

Тема урока:

«Системы уравнений. Основные способы их решения»

Цель урока:

Обобщить все способы решения систем уравнений

Основные способы

1. Метод подстановки:

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 5x - 3y = -1 \end{cases} \quad \text{Ответ: (1;2)}$$

2. Метод алгебраического сложения:

$$\begin{cases} 3x + y = -2 \\ 4x - 6y = -10 \end{cases} \quad \text{Ответ: (-1;1)}$$

3. Графический способ:

$$\begin{cases} y = 2 - x^2 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \quad \text{Ответ: 3 решения}$$

4. Метод введения переменной:

$$\sqrt{\frac{3x-2y}{2x}} + \sqrt{\frac{2x}{3x-2y}} = 2$$

Система симметрических уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(xy + 2) \\ x + y = 6 \end{cases} \quad \text{то} \quad \begin{cases} u = x + y \\ v = xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + y)^2 - 2xy = 2(xy + 2) \\ x + y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u^2 - 2v = 2(v + 2) \\ u = 6 \end{cases} \quad \text{т.е.} \quad \begin{cases} u = 6 \\ v = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 8 \\ x + y = 6 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (4; 2), (2; 4)$$

Решение систем, когда одно из уравнений этой системы есть однородное уравнение 2-й степени

$$\begin{cases} x^2 - 5xy + 6y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases} \quad (y^2 \neq 0)$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x}{y}\right)^2 - 5\left(\frac{x}{y}\right) + 6 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases} \quad \text{введение} \quad t = \frac{x}{y}$$

$$\begin{cases} t^2 - 5t + 6 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = 3 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 2 \\ x^2 + y^2 = 10 \\ \frac{x}{y} = 3 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$

Ответ: (3;1), (-3;-1)
($2\sqrt{2};\sqrt{2}$), ($-2\sqrt{2};-\sqrt{2}$)

Метод разложения на множители

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 3(x - y) \\ 2x^2 + xy + 2y^2 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - y)(x^2 + xy + y^2 - 3) = 0 \\ 2x^2 + xy + 2y^2 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x^2 + xy + 2y^2 = 10 \\ \begin{cases} x^2 + xy + y^2 - 3 = 0 \\ 2x^2 + xy + 2y^2 = 10 \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: $(\sqrt{2}; \sqrt{2}), (-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$

Вывод:

Если в процессе решения системы применяли неравносильные преобразования (возведение в квадрат, умножение уравнений, системы и т.д.), которые привели к расширению области определения какого – либо уравнения системы, то все найденные решения следует проверить.