

**Муниципальное бюджетное общеобразовательное
учреждение гимназия № 19 им.Н.З.Поповичевой
г.Липецка**

**Урок алгебры в 10 классе по теме:
«Простейшие тригонометрические
уравнения»**

**Автор: Маликова О.Г.,
учитель математики**

*«Стоя на одном месте
новых горизонтов
не откроешь.»*



arccos a ? *arccos (-a)*
arcsin a ? *arcsin (-a)*

Если $|a| \leq 1$ \Rightarrow $\arccos a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \cos t = a, \\ 0 \leq t \leq \pi \end{cases}$

\Rightarrow $\arcsin a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \sin t = a, \\ -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$



$\arccos (-a) = \pi - \arccos a$

$\arcsin (-a) = -\arcsin a$

Имеет ли смысл выражение?

$$\arccos(\sqrt{5} - 3)$$

$$\arcsin(3 - \sqrt{17})$$

$$\arccos\left(\frac{\pi}{3} - 4\right)$$

$$\arcsin\left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\cos(\arccos 2)$$

$$\arccos(\cos 2)$$

Вычислите:

$$\arcsin\left(\sin \frac{\pi}{3}\right) + \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\sin\left(\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$$

**Решите
уравнение:**

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos x = 7^0$$

$$3 \sin x = \sqrt{10}$$

$$\cos x = \frac{1}{3}$$

Ответы:

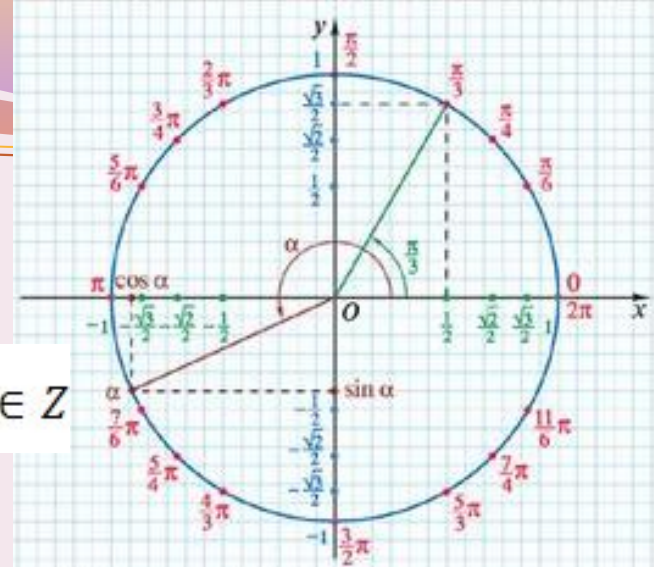
$$\frac{7\pi}{6} + 2\pi n; \frac{11\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

$$\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

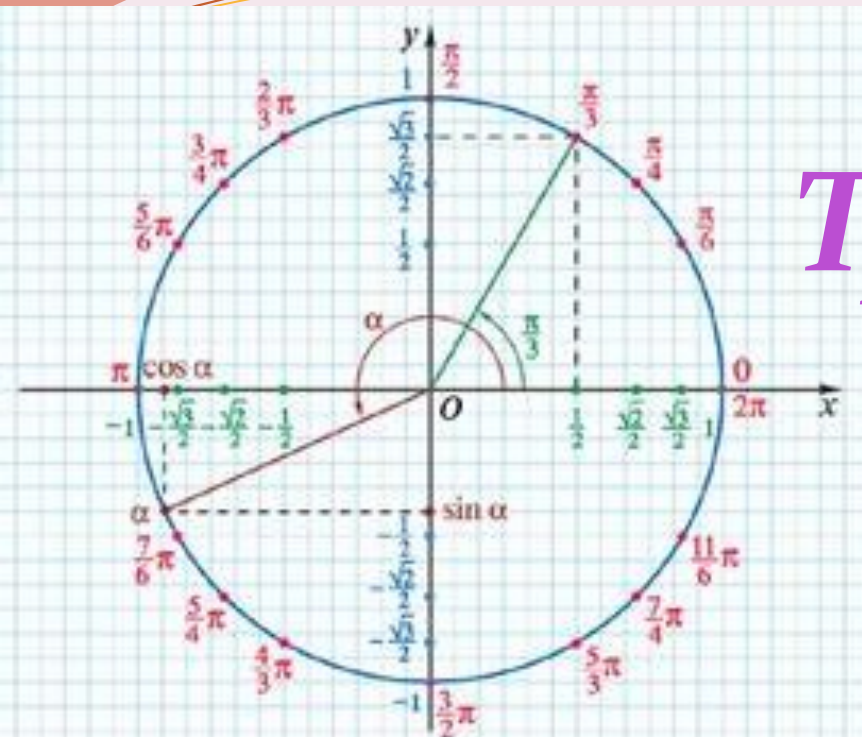
$$2\pi n, n \in Z$$

корней нет

?



Тригонометрические уравнения



Пусть числу α соответствует точка на числовой окружности.

Абсцисса этой точки
называется косинусом числа α .

Ордината этой точки
называется синусом числа α .

Например:

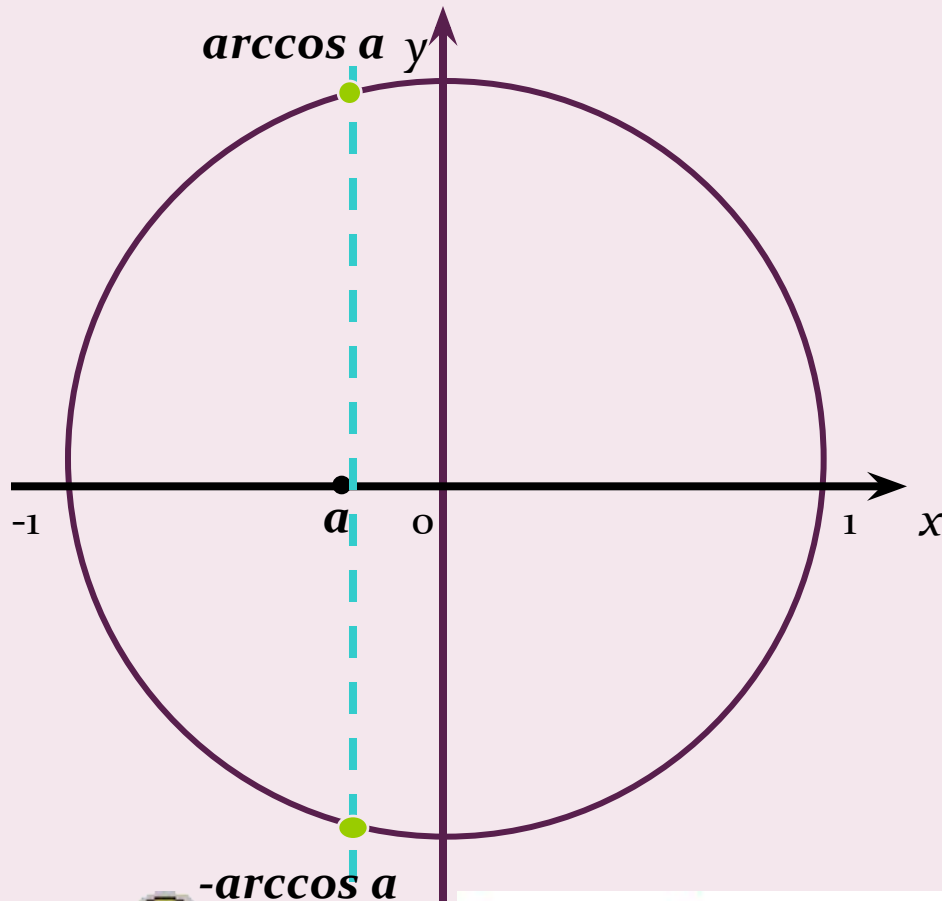
$$\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \cos \frac{7\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \sin \pi = 0;$$

$$\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos 0 = 1; \quad \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1; \quad \sin \frac{13\pi}{6} = \frac{1}{2}.$$

Запомните основные значения:

$$-1; -\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 1$$

Уравнение $\cos t = a$



1. Проверить условие $|a| \leq 1$
2. Отметить точку a на оси абсцисс.
3. Построить перпендикуляр в этой точке.
4. Отметить точки пересечения перпендикуляра с окружностью .
5. Полученные точки – решение уравнения $\cos t = a$.
6. Записать общее решение уравнения.



$$t = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи уравнения $\cos t = a$

$$\cos t = 1$$

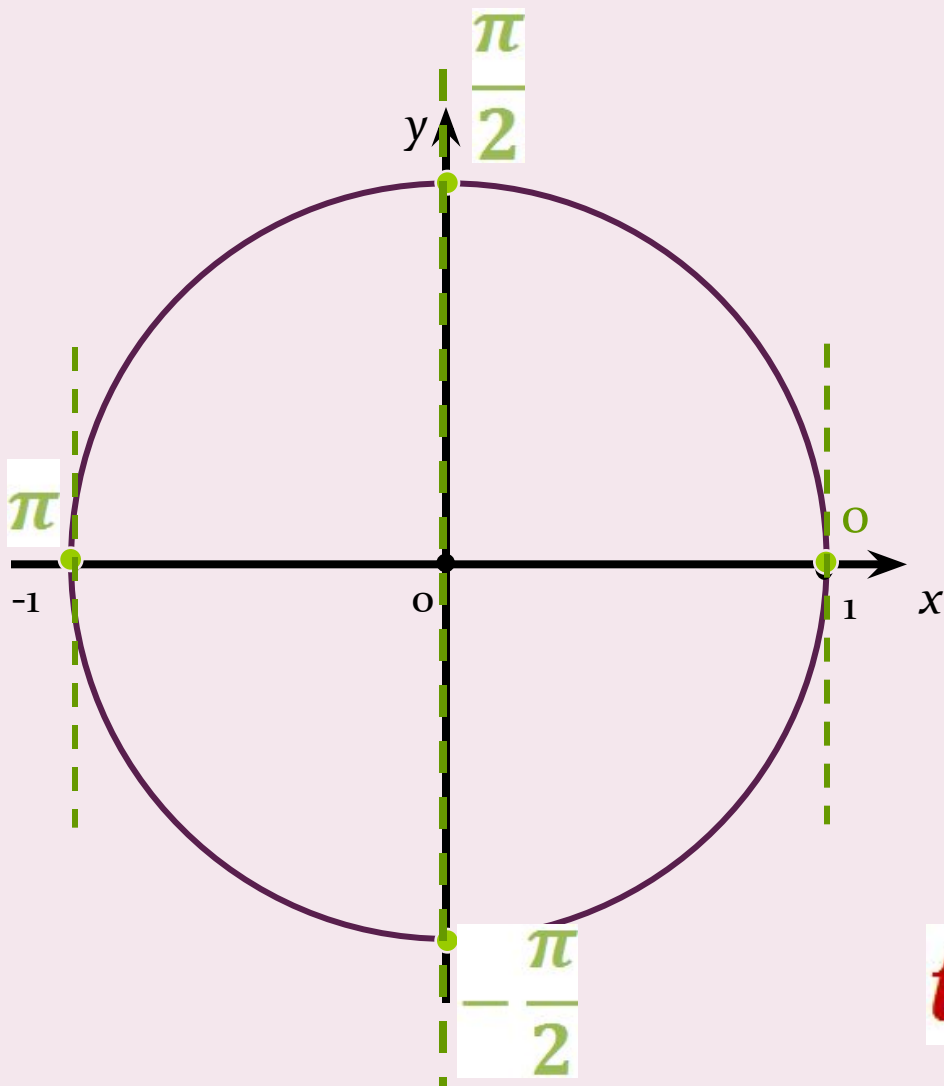
$$t = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos t = 0$$

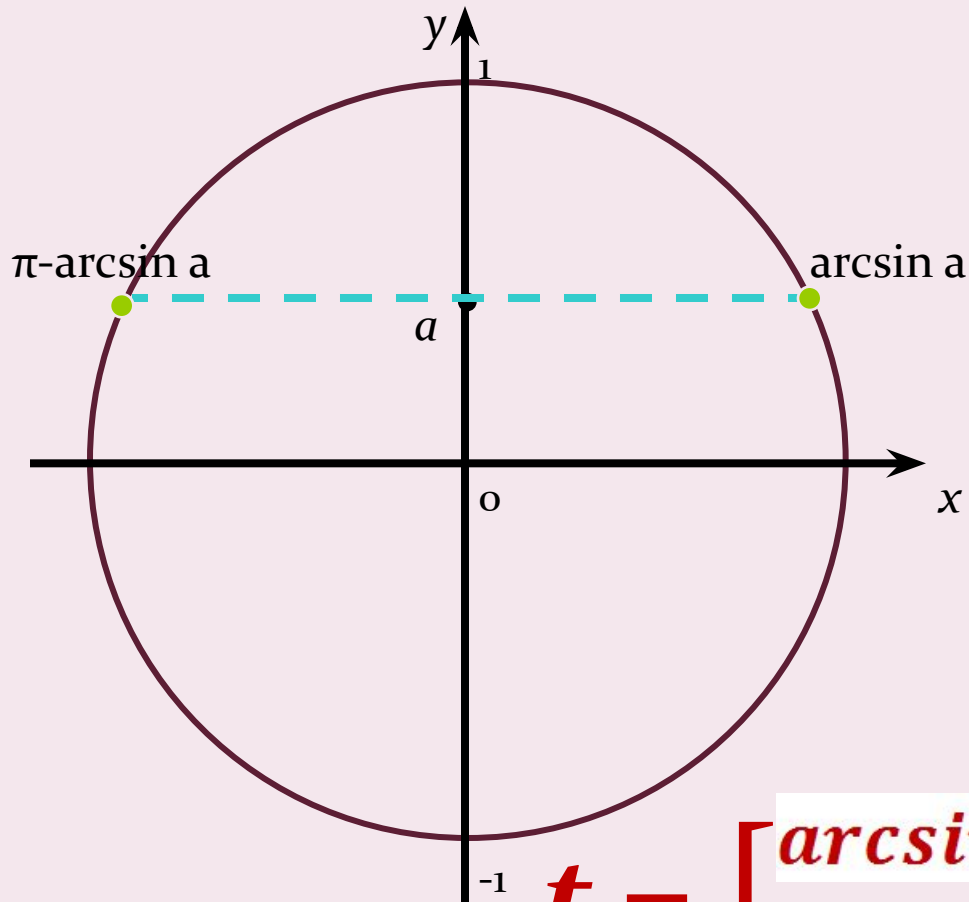
$$t = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos t = -1$$

$$t = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Уравнение $\sin t = a$



1. Проверить условие $|a| \leq 1$
2. Отметить точку a на оси ординат.
3. Построить перпендикуляр в этой точке.
4. Отметить точки пересечения перпендикуляра с окружностью.
5. Полученные точки – решение уравнения $\sin t = a$.
6. Записать общее решение уравнения.

$$t = \begin{cases} \arcsin a + 2\pi k, \\ \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$t = \arcsin a + \pi \cdot 2k,$$

$$t = -\arcsin a + \pi(2k + 1)$$

$$t = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



Частные случаи уравнения $\sin t = a$

$$\sin t = 1$$

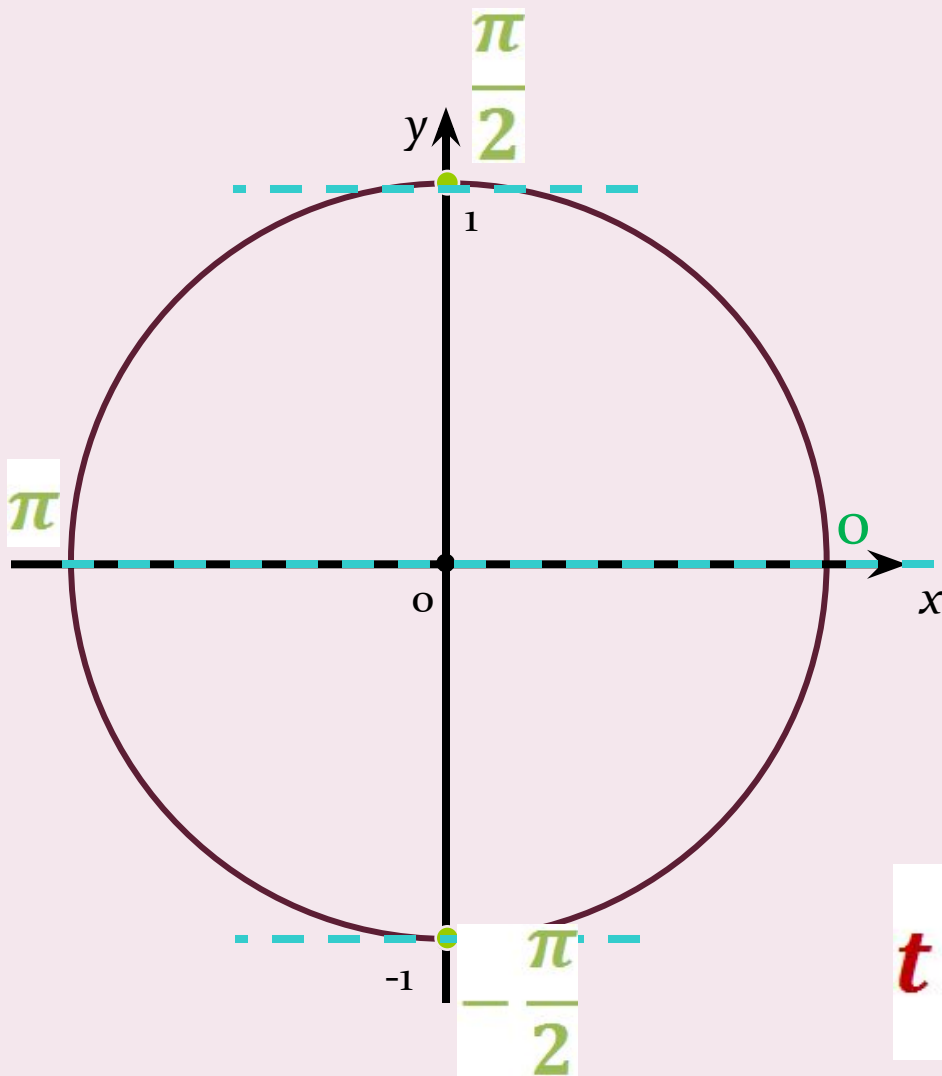
$$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin t = 0$$

$$t = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin t = -1$$

$$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Решите уравнения:

$$\cos x = \frac{1}{3}$$

$$x = \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k, k \in Z$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^n \arcsin \left(-\frac{1}{2}\right) + \pi n;$$

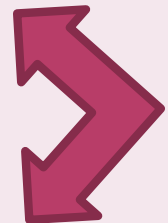
$$x = (-1)^n \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \pi n;$$

$$x = (-1)^n (-1) \frac{\pi}{6} + \pi n;$$

$$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$$

Сравните:

$$\frac{7\pi}{6} + 2\pi n; \frac{11\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$



Решите уравнение:

$$1) (2\cos x + 1)(2\sin x - \sqrt{3}) = 0$$

$$2) 2\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{x}{6}\right) = \sqrt{3}$$



Проверь себя!

$$\cos t = a, |a| \leq 1$$

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin t = a, |a| \leq 1$$

$$t = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

а) $2 \sin x + \sqrt{2} = 0;$

б) $6 \cos x - 3 = 0;$

в) $2 \cos x = -\sqrt{3};$

г) $\sqrt{3} - \sqrt{6} \cos x = 0;$

д) $2\sqrt{3} \sin x - 3 = 0.$

ОТВЕТЫ:

$$\text{а) } (-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$$

$$\text{б) } \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

$$\text{в) } \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

$$\text{д) } (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$$

$$\text{г) } \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

Решите уравнение:

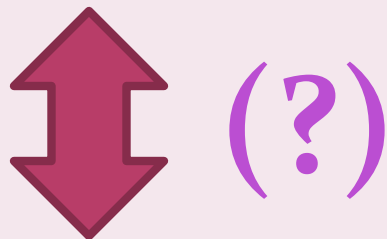
$$3) (\sqrt{2}\cos x - 1)\sqrt{4x^2 - 7x + 3} = 0$$

Домашнее

задание: § 22 (п.1-3) № 11(б), 14,
31, 33(в)*,

тест: www.uztest.ru

$$t = \begin{cases} \arcsin a + 2\pi k, \\ \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



$$t = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

«Уравнение есть равенство, которое ещё не является истинным, но которое стремятся сделать истинным, не будучи уверенным, что этого можно достичь.»

А.Фуше



**Спасибо
за внимание!**



Список использованной литературы

1. А.Г.Мордкович, П.В.Семёнов. Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень), 11 класс. Ч. 1 – М: Мнемозина, 2012

Использованные Интернет-ресурсы

1. <http://www.buklit.ru/covers/76558.jpg>
2. http://freeshop.am/images/2012/02/23/264606/АКСУА-GOK-JOB-USUMNAKAN-K-ENTRON-HRAVIRUM-E-HAMAKARGCHAYIN-ANVCHAR-DASNTACNERI_1.jpg