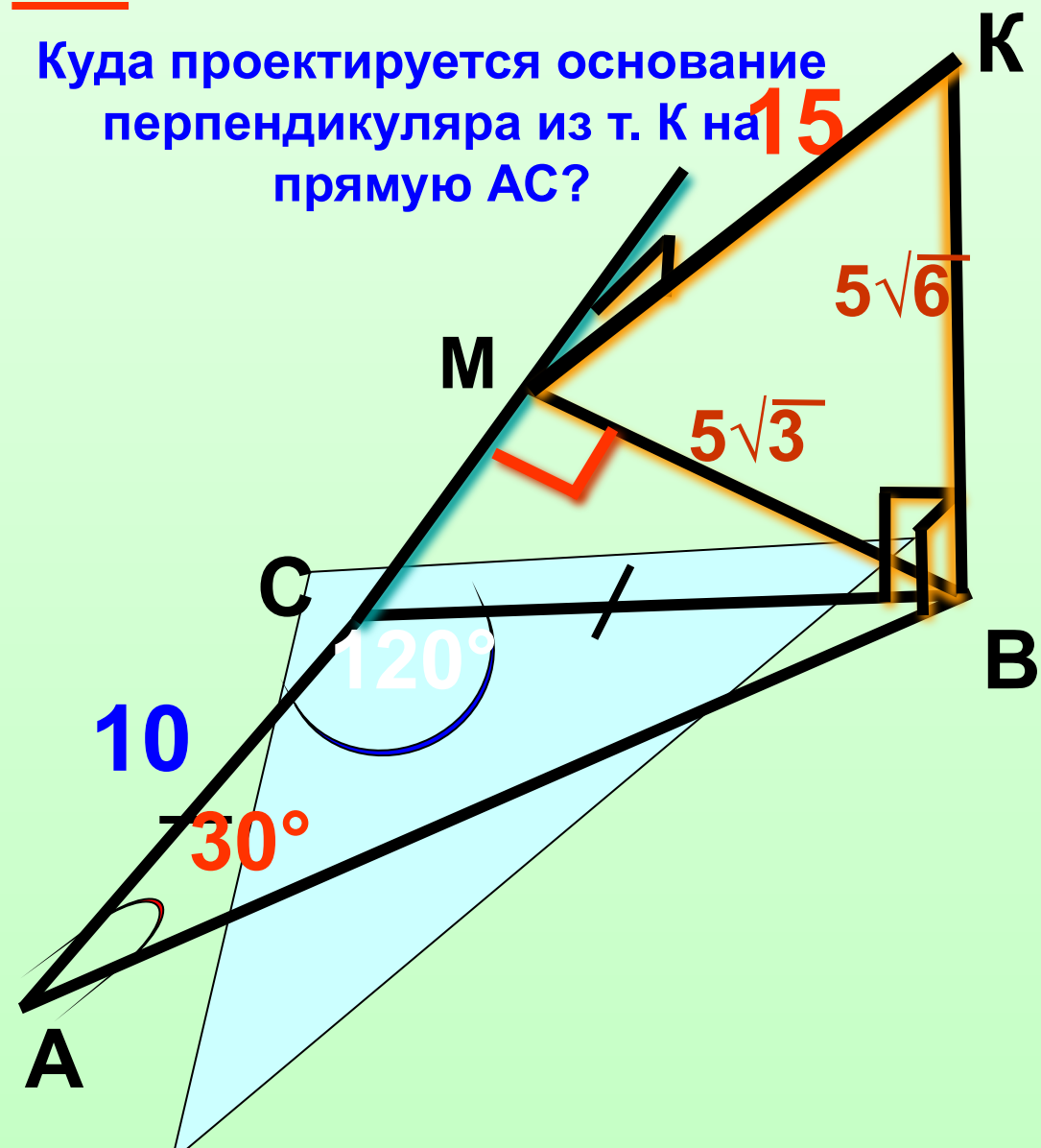
**ЗАДАЧА.** В  $\triangle ABC$ ,  $AC = CB = 10$ ,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\underline{BK}$  - перпендикуляр к плоскости треугольника и равен  $5\sqrt{6}$ .  
Найдите расстояние от точки К до AC.

Куда проектируется основание перпендикуляра из т. К на прямую AC? **15**

$BK \perp (ABC)$  по ...

$KM \perp AC$  по ...

$BM \perp AB$  в под!обр. ТТП



**ЗАДАЧА.** Средняя линия прямоугольной трапеции равна 6. Острый угол равен  $30^\circ$ . Точка  $M$  удалена от плоскости трапеции на расстояние равное  $2\sqrt{3}$ , и находится на равном расстоянии от ее сторон. Найдите расстояние от точки  $M$  до сторон трапеции.

$\Rightarrow$  т.М проектируется в центр вписанной в трапецию окружности



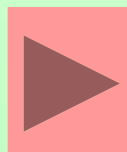
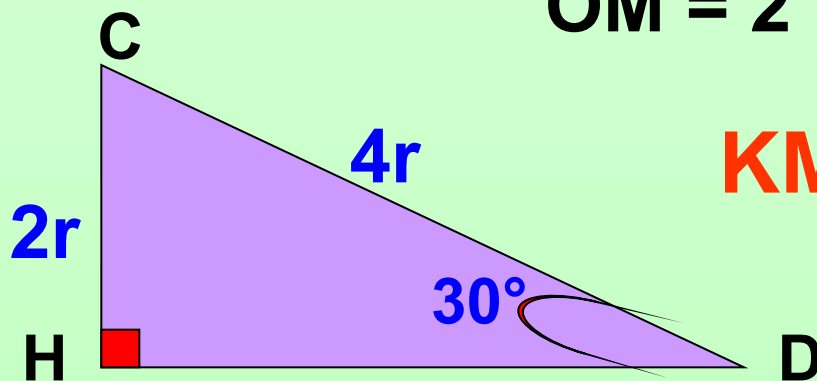
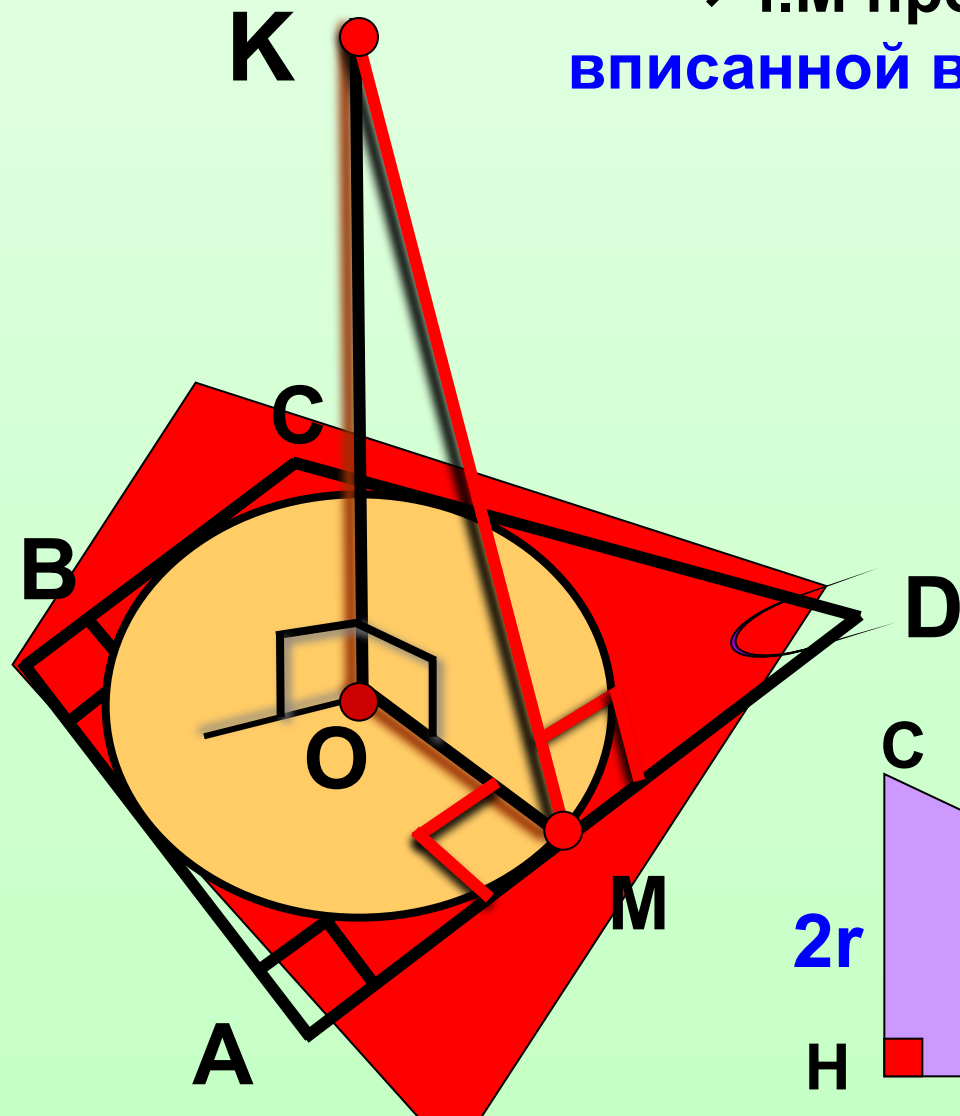
$OK \perp (ABC)$  по ...

$OM \perp AD$  по ...

$BM \perp AC$  по ТТП

$OM = 2$

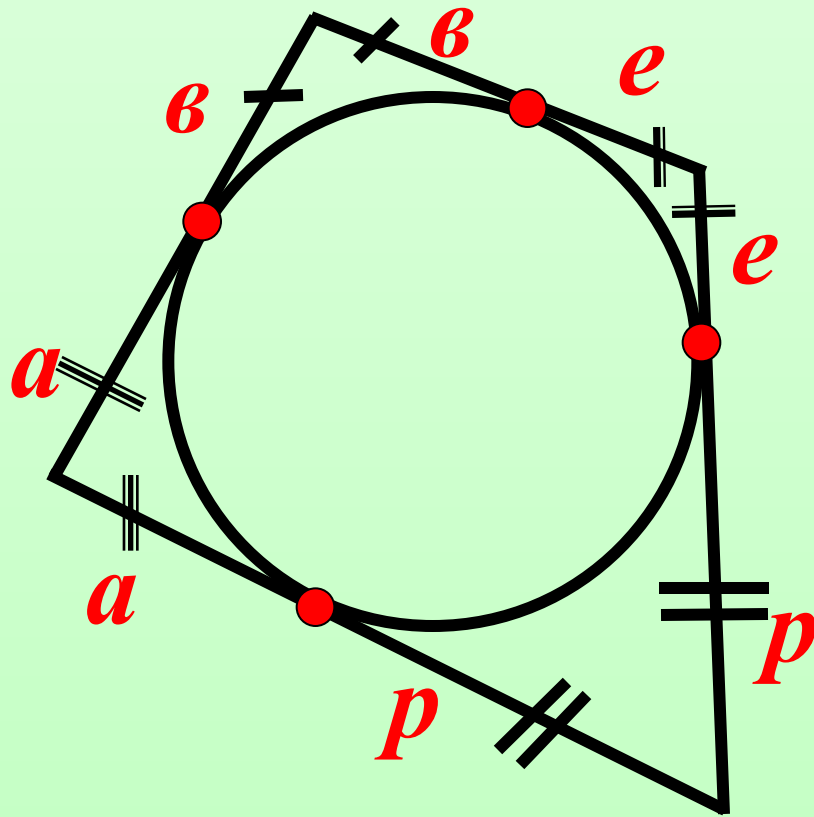
$KM = 4$



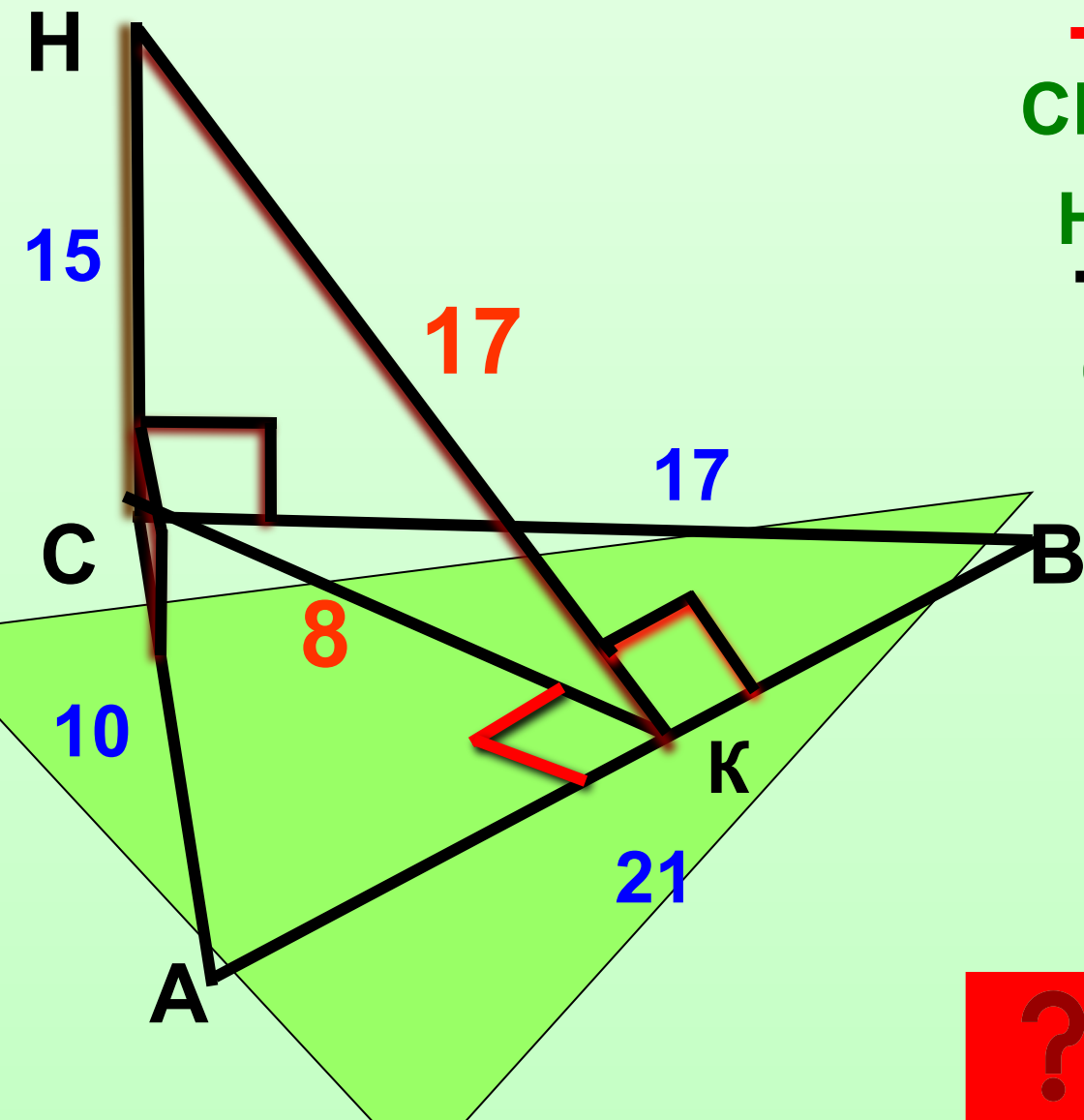
ЗАДАЧА. Средняя линия прямоугольной трапеции равна 6. Острый угол равен  $30^\circ$ . Точка М удалена от плоскости трапеции на расстояние равное  $2\sqrt{3}$ , и находится на равном расстоянии от ее сторон. Найдите расстояние от точки М до сторон трапеции.

$\Rightarrow$  т.М проектируется в центр  
вписанной в трапецию окружности

$$v + e + p + a = v + e + p + a$$



**ЗАДАЧА.** Отрезок  $CH$  перпендикулярен плоскости  $\triangle ABC$ , где,  $AB = 21$ ,  $AC = 10$ ,  $BC = 17$ . Найдите расстояние от точки  $H$  до прямой  $AB$ , если  $CH = 15$ . Изобразите перпендикуляр из точки  $H$  к прямой  $AB$ .



$CH \perp (ABC)$  по ...

$HK \perp AB$  по ...

$CK \perp AB$  по ТТП

$CK = ?$

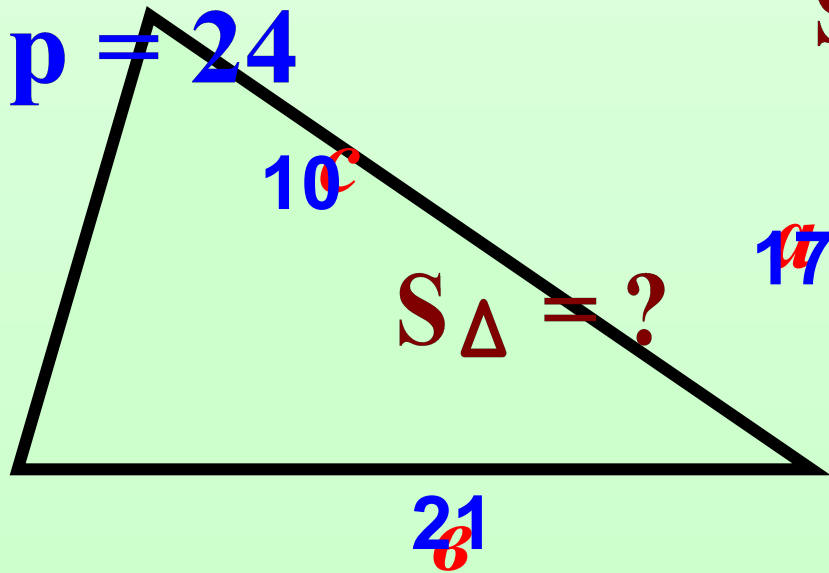
т.к.  $AB = 21$  –  
большая сторона,  
то т.  $K \in AB$ , где  $K$   
лежит между  
точками  $A$  и  $B$



По известным сторонам треугольника найдите высоту.

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} h_b b$$

$$h_b = \frac{2S_{\Delta}}{b}$$



$$S_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$S_{\Delta} = \sqrt{24 \cdot 3 \cdot 14 \cdot 7}$$

$$S_{\Delta} = \sqrt{3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7}$$

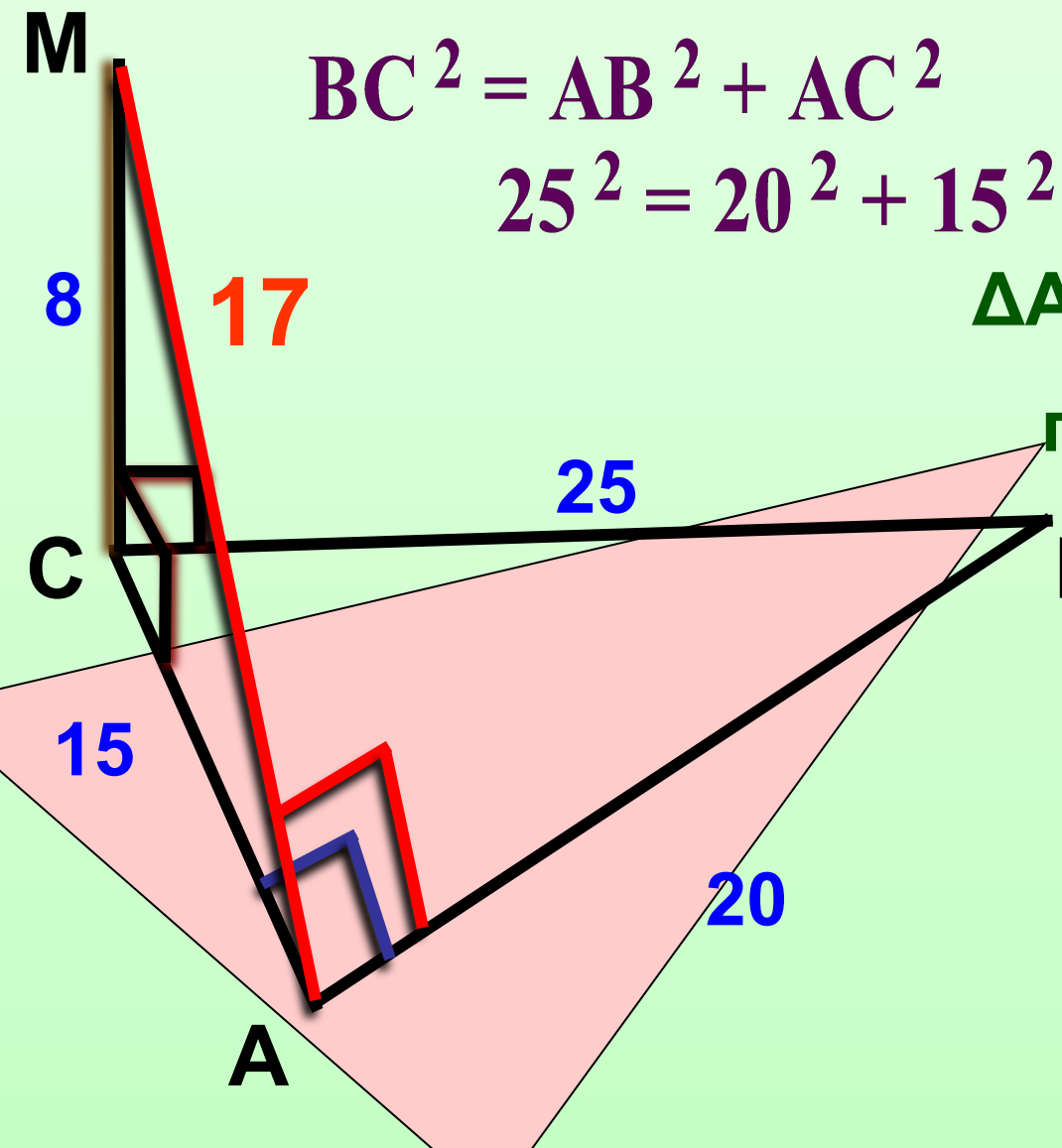
$$S_{\Delta} = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$$

$$h_b = \frac{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7}{21}$$

$$h_b = 8$$



**ЗАДАЧА.** Отрезок  $CM$  перпендикулярен плоскости  $\triangle ABC$ , где,  $AB = 20$ ,  $AC = 15$ ,  $BC = 25$ . Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $AB$ , если  $CM = 8$ . Изобразите перпендикуляр из точки  $M$  к прямой  $AB$ .



$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$25^2 = 20^2 + 15^2$$

$\triangle ABC$  – прямоугольный  
по т. обр. Пифагора

$CM \perp (ABC)$  по ...  
 $AC \perp AB$  по ...

$AM \perp AB$  по ТТП