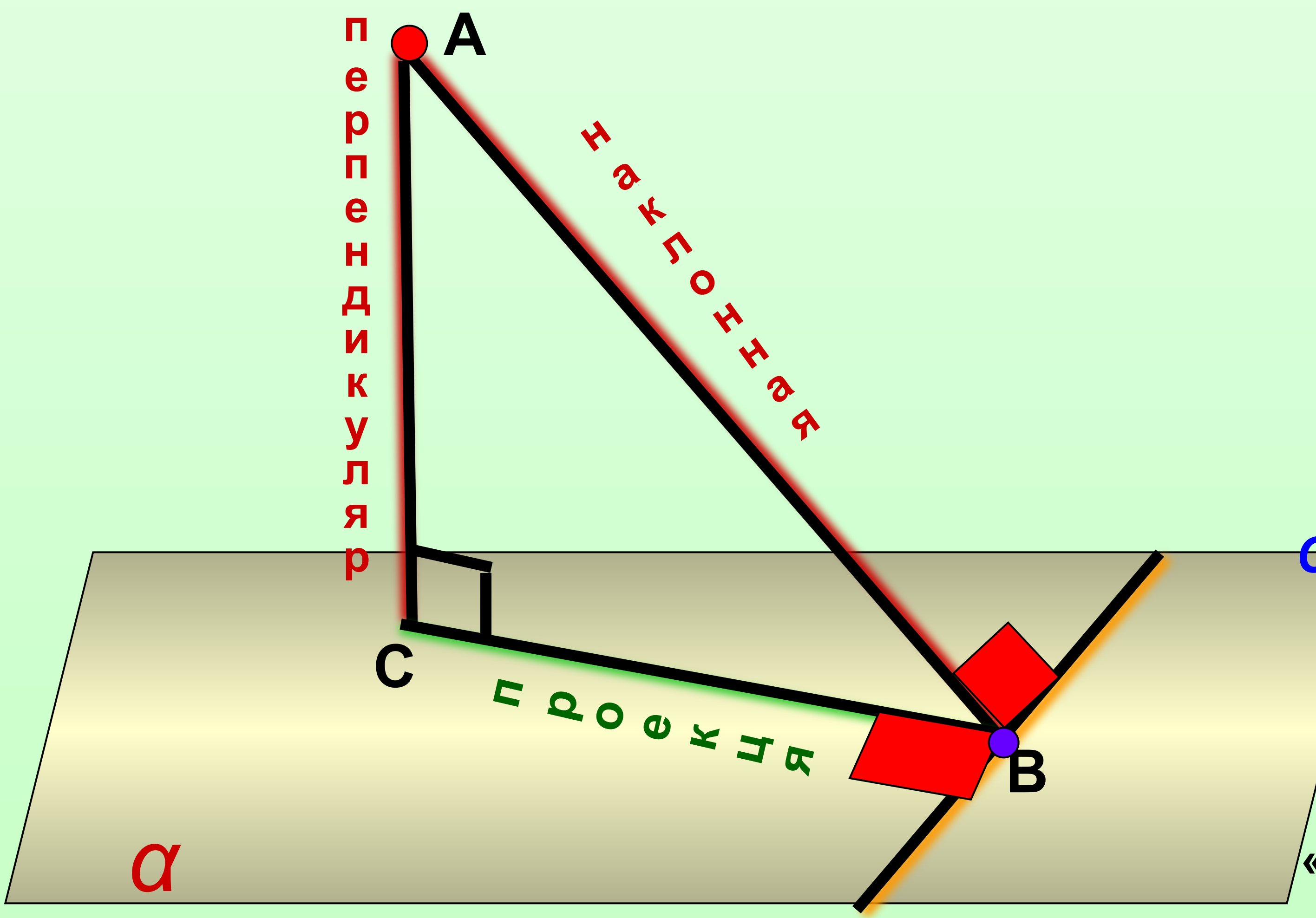
Теорема о ТРЕХ перпендикулярах

Теорема о ТРЕХ перпендикулярах



Сенникова Н. В.
учитель математики

Учебник Л. С. Атанасян и др. «Геометрия 10-11»

г. Москва

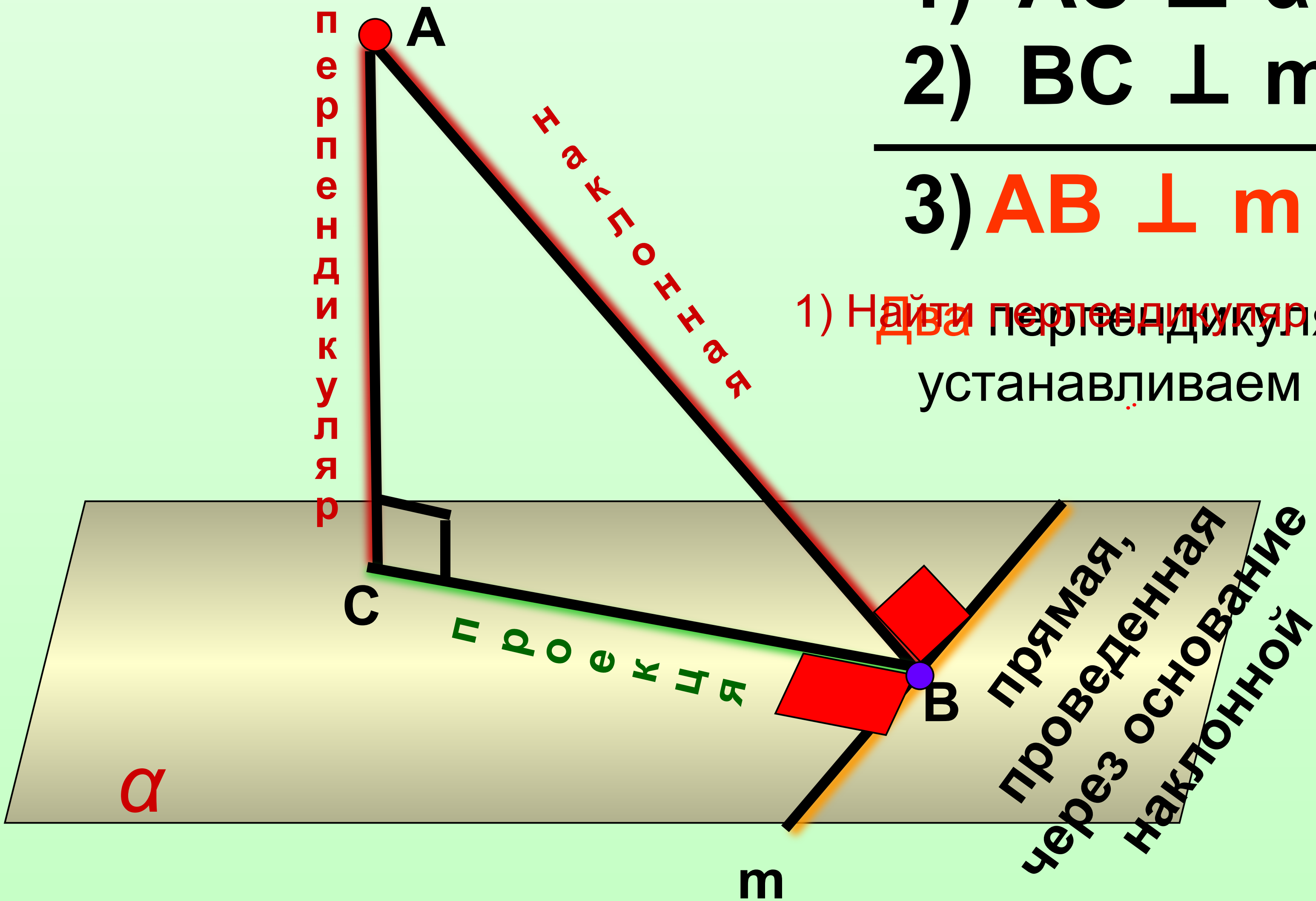
Теорема о трех перпендикулярах: Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

1) $AC \perp \alpha$
2) $BC \perp m$

3) $AB \perp m$ по ТТП

1) Найти перпендикуляр к плоскости

Два перпендикуляра есть устанавливаем третий



Теорема обратная теореме о трех перпендикулярах:

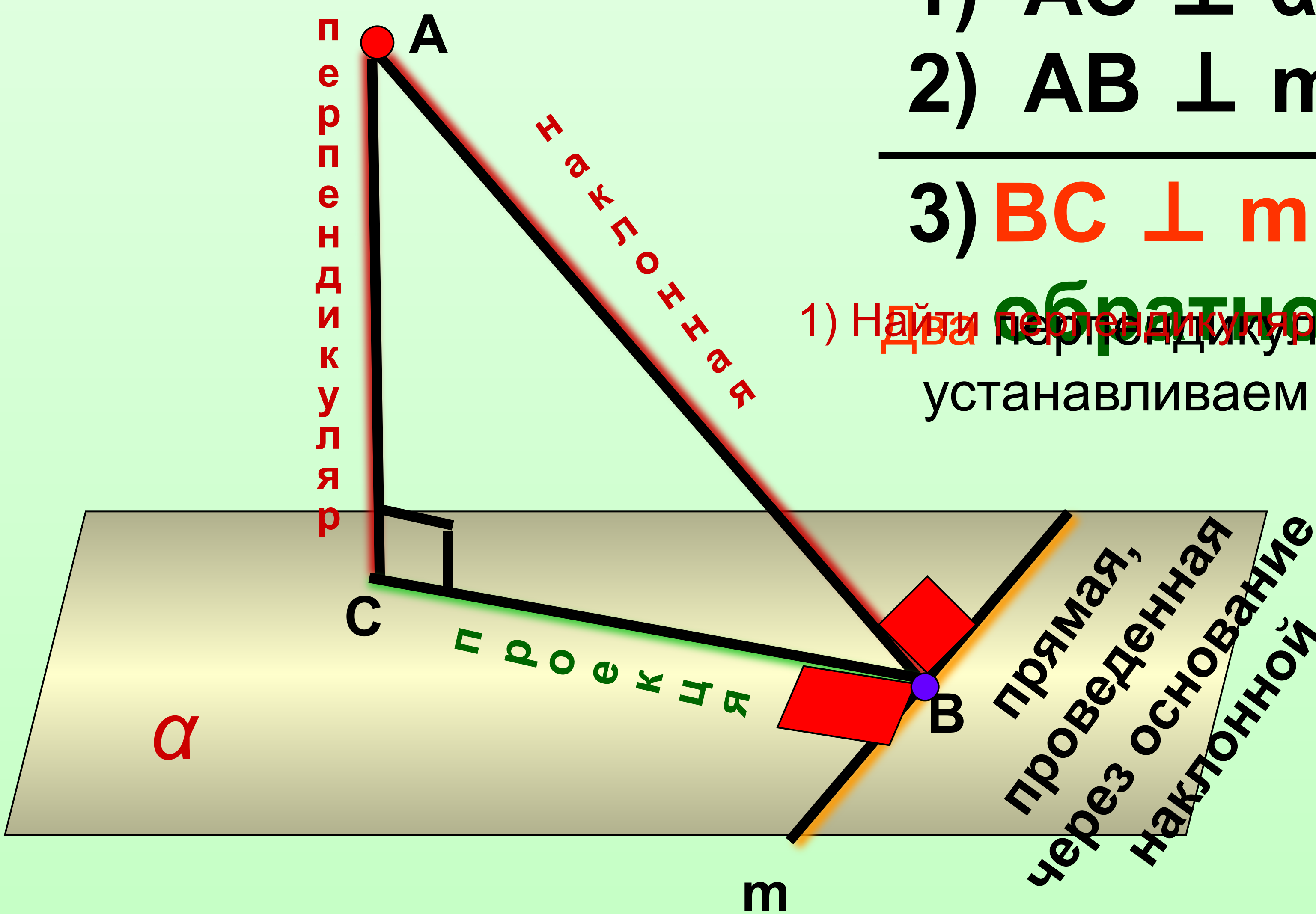
Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции.

1) $AC \perp \alpha$
2) $AB \perp m$

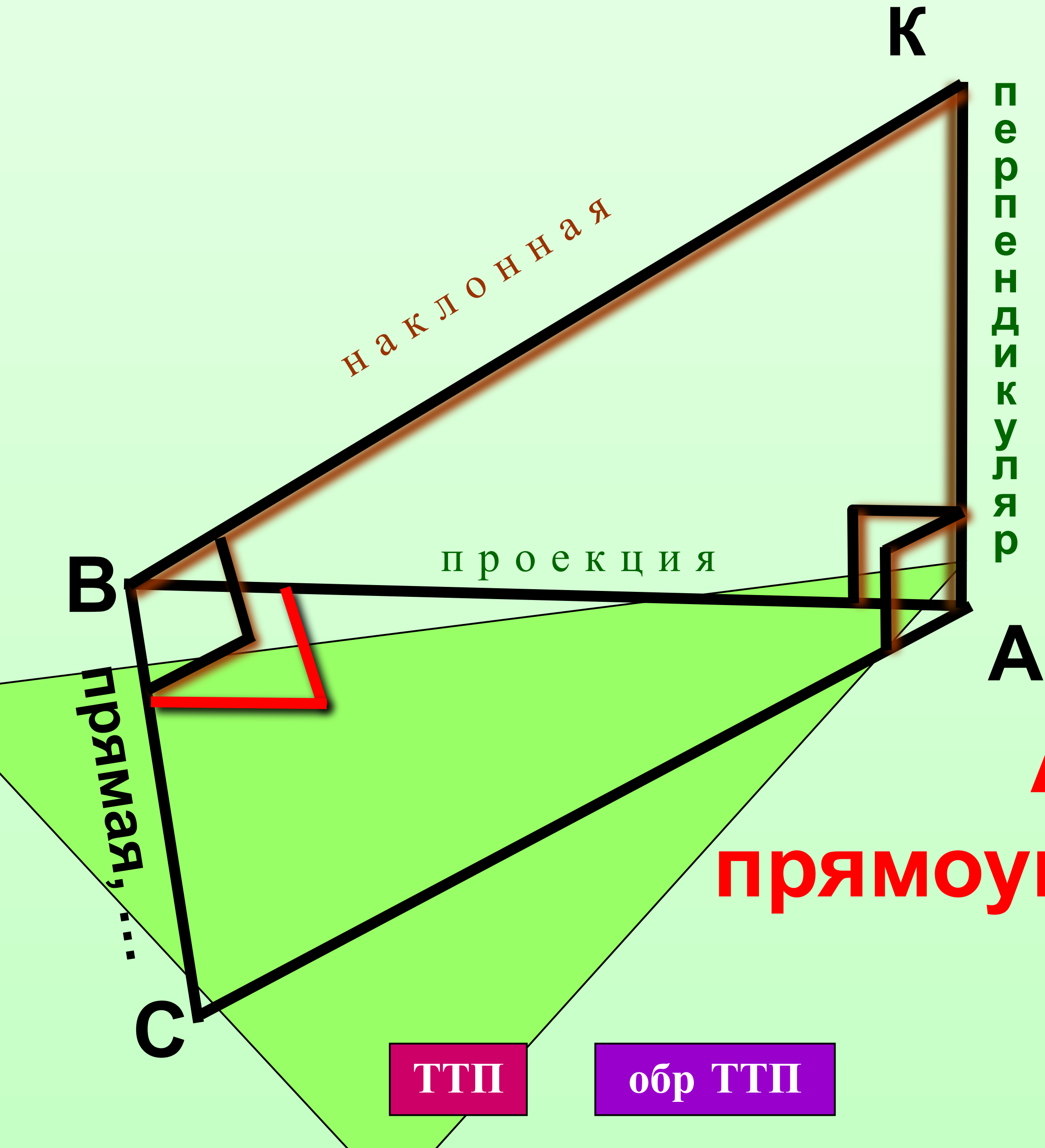
3) $BC \perp m$ по обратной ТТП

1) Найти перпендикуляр к плоскости

Два перпендикуляра есть устанавливаем третий



ЗАДАЧА. Отрезок АК перпендикулярен плоскости ΔАВС и КВ ⊥ ВС. Докажите, что ΔАВС - прямоугольный.



1) АК ⊥(АВС) по …

2) КВ ⊥ВС по …

3) АВ ⊥ВС по т. обр. ТТП

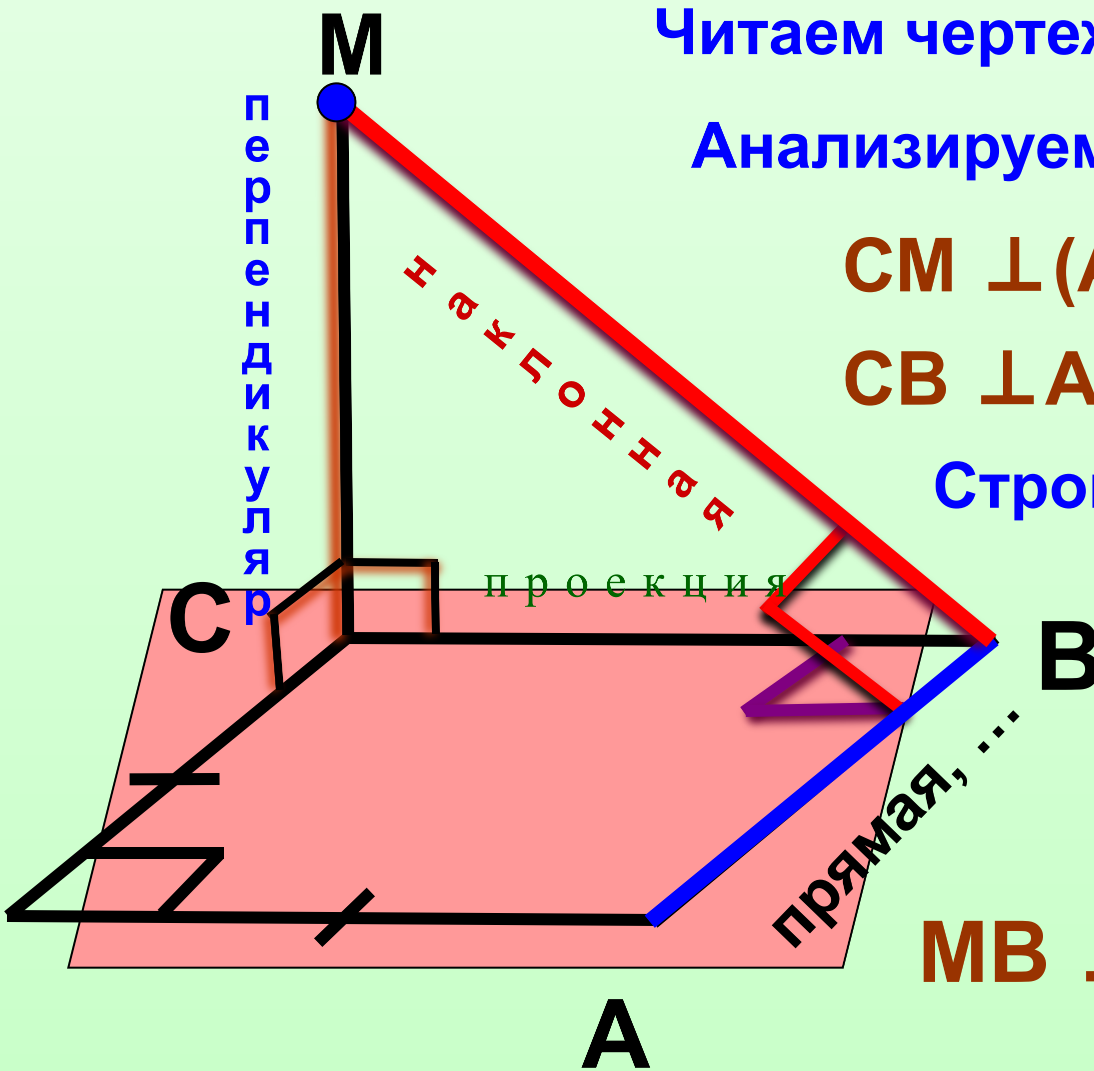
Вывод!

ΔАВС – прямоугольный, ч.т.д.

ТТП

обр ТТП

Изобразите отрезок, длина которого равна расстоянию от т. М до выделенной прямой. Ответ обоснуйте.



Читаем чертеж!

Анализируем дано!

CM ⊥(ABC) по …

CB ⊥AB по …

Строим расстояние!

Делаем вывод!

MB ⊥AB по ТТП

MB – искомое расстояние

ТТП

обр ТТП

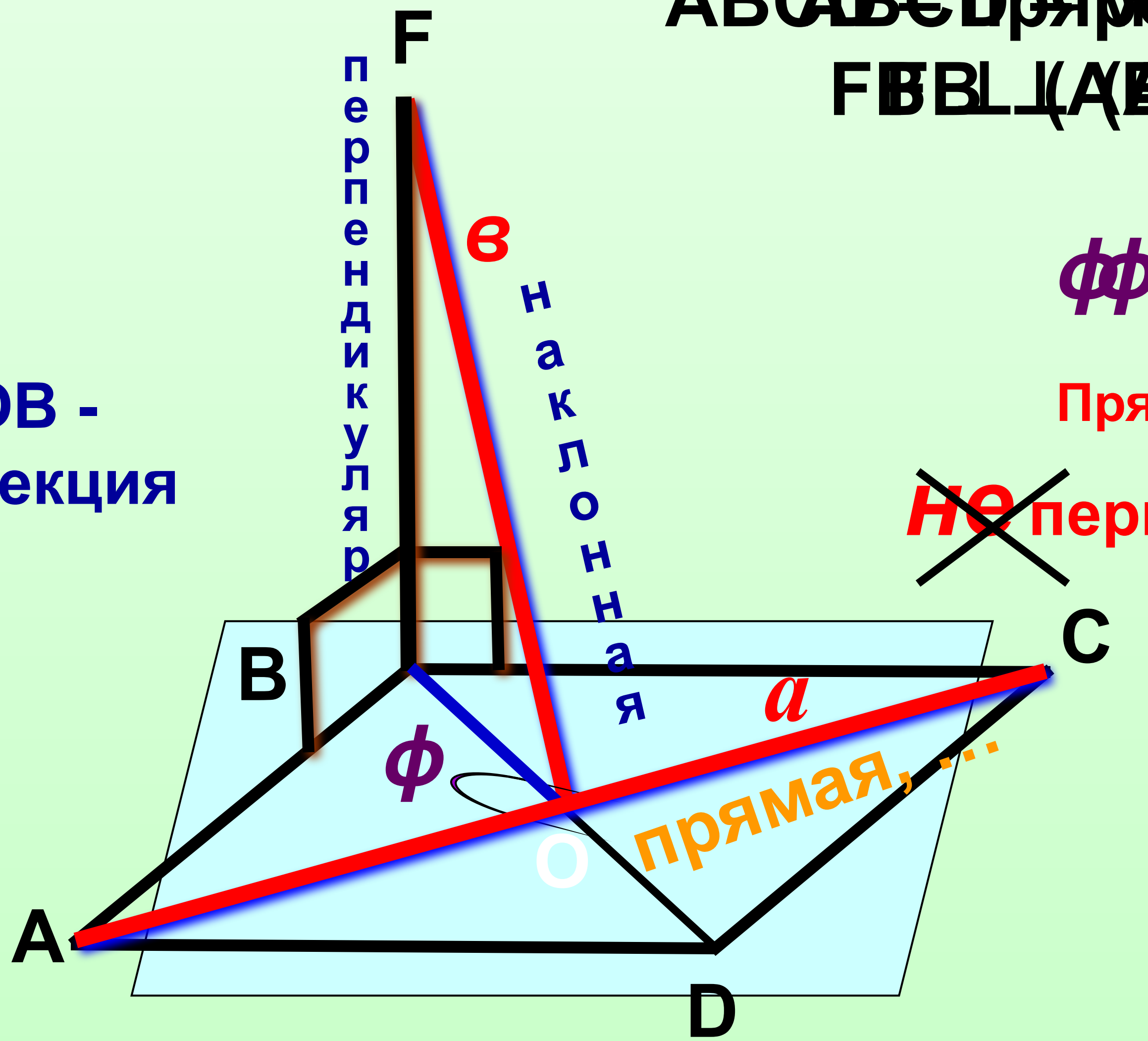
Перпендикулярны ли прямые *а* и *в*? Ответ обоснуйте.

ABCD – ромб,

ABCD – прямоугольник,

FB ⊥ (ABC).

ОВ - проекция



$ф = 90°$

$ф \neq 90°$

Прямые *а* и *в*

~~не~~ перпендикулярны

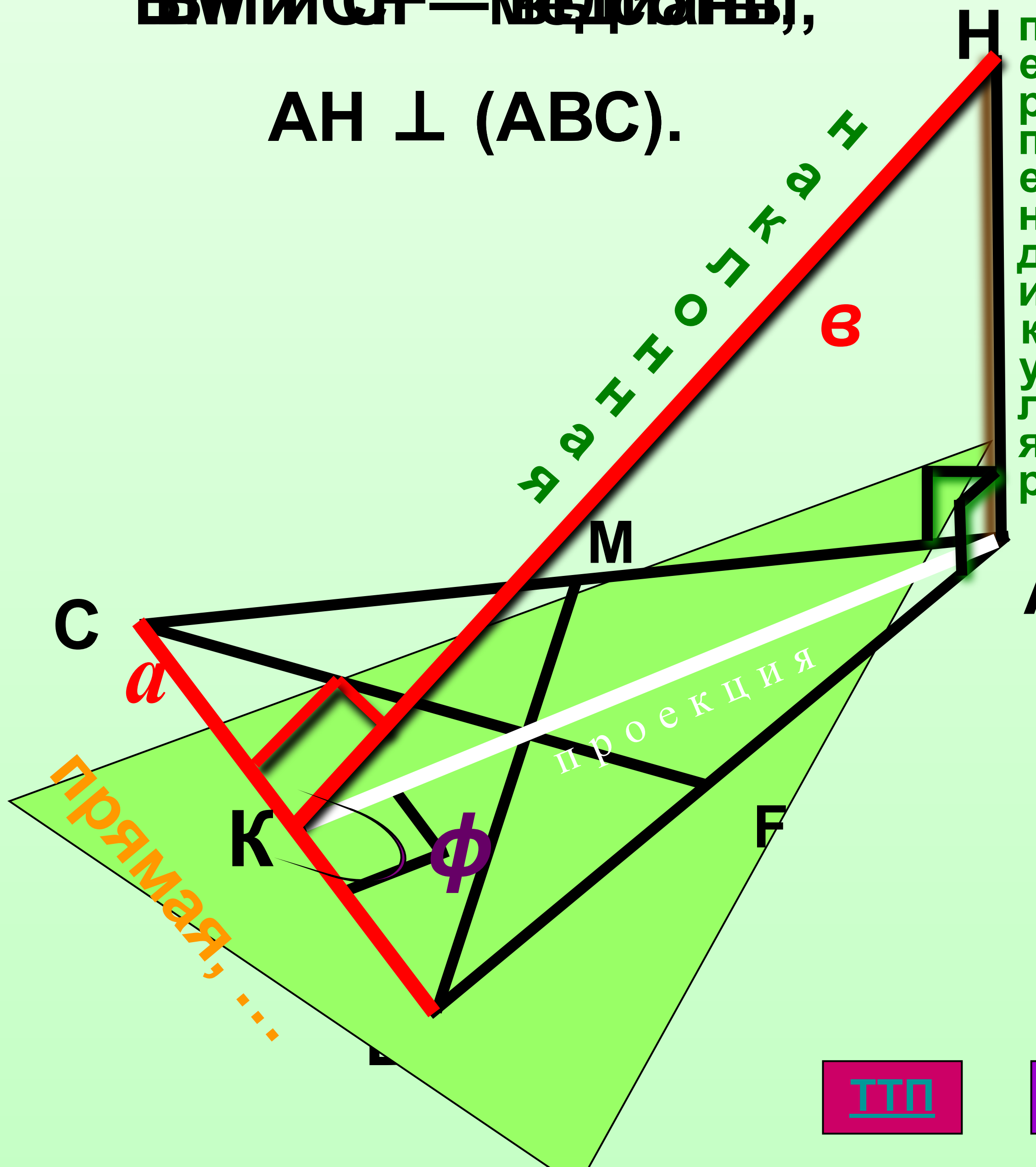
ТТП

обр ТТП

Перпендикулярны ли прямые *а* и *в*? Ответ обоснуйте.

BM и CF — медианы,

AH ⊥ (ABC).



AH ⊥ (ABC)

по …

AK ⊥ CB

по …

НК ⊥ СВ по ТТП

Вывод!

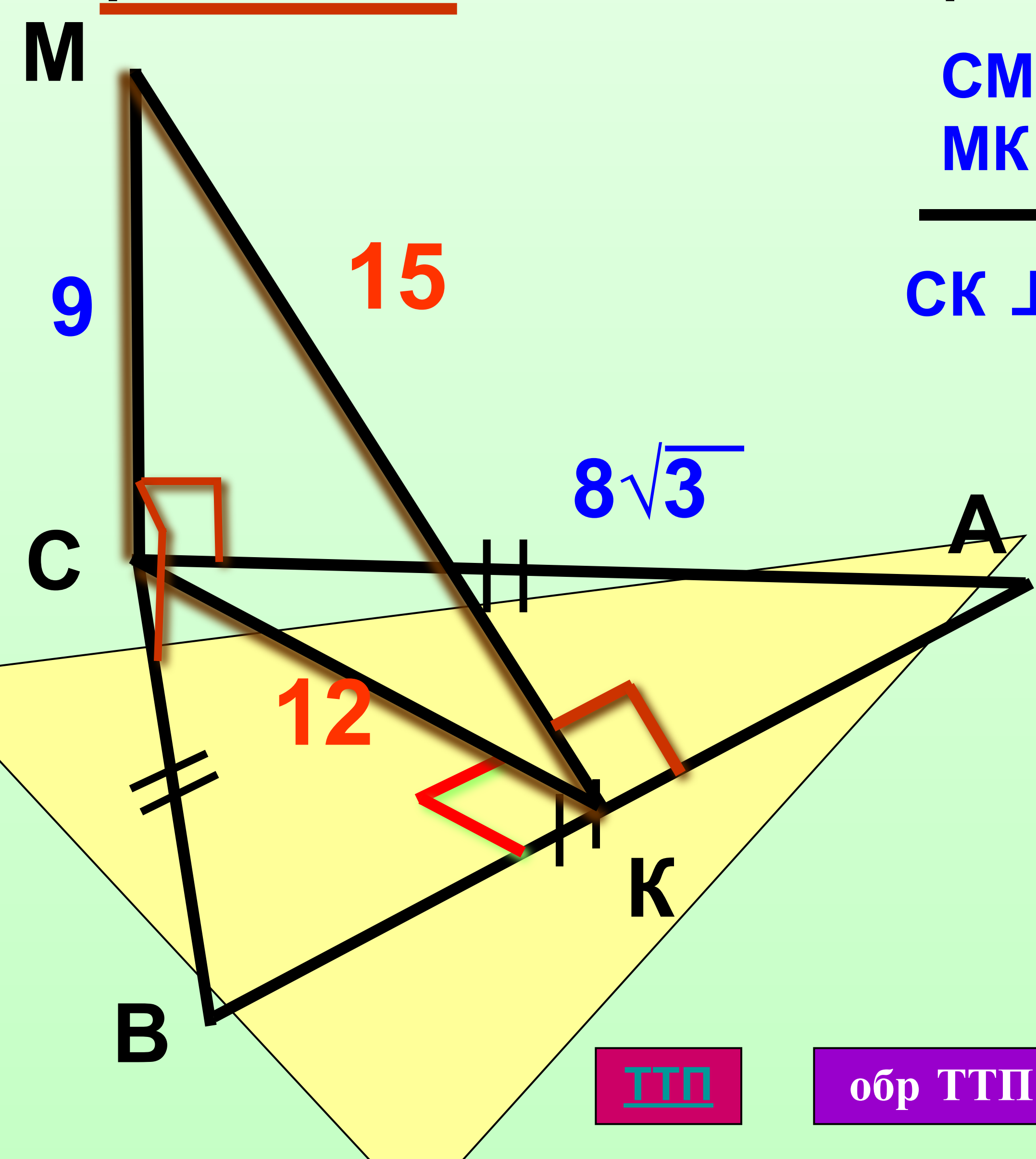
$\phi \neq 90°$

Прямые a и $в$ ~~не~~ перпендикулярны

ТТП

обр ТТП

ЗАДАЧА. **Отрезок СМ перпендикулярен плоскости правильного ΔABC, со стороной $8\sqrt{3}$. Найдите расстояние от точки М до прямой АВ, если МС = 9.**



СМ ⊥(АВС) по …

МК ⊥АВ по построению

Вывод!

СК ⊥АВ по т. обр. ТТП

т.к. ΔABC – правильный, то СК = …

$\Rightarrow$ из ΔMCK ($\angle C = 90°$) по т. Пифагора

$CM = 9 = 3 \cdot 3$

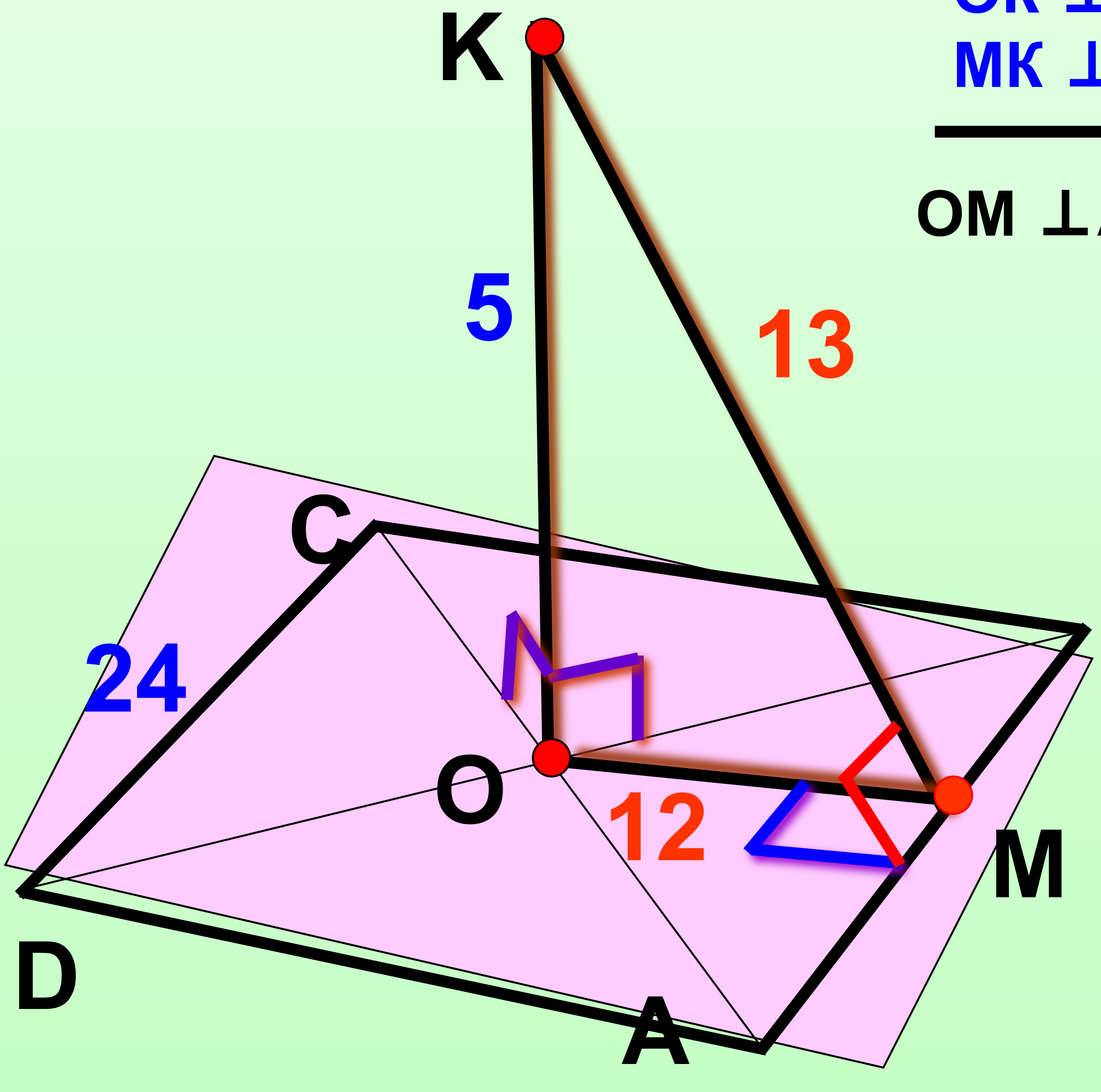
$CK = 12 = 3 \cdot 4$

$MK = 3 \cdot 5 = 15$

ТТП

обр ТТП

ЗАДАЧА. **К центру квадрата ABCD восстановлен перпендикуляр ОК, равный 5. Найдите расстояние от точки К до стороны квадрата, если она равна 24.**

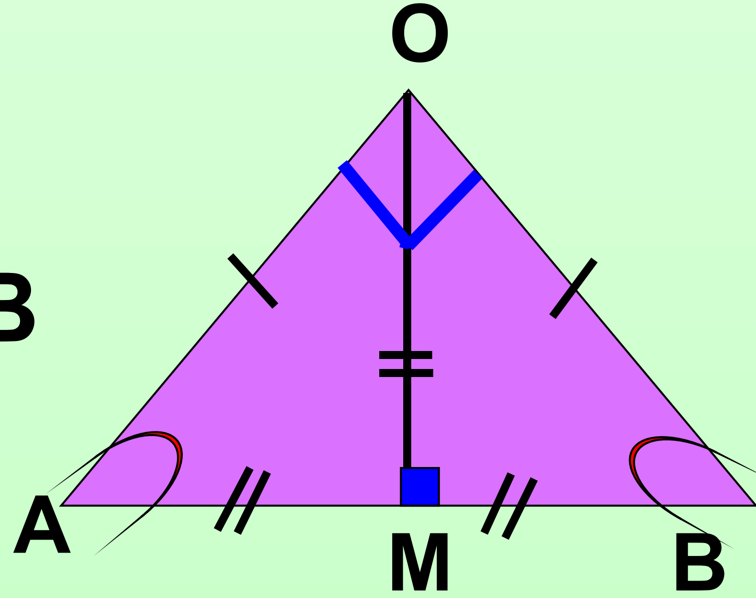


OK ⊥(ABC) по …

MK ⊥AB по построению

Вывод!

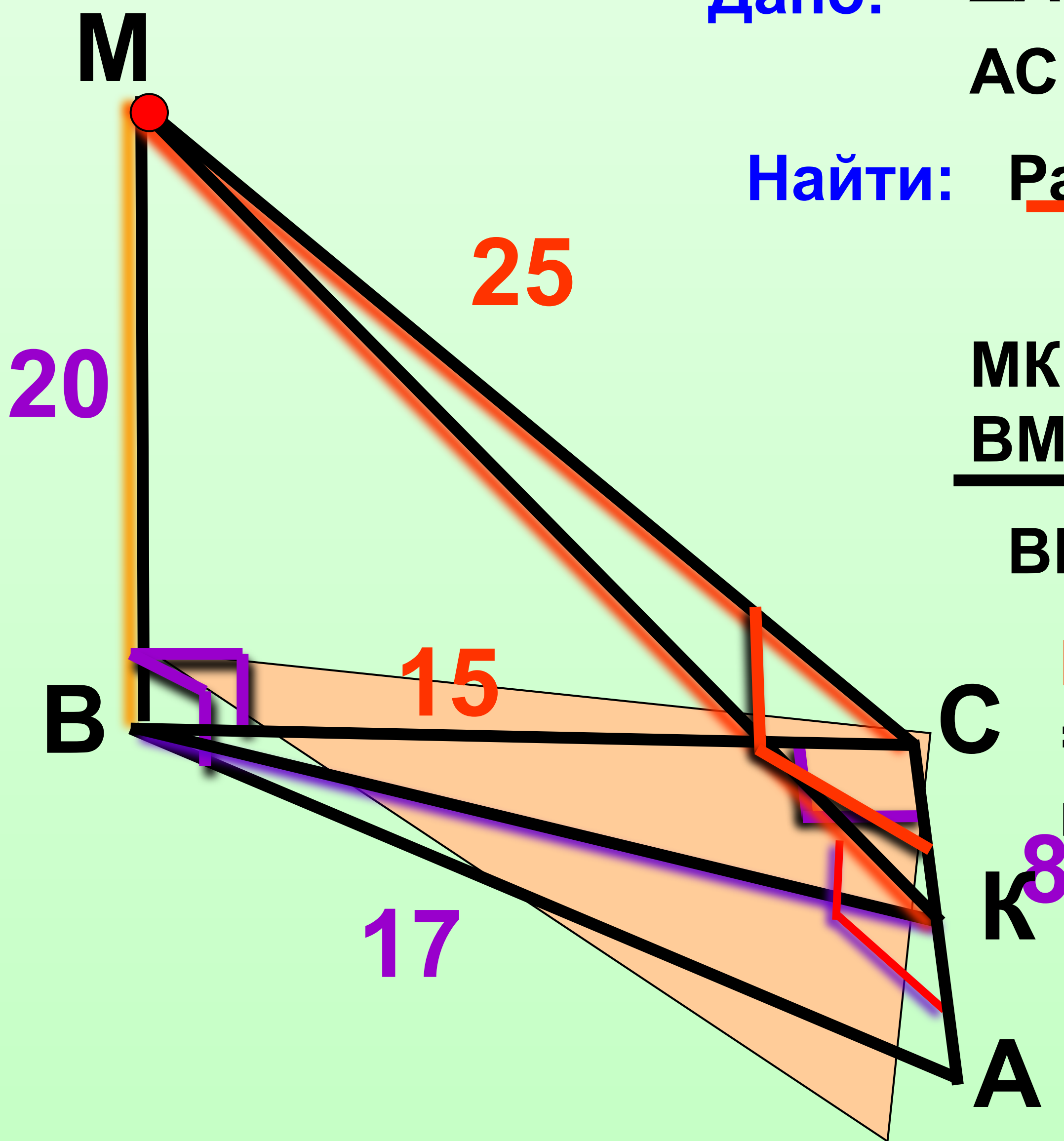
OM ⊥AB по т. обр. ТТП



ЗАДАЧА. Отрезок ВМ перпендикулярен плоскости ΔАВС, где ∠С = 90°, АВ = 17, АС = 8. Найдите расстояние от точки М до прямой АС, если МВ = 20.

Дано: ΔАВС, ∠С = 90°, АВ = 17, АС = 8, ВМ ⊥(АВС).

Найти: Расстояние от т. М до АС.



Решение:

МК ⊥АС по построению
ВМ ⊥(АВС) по …

ВК ⊥АС по т. обр. ТТП

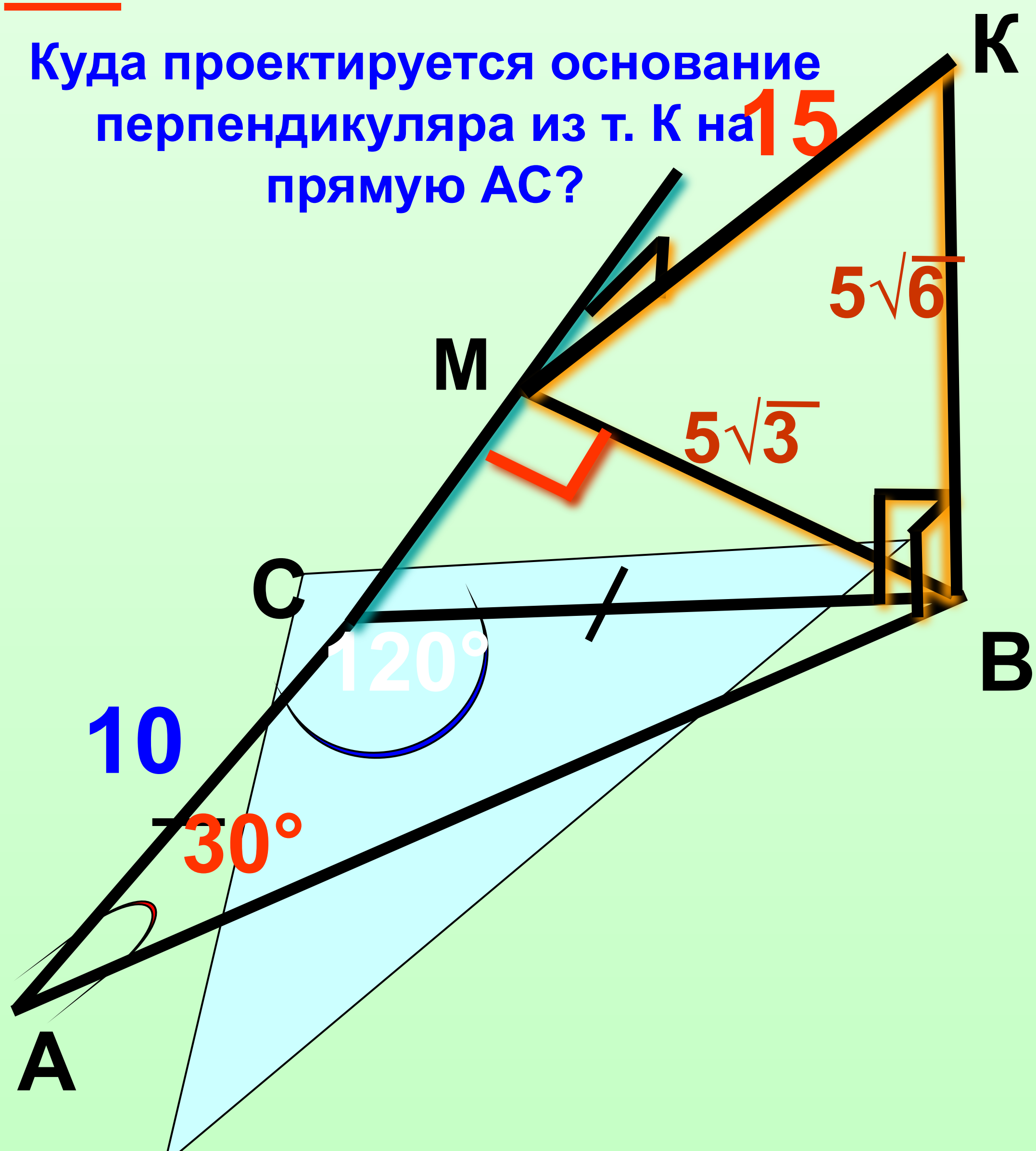
Вывод!

НО ВС ⊥АС, что …
⇒ т.К совпадает с т. С и искомое расстояние МС

ЗАКОНЧИТЬ САМОСТОЯТЕЛЬНО

ЗАДАЧА. в ΔABC, $AC = CB = 10$, $\angle A = 30°$, BK - перпендикуляр к плоскости треугольника и равен $5\sqrt{6}$. Найдите расстоя- ние от точки К до АС.

Куда проектируется основание перпендикуляра из т. К на прямую АС?

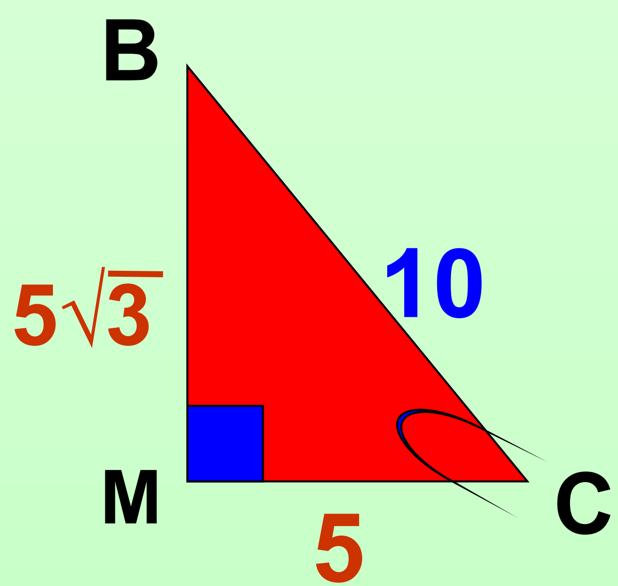


$BK \perp (ABC)$ по …

$KM \perp AC$ по …

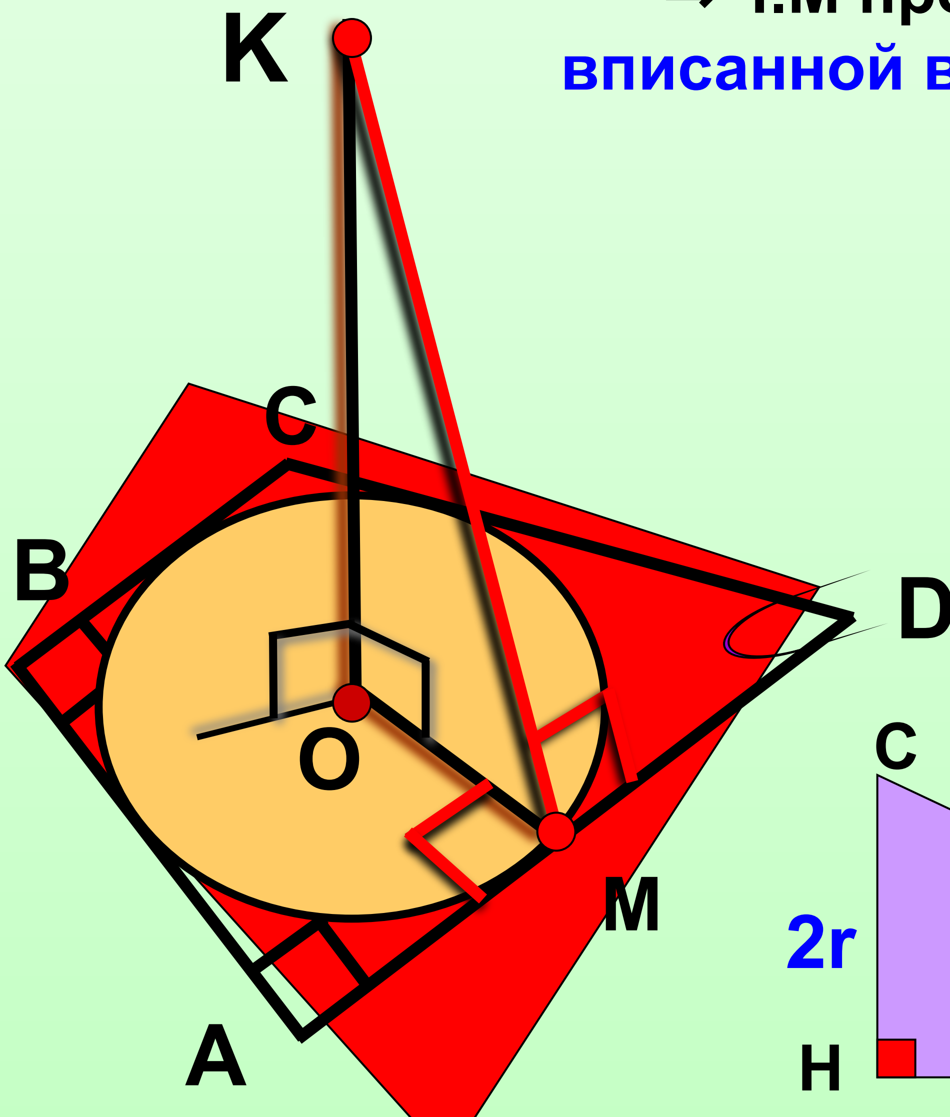
$BM \perp AC$ по т. обр. ТТП

Вывод!



ЗАДАЧА. **Средняя линия прямоугольной трапеции равна 6. Острый угол равен 30°. Точка М удалена от плоскости трапеции на расстояние равное 2√3, и находится на равном расстоянии от ее сторон. Найдите расстояние от точки М до сторон трапеции.**

⇒ т.М проектируется в центр вписанной в трапецию окружности



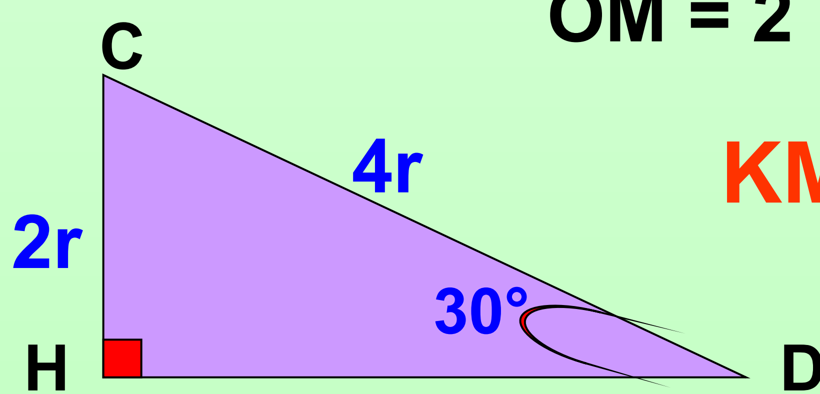
ОК ⊥(АВС) по …

ОМ ⊥AD по …

Вывод!

ВМ ⊥АС по ТТП

OM = 2

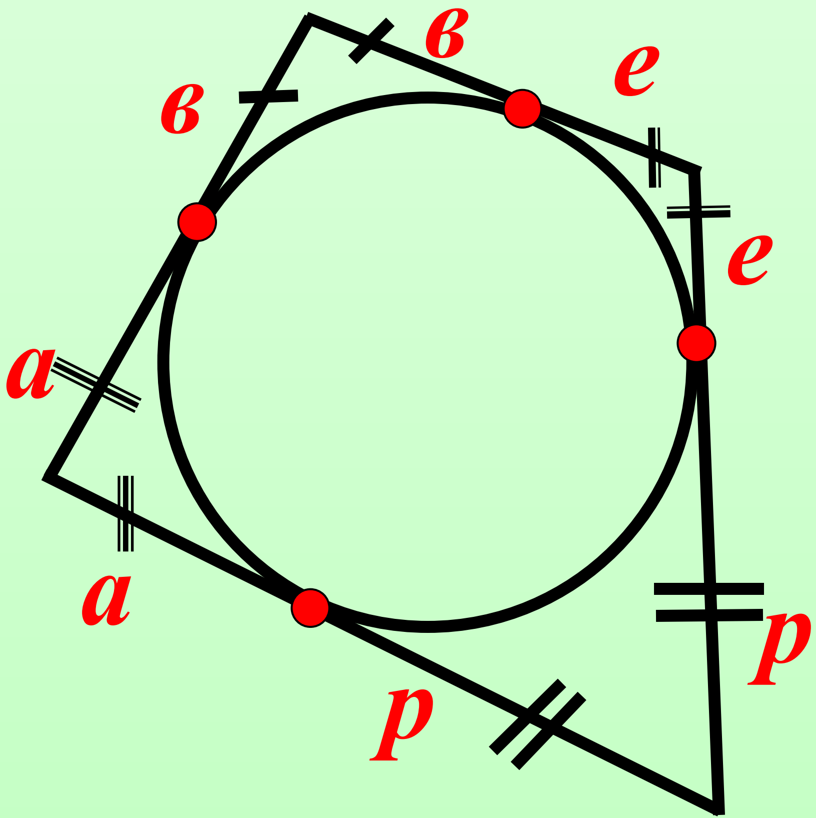


KM = 4

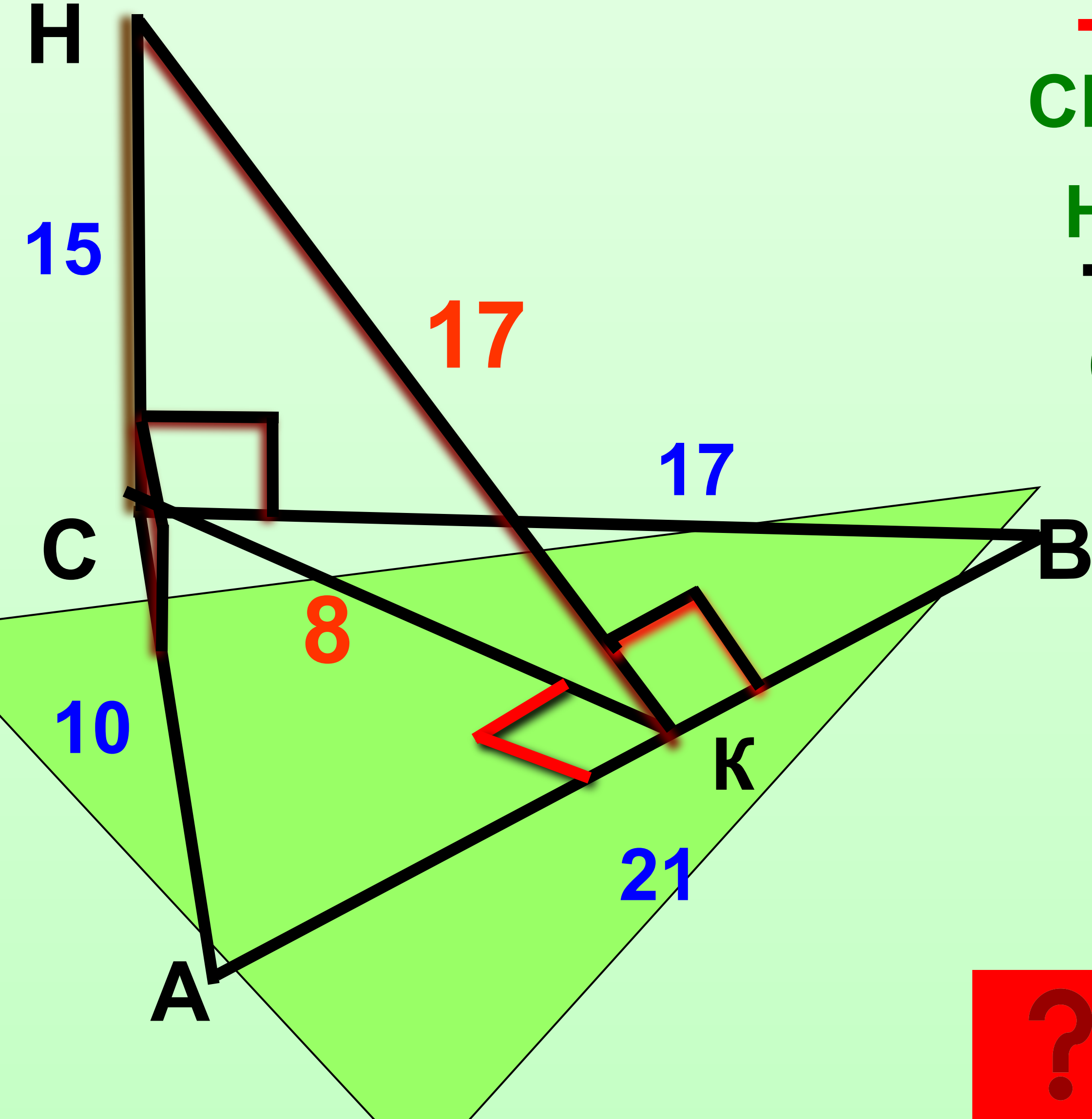
ЗАДАЧА. **Средняя линия прямоугольной трапеции равна 6. Острый угол равен 30°. Точка М удалена от плоскости трапеции на расстояние равное 2√3, и находится на равном расстоянии от ее сторон. Найдите расстояние от точки М до сторон трапеции.**

⇒ т.М проектируется в центр вписанной в трапецию окружности

$$\textit{в} + \textit{е} + \textit{р} + \textit{а} = \textit{в} + \textit{е} + \textit{р} + \textit{а}$$



ЗАДАЧА. **Отрезок СН перпендикулярен плоскости ΔАВС, где, АВ = 21, АС = 10, ВС = 17. Найдите расстояние от точки Н до прямой АВ, если СН = 15. Изобразите перпендикуляр из точки Н к прямой АВ.**



СН ⊥(АВС) по …

НК ⊥АВ по …

СК ⊥АВ по ТТП

СК = ?

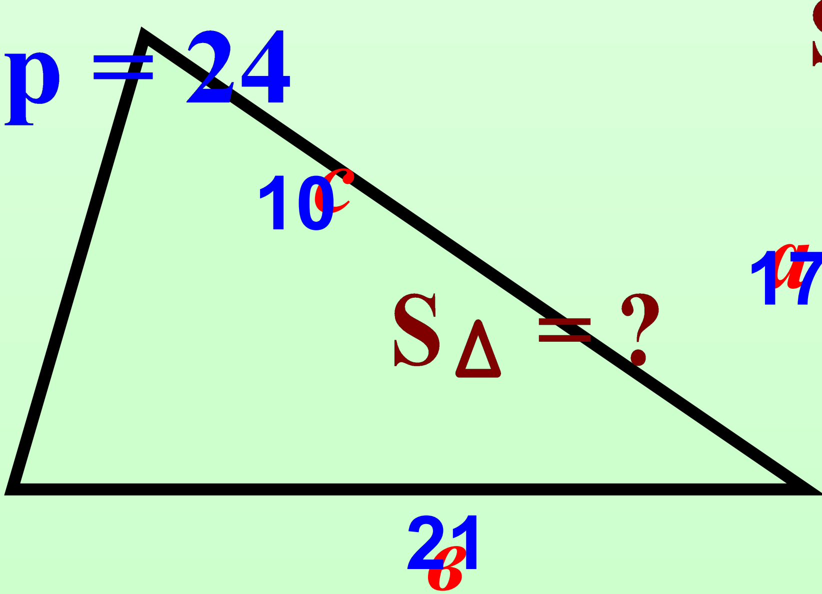
т.к. АВ = 21 – большая сторона, то т. К ∈ АВ, где К лежит между точками А и В

По известным сторонам треугольника найдите высоту.

$$S_\Delta = \frac{1}{2} h_b b$$

$$h_b = \frac{2S_\Delta}{b}$$

$p = 24$



$$S_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$S_\Delta = \sqrt{24\cdot 3\cdot 14\cdot 7}$$

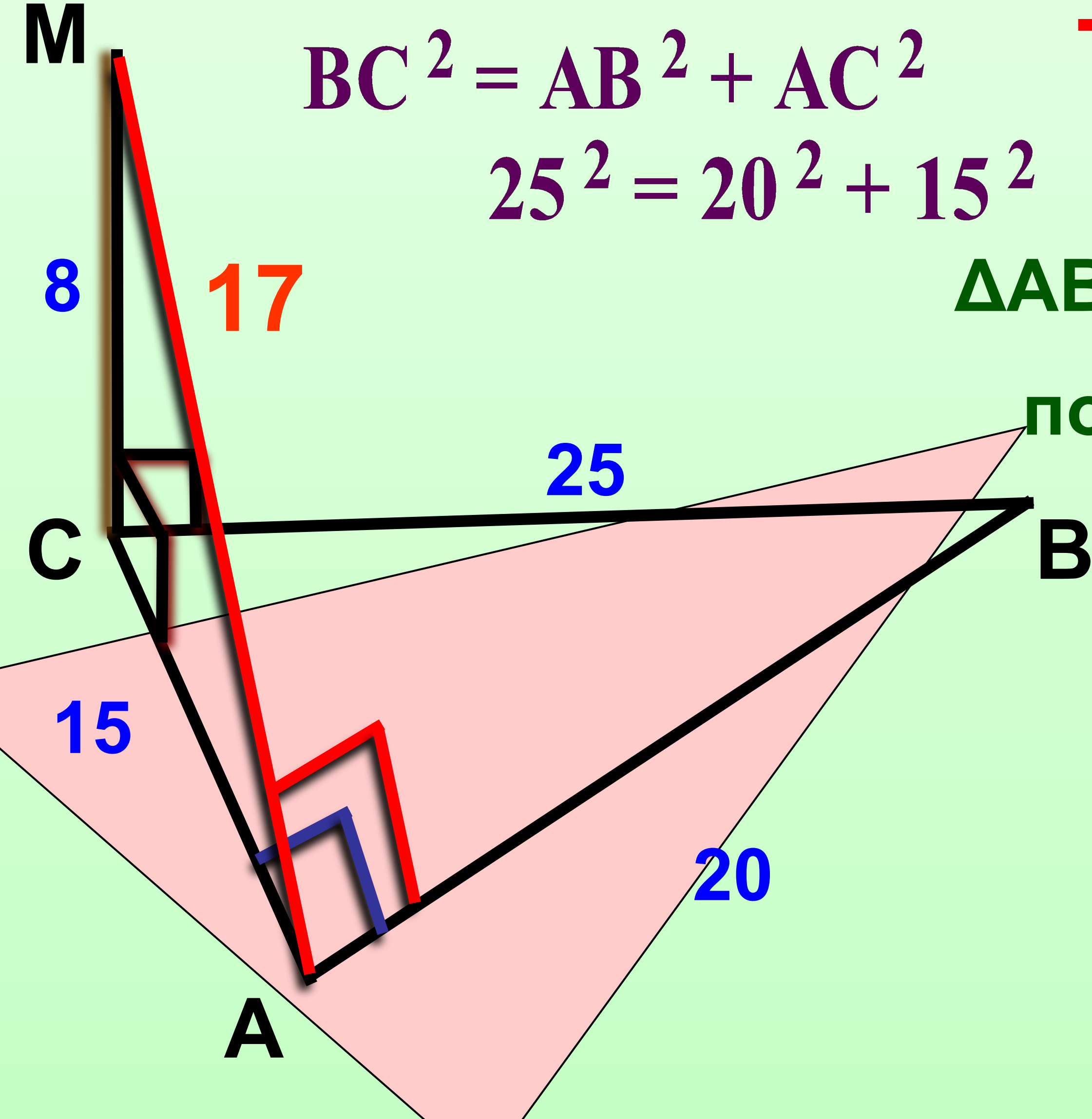
$$S_\Delta = \sqrt{3\cdot 2\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 7\cdot 7}$$

$$S_\Delta = 3\cdot 2\cdot 2\cdot 7$$

$$h_b = \frac{\cancel{2}\cdot 3\cdot 2\cdot 2\cdot \cancel{7}}{\cancel{21}}$$

$$h_b = 8$$

ЗАДАЧА. **Отрезок CM перпендикулярен плоскости ΔABC, где, AB = 20, AC = 15, BC = 25. Найдите расстояние от точки M до прямой AB, если CM = 8. Изобразите перпендикуляр из точки M к прямой AB.**



$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$25^2 = 20^2 + 15^2$$

ΔABC – прямоугольный

по т. обр. Пифагора

CM ⊥(ABC) по …

AC ⊥AB по …

AM ⊥AB по ТТП