

### Вариант №1

Определите удельный тепловой поток через алюминиевую пластину толщиной  $\Delta = 1 \text{ мм}$ , в которой проделаны 10 продольных зазоров толщиной  $\delta = 100 \text{ нм}$ . Средняя плотность воздуха, в котором находится пластина, считается известной и равной  $1,2 \text{ кг/м}^3$ . Левая поверхность пластины поддерживается при температуре  $290 \text{ К}$ , правая при температуре  $280 \text{ К}$

Дано:

$$\Delta = 1 \text{ мм}$$

$$n_2 = 10$$

$$\delta_{\text{воз}} = 100 \text{ нм}$$

$$\bar{\rho} = 1.2 \text{ кг/м}^3$$

$$T_{\Gamma} = 290 \text{ К}$$

$$T_{\text{х}} = 280 \text{ К}$$

воздух

Найти:

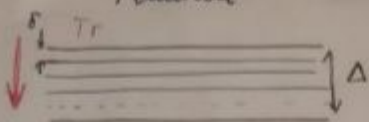
$$q = ?$$

Решение

Грузникова Л.В.

ТФ-9м-20

В-1



$T_{\text{х}}$

1. Определим число Кнудсена:

$$Kn = \frac{\langle l \rangle}{\delta} = \frac{1 \cdot 10^{-7}}{10^{-7}} = 1$$

2. Длина свободного пробега молекул

$$\langle l \rangle = \text{вайн.} \cdot \frac{\rho_{\text{вайн}}}{\rho} \cdot 10^{-7} = \frac{101325}{98154} \cdot 10^{-7} \approx 1 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

Определим  $\rho$

$$\rho = \bar{\rho} RT = 1.2 \cdot 287 \cdot 285 = 98154 \text{ Па}$$

(для определения давления воздуха  $\bar{T} = \frac{T_{\Gamma} + T_{\text{х}}}{2}$ )

Так число Кнудсена = 1, в данной ситуации не имеет смысла рассуждать о свободномолекулярном пределе, при котором молекулы не сталкиваются друг с другом.

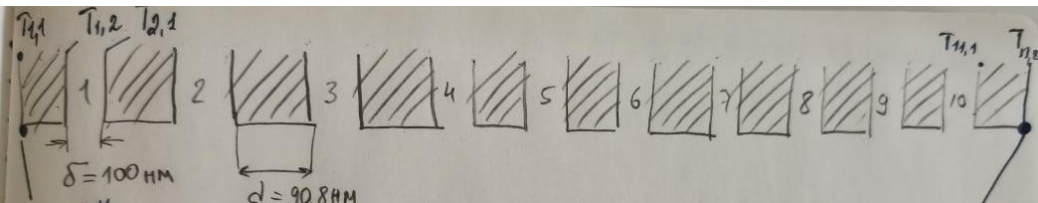
Таким образом, решение задачи сводится к расчету теплопереноса по закону Фурье.

$$q = \lambda \frac{T_{\Gamma} - T_{\text{х}}}{\delta}$$

В данной задаче можно рассуждать о теплопереносе через многослойную стенку.

$$q = \frac{T_{\Gamma} - T_{\text{х}}}{\sum_{i=1}^{10} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \sum_{i=1}^{11} \frac{\delta_i}{\lambda_i}} = \frac{290 - 280}{10 \cdot \frac{10^{-7}}{0.0253} + 11 \cdot \frac{10^{-7}}{208}} = 2.53 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2$$

$$\text{Ост. всего: } q = 2.53 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2$$



$$T_{1,1} = 290 \text{ К}$$

1. Число Кнудсена

$$Kn = \frac{\langle l \rangle}{\delta} = \frac{1 \cdot 10^{-7}}{10^{-7}} = 1$$

$$\langle l \rangle = \text{вайн.} \cdot \frac{\rho_{\text{вайн}}}{\rho} = 10^{-7} \cdot \frac{101325}{98154} \approx 1 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$\rho = \bar{\rho} RT = 1.2 \cdot 287 \cdot 285 = 98154 \text{ Па}$$

$$T_{1,2} = 280 \text{ К}$$

Теплоперенос в пластинке - теплопроводностью по з. Фурье  
Теплоперенос в зазоре - решение по свободномолекулярной теории

$$\begin{cases} q = \frac{\lambda}{d} (T_{1,1} - T_{1,2}) \\ q = 4\rho\sqrt{\frac{R}{2\pi}} \cdot (\sqrt{T_{1,2}} - \sqrt{T_{2,1}}) \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{q d}{\lambda} = T_{1,1} - T_{1,2} \\ \frac{q (\sqrt{T_{1,2}} + \sqrt{T_{2,1}})}{4\rho\sqrt{\frac{R}{2\pi}}} = T_{1,2} - T_{2,1} \end{cases}$$

Таким образом

$$11 \cdot \frac{q d}{\lambda} + 10 \frac{q}{4\rho\sqrt{\frac{R}{2\pi}}} = \sum \sqrt{T_{i,j}} = T_{1,1} - T_{11,2}$$

$$q \left( \frac{11d}{\lambda} + 10 \frac{1}{4\rho\sqrt{\frac{R}{2\pi}}} \cdot \sum T_{i,j} \right) = T_{1,1} - T_{11,2}$$

$$\Sigma T_{i,j} = \frac{\sqrt{T_{1,1}} + \sqrt{T_{11,2}}}{2}$$

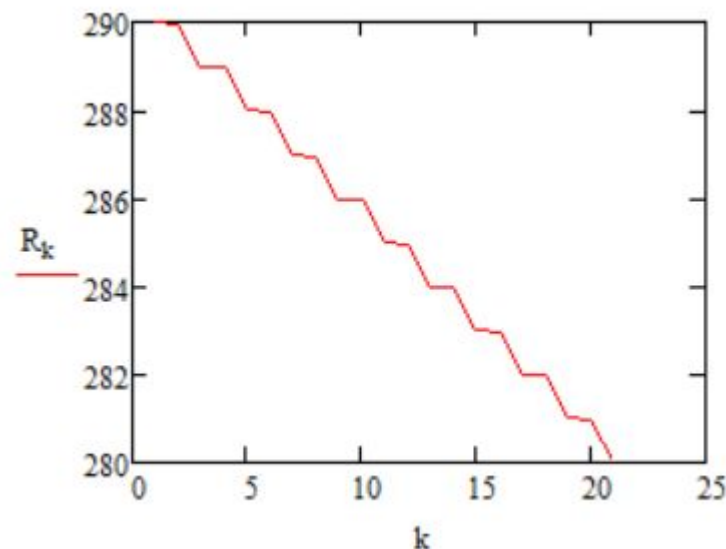
$$q = \frac{T_{1,1} - T_{11,2}}{\frac{11d}{\lambda} + \frac{10}{4\rho} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho}{2n}}} \cdot \frac{\sqrt{T_{1,1} + T_{11,2}}}{2}}$$

$$q := \frac{290 - 280}{\frac{11 \cdot 90.82 \cdot 10^{-6}}{203.5} + \frac{20}{4 \cdot 98154 \cdot \sqrt{\frac{287}{2 \cdot \pi}}} \cdot \frac{\sqrt{290} + \sqrt{280}}{2}} = 7.567 \times 10^4 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

```

Raspr(T1) :=
  T1 ← T1
  for i ∈ 1,3..19
    T_{i+1} ← T_i - \frac{90.82 \cdot 10^{-6} \cdot (7.567 \times 10^4)}{203.5}
    T_{i+2} ← \left[ \sqrt{T_{i+1}} - \left( \frac{7.567 \times 10^4}{4 \cdot 98154 \cdot \sqrt{\frac{287}{2 \cdot \pi}}} \right)^2 \right]^2
  T
  R_k := Raspr(T1)
k := 1..21

```

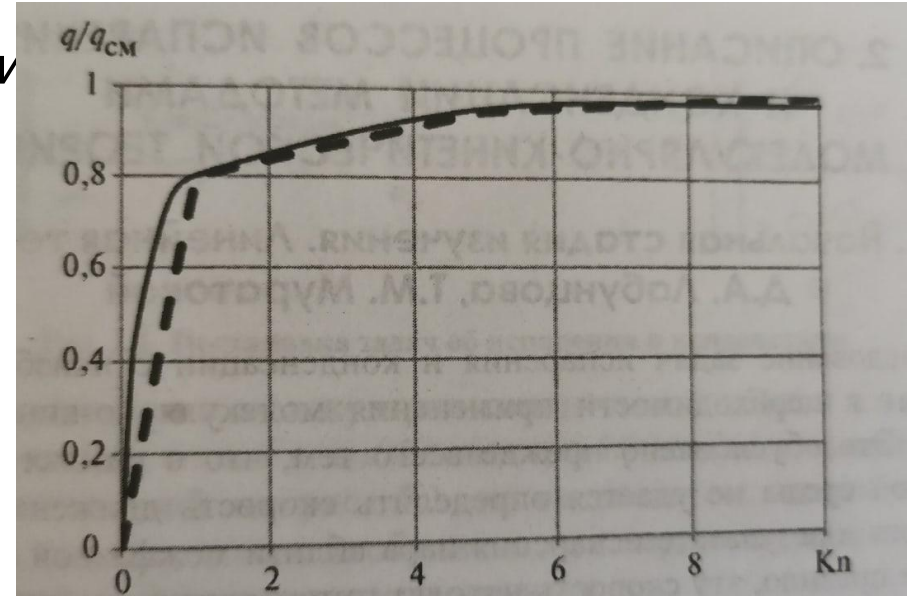


Данный случай применяется при числе Кнудсена

∞

При числе Кнудсена = 1, получим следующее выражение

$$q := \frac{290 - 280}{\frac{11 \cdot 90.82 \cdot 10^{-6}}{203.5} + \frac{10}{8} \left( \frac{20}{4.98154 \cdot \sqrt{\frac{287}{2 \cdot \pi}}} \cdot \frac{\sqrt{290} + \sqrt{280}}{2} \right)} = 6.099 \times 10^4 \quad \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$



Множитель «10/8» взят из зависимости относительной плотности теплового потока от числа Кнудсена

(при  $Kn=1 \square q/q_{CM} = 0.8$ )