

Линия без искажений

Задача 14

Условие. Первичные параметры двухпроводной медной телефонной линии (при $f = 100$ кГц) таковы: $R_0 = 14$ Ом/км, $L_0 = 17,8 \cdot 10^{-3}$ Гн/км, $g_0 = 5 \cdot 10^{-6}$ См/км, $C_0 = 6,35 \cdot 10^{-9}$ Ф/км.

Показать, что линия является неискажающей.

Определить вторичные параметры линии: волновое сопротивление Z_c , Ом, коэффициент затухания α , дБ/км, коэффициент фазы β , рад/км.

Решение

1. Условие (14) выполняется, так как:

$$\frac{L_0}{R_0} = \frac{17,8 \cdot 10^{-3}}{14} = 1,27 \cdot 10^{-3}; \quad \frac{C_0}{g_0} = \frac{6,35 \cdot 10^{-9}}{5 \cdot 10^{-6}} = 1,27 \cdot 10^{-3}.$$

2. Вторичные параметры линии без искажений Z_c, α и β равны:

$$Z_c = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{17,8 \cdot 10^{-3}}{6,35 \cdot 10^{-9}}} = 1675 \text{ Ом};$$

$$\alpha = \sqrt{R_0 g_0} = \sqrt{14 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 8,37 \cdot 10^{-3} \text{ Нп/км} = 0,073 \text{ дБ/км};$$

$$\beta = \omega \sqrt{L_0 C_0} = 2\pi \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{17,8 \cdot 10^{-3} \cdot 6,35 \cdot 10^{-9}} = 6,68 \text{ рад/км}.$$

Выводы по задаче

1. Параметры линии удовлетворяют условию $L_0/R_0 = C_0/g_0$, значит, линия является неискажающей.
2. Волновое сопротивление Z_c линии без искажений – действительное число.
3. Коэффициент затухания α не зависит от частоты.

Задача 15

Условие. Однородная линия имеет параметры:

$$R_0 = 5 \text{ Ом/км}; C_0 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ мкФ/км}; g_0 = 10^{-6} \text{ См/км}.$$

При какой индуктивности L_0 , Гн/км, в линии отсутствуют искажения?

Решение

Из условия $L_0/R_0 = C_0/g_0$ определим L_0 :

$$L_0 = \frac{C_0 R_0}{g_0} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-6} \cdot 5}{10^{-6}} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ Гн/км.}$$

Задача 16

Условие. По воздушной линии осуществляются диспетчерская связь на частоте 100 кГц. Передающий и приемный аппарат находятся на расстоянии 20 км друг от друга. На этой частоте были измерены сопротивления ХХ и КЗ линии: $\underline{Z}_X = 767e^{j4^\circ 30'}$ Ом и $\underline{Z}_K = 735e^{-j4^\circ 30'}$ Ом.

Рассчитать вторичные параметры линии связи; определить скорость ϑ_ϕ , км, и длину волны λ , км, а также первичные параметры линии: R_0 , Ом/км, L_0 , Гн/км, g_0 , мкСм/км, C_0 , нФ/км.

Решение

1. Определим вторичные параметры:

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\underline{Z}_X \underline{Z}_K} = \sqrt{767e^{j4^\circ 30'} \cdot 735e^{-j4^\circ 30'}} = 750 \text{ Ом;}$$

$$\text{th } \underline{\gamma}l = \text{th}(\alpha l + j\beta l) = \sqrt{\frac{\underline{Z}_K}{\underline{Z}_X}} = 0,975e^{-j4^\circ 30'};$$

$$\alpha l + j\beta l = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1 + 0,975e^{-j4^{\circ}30'}}{1 - 0,975e^{-j4^{\circ}30'}} = \frac{1}{2} \cdot \ln \left(24,36e^{-j \cdot 72^{\circ}} \right);$$

$$\alpha l = 1,6 \text{ Нп}; \quad \beta l = (k - 0,2)\pi \text{ рад},$$

где $k = 0; 1; 2 \dots$ – целое число полуволн, укладываемых вдоль линии.

2. Вычислим фазовую скорость и длину волны: длина волны в вакууме при $f = 100 \text{ кГц}$

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^5}{100 \cdot 10^3} = 3 \text{ км.}$$

В воздушной линии фазовая скорость ϑ_{ϕ} меньше скорости света c

число k может быть и более 13 ($k_2 = 14; k_3 = 15$ и т.д.)

3. Первичные параметры рассчитаем по формулам

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\underline{Z}_0 / \underline{Y}_0}; \quad \alpha + j\beta = \sqrt{\underline{Y}_0 \underline{Z}_0}.$$

$$\text{Отсюда } \underline{Y}_0 = g_0 + j\omega C_0 = \frac{\alpha + j\beta}{\underline{Z}_c}; \quad \underline{Z}_0 = R_0 + j\omega L_0 = \underline{Y}_0 \underline{Z}_c^2.$$

| $\alpha,$ Нп/км | $\beta,$ рад/км | $R_0,$ Ом/км | $g_0,$ мкСм/км | $L_0,$ мкГн/км | $C_0,$ нФ/км |
|--------------------|--------------------|-----------------|-------------------|-------------------|-----------------|
| 0,08 | 2,17 | 60 | 106 | 2,6 | 4,6 |

4. Проверим условие для неискажающей линии:

$$\frac{L_0}{R_0} = \frac{2,6 \cdot 10^{-3}}{60} = 0,43 \cdot 10^{-4};$$

$$\frac{C_0}{g_0} = \frac{4,6 \cdot 10^{-9}}{106 \cdot 10^{-6}} = 0,43 \cdot 10^{-4};$$

Выводы по задаче

1. Величина волнового сопротивления линии связи не зависит от частоты.
2. Результаты опытов ХХ и КЗ не достаточно для однозначного определения параметров данной линии.
3. Линия связи, рассмотренная в этой задаче, удовлетворяет условию неискажающей линии.

Линия без потерь

Задача 16

Условие. Энергия передается на высокой частоте от генератора к излучающей системе с помощью фидера (линии), имеющего индуктивность $L_0 = 1,57$ мкГн/м и емкость $C_0 = 7,1$ пФ/м. Потерями в фидере можно пренебречь ($R_0 = g_0 = 0$). Частота переменного тока $f = 10^8$ Гц.

Фидер — электрическая цепь (линия передачи) и вспомогательные устройства, с помощью которых энергия радиочастотного сигнала подводится от радиопередатчика к антенне или от антенны к радиоприемнику.

Определить: волновое сопротивление Z_c , Ом, коэффициенты затухания α , Нп/км, и фазы β , рад/км, длину волны λ , км, фазовую скорость ϑ_ϕ , км.

Решение

1. Определим волновое сопротивление, коэффициенты затухания и фазы:

$$Z_c = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{1,57 \cdot 10^{-6}}{7,1 \cdot 10^{-12}}} = 470 \text{ Ом}; \quad \alpha = 0;$$

$$\beta = \omega \sqrt{L_0 C_0} = 2\pi \cdot 10^8 \cdot \sqrt{1,57 \cdot 10^{-6} \cdot 7,1 \cdot 10^{-12}} = 1,2 \text{ рад/км.}$$

2. Вычислим длину волны и фазовую скорость:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{2,1} = 3 \text{ м; } \vartheta_{\phi} = c = 3 \cdot 10^5 \text{ км/с.}$$

Выводы по задаче

1. Волновое сопротивление – активное.
2. Коэффициенты затухания $\alpha = 0$, коэффициенты фазы прямо пропорционален частоте сигнала.
3. Фазовая скорость волны в линии без потерь равна скорости света в вакууме.

Задача 17

Условие. Волновое сопротивление воздушной линии без потерь равно 600 Ом. Определить первичные параметры линии: R_0 , Ом/км, g_0 , См/км, C_0 , нФ/км, L_0 , Гн/км.

В линии без потерь $R_0 = g_0 = 0$.

Решение

1. В воздушной линии без потерь фазовая скорость равна скорости света:

$$\vartheta_{\phi} = 1/\sqrt{L_0 C_0} = 3 \cdot 10^5.$$

Волновое сопротивление линии без потерь $Z_c = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$.

Используя эти соотношения, получим:

$$\sqrt{C_0} = \frac{1}{\vartheta_{\phi} \cdot \sqrt{L_0}} \text{ и } Z_c = \frac{\vartheta_{\phi} \cdot \sqrt{L_0} \cdot \sqrt{L_0}}{1}.$$

2. Определим L_0 и C_0 :

$$L_0 = \frac{Z_c}{\vartheta_{\phi}} = \frac{600}{3 \cdot 10^5} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Гн/км}; \quad C_0 = \frac{1}{\vartheta_{\phi} Z_c} = \frac{1}{600 \cdot 3 \cdot 10^5} = 5,5 \text{ нФ/км}.$$

Выводы по задаче

Для воздушной линии без потерь при определении первичных параметров достаточно знать лишь величину волнового сопротивления линии.

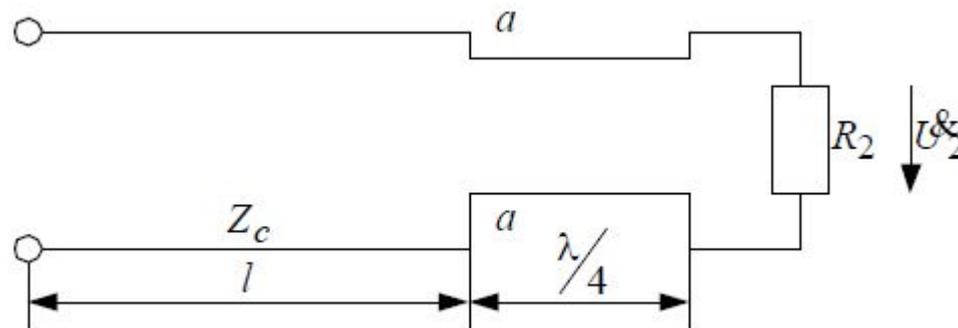
Методы согласования линии с нагрузкой

Задача 21

Цель. В данной задаче требуется рассмотреть согласование линии без потерь с активной нагрузкой при помощи четвертьволнового отрезка.

Условие. Линию без потерь длиной $l = 5$ м требуется согласовать с нагрузкой $R_H = 5Z_c$ с помощью четвертьволнового отрезка. Параметры линии: длина волны $\lambda = 3$ м, волновое сопротивление $Z_c = 500$ Ом.

Определить волновое сопротивление $Z_{тр}$, Ом, этого отрезка. Приняв напряжение на нагрузке $U_2 = 10$ В, $f = 10^8$ Гц, вычислить напряжение U_{aa}^z , В, и ток I_{aa}^z , мА, на входе трансформатора. Вычислить подводимую к линии P_1 , Вт, и расходуемую в нагрузке P_2 , Вт, мощности.



Решение

1. Коэффициент фазы $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{3}$.

Длина отрезка $l_1 = \lambda/4 = 3/4 = 0,75$ м.

$$Z_{\text{тр}} = \sqrt{Z_c R_H} = \sqrt{500 \cdot 2500} = 1120 \text{ Ом.}$$

$$U_{aa} = \underline{U}_2 \cos \beta l_1 + Z_{\text{тр}} \underline{I}_2 \sin \beta l_1 = j \frac{10}{2500} \cdot 1120 = j4,5 \text{ В;}$$

$$I_{aa} = j \frac{\underline{U}_2}{Z_{\text{тр}}} \sin \beta l_1 + \underline{I}_2 \cos \beta l_1 = j9 \text{ мА.}$$

$$U_1 = U_{aa} e^{j\beta l} = 4,5 \text{ В;} \quad I_1 = \frac{U_{aa}}{Z_c} e^{j\beta l} = 9 \text{ мА.}$$

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1 = 4,5 \cdot 9 \cdot 10^{-3} \cos 0^\circ = 40 \cdot 10^{-3}$$

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2 = U_2 \frac{U_2}{R_H} \cdot \cos 0^\circ = \frac{10^2}{2500} = 40 \cdot 10^{-3} \text{ Вт, т.е. } P_1 = P_2$$

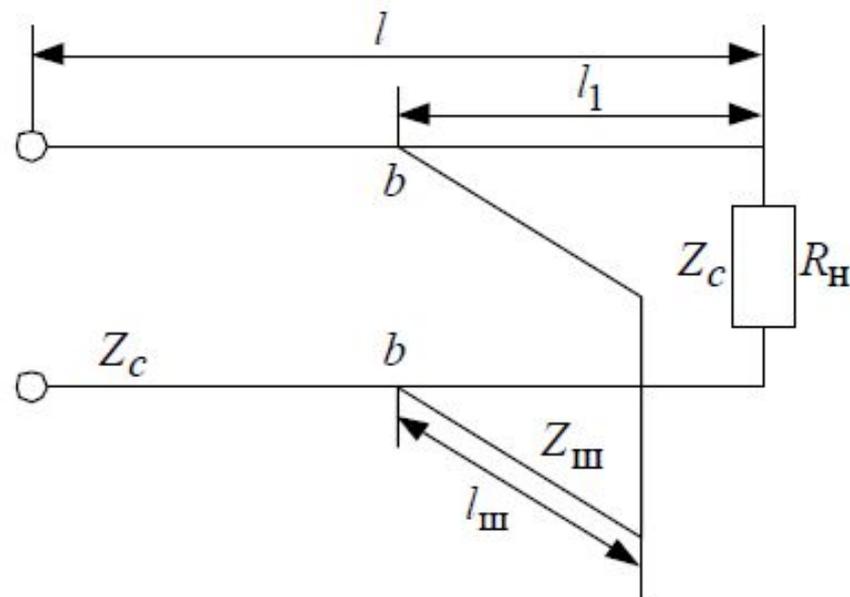
Выводы по задаче. Мощность, подводимая к линии, и мощность, расходуемая в нагрузке, равны друг другу, так как линия не имеет потерь.

Задача 22

Условие. Линию без потерь, волновое сопротивление которой $Z_c = 500$ Ом, коэффициент фазы $\beta = 2,1$ рад/м, длина $l = 5$ м, надо согласовать с резистивной нагрузкой $R_H = 2500$ Ом с помощью короткозамкнутого шлейфа, имеющего такое же сопротивление, как и линия.

Определить минимальную длину шлейфа $l_{ш}$, м, и место его включения, при которых входное сопротивление в месте присоединения шлейфа (точки $e - e$) равно волновому сопротивлению линии.

Чему в этом случае равны ток I_1 , мА, напряжение U_1 , В, и мощность, подводимая к линии P_1 , Вт, и расходуемая в нагрузке P_2 , Вт? Напряжение $U_2 = 10$ В, частота $f = 10^8$ Гц.



Входное сопротивление участка линии длиной l_1

$$\underline{Z}' = R_H \cdot \frac{1 + j \frac{Z_c}{R_H} \operatorname{tg} \beta l_1}{1 + j \frac{R_H}{Z_c} \operatorname{tg} \beta l_1} = R_H \cdot \frac{1 + jm \operatorname{tg} \beta l_1}{1 + j \frac{1}{m} \operatorname{tg} \beta l_1}, \text{ где } m = \frac{Z_c}{R_H};$$

$$\underline{Z}_{\text{ш}} = jZ_c \operatorname{tg} \beta l_{\text{ш}}.$$

Определим входные проводимости этих участков \underline{Y}' и $\underline{Y}_{\text{ш}}$:

$$\underline{Y}' = \frac{1}{\underline{Z}'} = \frac{1}{R_{\text{н}}} \cdot \frac{1 + j\frac{1}{m} \operatorname{tg} \beta l_1}{1 + jm \operatorname{tg} \beta l_1} = \frac{1}{R_{\text{н}}} \cdot \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \beta l_1}{1 + m^2 \operatorname{tg}^2 \beta l_1} + j \frac{1}{R_{\text{н}}} \cdot \frac{\left(\frac{1}{m} - m\right) \cdot \operatorname{tg} \beta l_1}{1 + m^2 \operatorname{tg}^2 \beta l_1};$$

$$\underline{Y}_{\text{ш}} = \frac{1}{\underline{Z}_{\text{ш}}} = -j \frac{1}{Z_c \operatorname{tg} \beta l_{\text{ш}}}.$$

Входное сопротивление $\underline{Z}_{\text{вх}}$ линии при согласованной нагрузке должно быть равно волновому сопротивлению \underline{Z}_c :

$$Z_c = \frac{\underline{Z}' \underline{Z}_{\text{ш}}}{\underline{Z}' + \underline{Z}_{\text{ш}}} \quad \text{или} \quad \frac{1}{Z_c} = \frac{1}{\underline{Z}'} + \frac{1}{\underline{Z}_{\text{ш}}} = \underline{Y}' + \underline{Y}_{\text{ш}}.$$

Так как Z_c – действительная величина, то

$$\frac{1}{Z_c} = \frac{1}{R_{\text{н}}} \cdot \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \beta l_1}{1 + m^2 \operatorname{tg}^2 \beta l_1};$$

$$\frac{1}{m} + m \operatorname{tg}^2 \beta l_1 = 1 + \operatorname{tg}^2 \beta l_1; \quad \operatorname{tg} \beta l_1 = \pm \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{m}}{m - 1}} = \pm \sqrt{\frac{1}{m}} = \pm \sqrt{\frac{R_H}{Z_c}};$$

$$l_1 = \frac{1}{\beta} \operatorname{arctg} \left(\pm \sqrt{\frac{R_H}{Z_c}} \right).$$

$$l_1 = \frac{1}{2,1} \operatorname{arctg} \left(\pm \sqrt{\frac{2500}{500}} \right) = 0,548 \text{ м.}$$

$$\frac{1}{R_H} \cdot \frac{\left(\frac{1}{m} - m \right) \cdot \operatorname{tg} \beta l_1}{1 + m^2 \operatorname{tg}^2 \beta l_1} - \frac{1}{Z_c \operatorname{tg} \beta l_{\text{III}}} = 0.$$

$$l_{\text{III}} = \frac{1}{\beta} \operatorname{arctg} \left(\frac{\pm \sqrt{R_H Z_c}}{R_H - Z_c} \right);$$

$$l_{\text{III}} = \frac{1}{2,1} \operatorname{arctg} \left(\frac{\pm \sqrt{2500 \cdot 500}}{2500 - 500} \right) = 0,243 \text{ м.}$$

Определяем напряжение в точках $b - b$ по формуле

$$U_{bb} = U_2 \sqrt{\cos^2 \beta l_1 + m^2 \sin^2 \beta l_1} = \\ = 10 \sqrt{\cos^2(2,1 \cdot 0,548) + 0,2^2 \sin^2(2,1 \cdot 0,558)} = 4,46 \text{ В.}$$

Так как линия не имеет потерь, то $U_1 = 4,46 \text{ В.}$

Ток в начале линии (согласованная нагрузка)

$$I_1 = U_1 / Z_c = 4,46 / 500 = 8,92 \text{ мА.}$$

Мощность

$$P_1 = U_1 I_1 = 4,46 \cdot 8,92 \cdot 10^{-3} = 40 \text{ мВт,} \quad P_2 = U_2^2 / R_H = 10^2 / 2500 = 40 \text{ мВт.}$$

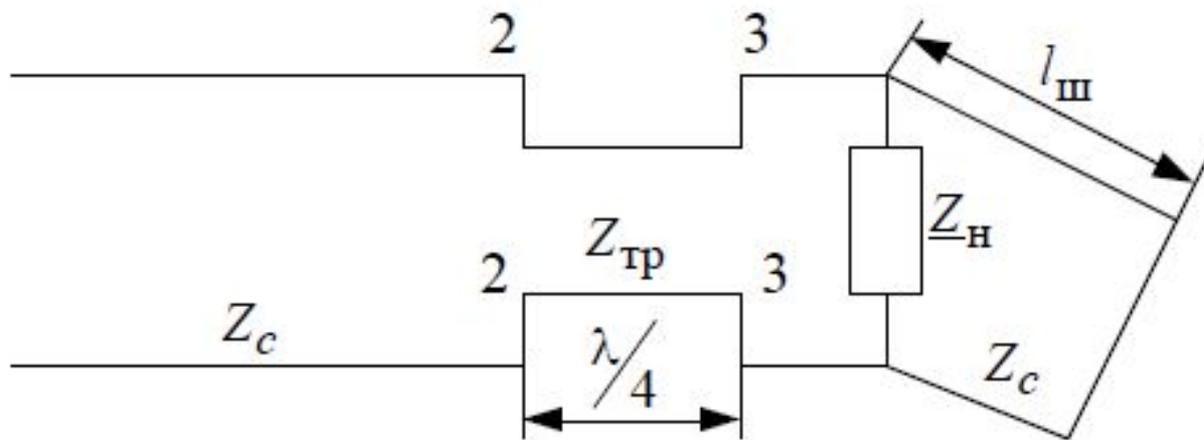
Выводы по задаче. Подбирая длину короткозамкнутого шлейфа и место его подключения к линии, необходимо согласовать с линией любую по величине и характеру нагрузку.

Задача 23

Условие. Для согласования приемника, сопротивление которого $Z_{\text{Н}} = 800 + j450$ Ом, с линией применяется схема, показанная на рис. 3.15.

Определить наименьшую длину КЗ шлейфа $l_{\text{ш}}$ и волновое сопротивление четвертьволнового трансформатора $Z_{\text{тр}}$.

Волновое сопротивление линии и шлейфа $Z_c = 600$ Ом. Длина волны $\lambda = 20$ м.



Решение

1. Четвертьволновый трансформатор согласовывает только активное сопротивление. Поэтому длину шлейфа $l_{\text{ш}}$ надо выбрать такой, чтобы сопротивление, эквивалентное включенным параллельно сопротивлениям нагрузки $\underline{Z}_{\text{н}}$ и шлейфа, было чисто активным, т.е. в уравнении

$$\frac{1}{\underline{Z}_{\text{н}}} + \frac{1}{\underline{Z}_{\text{ш}}} = \frac{1}{\underline{Z}_{\text{н}}} + \frac{1}{jZ_c \operatorname{tg} \beta l_{\text{ш}}} = g_3 - jb_3 \quad \text{необходимо иметь } b_3 = 0.$$

Так как $\frac{1}{\underline{Z}_{\text{н}}} = \frac{1}{800 + j450} = (0,95 - j0,535) \cdot 10^{-3}$, то получим уравнение

$$b_3 = -j0,535 \cdot 10^{-3} - j \frac{1}{600 \operatorname{tg} \beta l_{\text{ш}}} = 0, \text{ где } \beta = \frac{360}{\lambda} = \frac{360}{20} = 18 \text{ } ^\circ/\text{м}.$$

Отсюда

$$\operatorname{tg} \beta l_{\text{ш}} = -3,12; \quad \beta l_{\text{ш}} = 107^\circ; \quad l_{\text{ш}} = 5,96 \text{ м}.$$

2. Сопротивление нагрузки трансформатора

$$R_3 = \frac{1}{g_3} = \frac{1}{0,95 \cdot 10^{-3}} = 1050 \text{ Ом},$$

волновое сопротивление трансформатора

$$Z_{\text{тр}} = \sqrt{Z_c R_3} = \sqrt{600 \cdot 1050} = 795 \text{ Ом.}$$

Выводы по задаче. Чтобы использовать четвертьволновый трансформатор для согласования комплексной нагрузки, целесообразно использовать включенный параллельно нагрузке короткозамкнутый или разомкнутый шлейф.