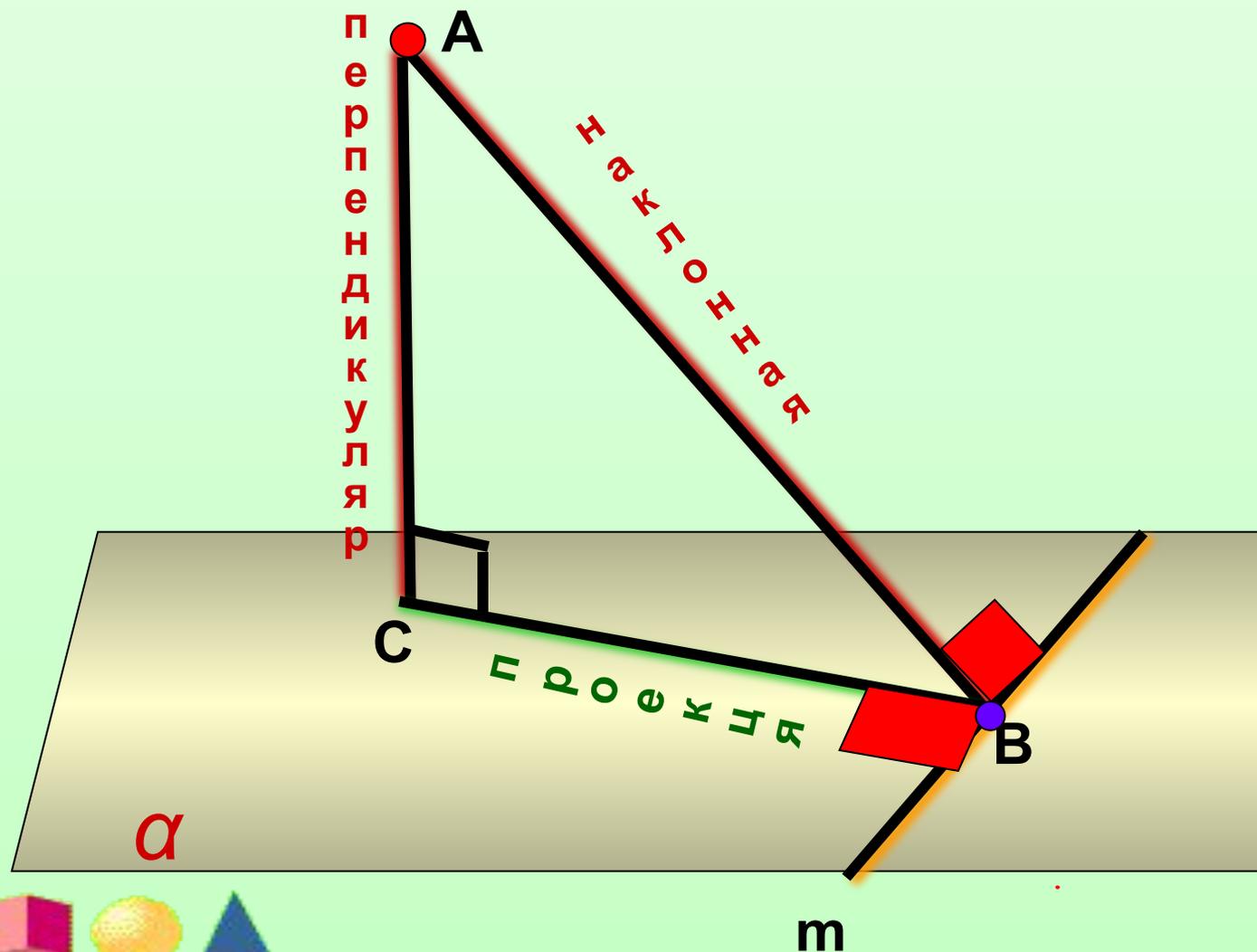


Теорема о ТРЕХ перпендикулярах



Теорема о ТРЕХ перпендикулярах



Сенникова Н. В.
учитель
математики

Учебник Л. С.
Атанасян и др.
«Геометрия 10-11»

г. Москва



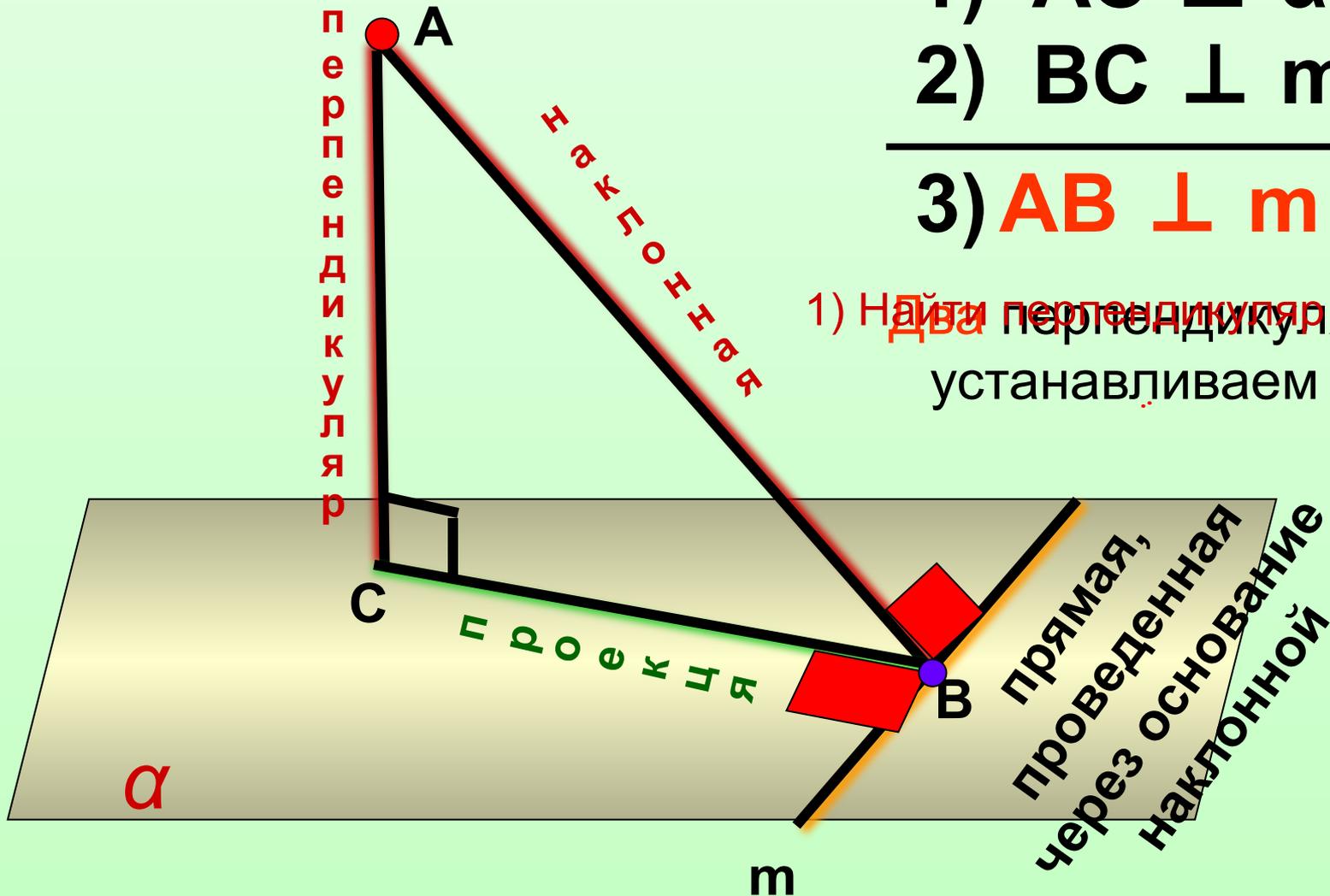
Теорема о трех перпендикулярах: Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

1) $AC \perp \alpha$

2) $BC \perp m$

3) $AB \perp m$ по ТТП

1) Найти перпендикуляр к плоскости
два перпендикуляра есть
устанавливаем третий

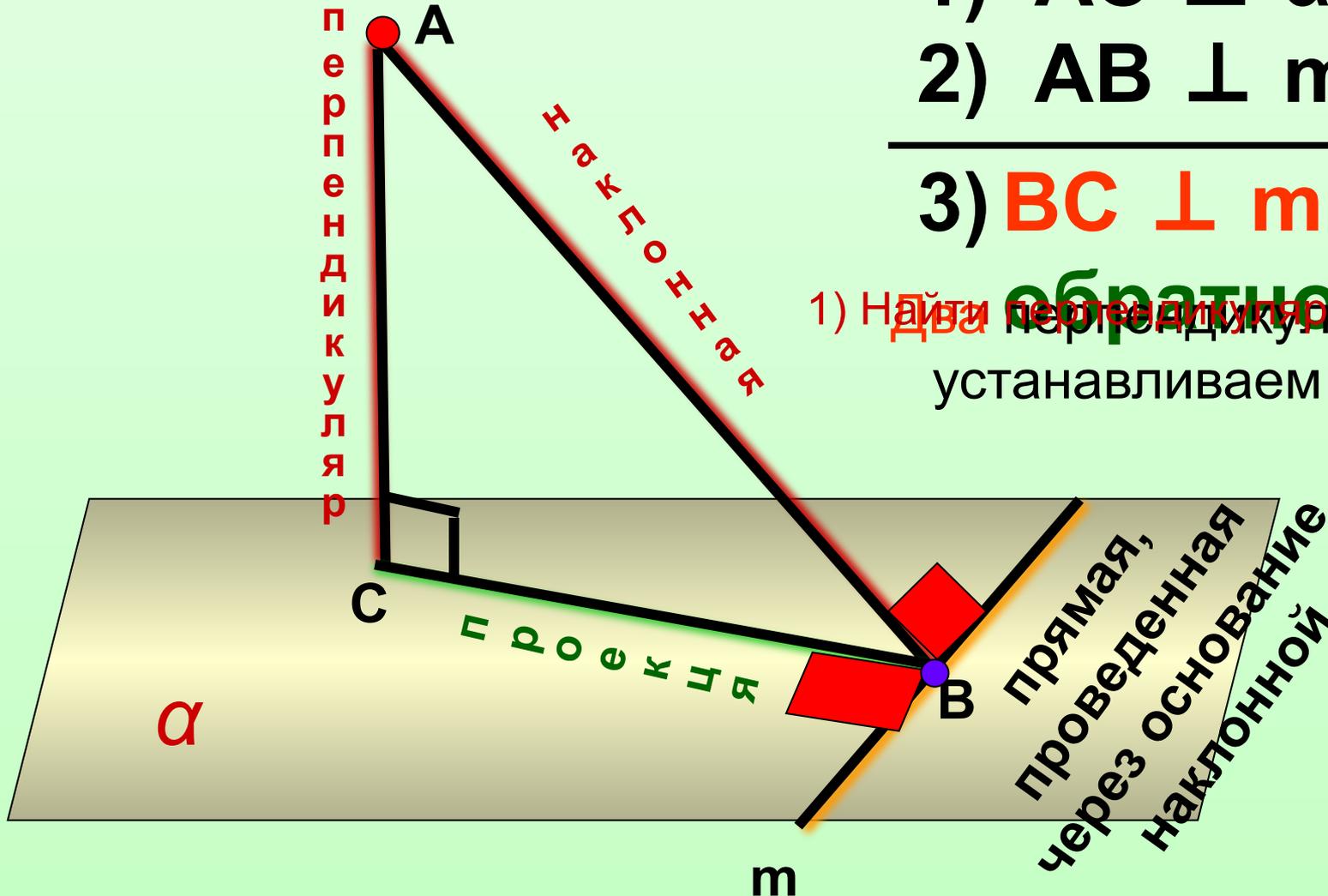


Теорема обратная теореме о трех перпендикулярах:
Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции.

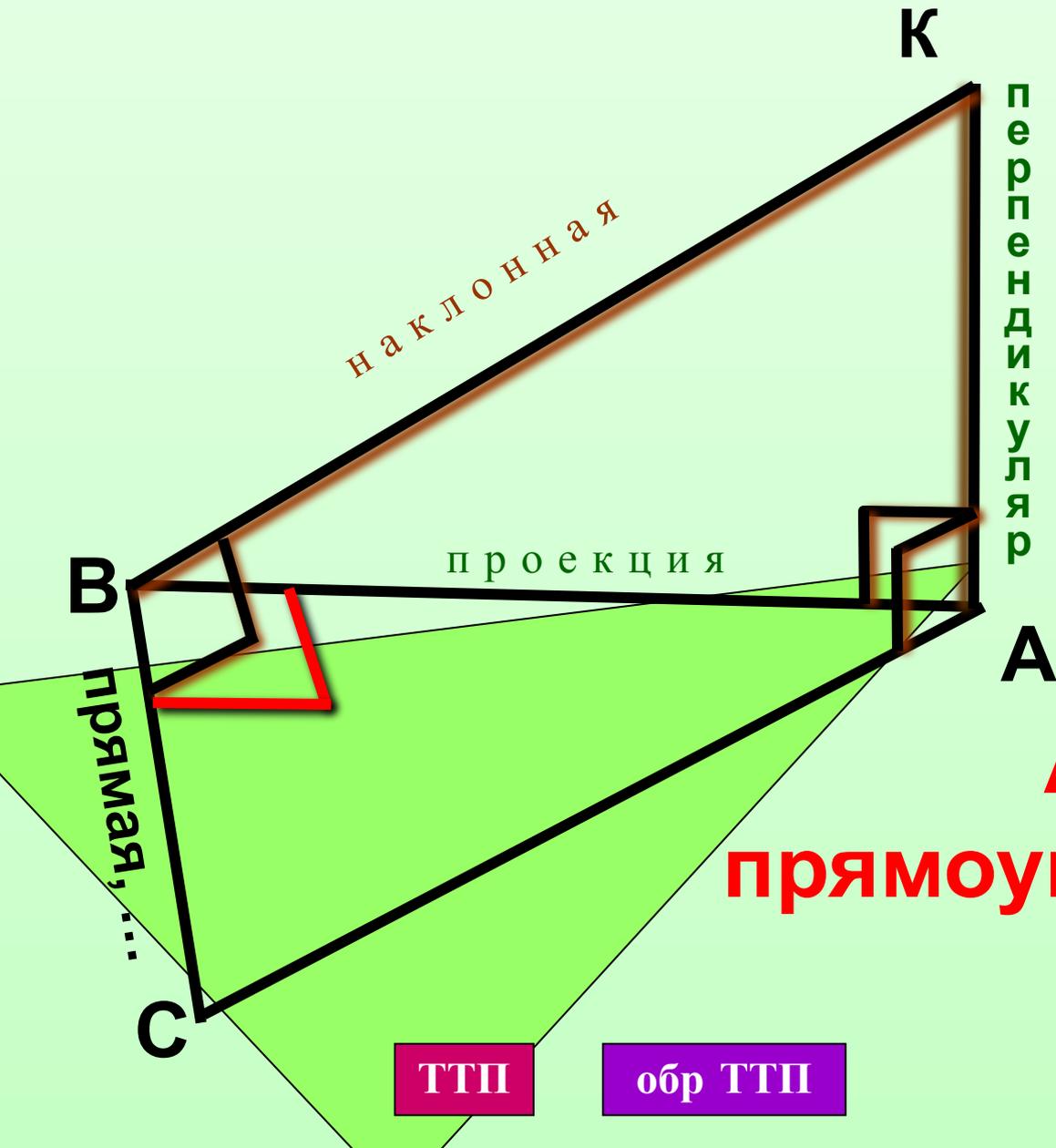
- 1) $AC \perp \alpha$
- 2) $AB \perp m$

3) $BC \perp m$ по ^{ТМ}

1) Найти перпендикуляры к плоскости
устанавливаем третий



ЗАДАЧА. Отрезок АК перпендикулярен плоскости $\triangle ABC$ и $KB \perp BC$. Докажите, что $\triangle ABC$ - прямоугольный.



1) $AK \perp (ABC)$
по ...

2) $KB \perp BC$
по ...

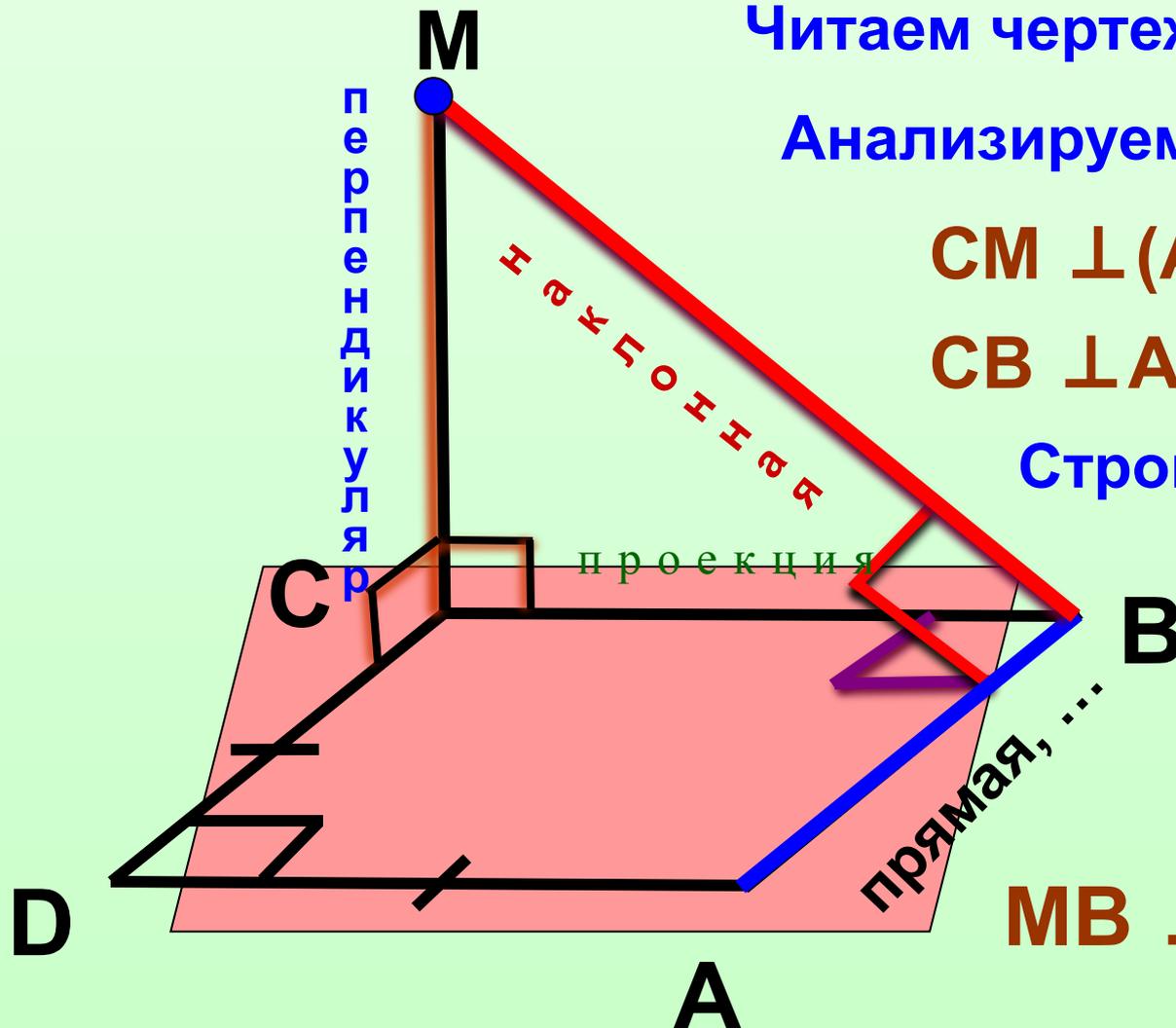
3) $AB \perp BC$ по
т. обр. ТТП

**$\triangle ABC$ –
прямоугольный, ч.т.д.**

ТТП

обр ТТП

Изобразите отрезок, длина которого равна расстоянию от т. М до выделенной прямой. Ответ обоснуйте.



Читаем чертеж!

Анализируем дано!

$CM \perp (ABC)$ по ...

$CB \perp AB$ по ...

Строим расстояние!

Делаем вывод!

$MV \perp AB$ по ТТП

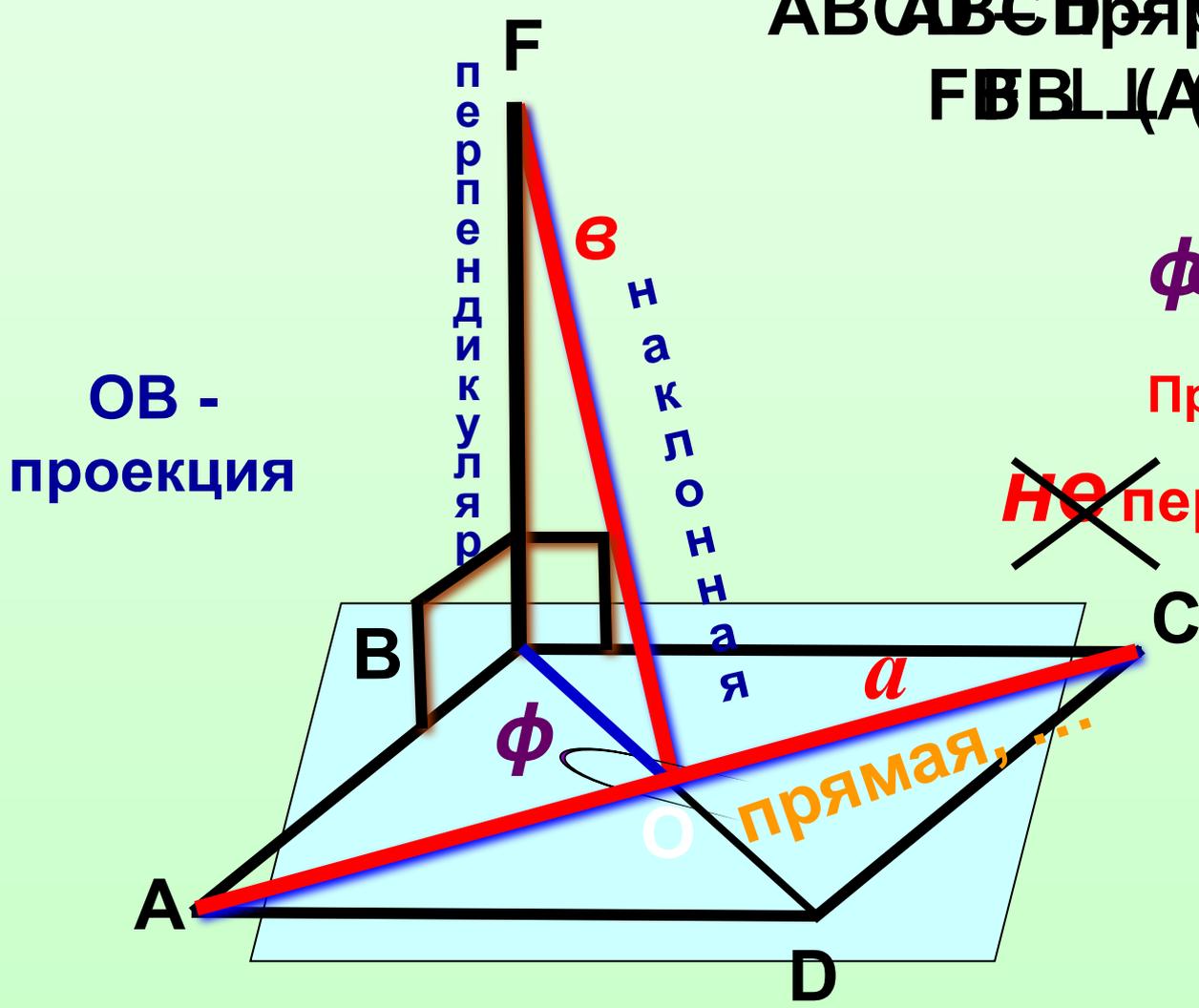
MV – искомое расстояние

ТТП

обр ТТП

Перпендикулярны ли прямые *a* и *b*? Ответ обоснуйте.

ABCD - ромб, $FV \perp (ABCD)$.



~~$\phi \neq 90^\circ$~~

Прямые *a* и *b*

~~не~~ перпендикулярны

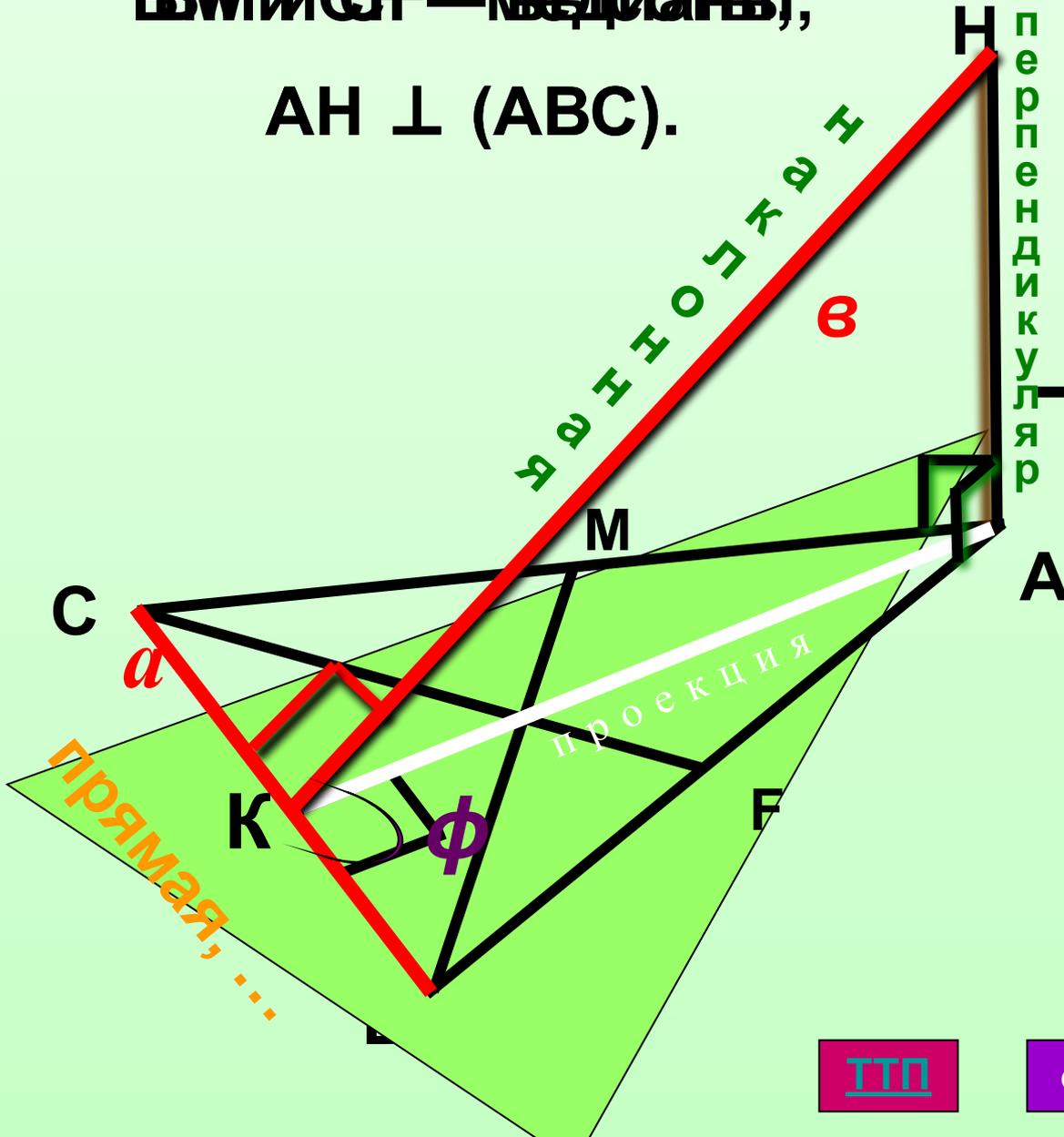
ТП

обр ТП

Перпендикулярны ли прямые a и b ? Ответ обоснуйте.

EV и CF — медианы,

$AH \perp (ABC)$.



$AH \perp (ABC)$

по ...

$AK \perp CB$

по ...

$NK \perp CB$ по

Вывод!

ТТП

$\phi \neq 90^\circ$

Прямые a и b

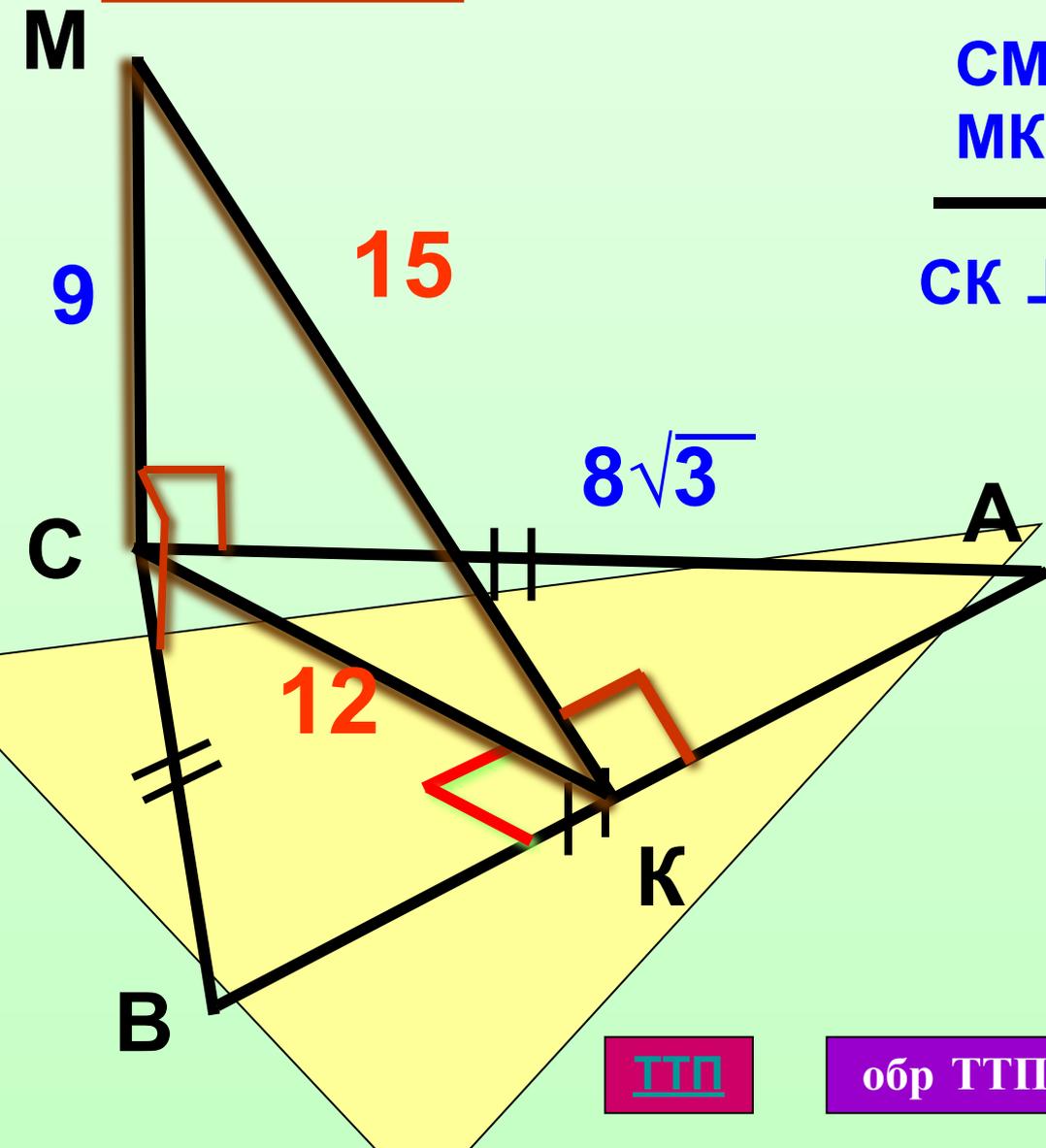
~~но~~

перпендикулярны

ТТП

обр ТТП

ЗАДАЧА. Отрезок CM перпендикулярен плоскости правильного $\triangle ABC$, со стороной $8\sqrt{3}$. Найдите расстояние от точки M до прямой AB , если $MC = 9$.



$CM \perp (ABC)$ по ...
 $MK \perp AB$ по построению

$CK \perp AB$ **Вывод!** обр. ТТП

т.к. $\triangle ABC$ – правильный, то $CK = \dots$

\Rightarrow из $\triangle MCK$ ($\angle C = 90^\circ$)
по т. Пифагора

$$CM = 9 = 3 \cdot 3$$

$$CK = 12 = 3 \cdot 4$$

$$MK = 3 \cdot 5 = 15$$

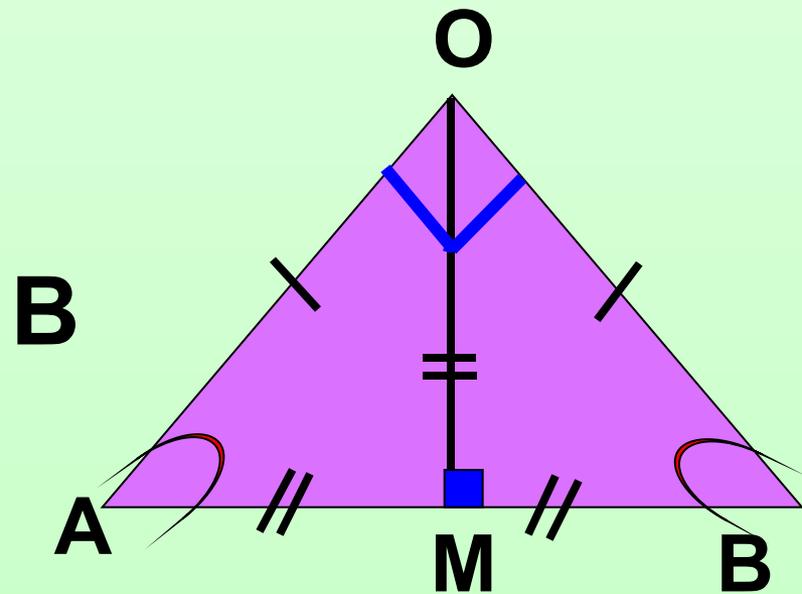
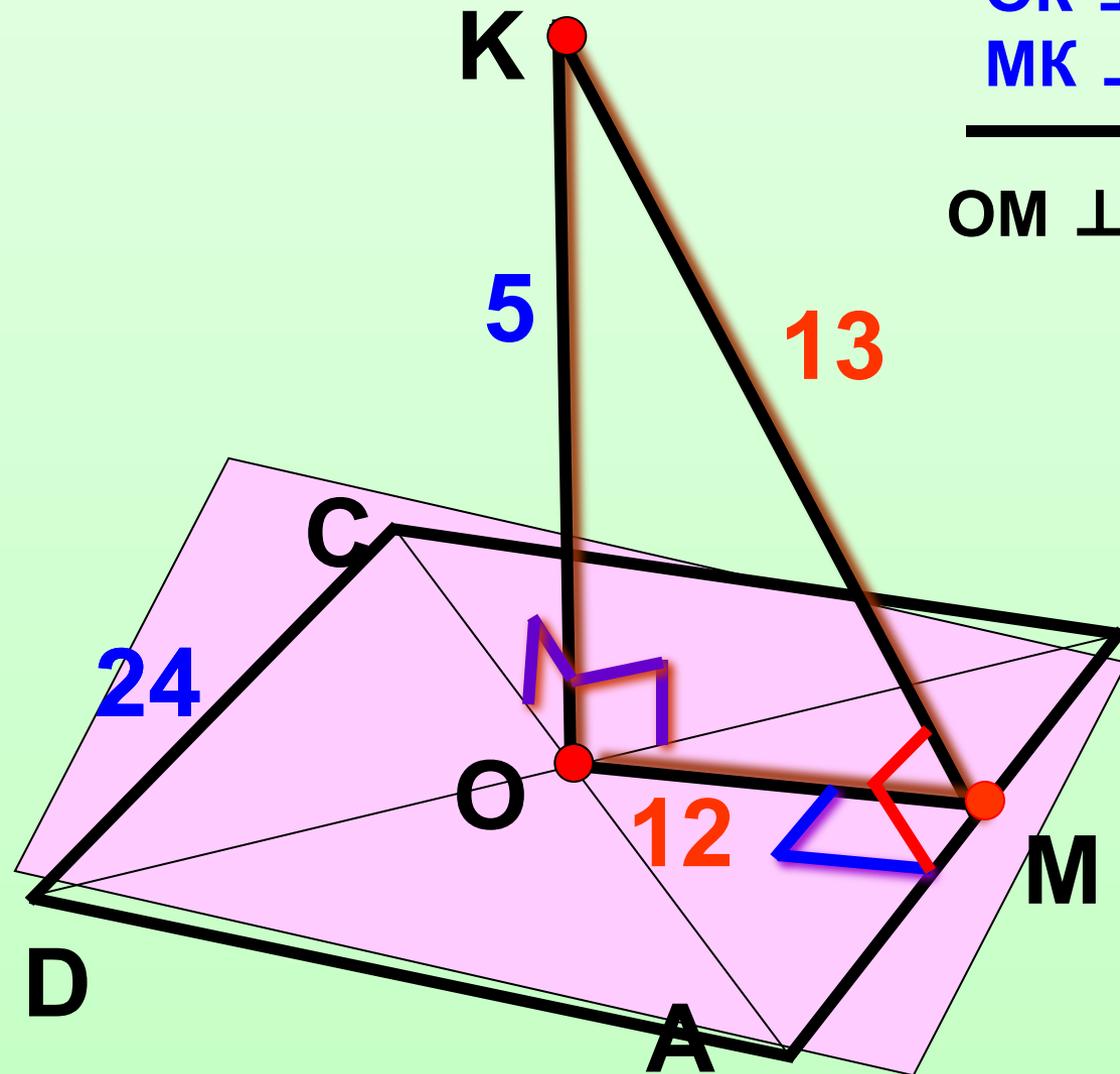
ТТП

обр ТТП

ЗАДАЧА. К центру квадрата ABCD восстановлен перпендикуляр ОК, равный 5. Найдите расстояние от точки К до стороны квадрата, если она равна 24.

ОК \perp (ABC) по ...
 МК \perp АВ по построению

Вывод!
 ОМ \perp АВ по т. обр. ТТП



ЗАДАЧА. Отрезок BM перпендикулярен плоскости $\triangle ABC$, где $\angle C = 90^\circ$, $AB = 17$, $AC = 8$. Найдите расстояние от точки M до прямой AC , если $MB = 20$.

Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 17$,
 $AC = 8$, $BM \perp (ABC)$.

Найти: Расстояние от т. M до AC .

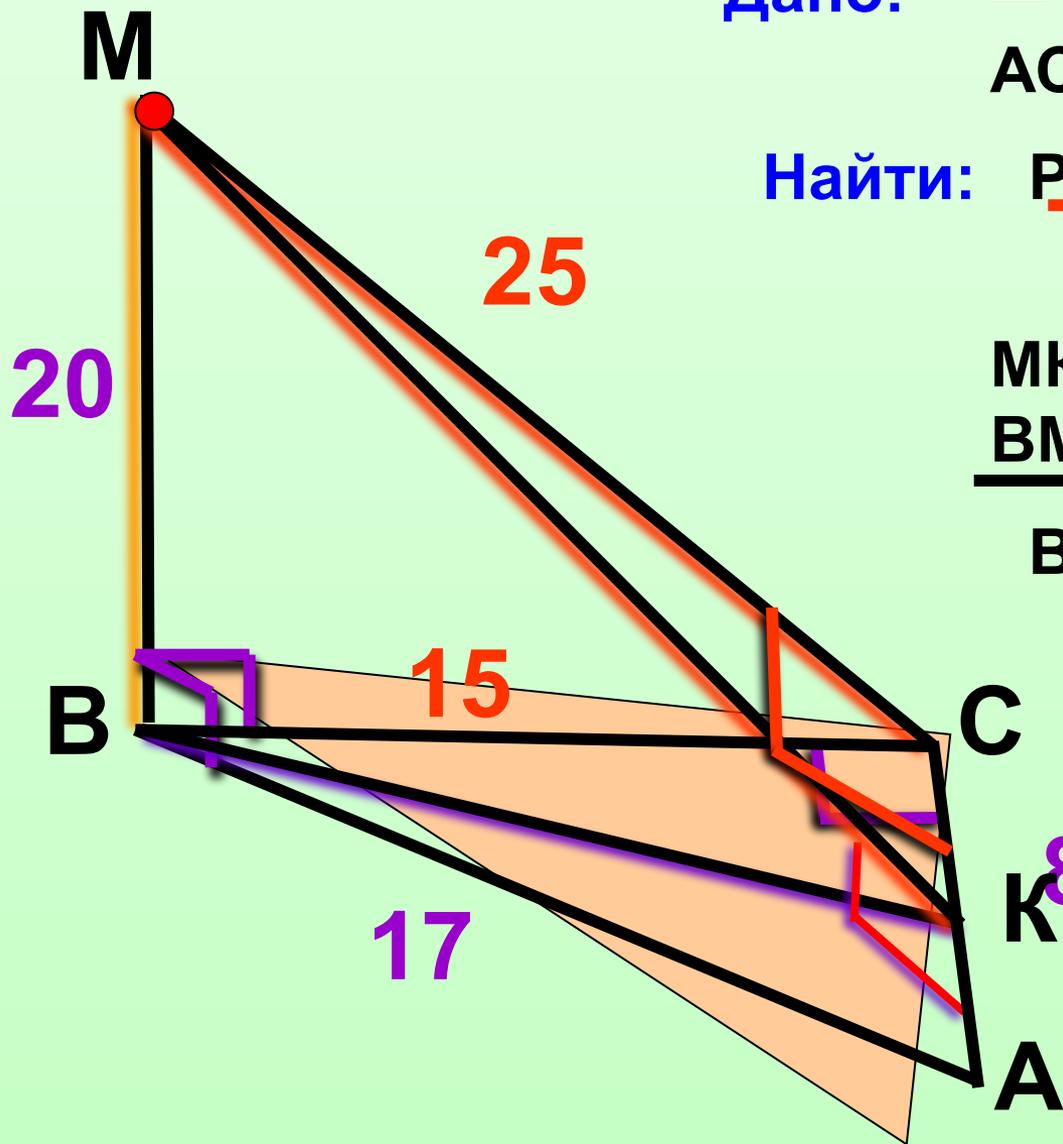
Решение:

$MK \perp AC$ по построению
 $BM \perp (ABC)$ по ...

$BK \perp AC$ **Ввод!** обр. ТТП

НО $BC \perp AC$, что ...
 \Rightarrow т. K совпадает с т. C и
искомое расстояние MC

**ЗАКОНЧИТЬ
САМОСТОЯТЕЛЬНО**



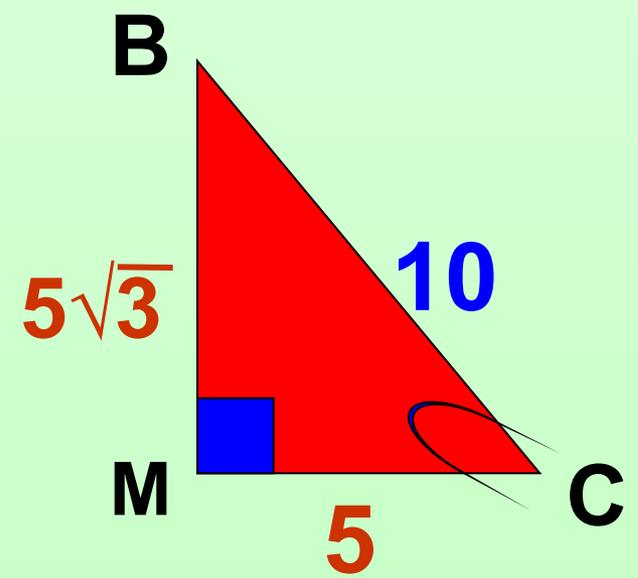
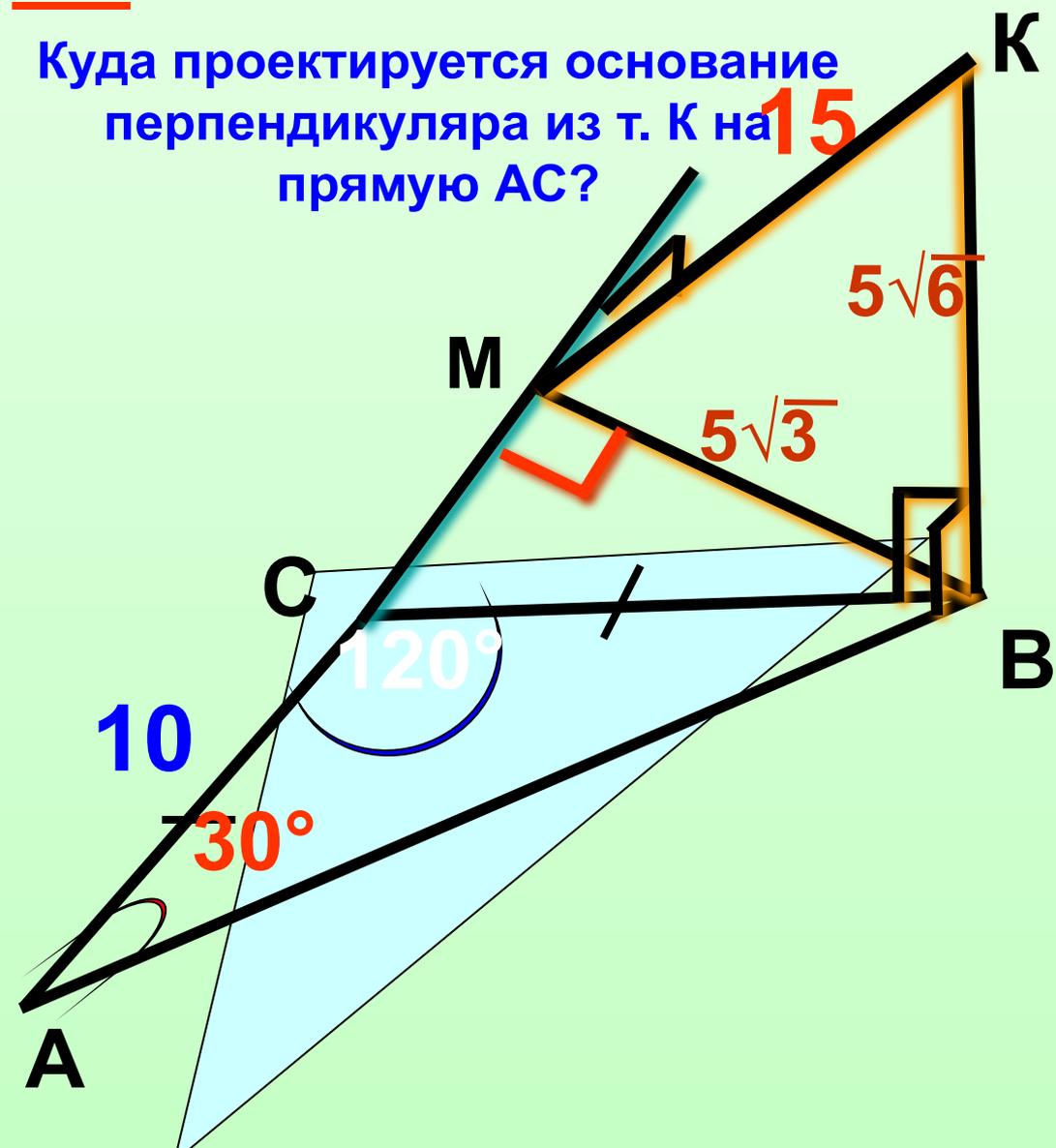
ЗАДАЧА. В $\triangle ABC$, $AC = CB = 10$, $\angle A = 30^\circ$, \underline{BK} - перпендикуляр к плоскости треугольника и равен $5\sqrt{6}$.
Найдите расстояние от точки К до AC.

Куда проектируется основание перпендикуляра из т. К на прямую AC? **15**

$BK \perp (ABC)$ по ...

$KM \perp AC$ по ...

$BM \perp AB$ в под!обр. ТТП



ЗАДАЧА. Средняя линия прямоугольной трапеции равна 6. Острый угол равен 30° . Точка M удалена от плоскости трапеции на расстояние равное $2\sqrt{3}$, и находится на равном расстоянии от ее сторон. Найдите расстояние от точки M до сторон трапеции.

\Rightarrow т.М проектируется в центр вписанной в трапецию окружности



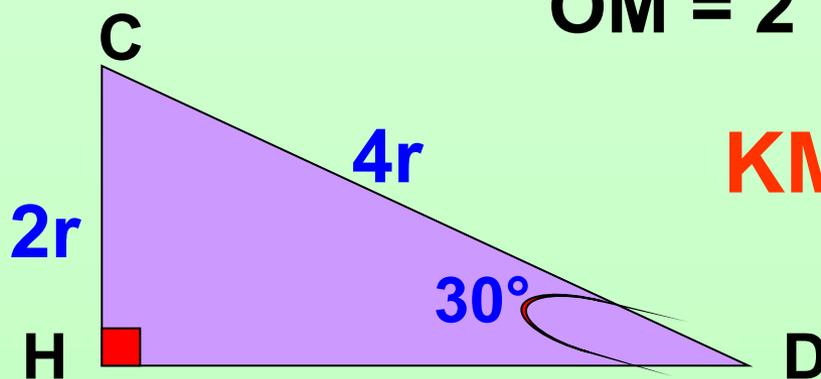
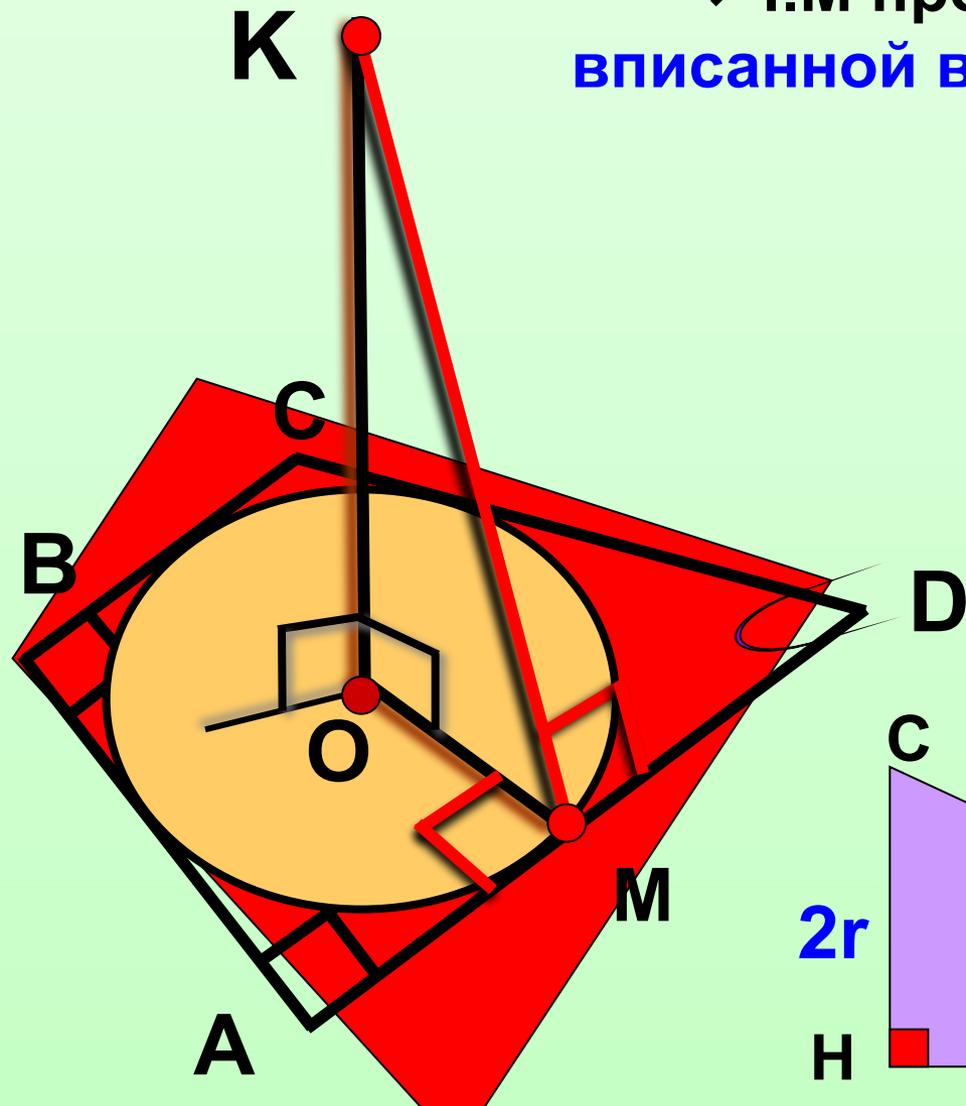
$OK \perp (ABC)$ по ...

$OM \perp AD$ по ...

$BM \perp AC$ по ТТП

$OM = 2$

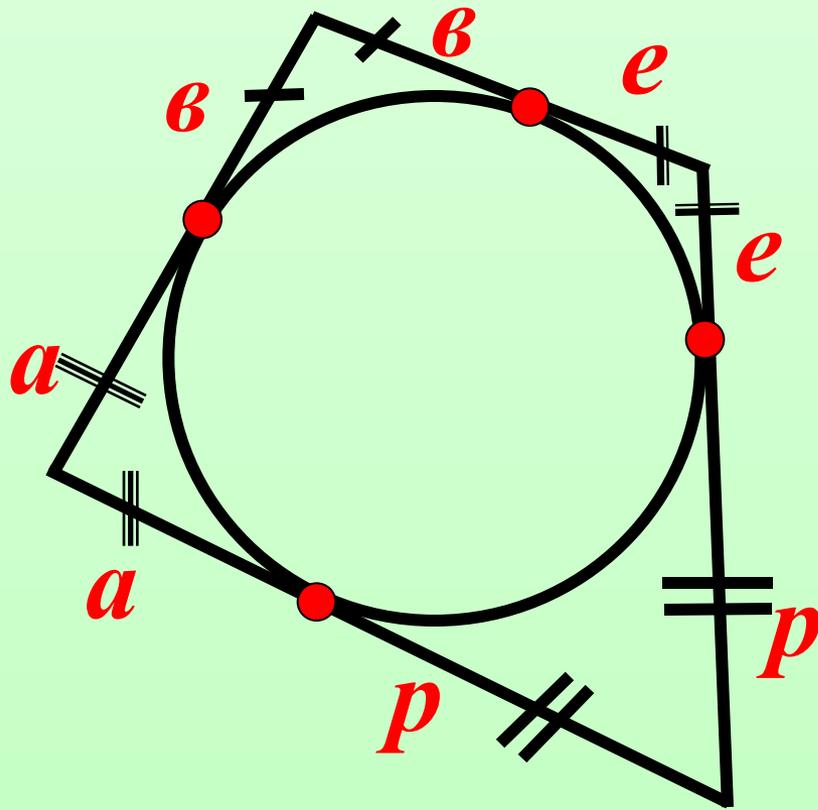
$KM = 4$



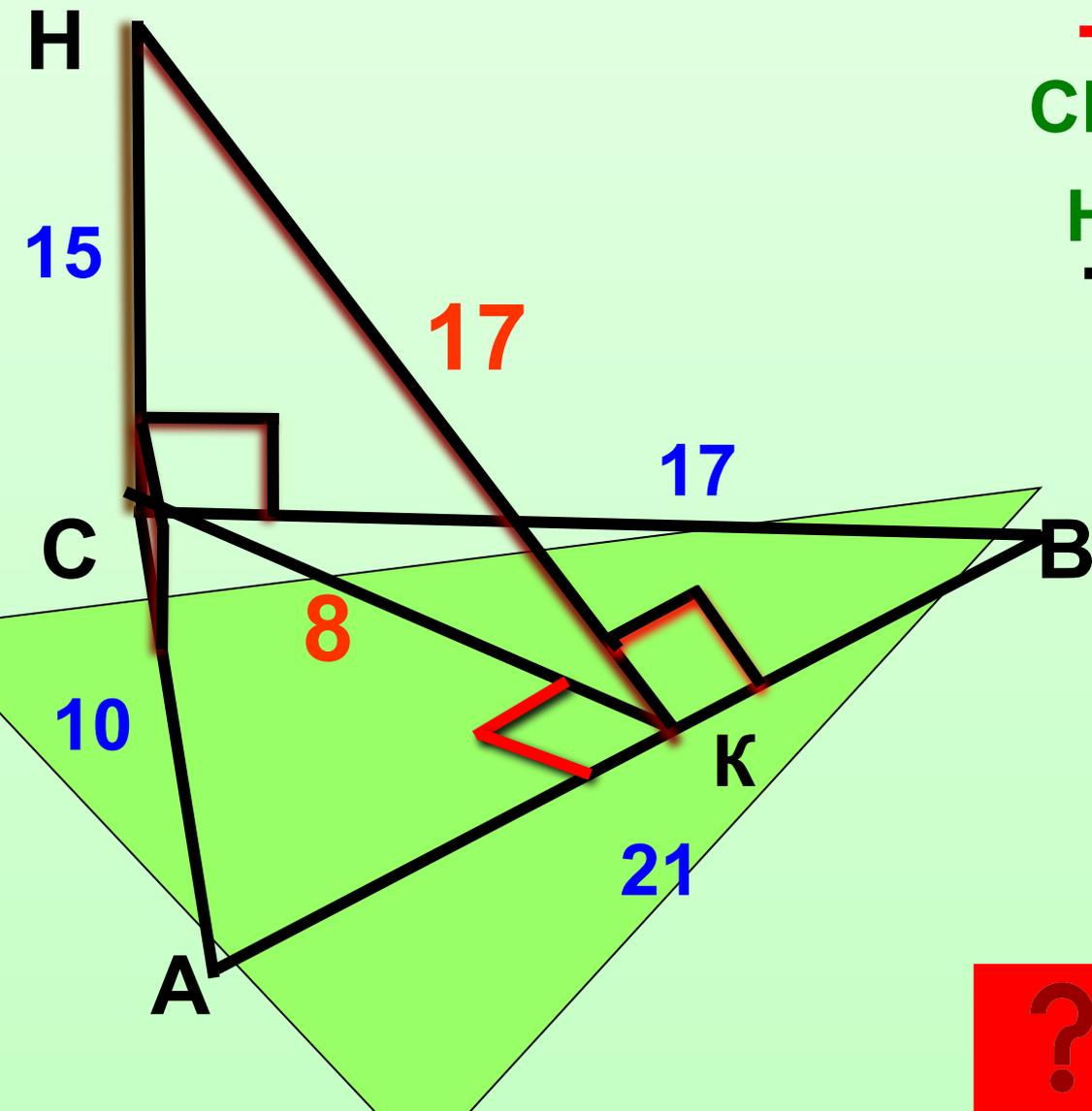
ЗАДАЧА. Средняя линия прямоугольной трапеции равна 6. Острый угол равен 30° . Точка M удалена от плоскости трапеции на расстояние равное $2\sqrt{3}$, и находится на равном расстоянии от ее сторон. Найдите расстояние от точки M до сторон трапеции.

\Rightarrow т.М проектируется в центр
вписанной в трапецию окружности

$$v + e + p + a = v + e + p + a$$



ЗАДАЧА. Отрезок CH перпендикулярен плоскости $\triangle ABC$, где, $AB = 21$, $AC = 10$, $BC = 17$. Найдите расстояние от точки H до прямой AB , если $CH = 15$. Изобразите перпендикуляр из точки H к прямой AB .



$CH \perp (ABC)$ по ...

$HK \perp AB$ по ...

$CK \perp AB$ по ТТП

$CK = ?$

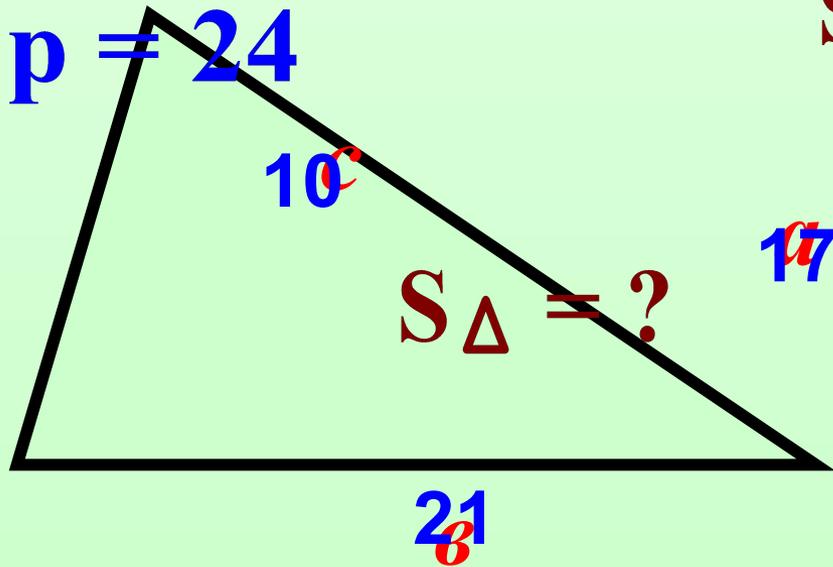
т.к. $AB = 21$ –
большая сторона,
то т. $K \in AB$, где K
лежит между
точками A и B



По известным сторонам треугольника найдите высоту.

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} h_b b$$

$$h_b = \frac{2S_{\Delta}}{b}$$



$$S_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$S_{\Delta} = \sqrt{24 \cdot 3 \cdot 14 \cdot 7}$$

$$S_{\Delta} = \sqrt{3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7}$$

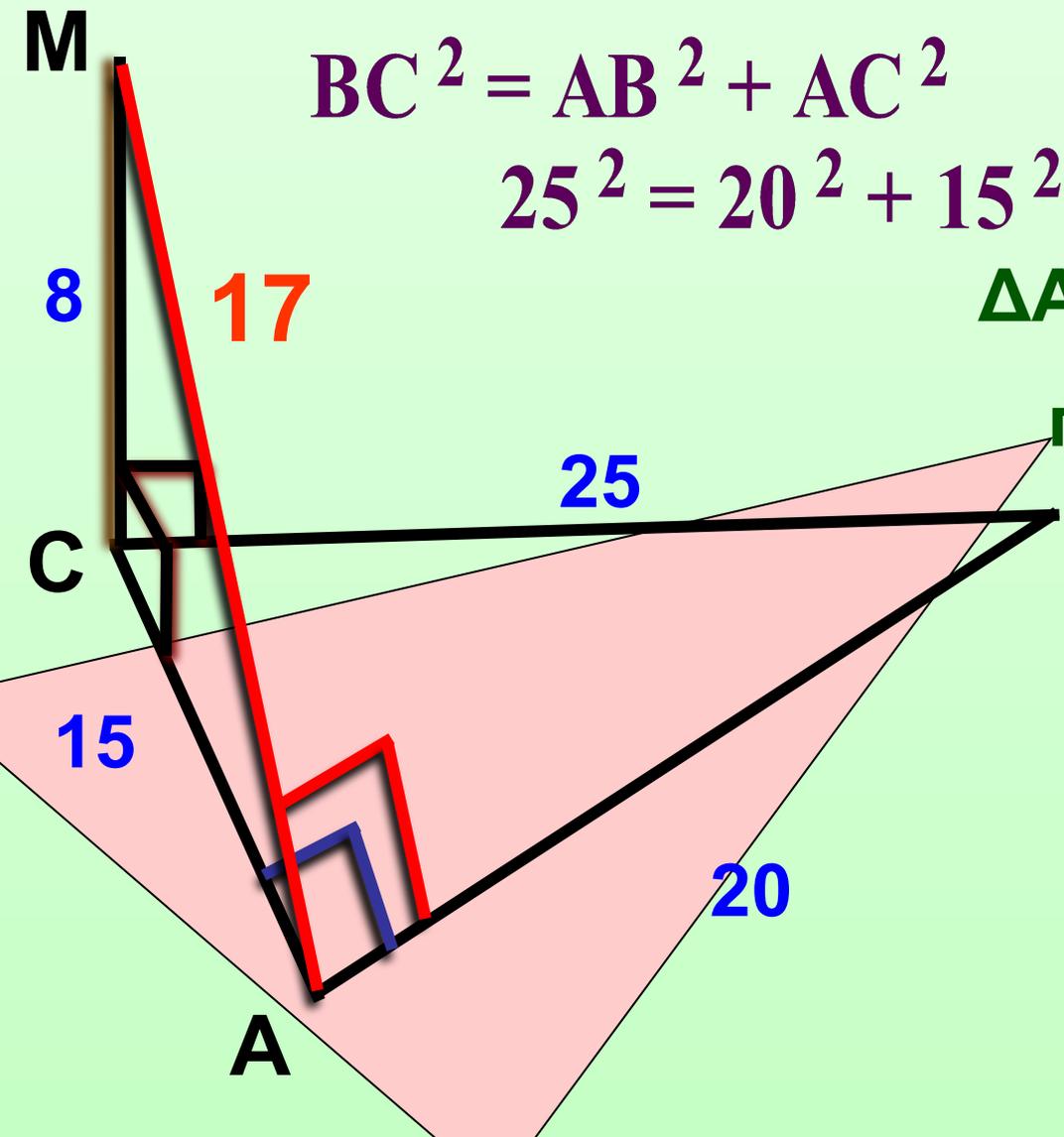
$$S_{\Delta} = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$$

$$h_b = \frac{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7}{21}$$

$$h_b = 8$$



ЗАДАЧА. Отрезок CM перпендикулярен плоскости $\triangle ABC$, где, $AB = 20$, $AC = 15$, $BC = 25$. Найдите расстояние от точки M до прямой AB , если $CM = 8$. Изобразите перпендикуляр из точки M к прямой AB .



$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$25^2 = 20^2 + 15^2$$

$\triangle ABC$ – прямоугольный

по т. обр. Пифагора

$CM \perp (ABC)$ по ...

$AC \perp AB$ по ...

$AM \perp AB$ по ТТП