Линия без искажений

Задача 14

Условие. Первичные параметры двухпроводной медной телефонной линии (при $f = 100$ кГц) таковы: $R_0 = 14$ Ом/км, $L_0 = 17{,}8 \cdot 10^{-3}$ Гн/км, $g_0 = 5 \cdot 10^{-6}$ См/км, $C_0 = 6{,}35 \cdot 10^{-9}$ Ф/км.

Показать, что линия является неискажающей.

Определить вторичные параметры линии: волновое сопротивление Z_c, Ом, коэффициент затухания α, дБ/км, коэффициент фазы β, рад/км.

Решение

1. Условие (14) выполняется, так как:

$$\frac{L_0}{R_0} = \frac{17{,}8 \cdot 10^{-3}}{14} = 1{,}27 \cdot 10^{-3}; \quad \frac{C_0}{g_0} = \frac{6{,}35 \cdot 10^{-9}}{5 \cdot 10^{-6}} = 1{,}27 \cdot 10^{-3}.$$

2. Вторичные параметры линии без искажений Z_c, α и β равны:

$$Z_c = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{17{,}8 \cdot 10^{-3}}{6{,}35 \cdot 10^{-9}}} = 1675 \text{ Ом};$$

$$\alpha = \sqrt{R_0 g_0} = \sqrt{14 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 8{,}37 \cdot 10^{-3} \text{ Нп/км} = 0{,}073 \text{ дБ/км};$$

$$\beta = \omega\sqrt{L_0 C_0} = 2\pi \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{17{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 6{,}35 \cdot 10^{-9}} = 6{,}68 \text{ рад/км}.$$

<u>Выводы по задаче</u>

1. Параметры линии удовлетворяют условию $L_0/R_0 = C_0/g_0$, значит, линия является неискажающей.

2. Волновое сопротивление Z_c линии без искажений – действительное число.

3. Коэффициент затухания α не зависит от частоты.

Задача 15

<u>Условие.</u> Однородная линия имеет параметры:

$$R_0 = 5 \text{ Ом/км}; \; C_0 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ мкФ/км}; \; g_0 = 10^{-6} \text{ См/км}.$$

При какой индуктивности L_0, Гн/км, в линии отсутствуют искажения?

<u>Решение</u>

Из условия $L_0/R_0 = C_0/g_0$ определим L_0:

$$L_0 = \frac{C_0 R_0}{g_0} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-6} \cdot 5}{10^{-6}} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ Гн/км.}$$

Задача 16

<u>Условие.</u> По воздушной линии осуществляются диспетчерская связь на частоте 100 кГц. Передающий и приемный аппарат находятся на расстоянии 20 км друг от друга. На этой частоте были измерены сопротивления ХХ и КЗ линии: $\underline{Z}_{\text{х}} = 767 e^{j4^{\circ}30'}$ Ом и $\underline{Z}_{\text{к}} = 735 e^{-j4^{\circ}30'}$ Ом.

Рассчитать вторичные параметры линии связи; определить скорость $\vartheta_{\text{ф}}$, км, и длину волны λ, км, а также первичные параметры линии: R_0, Ом/км, L_0, Гн/км, g_0, мкСм/км, C_0, нФ/км.

<u>Решение</u>

1. Определим вторичные параметры:

$$\underline{Z}_{\text{с}} = \sqrt{\underline{Z}_{\text{х}} \underline{Z}_{\text{к}}} = \sqrt{767 e^{j4^{\circ}30'} \cdot 735 e^{-j4^{\circ}30'}} = 750 \text{ Ом;}$$

$$\text{th}\underline{\gamma} l = \text{th}(\alpha l + j\beta l) = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{\text{к}}}{\underline{Z}_{\text{х}}}} = 0{,}975 e^{-j4^{\circ}30'};$$

$$\alpha l + j\beta l = \frac{1}{2}\cdot\ln\frac{1+0{,}975e^{-j4^{o}30'}}{1-0{,}975e^{-j4^{o}30'}} = \frac{1}{2}\cdot\ln\left(24{,}36e^{-j72^{o}}\right);$$

$$\alpha l = 1{,}6 \text{ Нп}; \quad \beta l = (k-0{,}2)\pi \text{ рад},$$

где $k = 0; 1; 2\ldots$ – целое число полуволн, укладывающихся вдоль линии.

2. Вычислим фазовую скорость и длину волны: длина волны в вакууме при $f = 100$ кГц

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3\cdot 10^5}{100\cdot 10^3} = 3 \text{ км}.$$

В воздушной линии фазовая скорость $\vartheta_ф$ меньше скорости света c

число k может быть и более 13($k_2 = 14; k_3 = 15$ и т.д.)

3. Первичные параметры рассчитаем по формулам

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\underline{Z}_0/\underline{Y}_0}; \; \alpha + j\beta = \sqrt{\underline{Y}_0\underline{Z}_0}.$$

Отсюда $\underline{Y}_0 = g_0 + j\omega C_0 = \dfrac{\alpha + j\beta}{\underline{Z}_c}$; $\underline{Z}_0 = R_0 + j\omega L_0 = \underline{Y}_0\underline{Z}_c{}^2$.

α, Нп/км	β, рад/км	R_0, Ом/км	g_0, мкСм/км	L_0, мкГн/км	C_0, нФ/км
0,08	2,17	60	106	2,6	4,6

4. Проверим условие для неискажающей линии:

$$\frac{L_0}{R_0} = \frac{2{,}6 \cdot 10^{-3}}{60} = 0{,}43 \cdot 10^{-4};$$

$$\frac{C_0}{g_0} = \frac{4{,}6 \cdot 10^{-9}}{106 \cdot 10^{-6}} = 0{,}43 \cdot 10^{-4};$$

<u>Выводы по задаче</u>

1. Величина волнового сопротивления линии связи не зависит от частоты.

2. Результатов опытов ХХ и КЗ не достаточно для однозначного определения параметров данной линии.

3. Линия связи, рассмотренная в этой задаче, удовлетворяет условию неискажающей линии.

Линия без потерь

Задача 16

Условие. Энергия передается на высокой частоте от генератора к излучающей системе с помощью фидера (линии), имеющего индуктивность $L_0 = 1{,}57$ мкГн/м и емкость $C_0 = 7{,}1$ пФ/м. Потерями в фидере можно пренебречь $(R_0 = g_0 = 0)$. Частота переменного тока $f = 10^8$ Гц.

Фи́дер — электрическая цепь (линия передачи) и вспомогательные устройства, с помощью которых энергия радиочастотного сигнала подводится от радиопередатчика к антенне или от антенны к радиоприемнику.

Определить: волновое сопротивление Z_c, Ом, коэффициенты затухания α, Нп/км, и фазы β, рад/км, длину волны λ, км, фазовую скорость $\vartheta_ф$, км.

Решение

1. Определим волновое сопротивление, коэффициенты затухания и фазы:

$$Z_c == \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{1{,}57 \cdot 10^{-6}}{7{,}1 \cdot 10^{-12}}} = 470 \text{ Ом}; \quad \alpha = 0;$$

$$\beta = \omega\sqrt{L_0 C_0} = 2\pi \cdot 10^8 \cdot \sqrt{1{,}57 \cdot 10^{-6} \cdot 7{,}1 \cdot 10^{-12}} = 1{,}2 \text{ рад/км.}$$

2. Вычислим длину волну и фазовую скорость:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{2{,}1} = 3 \text{ м; } \vartheta_ф = c = 3 \cdot 10^5 \text{ км /с.}$$

<u>Выводы по задаче</u>

1. Волновое сопротивление – активное.

2. Коэффициенты затухания $\alpha = 0$, коэффициенты фазы прямо пропорционален частоте сигнала.

3. Фазовая скорость волны в линии без потерь равна скорости света в вакууме.

Задача 17

<u>Условие.</u> Волновое сопротивление воздушной линии без потерь равно 600 Ом. Определить первичные параметры линии: R_0, Ом/км, g_0, См/км, C_0, нФ/км, L_0, Гн/км.

В линии без потерь $R_0 = g_0 = 0$.

Решение

1. В воздушной линии без потерь фазовая скорость равна скорости света:

$$\vartheta_ф = 1/\sqrt{L_0 C_0} = 3 \cdot 10^5 .$$

Волновое сопротивление линии без потерь $Z_с = \sqrt{\dfrac{L_0}{C_0}}$.

Используя эти соотношения, получим:

$$\sqrt{C_0} = \frac{1}{\vartheta_ф \cdot \sqrt{L_0}} \text{ и } Z_с = \frac{\vartheta_ф \cdot \sqrt{L_0} \cdot \sqrt{L_0}}{1} .$$

2. Определим L_0 и C_0:

$$L_0 = \frac{Z_с}{\vartheta_ф} = \frac{600}{3 \cdot 10^5} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Гн/км; } C_0 = \frac{1}{\vartheta_ф Z_с} = \frac{1}{600 \cdot 3 \cdot 10^5} = 5{,}5 \text{ нФ/км.}$$

Выводы по задаче

Для воздушной линии без потерь при определении первичных параметров достаточно знать лишь величину волнового сопротивления линии.

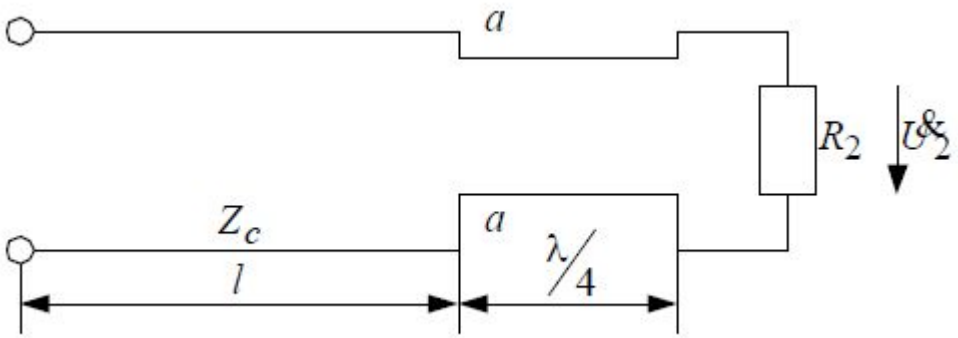
Методы согласования линии с нагрузкой

Задача 21

Цель. В данной задаче требуется рассмотреть согласование линии без потерь с активной нагрузкой при помощи четвертьволнового отрезка.

Условие. Линию без потерь длиной l = 5 м требуется согласовать с нагрузкой $R_н = 5Z_c$ с помощью четвертьволнового отрезка. Параметры линии: длина волны λ = 3 м, волновое сопротивление Z_c = 500 Ом.

Определить волновое сопротивление $Z_{тр}$, Ом, этого отрезка. Приняв напряжение на нагрузке $U_2 = 10$ В, $f = 10^8$ Гц, вычислить напряжение $\dot{U}_{aa'}$, В, и ток $\dot{I}_{aa'}$, мА, на входе трансформатора. Вычислить подводимую к линии P_1, Вт, и расходуемую в нагрузке P_2, Вт, мощности.



Решение

1. Коэффициент фазы $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{3}$.

Длина отрезка $l_1 = \lambda / 4 = 3/4 = 0{,}75$ м.

$$Z_{тр} = \sqrt{Z_с R_н} = \sqrt{500 \cdot 2500} = 1120 \text{ Ом.}$$

$$U_{aa} = \underline{U}_2 \cos \beta l_1 + Z_{тр} \underline{I}_2 \sin \beta l_1 = j\frac{10}{2500} \cdot 1120 = j4{,}5 \text{ В;}$$

$$I_{aa} = j\frac{\underline{U}_2}{Z_{тр}} \sin \beta l_1 + \underline{I}_2 \cos \beta l_1 = j9 \text{ мА.}$$

$$U_1 = U_{aa} e^{j\beta l} = 4{,}5 \text{ В} \qquad I_1 = \frac{U_{aa}}{Z_с} e^{j\beta l} = 9 \text{ мА.}$$

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi 1 = 4{,}5 \cdot 9 \cdot 10^{-3} \cos 0^\circ \cong 40 \cdot 10^{-3}$$

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi 2 = U_2 \frac{U_2}{R_н} \cdot \cos 0^\circ = \frac{10^2}{2500} = 40 \cdot 10^{-3} \text{ Вт, т.е. } P_1 = P_2$$

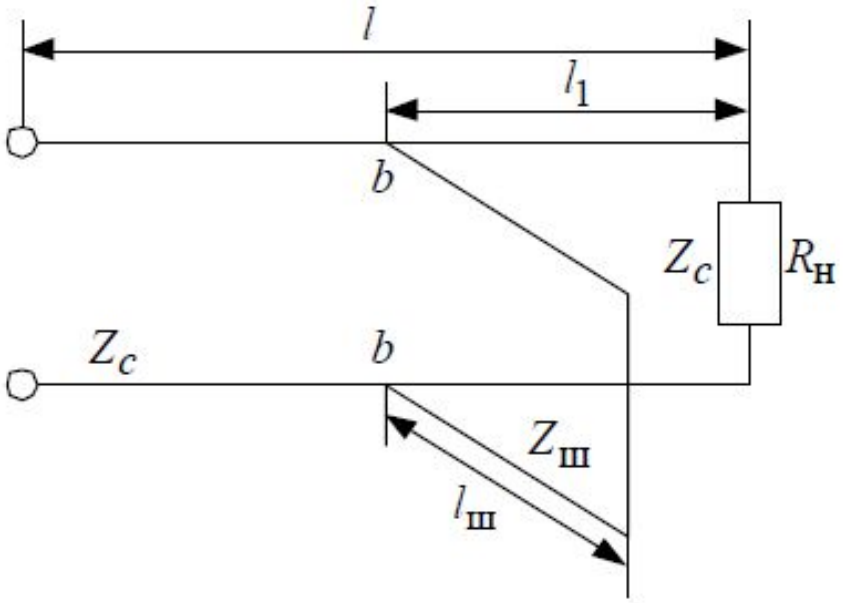
Выводы по задаче. Мощность, подводимая к линии, и мощность, расходуемая в нагрузке, равны друг другу, так как линия не имеет потерь.

Задача 22

Условие. Линию без потерь, волновое сопротивление которой $Z_c = 500$ Ом, коэффициент фазы $\beta = 2{,}1$ рад/м, длина $l = 5$ м, надо согласовать с резистивной нагрузкой $R_н = 2500$ Ом с помощью короткозамкнутого шлейфа, имеющего такое же сопротивление, как и линия.

Определить минимальную длину шлейфа $l_ш$, м, и место его включения, при которых входное сопротивление в месте присоединения шлейфа (точки *в* – *в*) равно волновому сопротивлению линии.

Чему в этом случае равны ток I_1, мА, напряжение U_1, В, и мощность, подводимая к линии P_1, Вт, и расходуемая в нагрузке P_2, Вт? Напряжение $U_2 = 10$ В, частота $f = 10^8$ Гц.



Входное сопротивление участка линии длиной l_1

$$\underline{Z'} = R_н \cdot \frac{1 + j\dfrac{Z_с}{R_н}\operatorname{tg}\beta l_1}{1 + j\dfrac{R_н}{Z_с}\operatorname{tg}\beta l_1} = R_н \cdot \frac{1 + jm\operatorname{tg}\beta l_1}{1 + j\dfrac{1}{m}\operatorname{tg}\beta l_1}, \text{ где } m = \frac{Z_с}{R_н};$$

$$\underline{Z}_{ш} = jZ_{с}\ \mathrm{tg}\,\beta l_{ш}.$$

Определим входные проводимости этих участков $\underline{Y}'$ и $\underline{Y}_{ш}$:

$$\underline{Y}' = \frac{1}{\underline{Z}'} = \frac{1}{R_{н}} \cdot \frac{1 + j\dfrac{1}{m}\,\mathrm{tg}\,\beta l_1}{1 + jm\,\mathrm{tg}\,\beta l_1} = \frac{1}{R_{н}} \cdot \frac{1 + \mathrm{tg}^2\beta l_1}{1 + m^2\ \mathrm{tg}^2\beta l_1} + j\frac{1}{R_{н}} \cdot \frac{\left(\dfrac{1}{m} - m\right) \cdot \mathrm{tg}\,\beta l_1}{1 + m^2\ \mathrm{tg}^2\ \beta l_1};$$

$$\underline{Y}_{ш} = \frac{1}{\underline{Z}_{ш}} = -j\frac{1}{Z_{с}\ \mathrm{tg}\,\beta l_{ш}}.$$

Входное сопротивление $\underline{Z}_{вх}$ линии при согласованной нагрузке должно быть равно волновому сопротивлению $\underline{Z}_{с}$:

$$Z_{с} = \frac{\underline{Z}'\,\underline{Z}_{ш}}{\underline{Z}' + \underline{Z}_{ш}} \text{ или } \frac{1}{Z_{с}} = \frac{1}{\underline{Z}'} + \frac{1}{\underline{Z}_{ш}} = \underline{Y}' + \underline{Y}_{ш}.$$

Так как $Z_{с}$ – действительная величина, то $\dfrac{1}{Z_{с}} = \dfrac{1}{R_{н}} \cdot \dfrac{1 + \mathrm{tg}^2\ \beta l_1}{1 + m^2\ \mathrm{tg}^2\ \beta l_1};$

$$\frac{1}{m} + m\,\mathrm{tg}^2\,\beta l_1 = 1 + \mathrm{tg}^2\,\beta l_1; \qquad \mathrm{tg}\,\beta l_1 = \pm\sqrt{\frac{1-\frac{1}{m}}{m-1}} = \pm\sqrt{\frac{1}{m}} = \pm\sqrt{\frac{R_{\text{н}}}{Z_{\text{с}}}};$$

$$l_1 = \frac{1}{\beta}\,\mathrm{arctg}\left(\pm\sqrt{\frac{R_{\text{н}}}{Z_{\text{с}}}}\right).$$

$$l_1 = \frac{1}{2{,}1}\,\mathrm{arctg}\left(\pm\sqrt{\frac{2500}{500}}\right) = 0{,}548 \text{ м.}$$

$$\frac{1}{R_{\text{н}}}\cdot\frac{\left(\frac{1}{m}-m\right)\cdot\mathrm{tg}\,\beta l_1}{1+m^2\,\mathrm{tg}^2\,\beta l_1} - \frac{1}{Z_{\text{с}}\,\mathrm{tg}\,\beta l_{\text{ш}}} = 0\,.$$

$$l_{\text{ш}} = \frac{1}{\beta}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{\pm\sqrt{R_{\text{н}}Z_{\text{с}}}}{R_{\text{н}}-Z_{\text{с}}}\right);$$

$$l_{\text{ш}} = \frac{1}{2{,}1}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{\pm\sqrt{2500\cdot 500}}{2500-500}\right) = 0{,}243 \text{ м.}$$

Определяем напряжение в точках $b-b$ по формуле

$$U_{bb} = U_2\sqrt{\cos^2 \beta l_1 + m^2 \sin^2 \beta l_1} =$$

$$= 10\sqrt{\cos^2(2{,}1\cdot 0{,}548) + 0{,}2^2 \sin^2(2{,}1\cdot 0{,}558)} = 4{,}46 \text{ В}.$$

Так как линия не имеет потерь, то U_1 = 4,46 В.

Ток в начале линии (согласованная нагрузка)

$$I_1 = U_1/Z_c = 4{,}46/500 = 8{,}92 \text{ мА}.$$

Мощность

$$P_1 = U_1 I_1 = 4{,}46\cdot 8{,}92\cdot 10^{-3} = 40 \text{ мВт}, \qquad P_2 = U_2^2/R_н = 10^2/2500 = 40 \text{ мВт}.$$

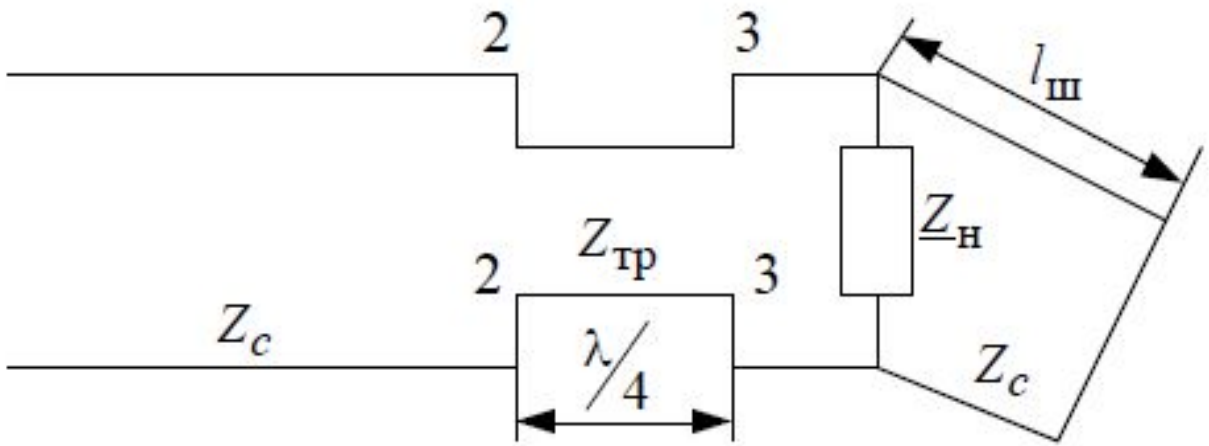
<u>Выводы по задаче.</u> Подбирая длину короткозамкнутого шлейфа и место его подключения к линии, необходимо согласовать с линией любую по величине и характеру нагрузку.

Задача 23

Условие. Для согласования приемника, сопротивление которого $\underline{Z}_н = 800 + j450$ Ом, с линией применяется схема, показанная на рис. 3.15.

Определить наименьшую длину КЗ шлейфа $l_ш$ и волновое сопротивление четвертьволнового трансформатора $Z_{тр}$.

Волновое сопротивление линии и шлейфа $Z_c = 600$ Ом. Длина волны $\lambda = 20$ м.



Решение

1. Четвертьволновый трансформатор согласовывает только активное сопротивление. Поэтому длину шлейфа $l_ш$ надо выбрать такой, чтобы сопротивление, эквивалентное включенным параллельно сопротивлениям нагрузки $\underline{Z}_н$ и шлейфа, было чисто активным, т.е. в уравнении

$$\frac{1}{\underline{Z}_н}+\frac{1}{\underline{Z}_ш}=\frac{1}{\underline{Z}_н}+\frac{1}{jZ_c\,\mathrm{tg}\,\beta l_ш}=g_3-jb_3$$

необходимо иметь $b_3=0$.

Так как $\frac{1}{\underline{Z}_н}=\frac{1}{800+j450}=(0{,}95-j0{,}535)\cdot 10^{-3}$, то получим уравнение

$$b_3=-j0{,}535\cdot 10^{-3}-j\frac{1}{600\,\mathrm{tg}\,\beta l_ш}=0,\ \text{где}\ \beta=\frac{360}{\lambda}=\frac{360}{20}=18\ °/\text{м}.$$

Отсюда

$$\mathrm{tg}\,\beta l_ш=-3{,}12;\ \ \beta l_ш=107°;\ \ l_ш=5{,}96\ \text{м}.$$

2. Сопротивление нагрузки трансформатора

$$R_3=\frac{1}{g_3}=\frac{1}{0{,}95\cdot 10^{-3}}=1050\ \text{Ом},$$

волновое сопротивление трансформатора

$$\underline{Z}_{\text{тр}} = \sqrt{Z_{\text{с}} R_{\text{З}}} = \sqrt{600 \cdot 1050} = 795 \text{ Ом.}$$

<u>Выводы по задаче.</u> Чтобы использовать четвертьволновый трансформатор для согласования комплексной нагрузки, целесообразно использовать включенный параллельно нагрузке короткозамкнутый или разомкнутый шлейф.