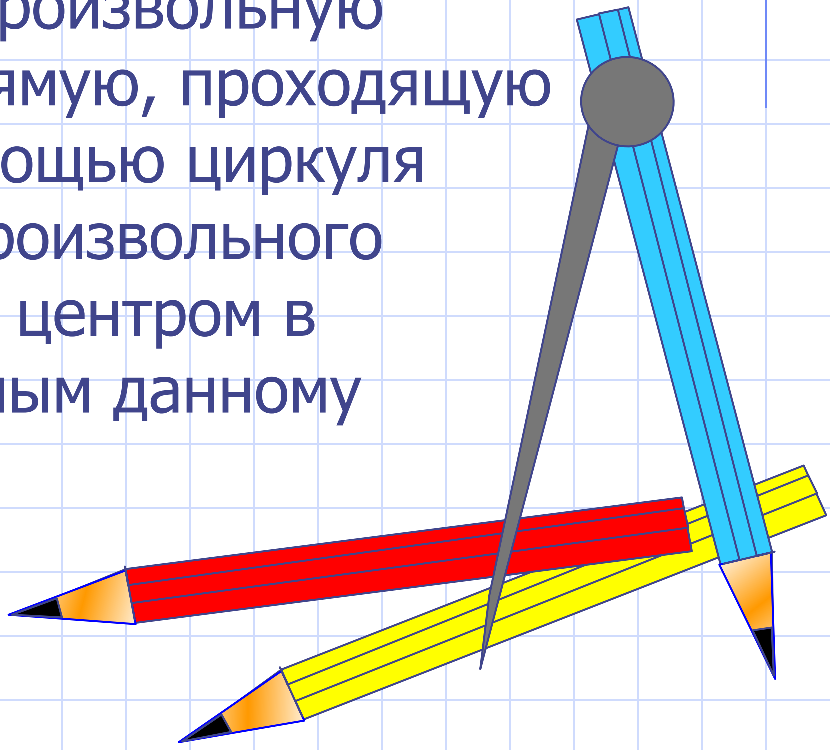
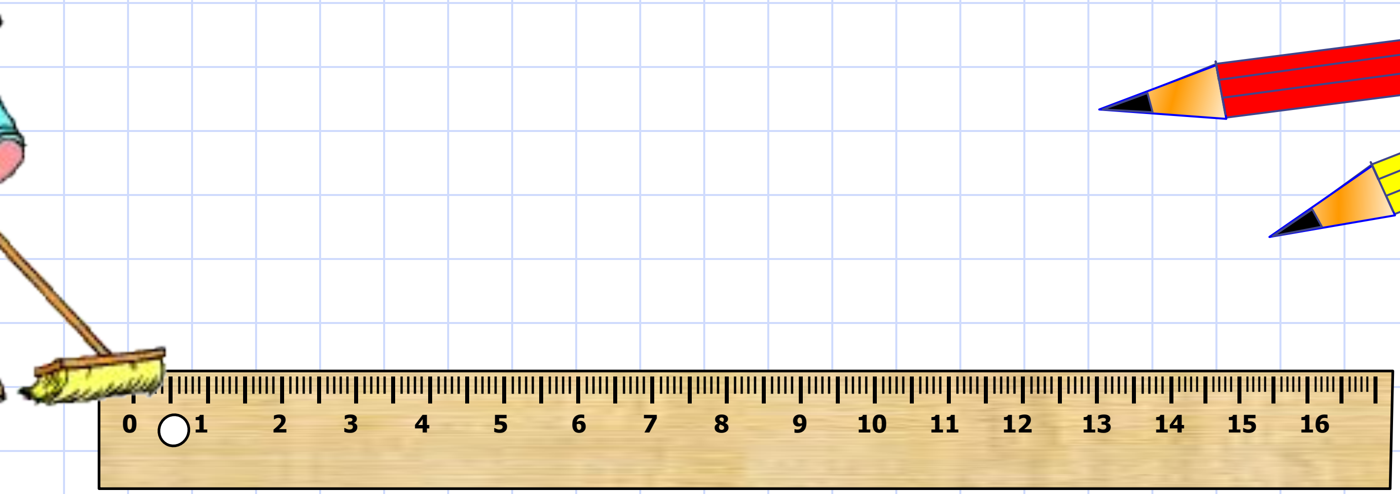
Геометрия - 7

Задачи на построение

В геометрии выделяют задачи на построение, которые можно решить только с помощью двух инструментов: циркуля и линейки без масштабных делений.

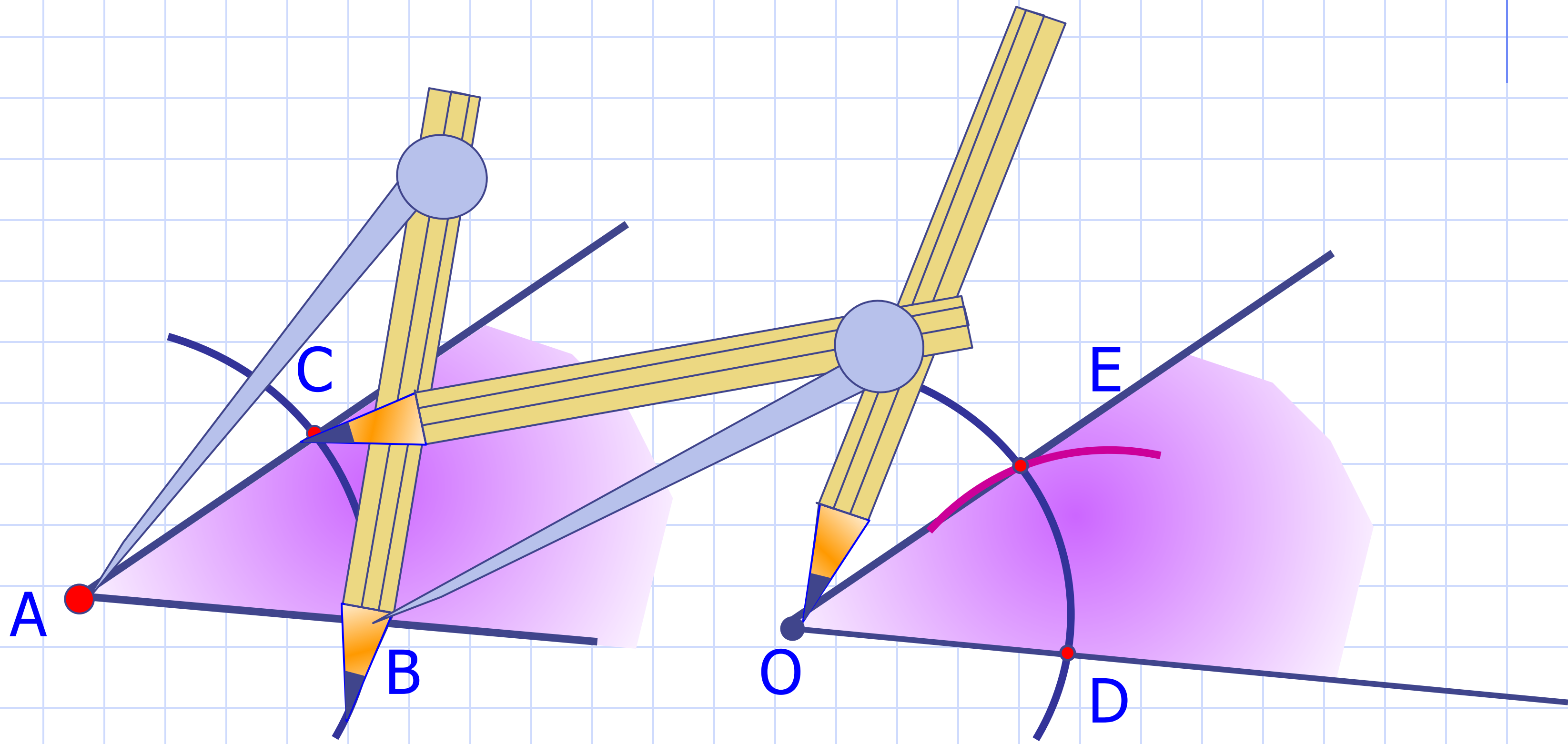
Линейка позволяет провести произвольную прямую, а также построить прямую, проходящую через две данные точки; с помощью циркуля можно провести окружность произвольного радиуса, а также окружность с центром в данной точке и радиусом, равным данному отрезку.





Построение угла, равного данному.

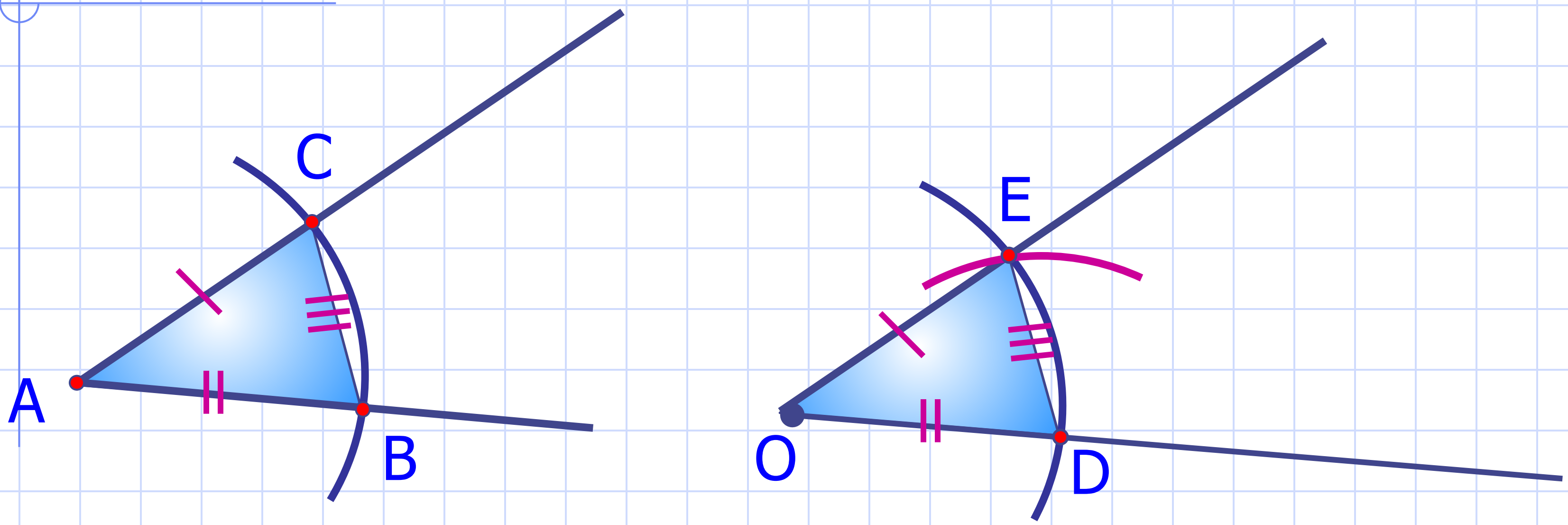
Дано: угол А.



Теперь докажем, что построенный угол равен данному.

Построение угла, равного данному.

Дано: угол А. Построили угол О.



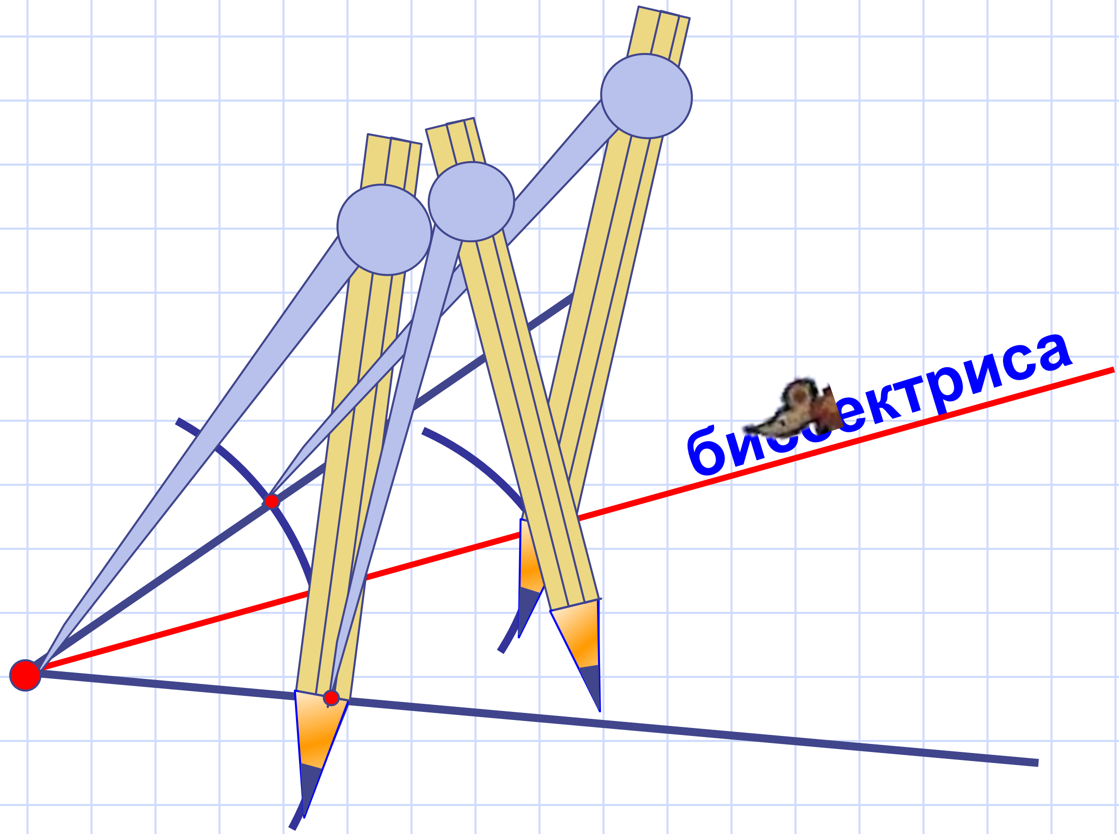
Доказать: $\angle A = \angle O$

Доказательство: рассмотрим треугольники АВС и ODE.

1. AC=OE, как радиусы одной окружности.
2. AB=OD, как радиусы одной окружности.
3. BC=DE, как радиусы одной окружности.

Δ ABC= ΔODE (3 приз.) $\Rightarrow$ $\angle A = \angle O$

Построение биссектрисы угла.



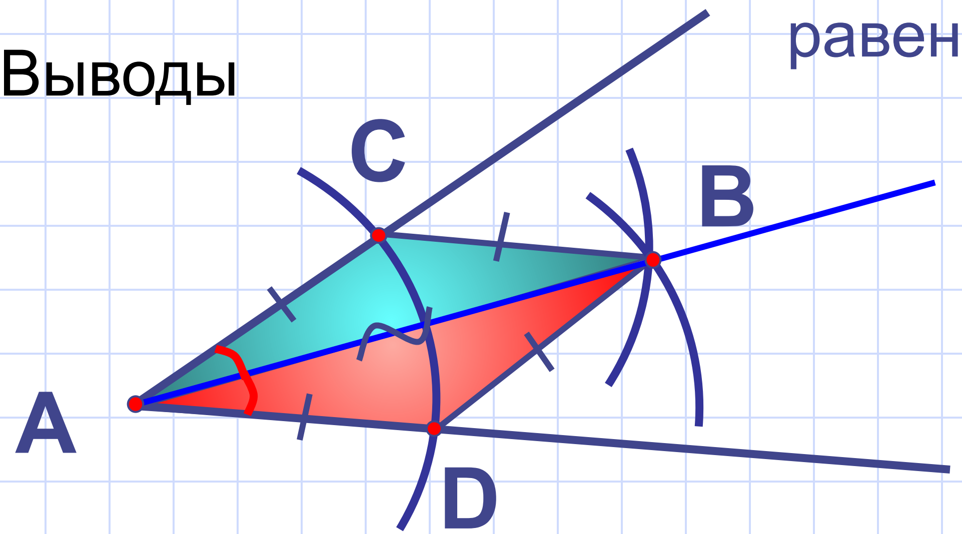
Докажем, что луч АВ – биссектриса $\angle$A

П Л А Н

1. Дополнительное построение.
2. Докажем равенство треугольников Δ АСВ и Δ ADB.
   1. АС=AD, как радиусы одной окружности.
   2. СВ=DВ, как радиусы одной окружности.
   3. АВ – общая сторона.

ΔАСВ = Δ ADB, по ***III*** признаку равенства треугольников

3. Выводы

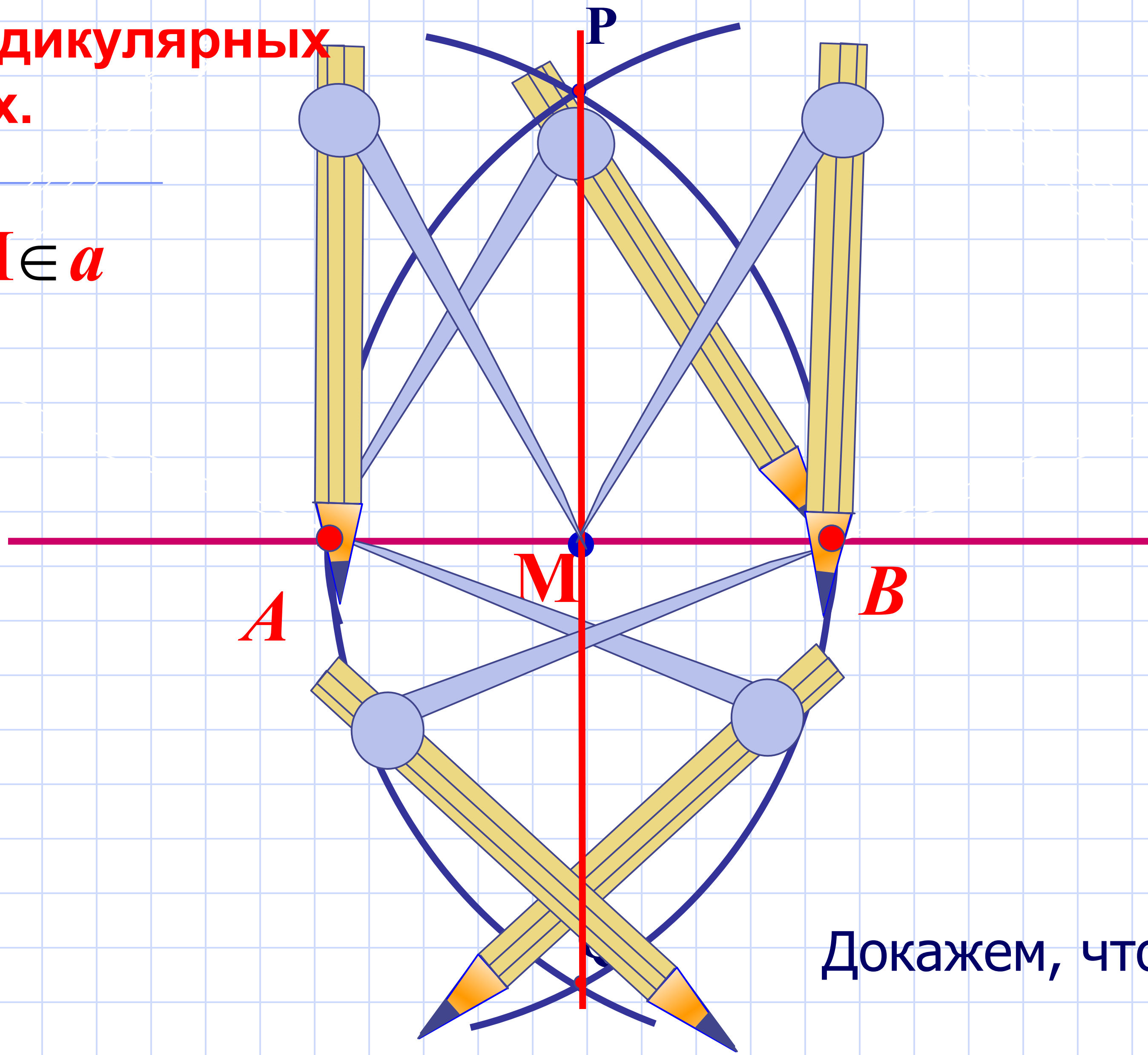


$$\angle CAB = \angle DAB$$

Луч АВ – биссектриса

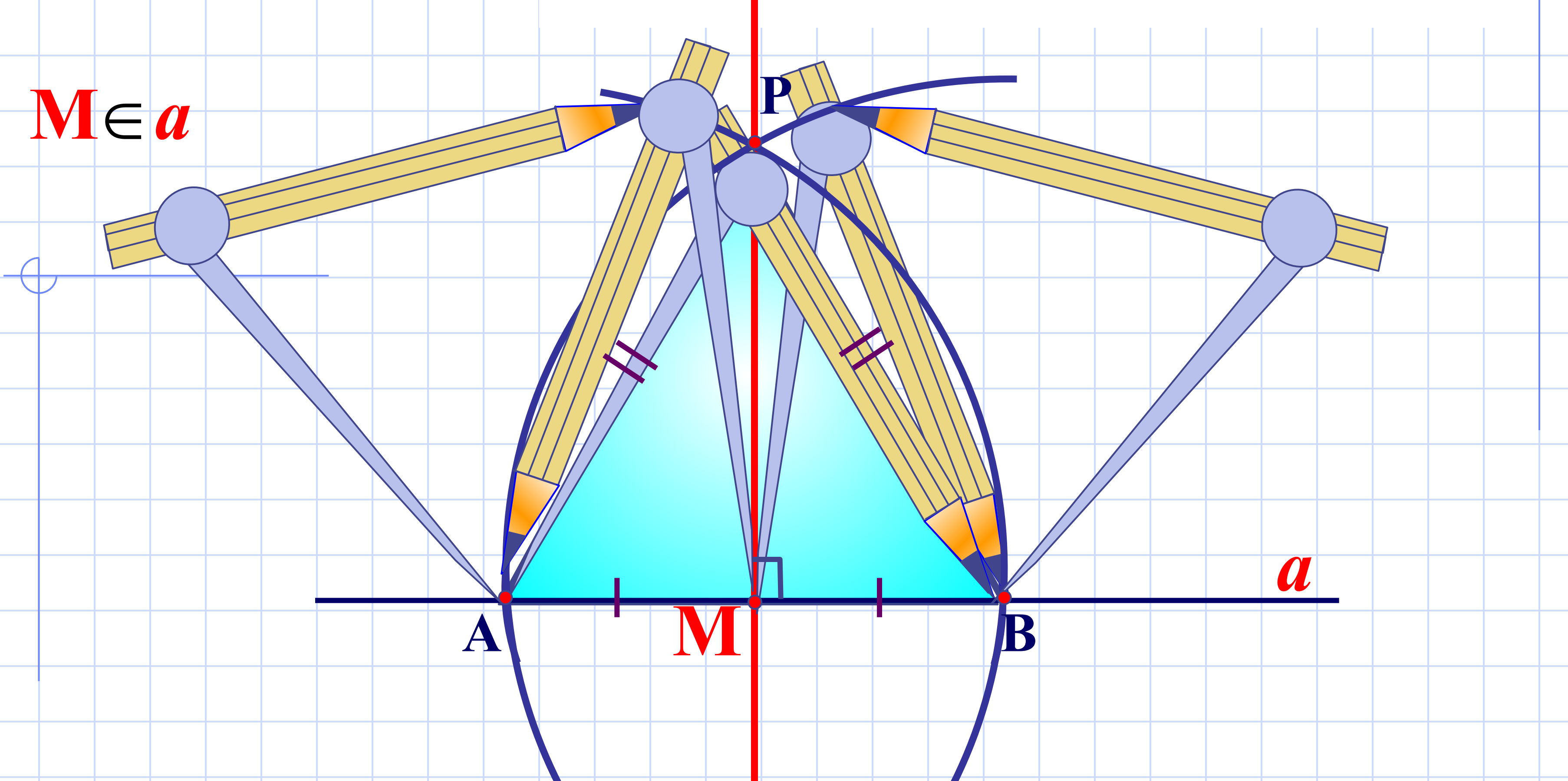
Построение перпендикулярных прямых.

$M \in a$



Докажем, что $a \perp PM$

$M \in a$

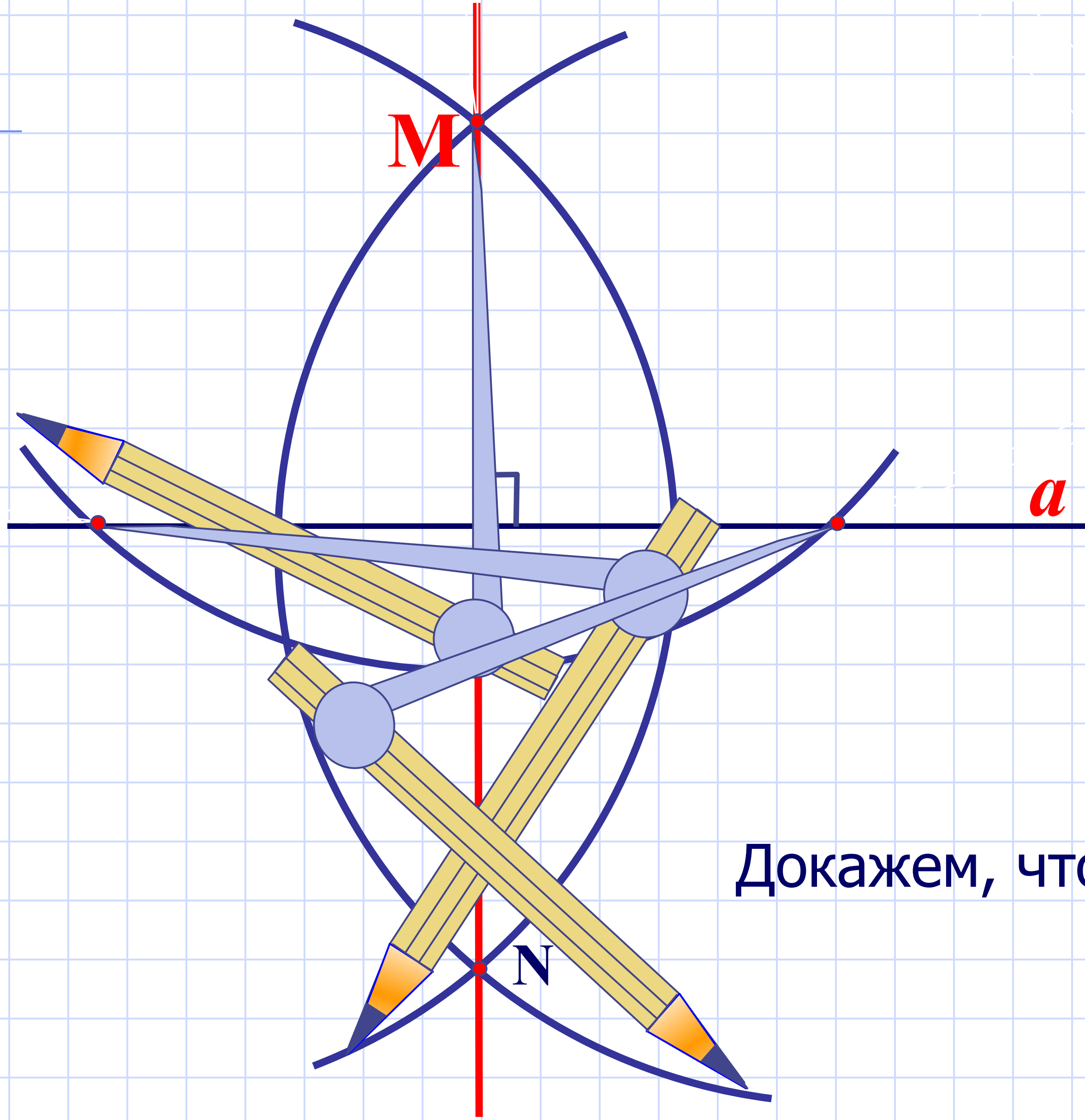


Докажем, что $a \perp PM$

1. AM=MB, как радиусы одной окружности.
2. AP=PB, как радиусы одной окружности
   APB р/б
3. PM медиана в р/б треугольнике является также ВЫСОТОЙ.
   Значит, $a \perp PM$.

Построение перпендикулярных прямых.

$M \notin a$



Докажем, что $a \perp MN$

Докажем, что $a \perp MN$

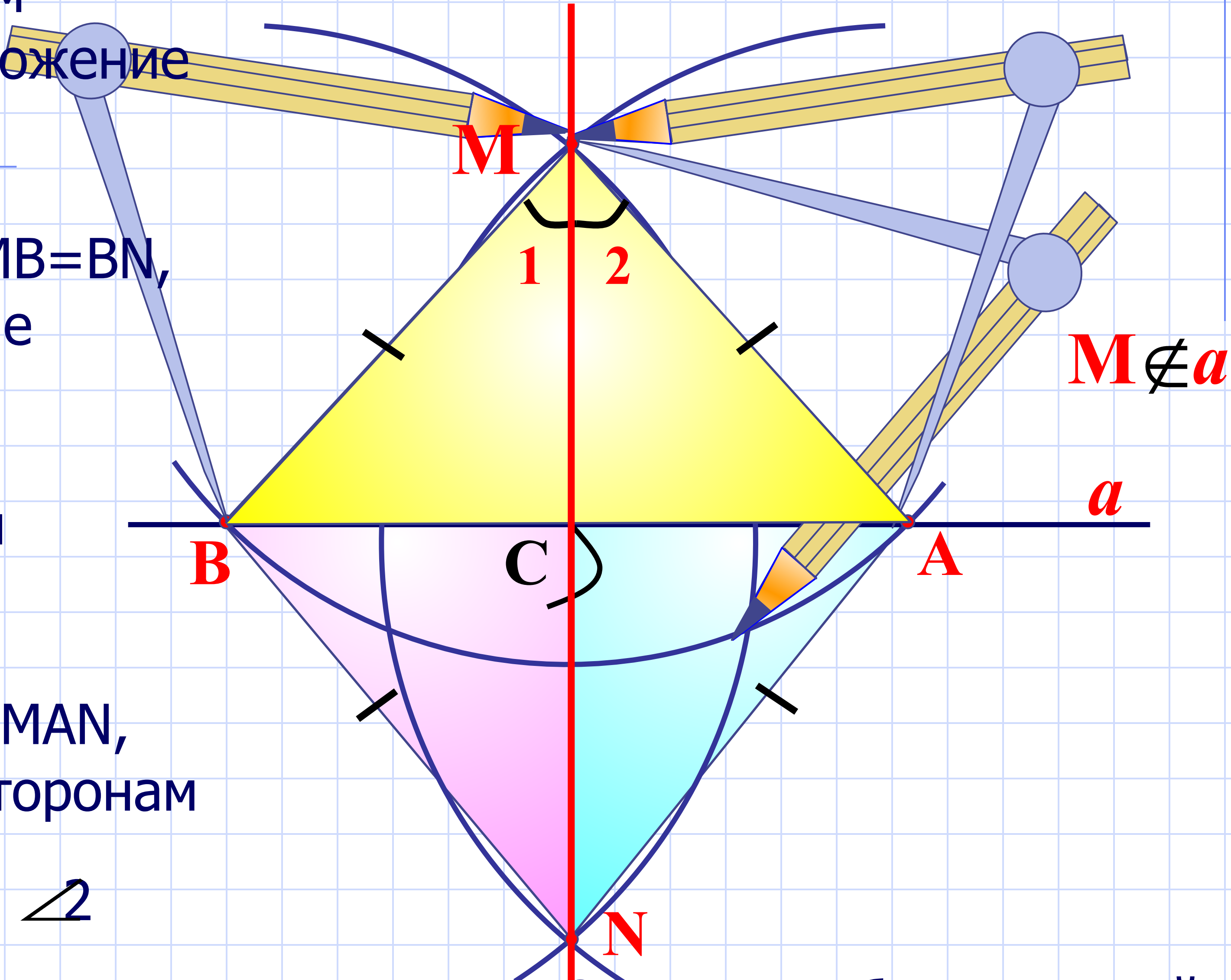
Посмотрим на расположение циркулей.

AM=AN=MB=BN, как равные радиусы.

MN-общая сторона.

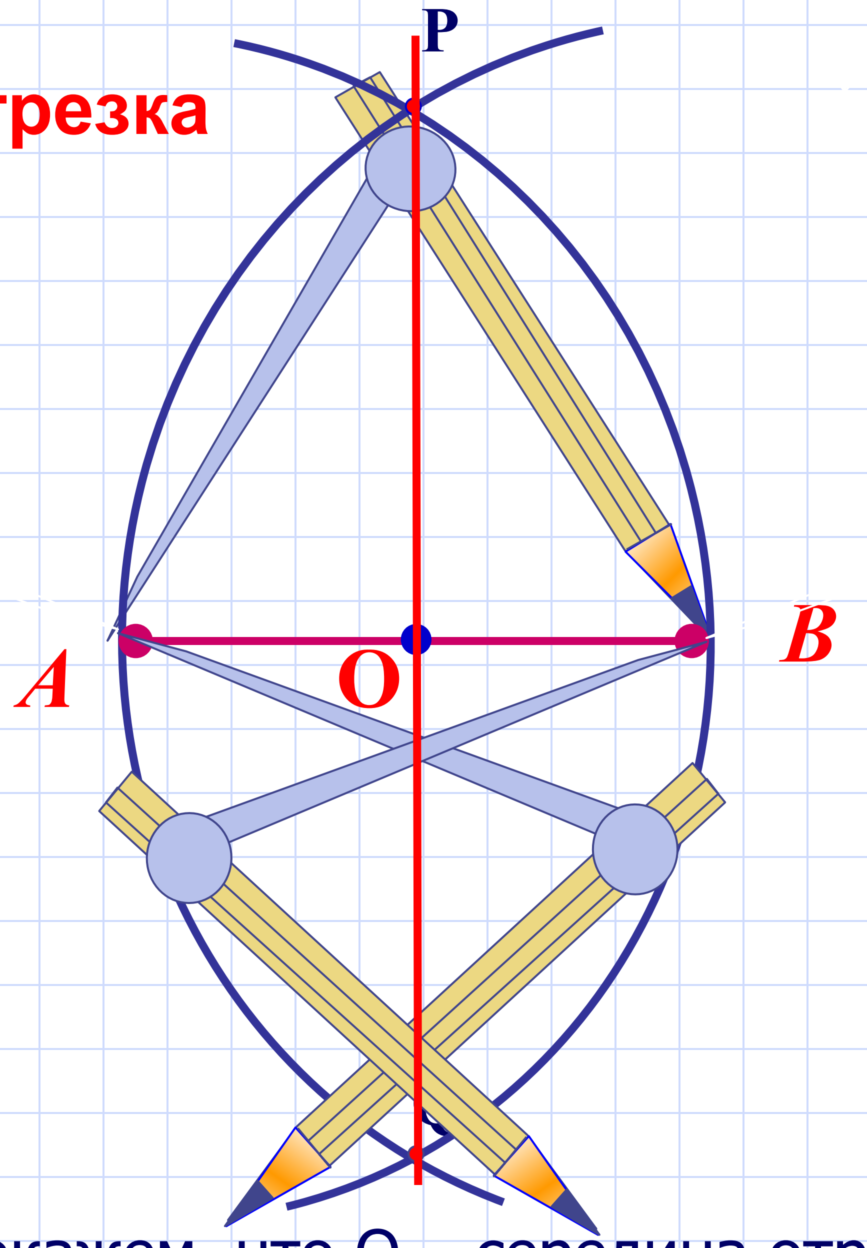
ΔMBN= ΔMAN, по трем сторонам

$\angle 1 = \angle 2$



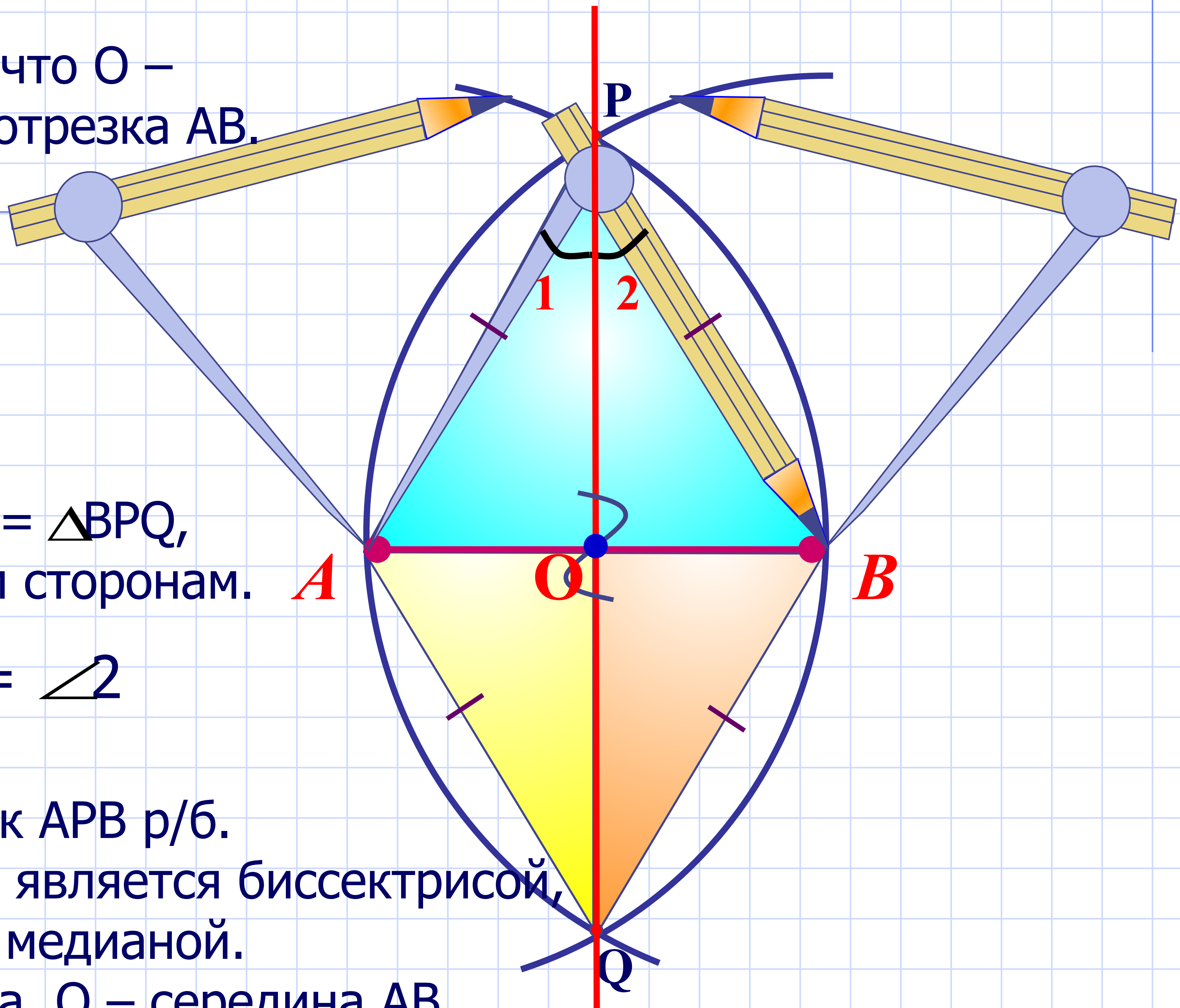
В р/б треугольнике AMB отрезок MC является биссектрисой, а значит, и высотой. Тогда, $a \perp MN$.

Построение середины отрезка



Докажем, что О – середина отрезка АВ.

Докажем, что О – середина отрезка АВ.



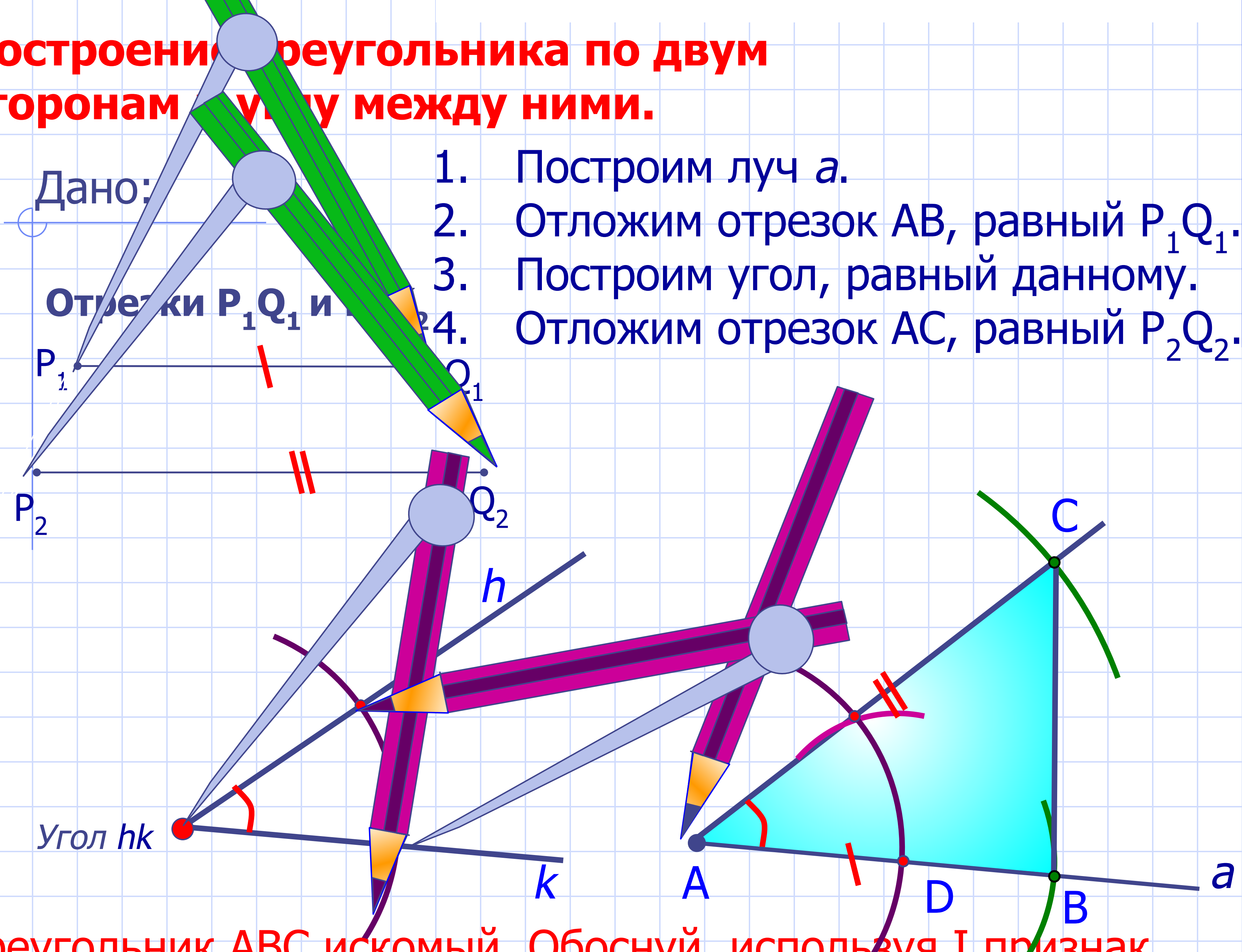
$\triangle APQ = \triangle BPQ$, по трем сторонам.

$\angle 1 = \angle 2$

Треугольник АРВ р/б.
Отрезок РО является биссектрисой, а значит, и медианой.
Тогда, точка О – середина АВ.

Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними.

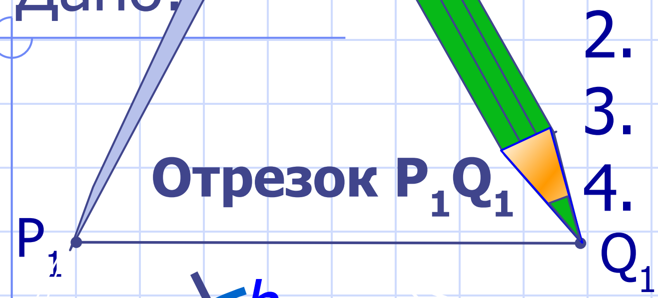
1. Построим луч *a*.
2. Отложим отрезок AB, равный P_1Q_1.
3. Построим угол, равный данному.
4. Отложим отрезок AC, равный P_2Q_2.



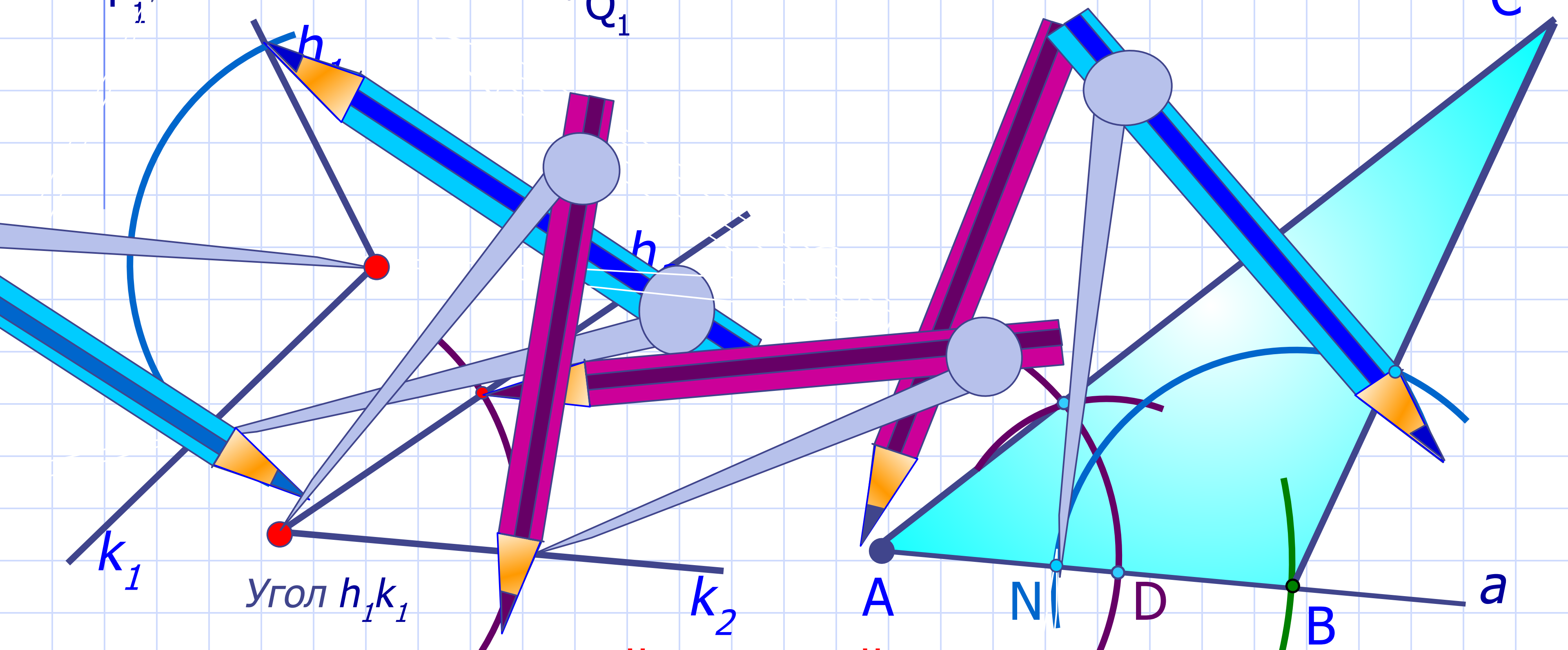
Треугольник ABC искомый. Обоснуй, используя I признак.

Построение треугольника по стороне и двум прилежащим к ней углам.

Дано:



1. Построим луч *a*.
2. Отложим отрезок AB, равный P_1Q_1.
3. Построим угол, равный данному h_1k_1.
4. Построим угол, равный h_2k_2 .

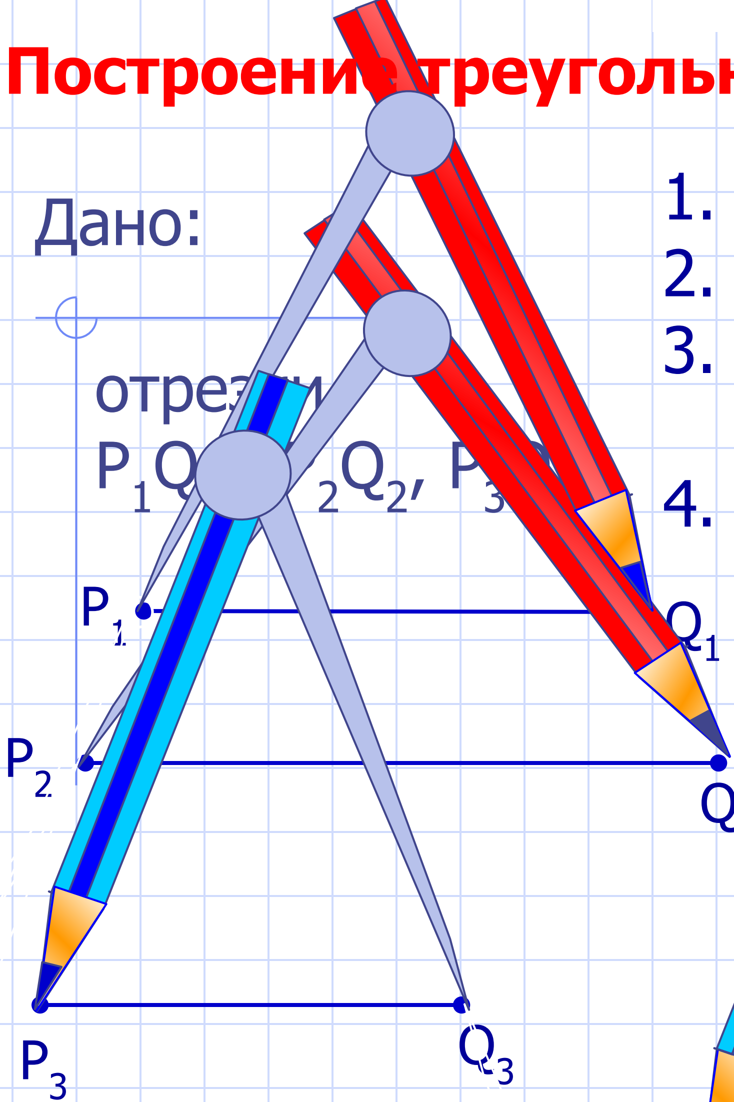


Треугольник АВС искомый. Обоснуй, используя II признак.

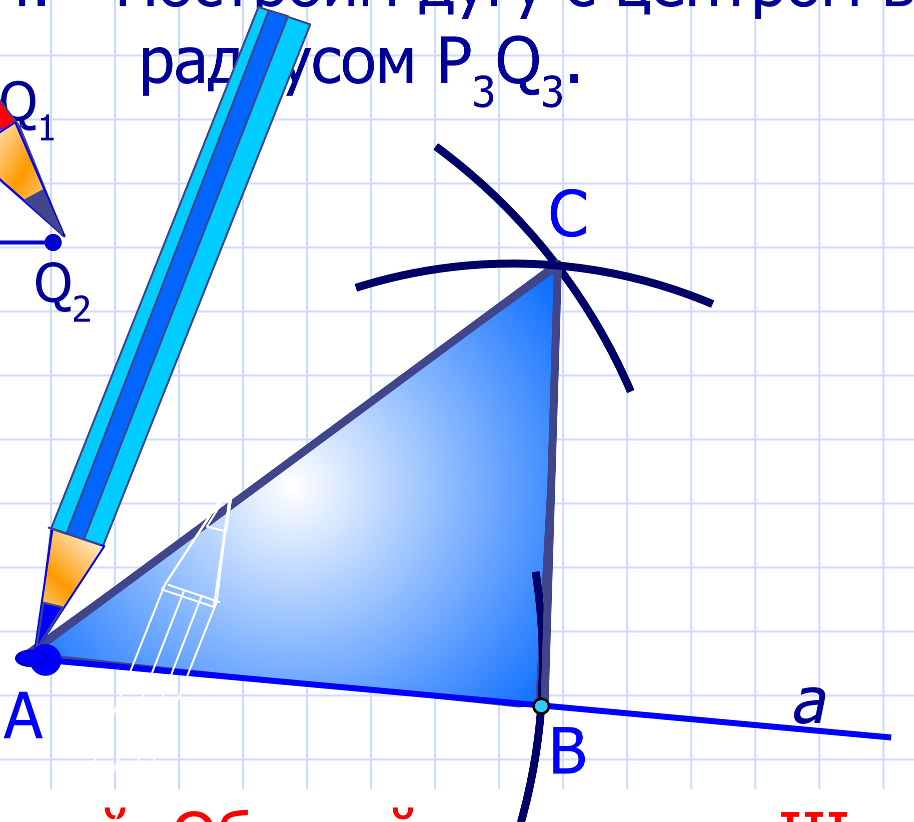
Построение треугольника по трем сторонам.

Дано:

отрезки P_1Q_1, P_2Q_2, P_3Q_3



1. Построим луч *a*.
2. Отложим отрезок АВ, равный P_1Q_1.
3. Построим дугу с центром в т. А и радиусом P_2Q_2.
4. Построим дугу с центром в т.В и радиусом P_3Q_3.



Треугольник АВС искомый. Обоснуй, используя III признак.