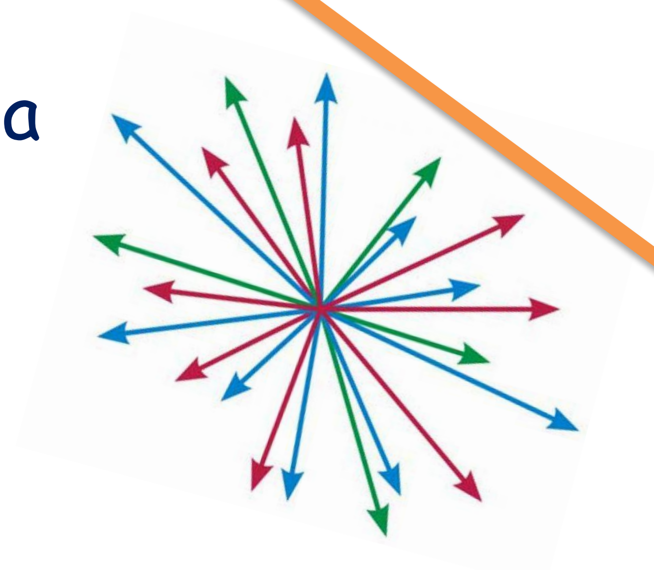
Элементы векторной алгебры

9 класс

1. Определение вектора.
2. Действия над векторами.
3. Проекция вектора на координатные оси.
4. Действия над проекциями.



Что такое вектор?

Вектор – направленный отрезок прямой.

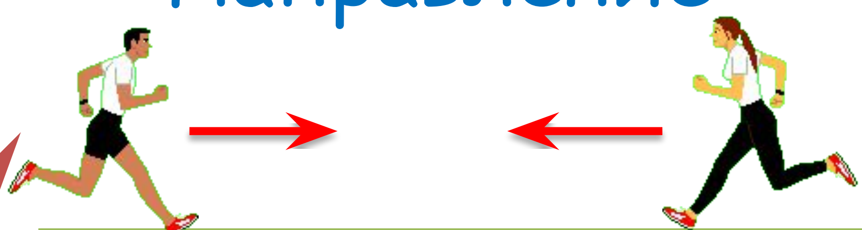
Обозначение:

$\vec{S}$ $\vec{v}$ $\vec{a}$ $\vec{F}$

$\vec{p}$

Характеристики вектора:

Направление



Модуль (длина)

$|\vec{A}|$

Действия с векторами

Сложение

Правило треугольника

Правило параллелограмма

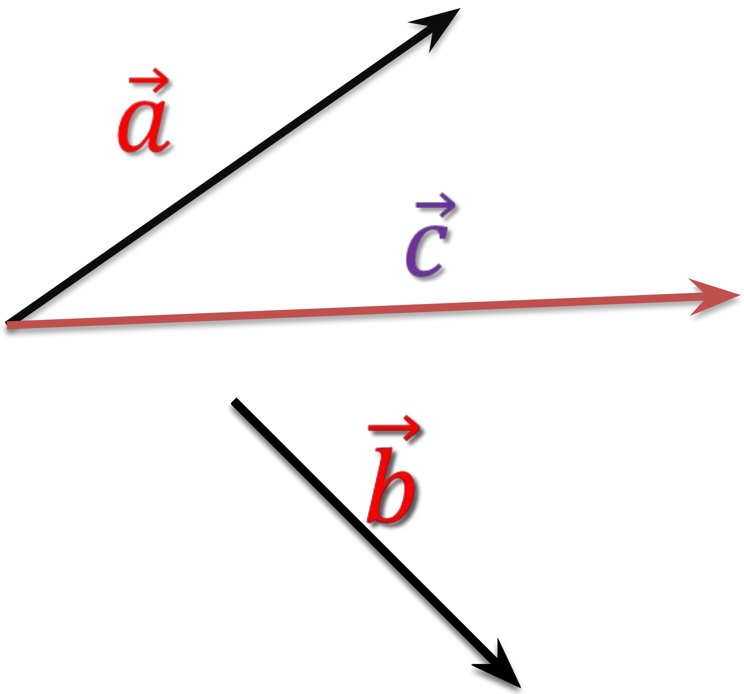
Вычитание

Правило треугольника

Разность векторов через их сумму

Умножение на скаляр

Сложение по правилу треугольника



$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

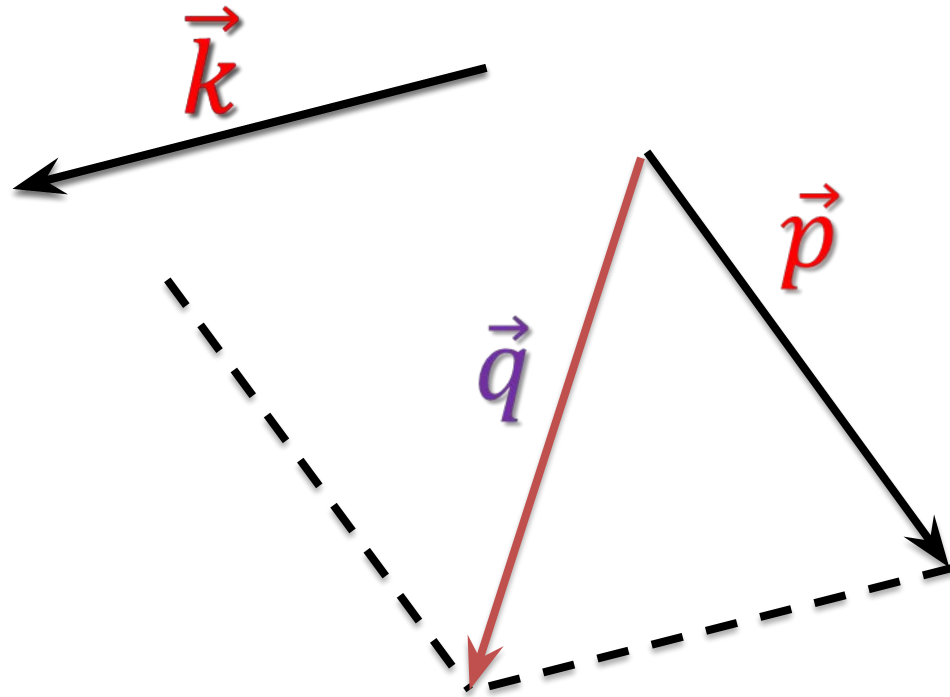
Алгоритм

1. Параллельно переносим вектор *b* так, чтобы его начало соединялось с концом вектора *a*.
2. Вектор, проведенный из начала вектора *a* к концу вектора *b* есть вектор суммы этих двух векторов.

Сложение по правилу параллелограмма

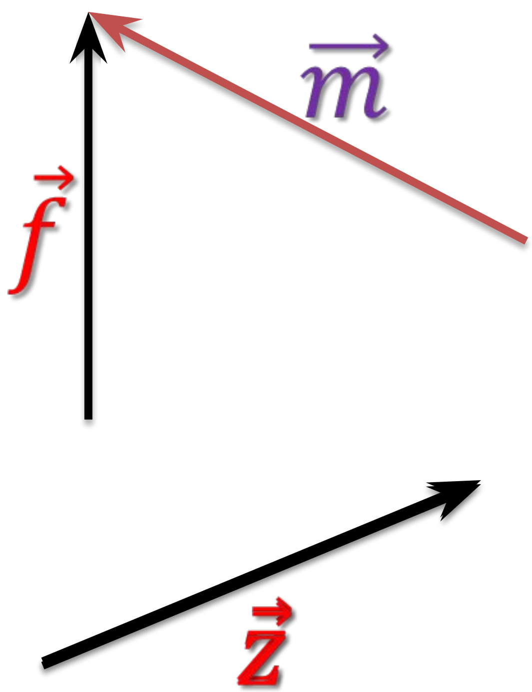
Алгоритм

1. Параллельно переносим вектор k так, чтобы его начало совпадало с началом вектора p.
2. Достраиваем до параллелограмма.
3. Суммой векторов k и p является диагональ, проведенная из места соединение начал векторов k и p в противоположный угол параллелограмма.



$$\vec{q} = \vec{k} + \vec{p}$$

Вычитание по правилу треугольника



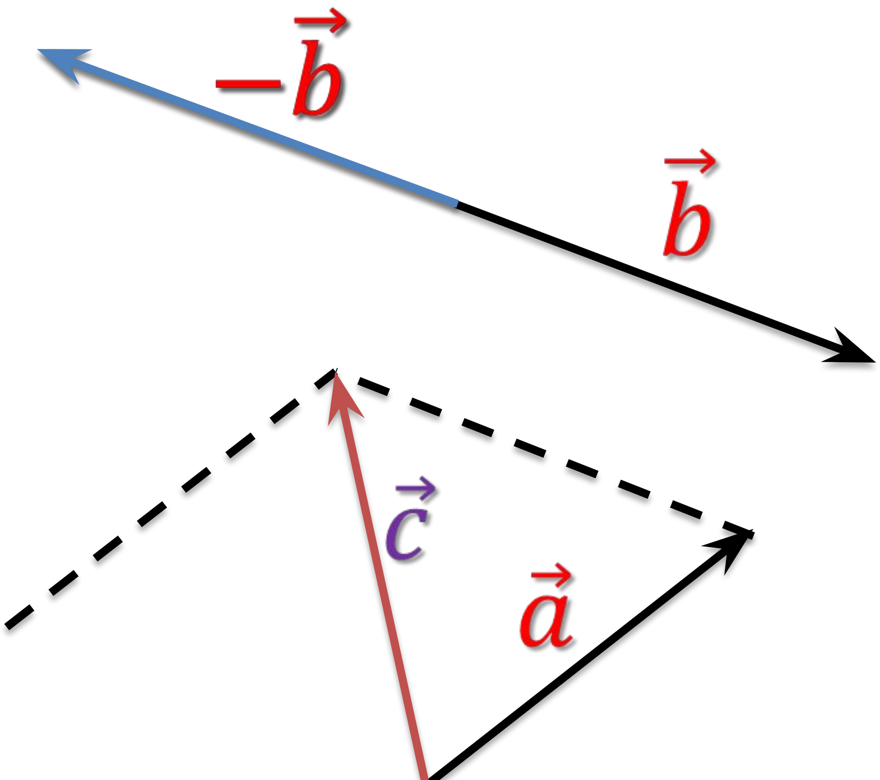
$$\vec{m} = \vec{f} - \vec{z}$$

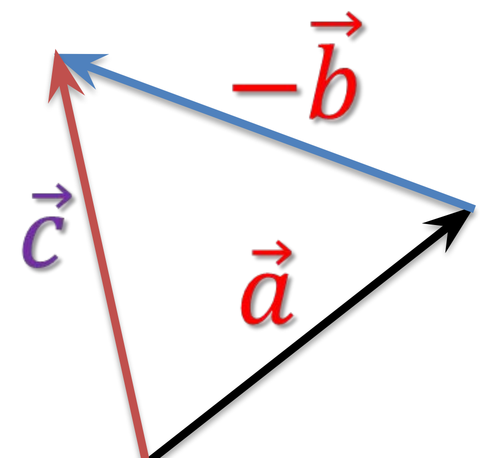
Алгоритм

1. Параллельно переносим вектор *z* так, чтобы его начало соединялось с началом вектора *f*.
2. Вектор, проведенный из конца вектора *z* к концу вектора *f* есть вектор разности этих двух векторов.

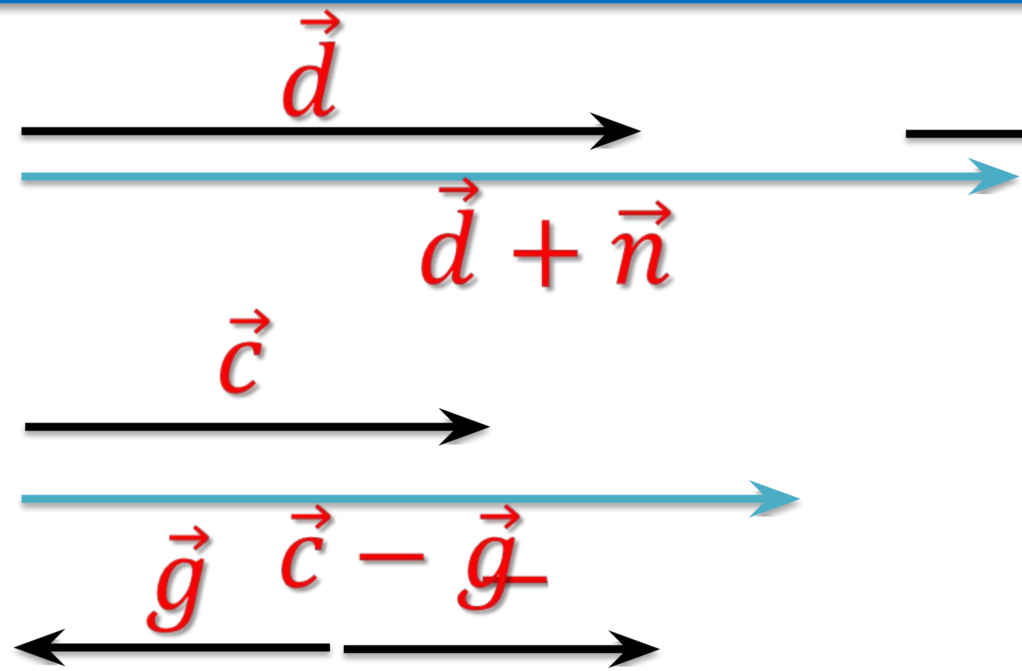
Разность векторов через их сумму

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} \quad \Rightarrow \quad \vec{c} = \vec{a} + \left(-\vec{b}\right)$$





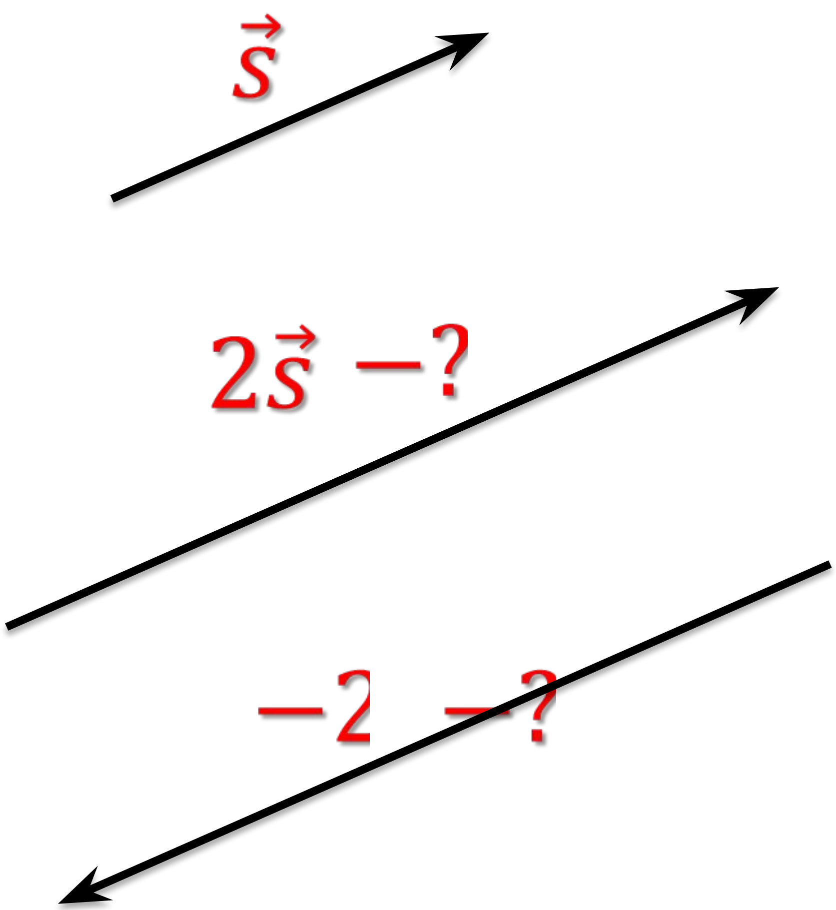
Вопрос на засыпку



Как сложить или вычесть такие векторы?

Векторы, направленные вдоль одной прямой, или параллельные друг другу называют **коллинеарными**.

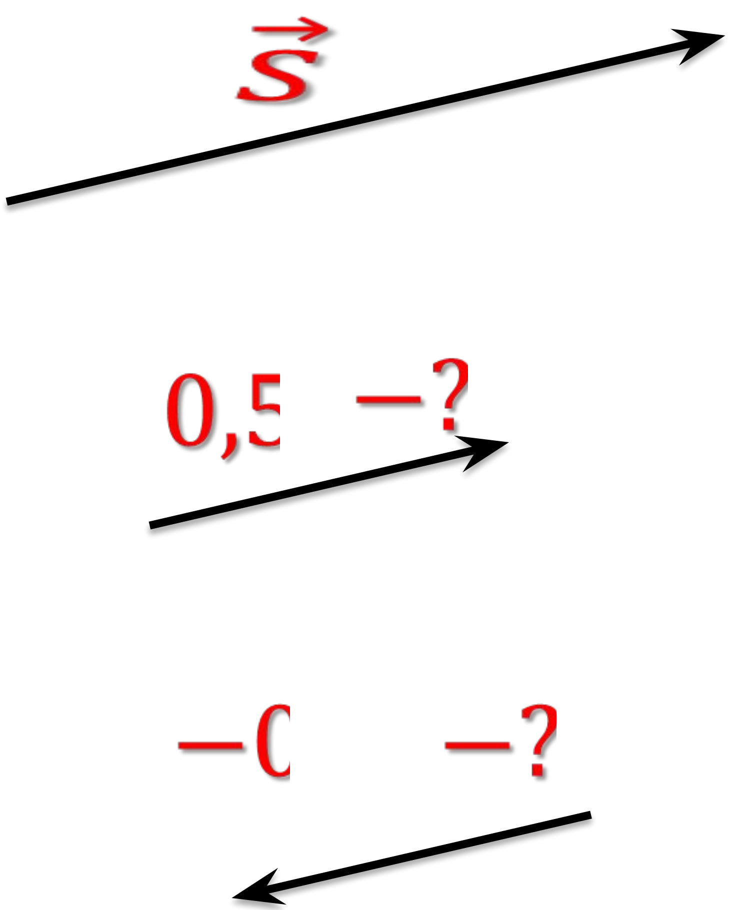
Умножение вектора на скаляр



Если число, на которое умножается вектор $\vec{s}$, больше нуля $(k > 0)$, то вектор $k\vec{s}$ направлен в ту же сторону, что и вектор $\vec{s}$.

Если число, на которое умножается вектор $\vec{s}$, меньше нуля $(k < 0)$, то вектор $k\vec{s}$ направлен в противоположную от вектора $\vec{s}$ сторону.

Умножение вектора на скаляр



Если число, на которое умножается вектор $\vec{s}$, больше нуля, но меньше единицы $(0 < k < 1)$, то длина вектора уменьшается.

Если число, на которое умножается вектор $\vec{s}$, больше единицы $(k > 1)$, то длина вектора увеличивается.

Проекция вектора на координатные оси

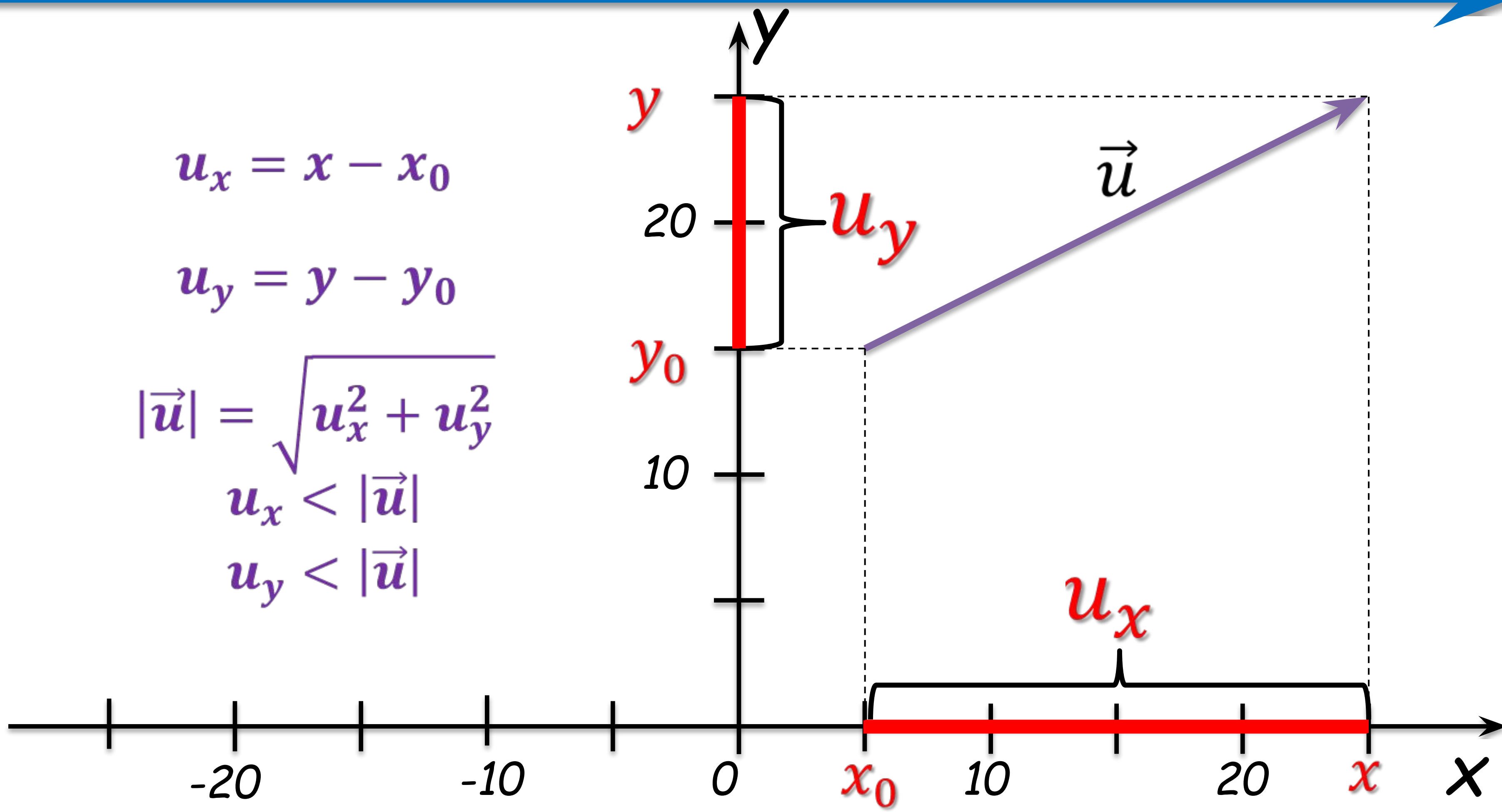
$$u_x = x - x_0$$

$$u_y = y - y_0$$

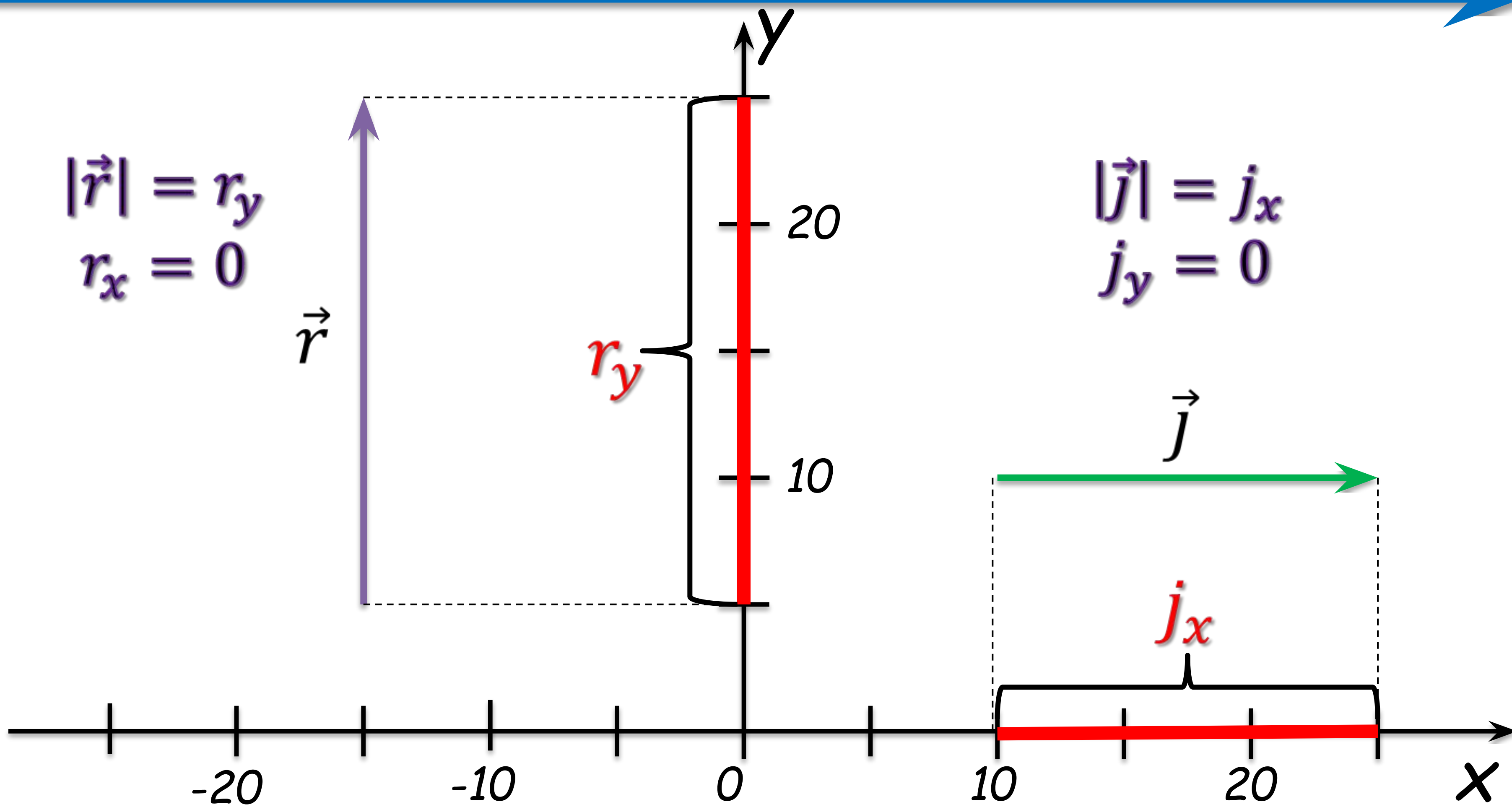
$$|\vec{u}| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$$

$$u_x < |\vec{u}|$$

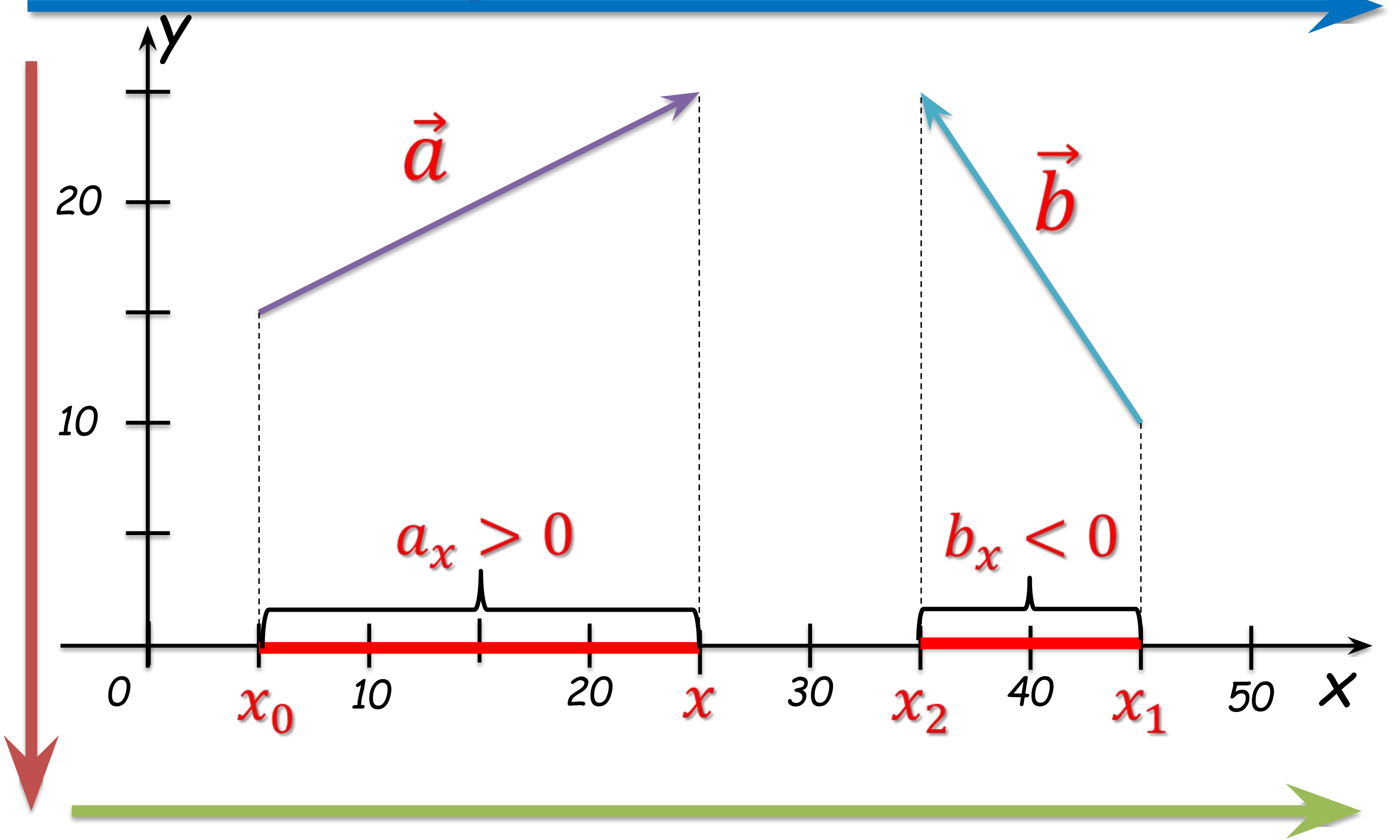
$$u_y < |\vec{u}|$$



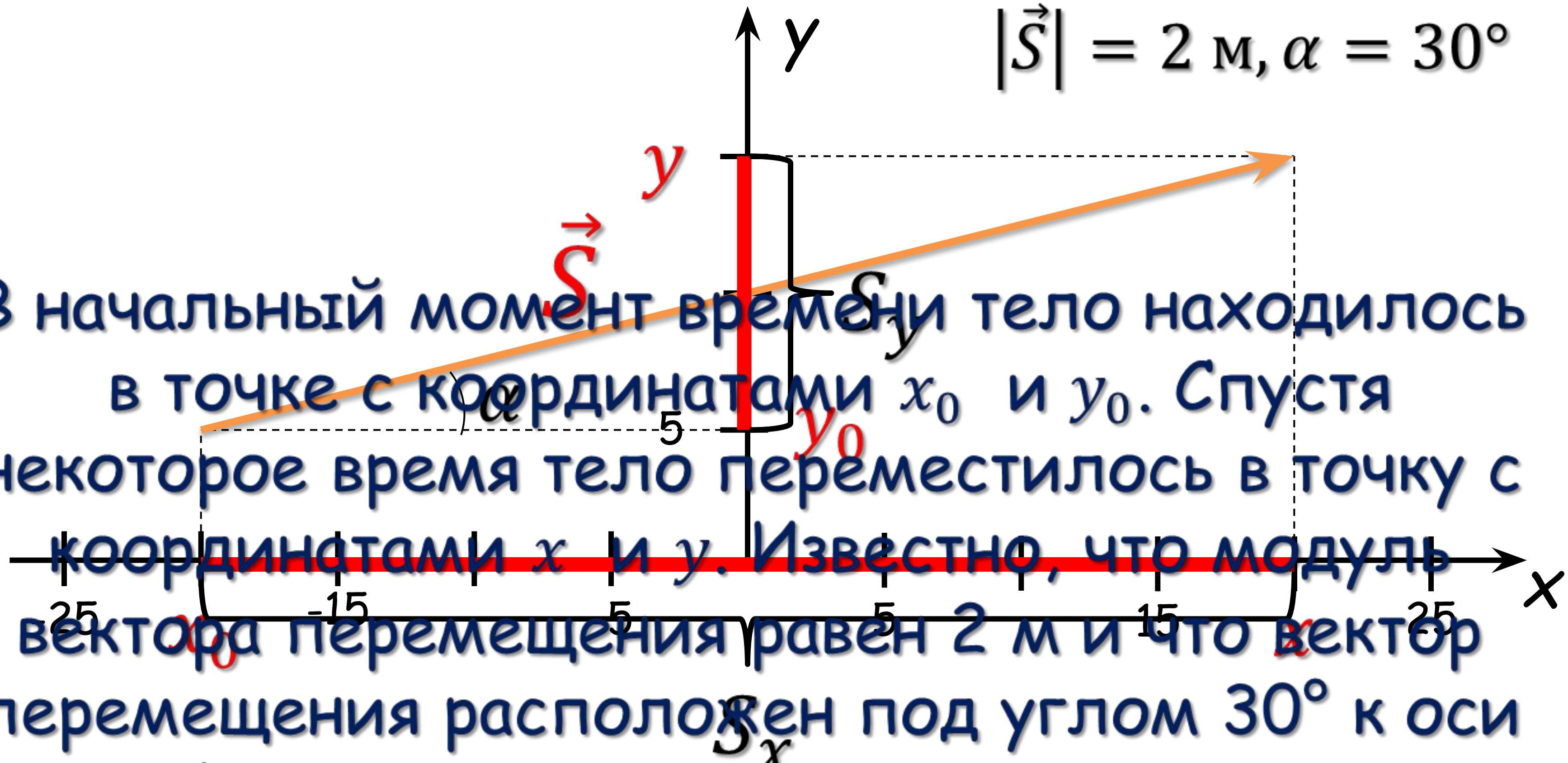
Проекция вектора на координатные оси



Проекция вектора на координатные оси



$|\vec{S}| = 2 \text{ м}, \alpha = 30°$



В начальный момент времени тело находилось в точке с координатами x_0 и y_0. Спустя некоторое время тело переместилось в точку с координатами x и y. Известно, что модуль вектора перемещения равен 2 м и что вектор перемещения расположен под углом 30° к оси X. Найти проекции вектора перемещения на координатные оси.

$$\sin\alpha = \frac{S_y}{|\vec{S}|} \Rightarrow S_y = |\vec{S}| \cdot \sin\alpha = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ м}$$

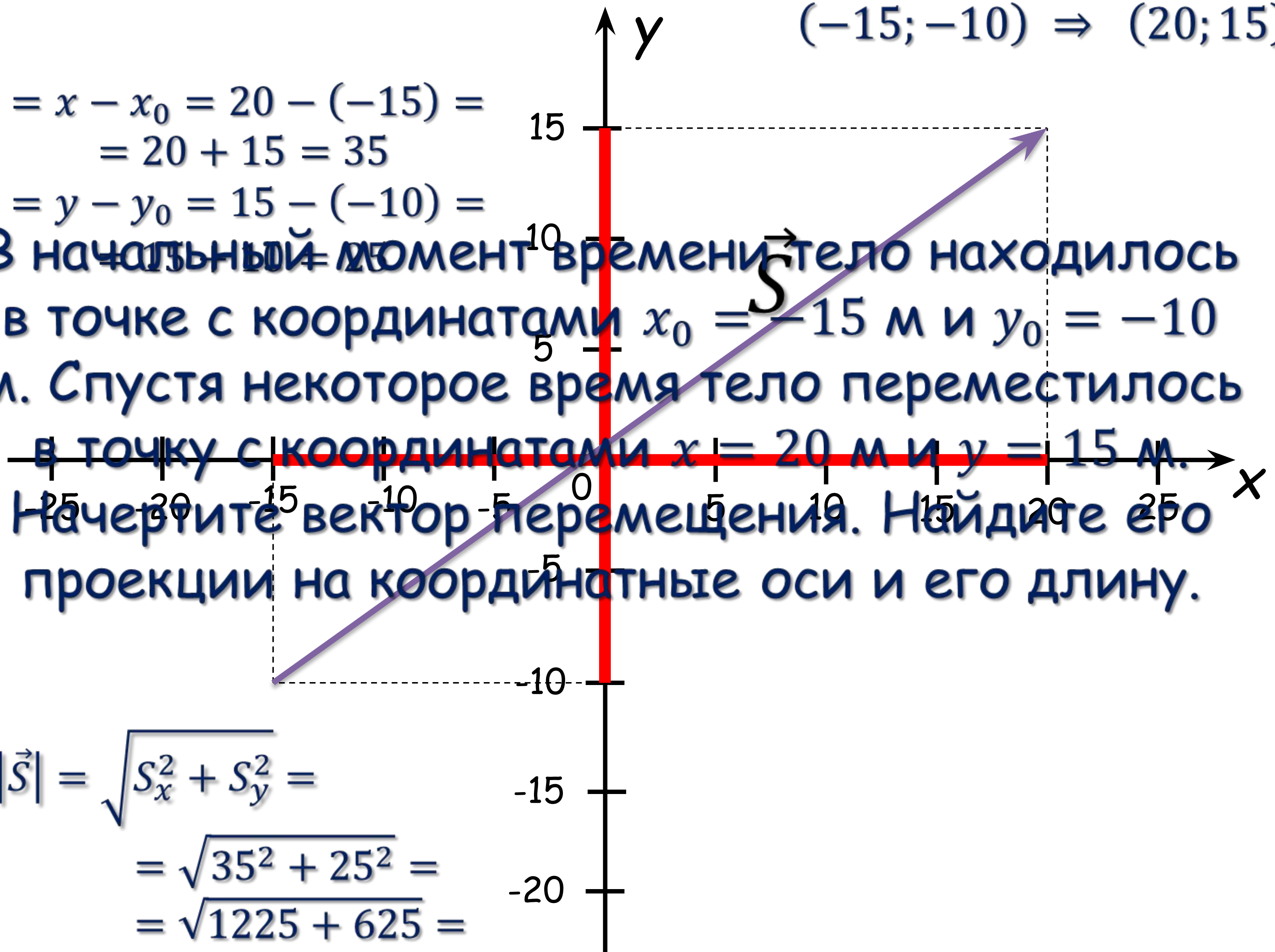
$$\cos\alpha = \frac{S_x}{|\vec{S}|} \Rightarrow S_x = |\vec{S}| \cdot \cos\alpha = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 1{,}7 \text{ м}$$

$$(-15; -10) \Rightarrow (20; 15)$$

$$S_x = x - x_0 = 20 - (-15) =$$
$$= 20 + 15 = 35$$

$$S_y = y - y_0 = 15 - (-10) =$$
$$= 15 + 10 = 25$$

В начальный момент времени тело находилось в точке с координатами $x_0 = -15$ м и $y_0 = -10$ м. Спустя некоторое время тело переместилось в точку с координатами $x = 20$ м и $y = 15$ м. Начертите вектор перемещения. Найдите его проекции на координатные оси и его длину.



$$|\vec{S}| = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} =$$
$$= \sqrt{35^2 + 25^2} =$$
$$= \sqrt{1225 + 625} =$$
$$= \sqrt{1850} = 5\sqrt{74}$$