

Математические модели

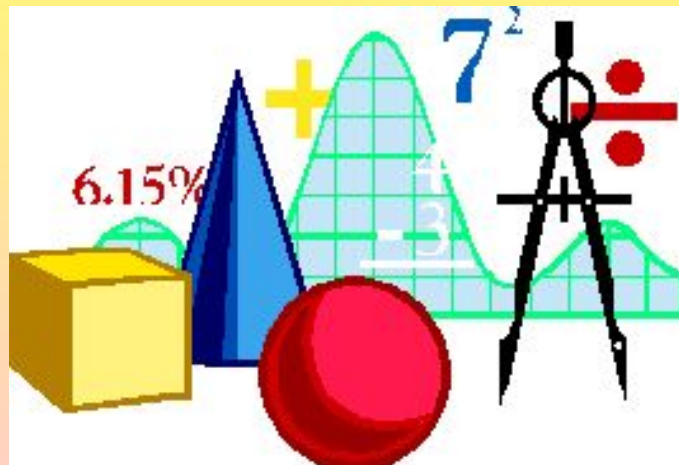


Математические модели

Основным языком информационного моделирования в науке является язык математики.

Модели, построенные с использованием математических понятий и формул, называются математическими моделями.

Математическая модель - информационная модель, в которой параметры и зависимости между ними выражены в математической форме.



Например, известное уравнение $S=vt$, где

S - расстояние,

v - скорость

t - время,

представляет собой модель равномерного движения, выраженную в математической форме.

Равномерное движение – движение, при котором тело за любые равные промежутки времени проходит одинаковые пути

The diagram shows a person on the left with a blue arrow labeled \vec{v} pointing right. A horizontal line represents the trajectory, with three segments labeled S_1 , S_2 , and S_3 in red. Above each segment is a clock face and a time interval Δt_1 , Δt_2 , and Δt_3 respectively. Vertical dashed lines connect the clock faces to the trajectory. The word "траектория" is written at the end of the horizontal line.

$S_1 = S_2 = S_3$
 $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3$

$v_1 = v_2 = v_3$

Равномерное движение – движение с постоянной скоростью

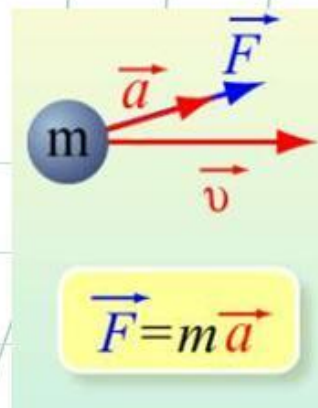
$\vec{s} = \vec{v}t$
 $x = x_0 + v_{ox}t$

*

Рассматривая физическую систему: тело массой m , скатывающееся по наклонной плоскости с ускорением a под воздействием силы F , Ньютон получил соотношение $F = ma$.

Второй закон Ньютона

Ускорение тела прямо пропорционально равнодействующей сил, приложенных к телу, и обратно пропорционально его массе



*

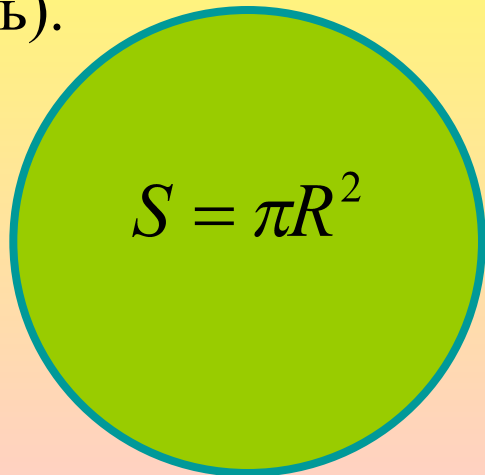
Это математическая модель физической системы.

Математическое моделирование

Метод моделирования дает возможность применять математический аппарат к решению практических задач. Понятия числа, геометрической фигуры, уравнения, являются примерами математических моделей.

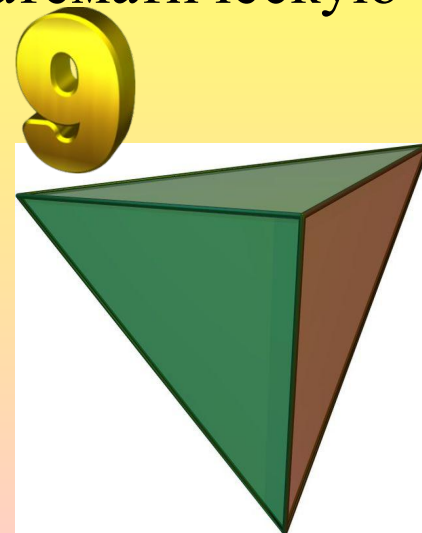
К методу математического моделирования в учебном процессе приходится прибегать при решении любой задачи с практическим содержанием. Чтобы решить такую задачу математическими средствами, ее необходимо вначале перевести на язык математики (построить математическую модель).

5



$$C = 2\pi R$$

7



При математическом моделировании исследование объекта осуществляется посредством изучения модели, сформулированной на языке математики.

Пример: нужно определить площадь поверхности стола. Измеряют длину и ширину стола, а затем перемножают полученные числа. Это фактически означает, что реальный объект – поверхность стола – заменяется абстрактной математической моделью прямоугольником. Площадь этого прямоугольника и считается искомой.

Из всех свойств стола выделили три: форма поверхности (прямоугольник) и длины двух сторон. Не важны ни цвет стола, ни материал, из которого он сделан, ни то, как он используется.

Предположив, что поверхность стола – прямоугольник, легко указать исходные данные и результат. Они связаны соотношением $S=ab$.



Рассмотрим пример приведения решения конкретной задачи к математической модели.

Через иллюминатор затонувшего корабля требуется вытащить сундук с драгоценностями. Даны некоторые предположения о формах сундука и окнах иллюминатора и исходные данные решения задачи.

Предположения:

Иллюминатор имеет форму круга. Сундук имеет форму прямоугольного параллелепипеда.

Исходные данные: D - диаметр иллюминатора; x - длина сундука; y - ширина сундука; z - высота сундука.

Конечный результат: Сообщение: *можно* или *нельзя вытащить*.



Системный анализ условия задачи выявил связи между размером иллюминатора и размерами сундука, учитывая их формы. Полученная в результате анализа информация отобразилась в формулах и соотношениях между ними, так возникла математическая модель.

Математической моделью решения этой задачи являются следующие зависимости между исходными данными и результатом:

$$S_{ил} = \pi R^2$$

$$R = \frac{D}{2}$$

$$S_{сун} = yz$$

Если $S_{ил} > S_{сун}$, то сундук *можно вытащить*, а если

$$S_{ил} < S_{сун}$$

, то *нельзя*.

Пример 1:

Вычислить количество краски для покрытия пола в спортивном зале.

Для решения задачи нужно знать площадь пола. Для выполнения этого задания измеряют длину, ширину пола и вычисляют его площадь. Реальный объект – пол зала – занимает прямоугольник, для которого площадь является произведением длины на ширину. При покупке краски выясняют, какую площадь можно покрыть содержимым одной банки, и вычисляют необходимое количество банок.

Пусть A – длина пола, B – ширина пола, $S1$ – площадь, которую можно покрыть содержимым одной банки, N – количество банок.

Площадь пола вычисляем по формуле $S=A \times B$, а количество банок, необходимых для покраски зала, $N= A \times B / S1$.



Пример 2:

Через первую трубу бассейн наполняется за 30 часов, через вторую трубу – за 20 часов. За сколько часов бассейн наполнится через две трубы?

Решение:

Обозначим время заполнения бассейна через первую и вторую трубу A и B соответственно. Примем за 1 весь объём бассейна, искомое время обозначим через t .

Так как через первую трубу бассейн наполняется за A часов, то $1/A$ – часть бассейна, наполняемая первой трубой за 1 час; $1/B$ – часть бассейна, наполняемая второй трубой за 1 час.

Следовательно, скорость наполнения бассейна первой и второй трубами вместе составит: $1/A + 1/B$.

Можно записать: $(1/A + 1/B)t = 1$. получили математическую модель, описывающую процесс наполнения бассейна из двух труб.

Искомое время можно вычислить по формуле:

$$t = \frac{AB}{A + B}$$

Пример 3:

На шоссе расположены пункты **A** и **B**, удалённые друг от друга на 20 км. Мотоциклист выехал из пункта **B** в направлении, противоположном **A** со скоростью 50 км/ч.

Составим математическую модель, описывающую положение мотоциклиста относительно пункта **A** через t часов.

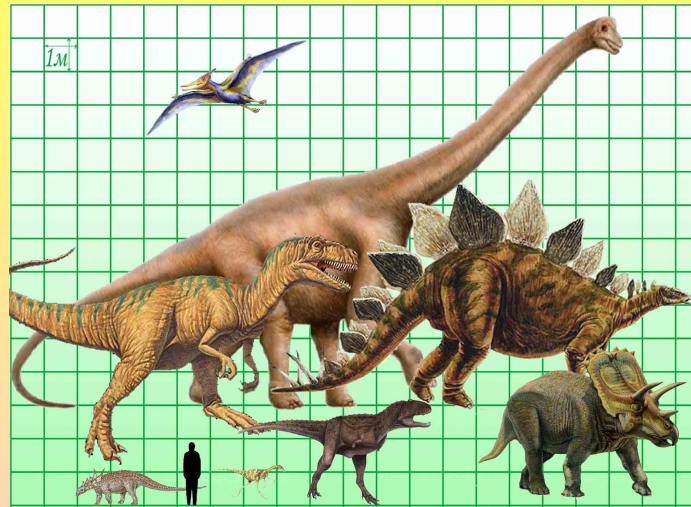
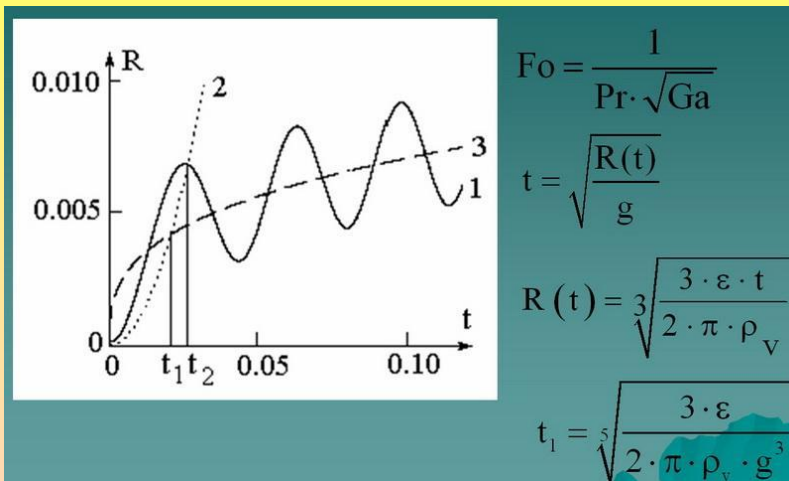
За t часов мотоциклист проедет $50t$ км и будет находится от **A** на расстоянии $50t$ км + 20 км. Если обозначить буквой s расстояние (в километрах) мотоциклиста до пункта **A**, то зависимость этого расстояния от времени движения можно выразить формулой: $S=50t + 20$, где $t>0$.



Вот так обычно применяется математика к реальной жизни.

Математические модели бывают не только алгебраические (в виде равенства с переменными, как в разобранных выше примерах), но и в другом виде: табличные, графические и другие.

С другими видами моделей мы познакомимся на следующем занятии.



Источники

1. Информатика и ИКТ : учебник для 8 класса
2. <http://www.lit.msu.ru/ru/new/study> (графики, схемы)
3. <http://images.yandex.ru> (картинки)