Решение уравнений с переменной под знаком модуля

Выполнила: Кадырова И.М., учитель математики первой квалификационной категории МБОУ средняя школа №9 города Елабуга

1. Решить уравнение: $|x-2|=3$

2. Найти наименьшее значение функции

$$y=\sqrt{x^2+4x+4}+\sqrt{x^2}+\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x^2-6x+9}$$

3. Решить уравнение: $|x^2-4x+4|=x$

Типы уравнений с модулями

$|f(x)|=a$,
где
a – действительное число

$|f(x)|=|g(x)|$

$|f(x)|=g(x)$

Уравнения,
содержащие несколько
модулей
$|f(x)|+|g(x)|+\ldots+|s(x)|=h(x)$

Решение уравнения $|f(x)|=a$

1) Если $a > 0$, то $f(x)=a$ или $f(x) = -a$.

2) Если $a=0$, то $f(x)=0$.

3) Если $a<0$,
то уравнение не имеет корней.

Решение уравнений |f(x)|=|g(x)|.

1способ

$$|f(x)|=|g(x)| \iff f^2(x) = g^2(x) \iff$$

$$\iff (f(x) - g(x))\,(f(x) - g(x))=0 \iff \left[\begin{array}{l} f(x)-g(x)=0; \\ f(x)+g(x)=0. \end{array}\right.$$

2 способ

$$|f(x)|=|g(x)| \iff \left[\begin{array}{l} f(x)=g(x), \\ f(x)=-g(x). \end{array}\right.$$

Решение уравнений |f(x)|=g(x).

$$|f(x)| = g(x) \iff \begin{cases} g(x) \ge 0, \\ \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x), \\ f(x) = -g(x). \end{array}\right. \end{cases}$$

Решение уравнений, содержащих несколько модулей

1. Находим значения переменной, при которых значения модулей равны 0.

2. Полученные значения разбивают координатную прямую на промежутки, в каждом из которых раскрываем модули и решаем полученные уравнения.

3. Решением исходного уравнения является объединение всех полученных корней решаемых уравнений.

Желаем успеха при решении уравнений!