



Московский Авиационный  
(Национальный Исследовательский  
Институт  
Университет)

---

# *«Программно- Определяемые Радиосистемы»*

*Серкин Фёдор  
Борисович*

*Кафедра 408 –  
«Инфокоммуникации»*

---

## Литература:

1. Скляр Б., «Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение», «Вильямс», Москва, Санкт-Петербург, Киев, 2003.
2. Гольденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.Н., «Цифровая обработка сигналов», «Радио и связь», Москва, 1990.
3. Максфилд К., «Проектирование на ПЛИС. Архитектура, средства и методы», «Додэка-XXI», Москва, 2007.
4. «IEEE 1012 Standard for Software Verification and Validation», IEEE, New York, 2005.
5. Tuttlebee W., «software defined radio. Enabling technology», WILEY, New York, 2002.

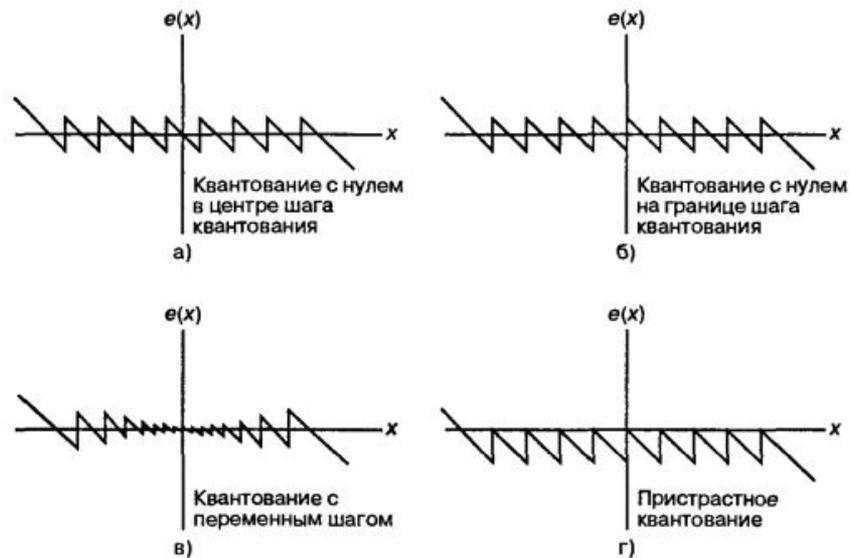
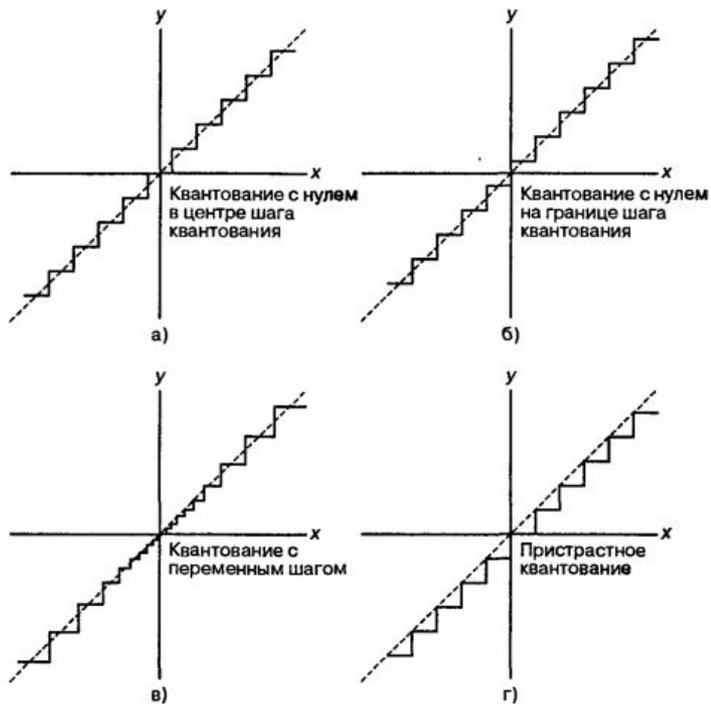
---

Содержание курса:

- I. Введение в ПОР.
- II. Основные теоретические вопросы проектирования ПОР.
- III. Реализация на жесткой и программируемой логике.
- IV. Программируемое радио.

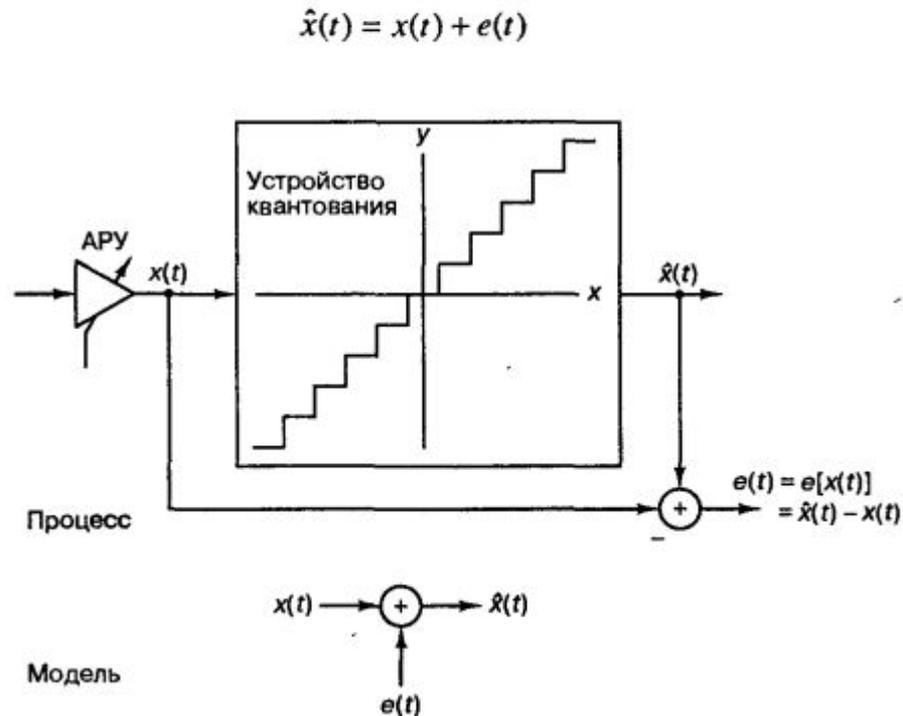
# II. Основные теоретические вопросы проектирования ПОР.

## Квантование амплитуды.



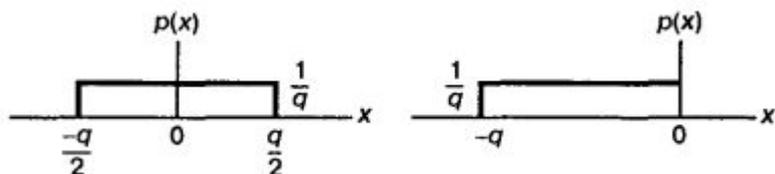
## II. Основные теоретические вопросы проектирования ПОР.

### Шум квантования.



## II. Основные теоретические вопросы проектирования ПОР.

### Шум квантования.



$$q = \frac{2E_{\max}}{2^b}$$

$$\sigma^2 = \int_{-q/2}^{q/2} e^2 p(e) de = \int_{-q/2}^{q/2} e^2 \frac{1}{q} de = \frac{q^2}{12}$$

При нулевом

среднем: 
$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx$$

$$q = (2E_{\max})2^{-b}$$

$$\sigma_q^2 = \frac{1}{12} (2E_{\max} 2^{-b})^2 = \frac{1}{12} (2E_{\max})^2 2^{-2b}$$

$$\sigma_x^2 = \int_{-E_{\max}}^{+E_{\max}} \frac{1}{2E_{\max}} x^2 dx = \frac{1}{12} (2E_{\max})^2$$

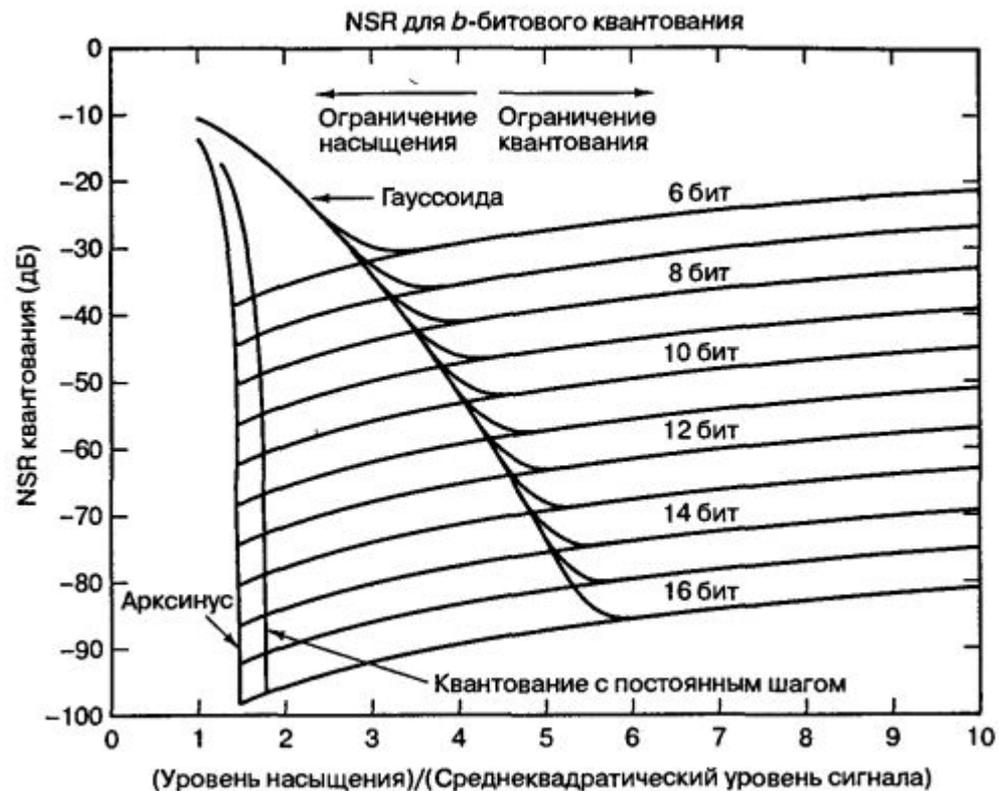
$$\text{NSR} = \frac{\sigma_q^2}{\sigma_x^2} = 2^{-2b}$$

$$\begin{aligned} \text{NSR}_{\text{дБ}} &= 10 \lg(\text{NSR}) = 10 \lg(2^{-2b}) = \\ &= -20b \lg(2) = -6,02b (\text{дБ}). \end{aligned}$$

$$\text{NSR}_{\text{дБ}} = -6,02b + C.$$

## II. Основные теоретические вопросы проектирования ПОР.

### Шум квантования.



## II. Основные теоретические вопросы проектирования ПОР.

### Дифференциальная импульсно-кодовая модуляция (ДИКМ).

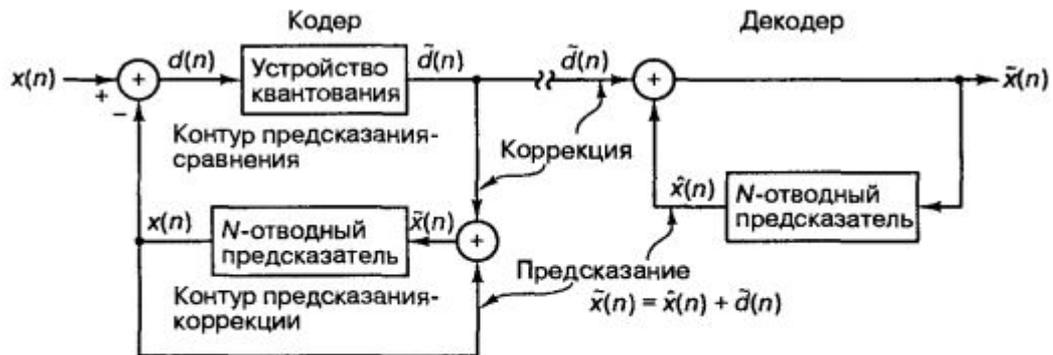
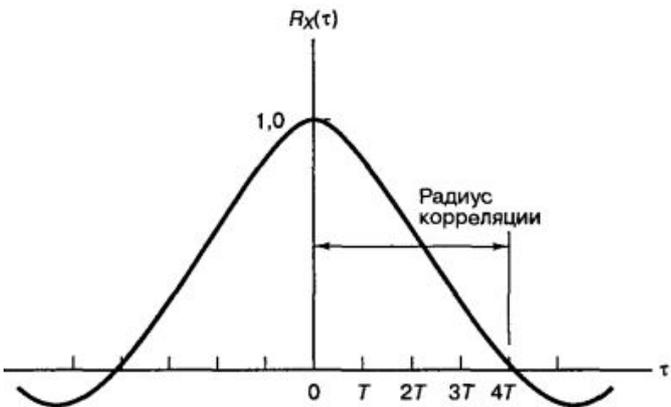
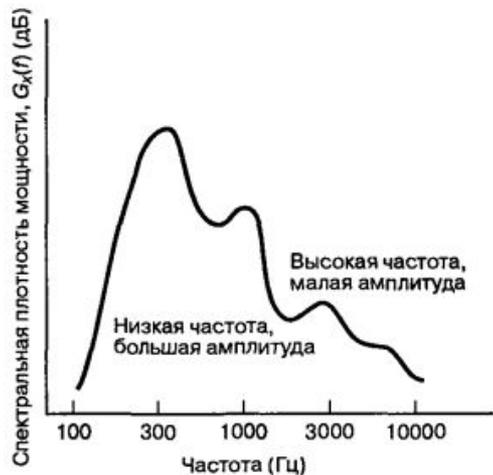


Рис. 13.20.  $N$ -отводный дифференциальный импульсно-кодовый модулятор с предсказанием

$$d(n) = x(n) - \hat{x}(n),$$

$$\tilde{d}(n) = \text{quant}[d(n)]$$

$$\tilde{x}(n) = \hat{x}(n) + \tilde{d}(n)$$

## II. Основные теоретические вопросы проектирования ПОР.

---

Одноотводное предсказание.

$$x(n|n-1) = ax(n-1|n-1)$$

$$\begin{aligned}d(n) &= [x(n) - x(n|n-1)] = \\ &= [x(n) - ax(n-1|n-1)]\end{aligned}$$

$$\mathbf{E}\{d^2(n)\} = \mathbf{E}\{x(n)x(n) - 2ax(n)x(n-1|n-1) + a^2x(n-1|n-1)x(n-1|n-1)\}$$

$$\begin{aligned}R_d(0) &= R_x(0) - 2aR_x(1) + a^2R_x(0) = \\ &= R_x(0)[1 + a^2 - 2aC_x(1)].\end{aligned}$$

$$\frac{\partial R_d(0)}{\partial a} = R_x(0)[2a - 2C_x(1)]$$

$$\begin{aligned}R_d^{\text{opt}}(0) &= R_x(0)[1 + a^{\text{opt}}C_x(1) - 2a^{\text{opt}}C_x(1)] = \\ &= R_x(0)[1 - a^{\text{opt}}C_x(1)] = \\ &= R_x(0)[1 - C_x^2(1)].\end{aligned}$$

Усиление предсказание для одноотводного фильтра LPC

а  $R_d^{\text{opt}}(0) = R_x(0)(1 - 0,64) = 0,36R_x(0)$       Усиление предсказания =  $1/(0,36) = 2,78$  или 4,44 дБ

)  
б)  $R_d(0) = 2R_x(0)(1 - 0,8) = 0,40R_x(0)$       Усиление предсказания =  $1/(0,40) = 2,50$  или 3,98 дБ

## II. Основные теоретические вопросы проектирования ПОР.

N-Одноотводное предсказание.

$$x(n|n-1) = a_1 x(n-1) + a_2 x(n-2) + \dots + a_N x(n-N)$$

$$\begin{aligned} d(n) &= x(n) - x(n|n-1) = \\ &= x(n) - a_1 x(n-1) - a_2 x(n-2) - \dots - a_N x(n-N) \end{aligned}$$

$$\mathbf{E}\{d(n)d(n)\} = \mathbf{E}\{[x(n) - x(n|n-1)]^2\}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_d(0)}{\partial a_j} &= \mathbf{E}\left\{2[x(n) - x(n|n-1)] \frac{\partial x(n|n-1)}{\partial a_j} x(n|n-1)\right\} = \\ &= \mathbf{E}\{2[x(n) - x(n|n-1)][-x(n-j)]\} = \\ &= 2\mathbf{E}\{[x(n) - a_1 x(n-1) - a_2 x(n-2) - \dots - a_N x(n-N)][-x(n-j)]\} = \\ &= 2[R_x(j) - a_1 R_x(j-1) - a_2 R_x(j-2) - \dots - a_N R_x(j-N)]. \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} R_x(1) \\ R_x(2) \\ R_x(3) \\ \vdots \\ \vdots \\ R_x(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_x(0) & R_x(-1) & R_x(-2) & \dots & R_x(-N+1) \\ R_x(1) & R_x(0) & R_x(-1) & \dots & R_x(-N+2) \\ R_x(2) & R_x(1) & R_x(0) & \dots & R_x(-N+3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_x(N-1) & R_x(N-2) & R_x(N-3) & \dots & R_x(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix}^{\text{opt}}$$

$$\mathbf{r}_x(1, N) = \mathbf{R}_{xx}^{\text{opt}},$$

$$\begin{aligned} R_d(0) &= \mathbf{E}\{[x(n) - \mathbf{a}^T \mathbf{x}(n-1)][x(n) - \mathbf{x}^T(n-1) \mathbf{a}]\} = \\ &= R_x(0) - \mathbf{r}_x^T(1, N) \mathbf{a} - \mathbf{a}^T \mathbf{r}_x(-1, -N) + \mathbf{a}^T \mathbf{R}_{xx} \mathbf{a}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_d(0) &= R_x(0) - \mathbf{r}_x^T(1, N) \mathbf{a}^{\text{opt}} - \mathbf{a}^{\text{opt}T} \mathbf{r}_x(-1, -N) + \mathbf{a}^{\text{opt}T} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{a}^{\text{opt}} = \\ &= R_x(0) - \mathbf{r}_x^T(-1, -N) \mathbf{a}^{\text{opt}}. \end{aligned}$$

## II. Основные теоретические вопросы проектирования ПОР.

---

N-Одноотводное предсказание.

$$\begin{bmatrix} R_x(0) & R_x(-1) & R_x(-2) & R_x(-3) & \dots & R_x(-N) \\ R_x(1) & R_x(0) & R_x(-1) & R_x(-2) & \dots & R_x(-N+1) \\ R_x(2) & R_x(1) & R_x(0) & R_x(-1) & \dots & R_x(-N+2) \\ R_x(3) & R_x(2) & R_x(1) & R_x(0) & \dots & R_x(-N+3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_x(N) & R_x(N-1) & R_x(N-2) & R_x(N-3) & \dots & R_x(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -a_1 \\ -a_2 \\ -a_3 \\ \vdots \\ -a_N \end{bmatrix}^{\text{opt}} = \begin{bmatrix} R_d(0) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

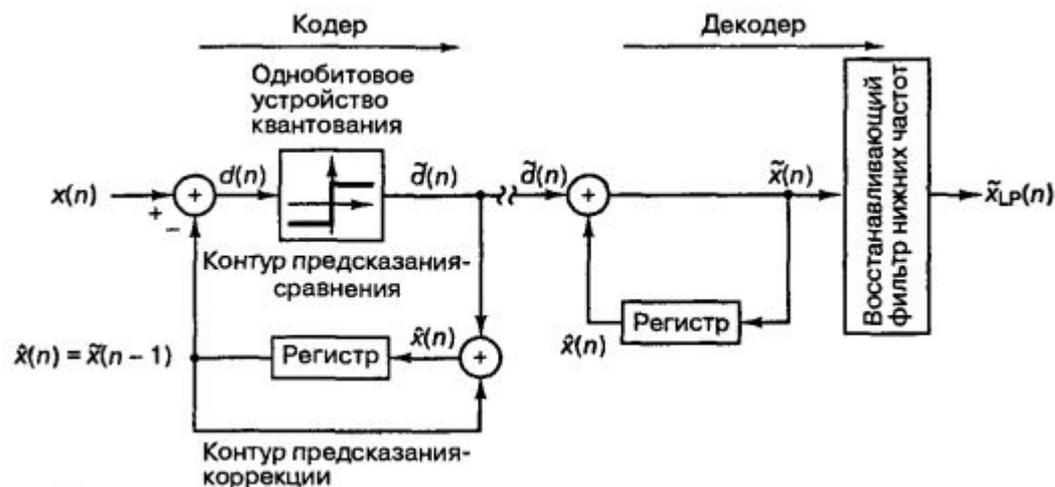
$$R_d(0) = R_x(0)[1 - a_1 C_x(1) - a_2 C_x(2) - \dots - a_N C_x(N)].$$

## II. Основные теоретические вопросы проектирования ПОР.

Дельта-модуляция.

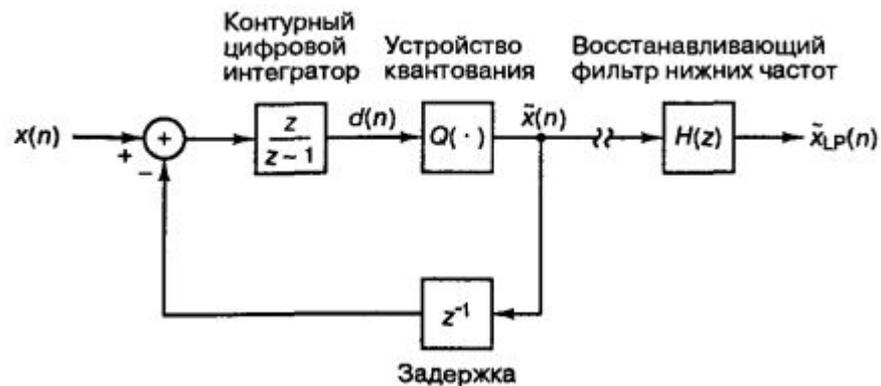
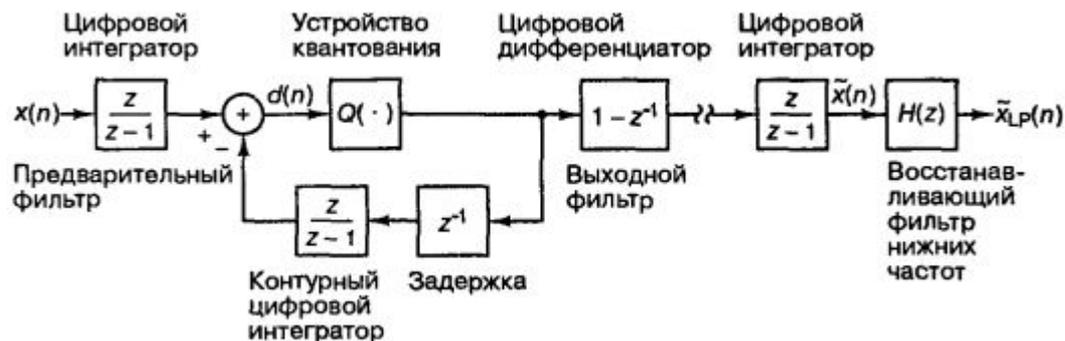
$$x(n|n-1) = x(n-1|n-1)$$

$$d(n) = x(n) - x(n|n-1),$$



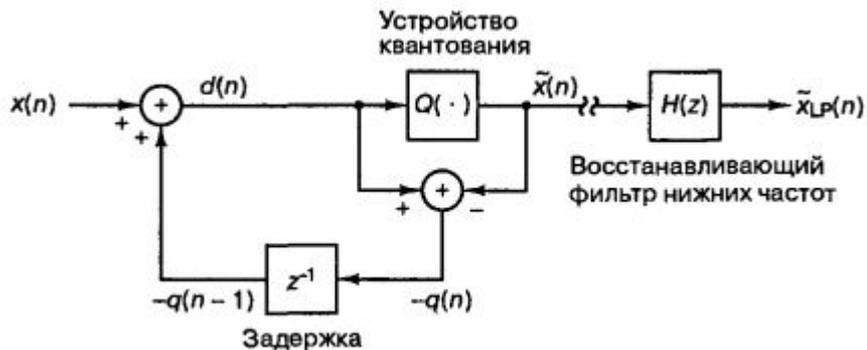
## II. Основные теоретические вопросы проектирования ПОР.

### Сигма-дельта-модуляция.



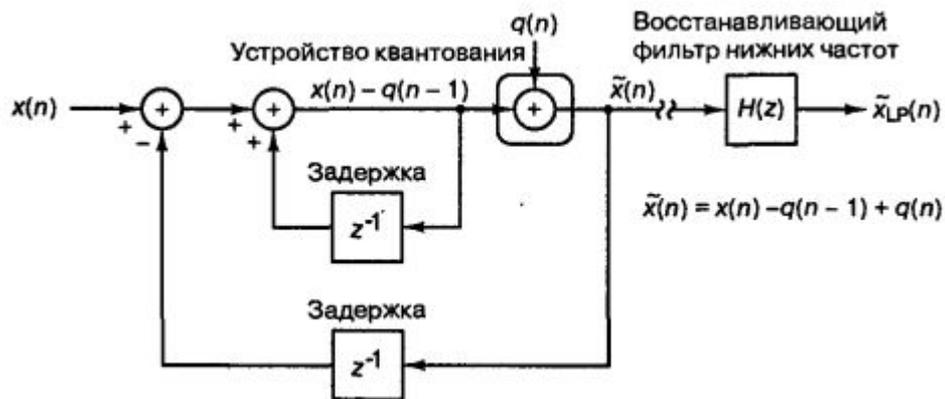
## II. Основные теоретические вопросы проектирования ПОР.

### Сигма-дельта-модуляция.



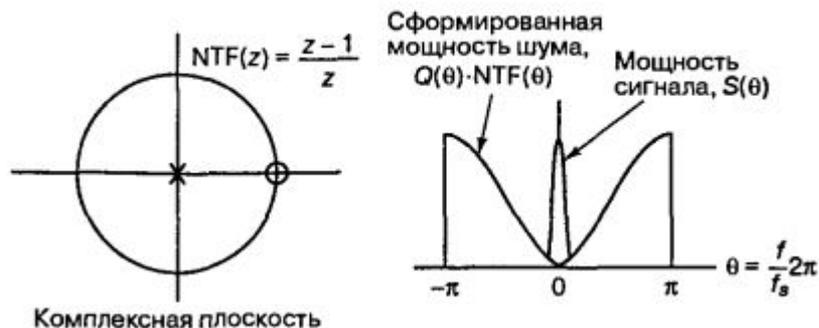
$$y(n) = \tilde{x}(n) = x(n) - q(n-1) + q(n) = x(n) + [q(n) - q(n-1)],$$

$$Y(Z) = X(Z) - Z^{-1}Q(Z) + Q(Z) = X(Z) + Q(Z)[1 - Z^{-1}] = X(Z) + Q(Z)\frac{Z-1}{Z}.$$



## II. Основные теоретические вопросы проектирования ПОР.

### Шум сигма-дельта-модулятора.

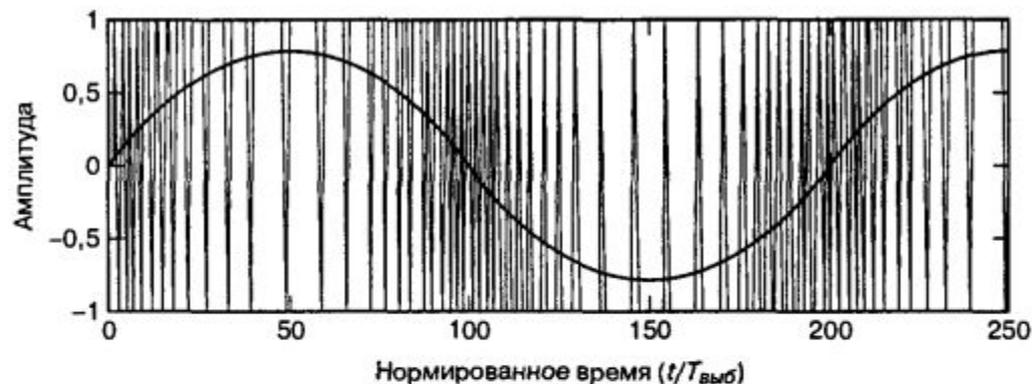


$$\begin{aligned}
 H^2(\omega) &= \left[ 2 \sin\left(\frac{\omega}{2\omega_s}\right) \right]^2 = \\
 &= 2 \left[ 1 - \cos\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right) \right] = \\
 &= 2 \left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{1}{2!} \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2 + \dots + \right] \right\} \approx \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2 = \left(\frac{f}{f_s}\right)^2
 \end{aligned}$$

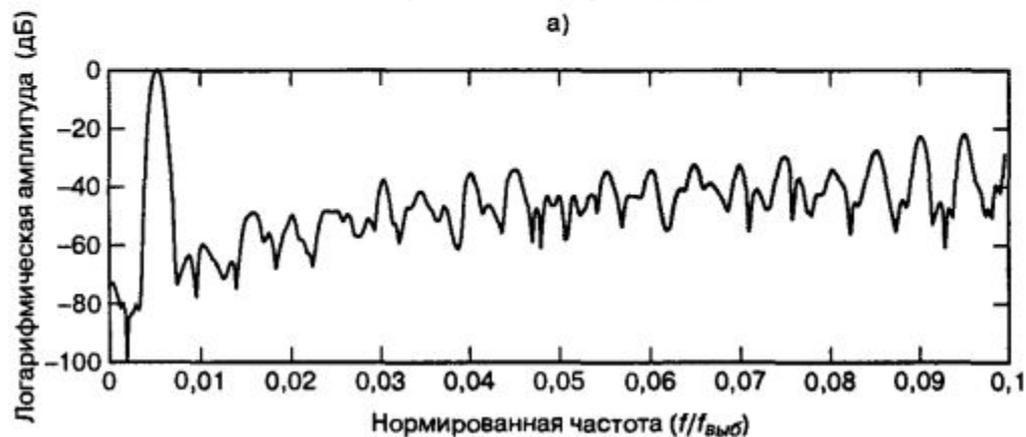
$$N(\omega) = \frac{N_0}{2} \int_{-f_{BW}}^{f_{BW}} \left(\frac{f}{f_s}\right)^2 df = \frac{N_0}{2} \frac{1}{3} \left(\frac{f}{f_s}\right)^3 \Bigg|_{f=-f_{BW}}^{f=f_{BW}} = \frac{N_0}{3} \left(\frac{f_{BW}}{f_s}\right)^3$$

## II. Основные теоретические вопросы проектирования ПОР.

### Сигма-дельта АЦП и ЦАП



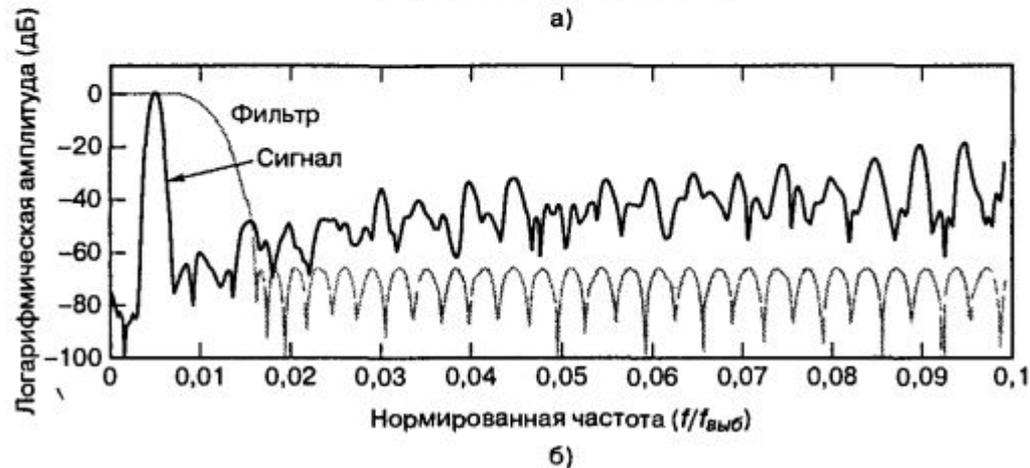
а)



б)

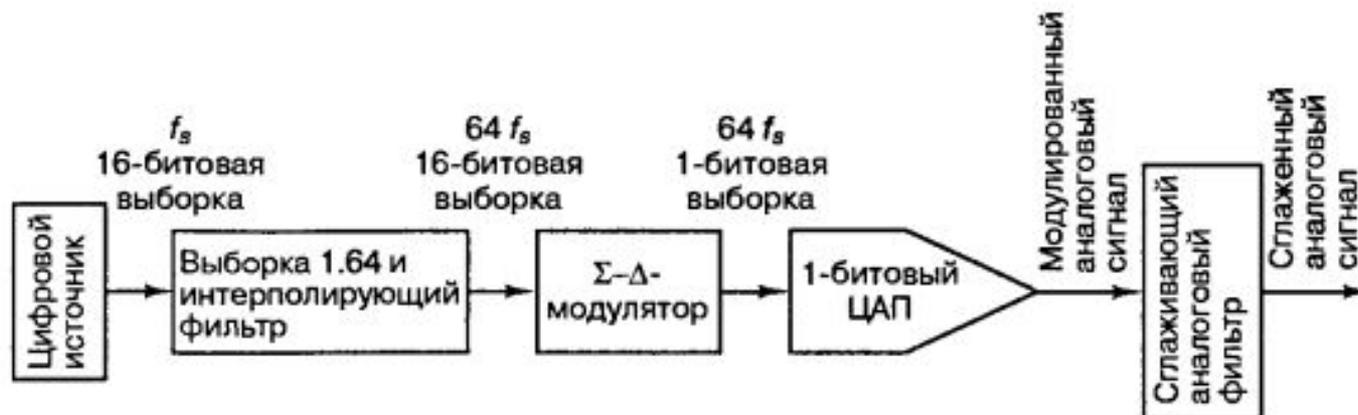
## II. Основные теоретические вопросы проектирования ПОР.

### Сигма-дельта АЦП и ЦАП



## II. Основные теоретические вопросы проектирования ПОР.

Сигма-дельта АЦП и ЦАП.





Московский Авиационный  
(Национальный Исследовательский  
Институт  
Университет)

---

**Спасибо за внимание.**