а). Решите уравнение $2\cos 2x + 4\sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right) - 1 = 0$

б). Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;\ -\pi\right]$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$$2\cos 2x - 4\cos x - 1 = 0$$

$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$$2\left(\cos^2 x - \sin^2 x\right) - 4\cos x - 1 = 0$$

Применим формулу приведения: Название **«синус»** изменится на **«косинус», т.к.**

VI чет.

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right) = -\cos x$$

В VI чет. знак исходной функции синуса отрицательный

$$2\cos^2 x - 2\sin^2 x - 4\cos x - 1 = 0$$

$$2\cos^2 x - 2\left(1-\cos^2 x\right) - 4\cos x - 1 = 0$$

$$2\cos^2 x - 2 + 2\cos^2 x - 4\cos x - 1 = 0$$

$$4\cos^2 x - 4\cos x - 3 = 0$$

$$4a^2 - 4a - 3 = 0$$

$$D = 4^2 - 4\cdot 4\cdot(-3) = 64$$

$$a_{1,2} = \frac{4\pm 8}{2\cdot 4}$$

$$a_1 = \frac{12}{8} \notin [-1;1]$$

$$a_2 = -\frac{1}{2}$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \pi - \arccos\frac{1}{2} = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$x = \pm\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n$$

$$x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n;$$

Нам будет удобно записать решение в виде **двух множеств**.

Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi;\ -\pi]$

$$x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$$

n=-1

$$\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$$

$$[-3\pi; -\pi]$$

$$\leq \quad \leq \quad / : \pi$$

$$-3 \leq \frac{2}{3} + 2n \leq -1 \quad / -\frac{2}{3}$$

$$-3\frac{2}{3} \leq 2n \leq -1\frac{2}{3}$$

$$-\frac{11}{3} \leq 2n \leq -\frac{5}{3} \quad / : 2$$

$$-\frac{11}{6} \leq n \leq -\frac{5}{6}$$

$$\boxed{n = -1,}$$

$$x = -\frac{4\pi}{3}$$

n=-1

$$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$$

$$[-3\pi; -\pi]$$

$$\leq \quad \leq \quad / : \pi$$

$$-3 \leq -\frac{2}{3} + 2n \leq -1 \quad / +\frac{2}{3}$$

$$-2\frac{1}{3} \leq 2n \leq -\frac{1}{3}$$

$$-\frac{7}{3} \leq 2n \leq -\frac{1}{3} \quad / : 2$$

$$-\frac{7}{6} \leq n \leq -\frac{1}{6}$$

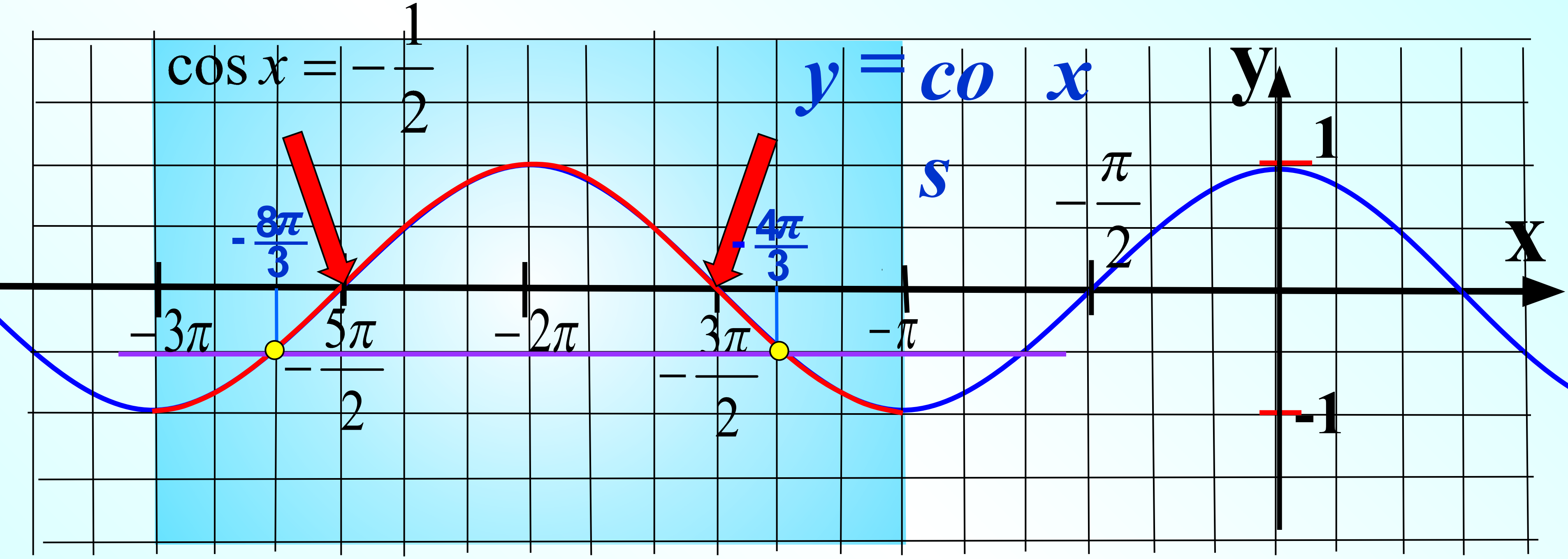
$$\boxed{n = -1,}$$

$$x = -\frac{2\pi}{3} - 2\pi,$$

$$x = -\frac{8\pi}{3}$$

Отбор корней с помощью графиков

б). Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;\ -\pi\right]$



$$-\frac{5\pi}{2}-\frac{\pi}{6}=-\frac{15\pi}{6}-\frac{\pi}{6}=-\frac{16\pi}{6}=-\frac{8\pi}{3}.$$

$$-\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{6}=-\frac{9\pi}{6}+\frac{\pi}{6}=-\frac{8\pi}{6}=-\frac{4\pi}{3}.$$

Отбор корней с помощью числовой окружности.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;\ -\pi\right]$

Выбрать корни по тригонометрическому кругу удобно, т.к. этот промежуток …

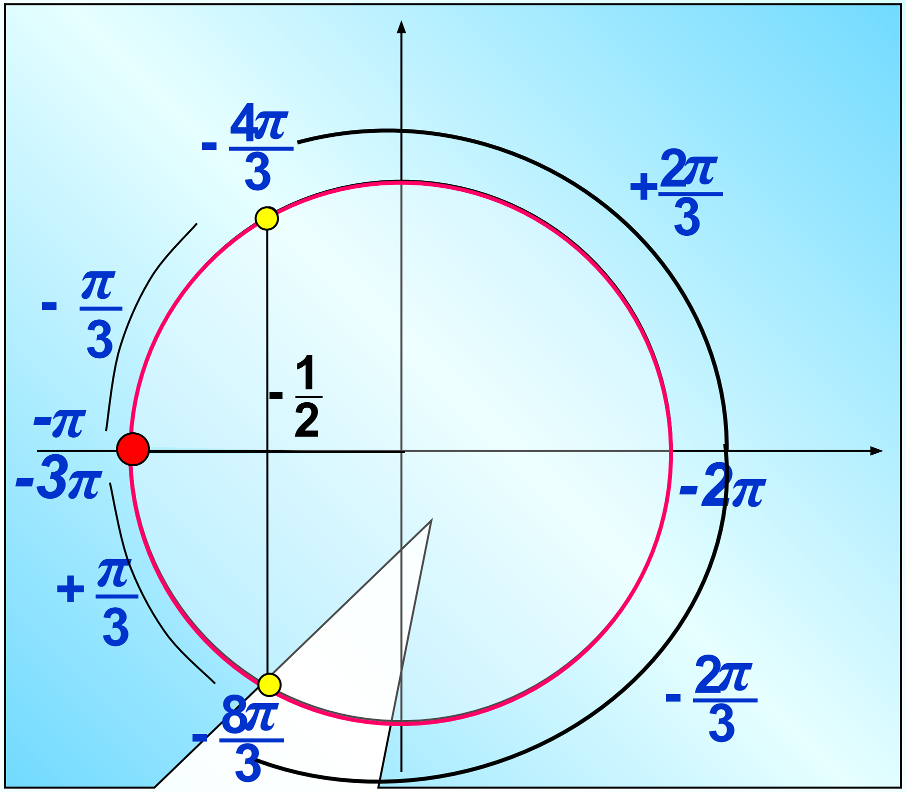
ровно один круг $\left[-3\pi;-\pi\right]$

б) Ответ:

$$x=-\frac{4\pi}{3}$$

$$x=-\frac{8\pi}{3}$$

Эти корни можно было найти иначе. Посмотрим…



Если вы хорошо понимаете тригонометрический круг, то этот способ можно с успехом применить