

*

Соединени я с повторени ями



**Дж.
Сильвестр**
(1814 — 1897)

"Число, положение и **комбинация** – три взаимно пересекающиеся, но различные сферы мысли, к которым можно отнести все математические идеи".



Лицей ИГУ,
liguirk.ru

	Перестановки с повторениями	Размещения с повторениями	Сочетания с повторениями
Определение	Упорядоченные множества из n эл-ов, из которых некоторые повторяются k_1, k_2, \dots, k_n раз ($k_1 + k_2 + \dots + k_n \leq n$)	Упорядоченные множества по k эл-ов, взятых из n данных и отличающиеся либо эл-ми, либо их порядком. Эл-ты могут повторяться до k раз ($n \geq 1, k \geq 1$)	Неупорядоченные множества по k эл-ов, взятых из n данных и отличающиеся эл-ми. Эл-ты могут повторяться до k раз ($n \geq 1, k \geq 1$)
Обозначение	\overline{P}_n	\overline{A}_n^k	\overline{C}_n^k
Пример	СССР $n = 4, k_1 = 3, k_2 = 1$: СССР, ССРС, СРСС, РССС	{0, 1} $n = 2, k = 3$: 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111	{0, 1} $n = 2, k = 3$: 000, 001, 011, 111
Формулы	$\overline{P}_n = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_n!}$	$\overline{A}_n^k = n^k$	$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k$

Задача №1.

Сколько различных «слов» можно составить из слова «ЛАОКООН», если каждое «слово» содержит семь букв, и разрешается в каждом слове использовать буквы Л, А, К и Н по одному разу, а букву О — три раза?

Дано:

$U = (\text{Л}, \text{А}, \text{О}, \text{К}, \text{О}, \text{О}, \text{Н})$

$n = 7,$

$k_{\text{Л}} = 1, k_{\text{А}} = 1, k_{\text{К}} = 1,$

$k_{\text{Н}} = 1, k_{\text{О}} = 3,$

Найти:

$N = ?$

Решение:

$$N = \bar{P}_n = \frac{n!}{k_{\text{Л}}! \cdot k_{\text{А}}! \cdot k_{\text{К}}! \cdot k_{\text{Н}}! \cdot k_{\text{О}}!}$$
$$= \frac{7!}{1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 3!} = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 840$$

Ответ: 840

Задача №2.

Сколько разных «слов» из четырех букв можно составить из слова «мама»?

Дано:

$U = (M, A, M, A)$

$n = 4,$

$k_M = 2, k_A = 2$

Решение:

$$N = \bar{P}_n = \frac{n!}{k_M! \cdot k_A!} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

Найти:

$N = ?$

- 1) МАМА
- 2) АМAM
- 3) ММАА
- 4) ААММ
- 5) МААМ
- 6) АММА

Ответ: 6

Задача №3.

Сколько «слов» по две буквы можно составить из трех букв: F, T, C?

Дано:

$$U = \{F, T, C\}$$

$$n = 3,$$

$$k = 2$$

Найти:

$$N = ?$$

Решение:

$$N = \overline{A}_n^k = n^k = 3^2 = 9$$

- 1) FT
- 2) TF
- 3) FC
- 4) CF
- 5) TC
- 6) CT
- 7) FF
- 8) TT
- 9) CC

Ответ: 9

Задача №4.

Сколько «слов» по три буквы можно составить из двух букв E и N?

Дано:

$$U = \{E, N\}$$

$$n = 2,$$

$$k = 3$$

Найти:

$$N = ?$$

Решение:

$$N = \overline{A}_n^k = n^k = 2^3 = 8$$

- 1) EEE
- 2) EEN
- 3) ENE
- 4) ENN
- 5) NEE
- 6) NEN
- 7) NNE
- 8) NNN

Ответ: 8

Задача №5.

В школьной столовой на десерт дают яблоки и груши. В комплект входит три плода по выбору школьника. Сколько разных вариантов десерта

Дано: возможно?

$$U = \{Я, Г\}$$

$$n = 2,$$

$$k = 3$$

Найти:

$$N = ?$$

Решение:

$$N = \overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = C_4^3 = \frac{4!}{3! \cdot 1!}$$

$$N = 4$$

- 1) ЯЯЯ
- 2) ЯЯГ
- 3) ЯГГ
- 4) ГГГ

Ответ: 4

Задача №6.

На «Поле чудес» победитель выиграл два приза. Всего имеется пять разных видов призов. Сколькими способами может победитель отобрать выигрыш, если каждого вида приза можно получить до двух

Дано:

$$U = \{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5\}$$

$$n = 5,$$

$$k = 2$$

Решение:

$$N = \overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = C_6^2 = \frac{6!}{4! \cdot 2!}$$

$$N = 15$$

Найти:

$$N = ?$$

Ответ: 15

*

Домашнее задание

1. «3_Соединения с повторениями [ДЗ].doc»

