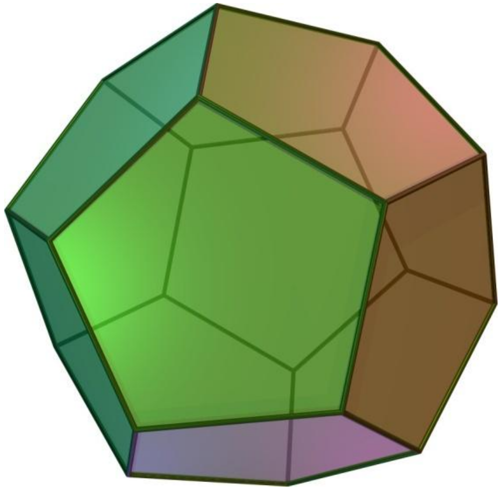
СИММЕТРИЯ МНОГОГРАННИКОВ

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

- *Под симметрией (или преобразованием симметрии) многогранника мы понимаем такое его движение в пространстве (например, поворот вокруг некоторой прямой, отражение относительно некоторой плоскости и т.д.), которое оставляет неизменными множества вершин, ребер и граней многогранника.*

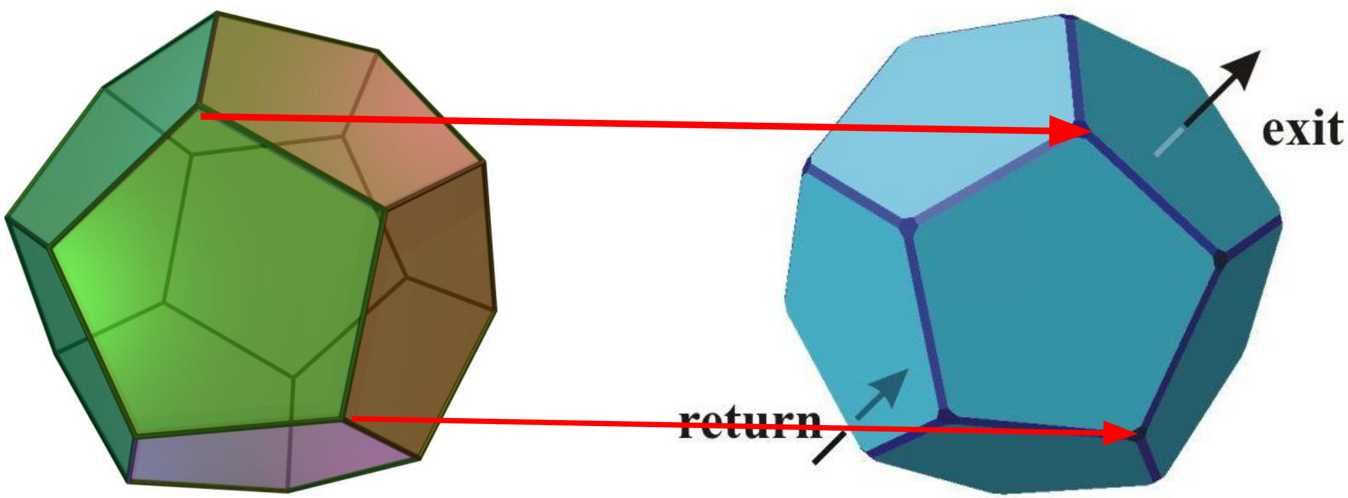
Додекаэдр



ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

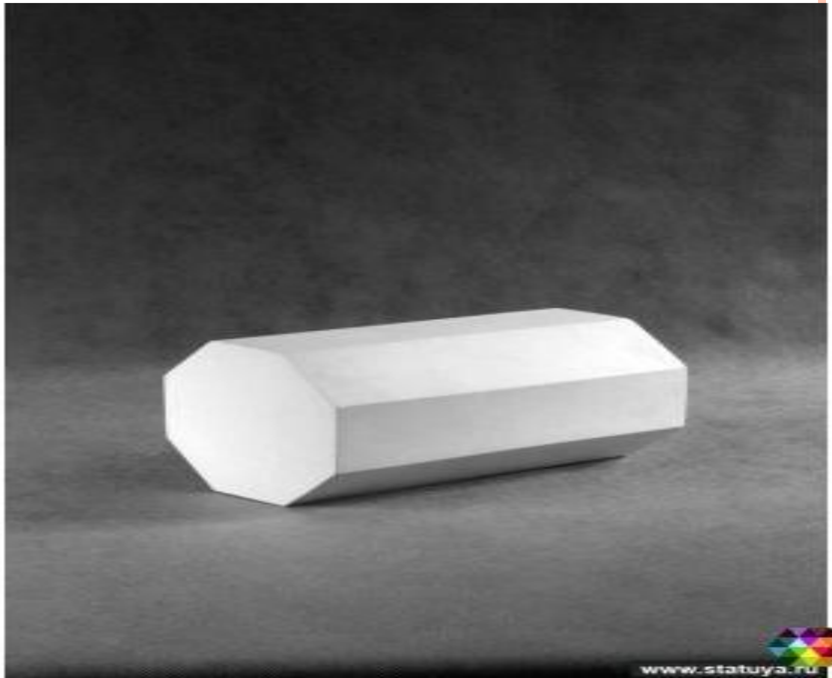
- *Иначе говоря, под преобразованием симметрии вершина, ребро или грань либо сохраняет свое исходное положение, либо переводится в исходное положение другой вершины, другого ребра или другой грани. Существует одна симметрия, которая свойственна всем многогранникам. Речь идет о тождественном преобразовании, оставляющем любую точку в исходном положении.*

Додекаэдр (изменил своё положение)



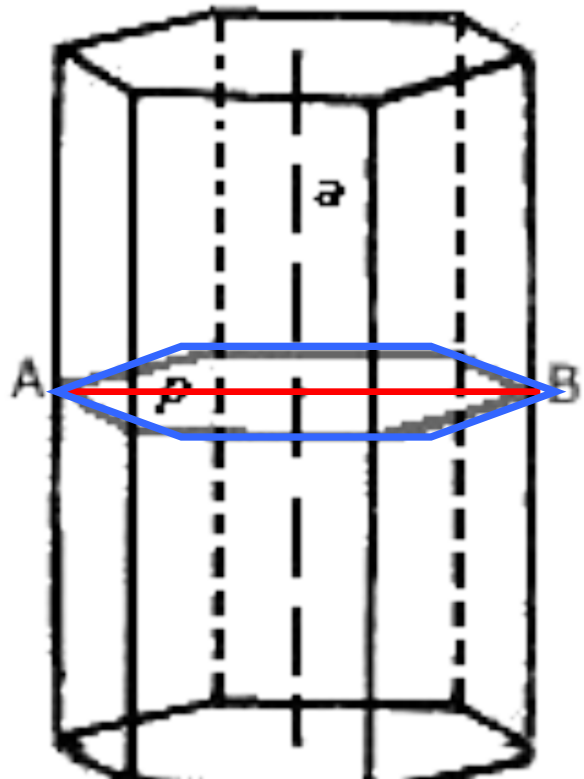
ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

С самым распространенным примером симметрии мы встречаемся в случае прямой правильной n-угольной призмы. Пусть a – прямая, соединяющая центры оснований. Поворот вокруг a на любое целое кратное угла 360/n градусов является симметрией. Пусть, далее, p – плоскость, проходящая посредине между основаниями параллельно им.



ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

- *Отражение относительно плоскости* p(*движение, переводящее любую точку* A *в точку* B*, такую, что* p *пересекает отрезок* AB *под прямым углом и делит его пополам) – еще одна симметрия.*

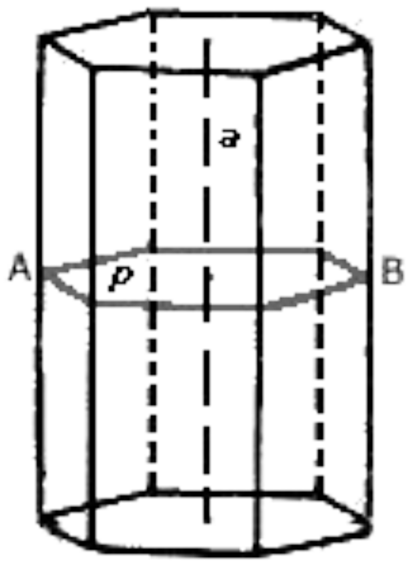


Элементы симметрии правильных многогранников

	тетраэдр	октаэдр	икосаэдр	гексаэдр	додекаэдр
Центры симметрии	-	1	1	1	1
Оси симметрии	3	9	15	9	15
Плоскости симметрии	6	9	15	9	15

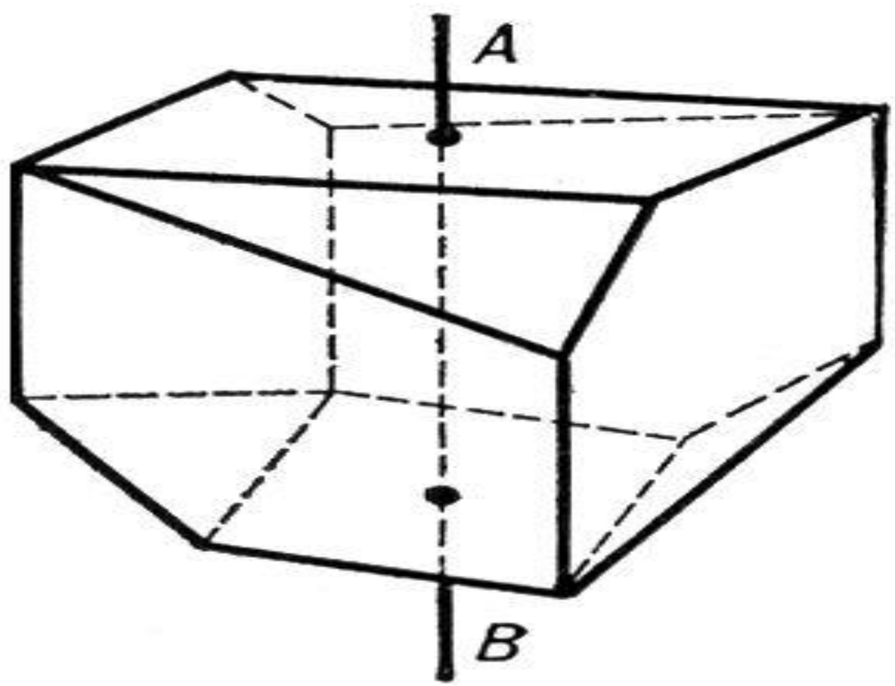
ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Любую симметрию многогранника можно представить в виде произведения отражений. Под произведением нескольких движений многогранника здесь понимается выполнение отдельных движений в определенном заранее установленном порядке. Например, упоминавшийся выше поворот на угол 360/n градусов вокруг прямой a есть произведение отражений относительно любых двух плоскостей, содержащих a и образующих относительно друг друга угол в 180/n градусов.

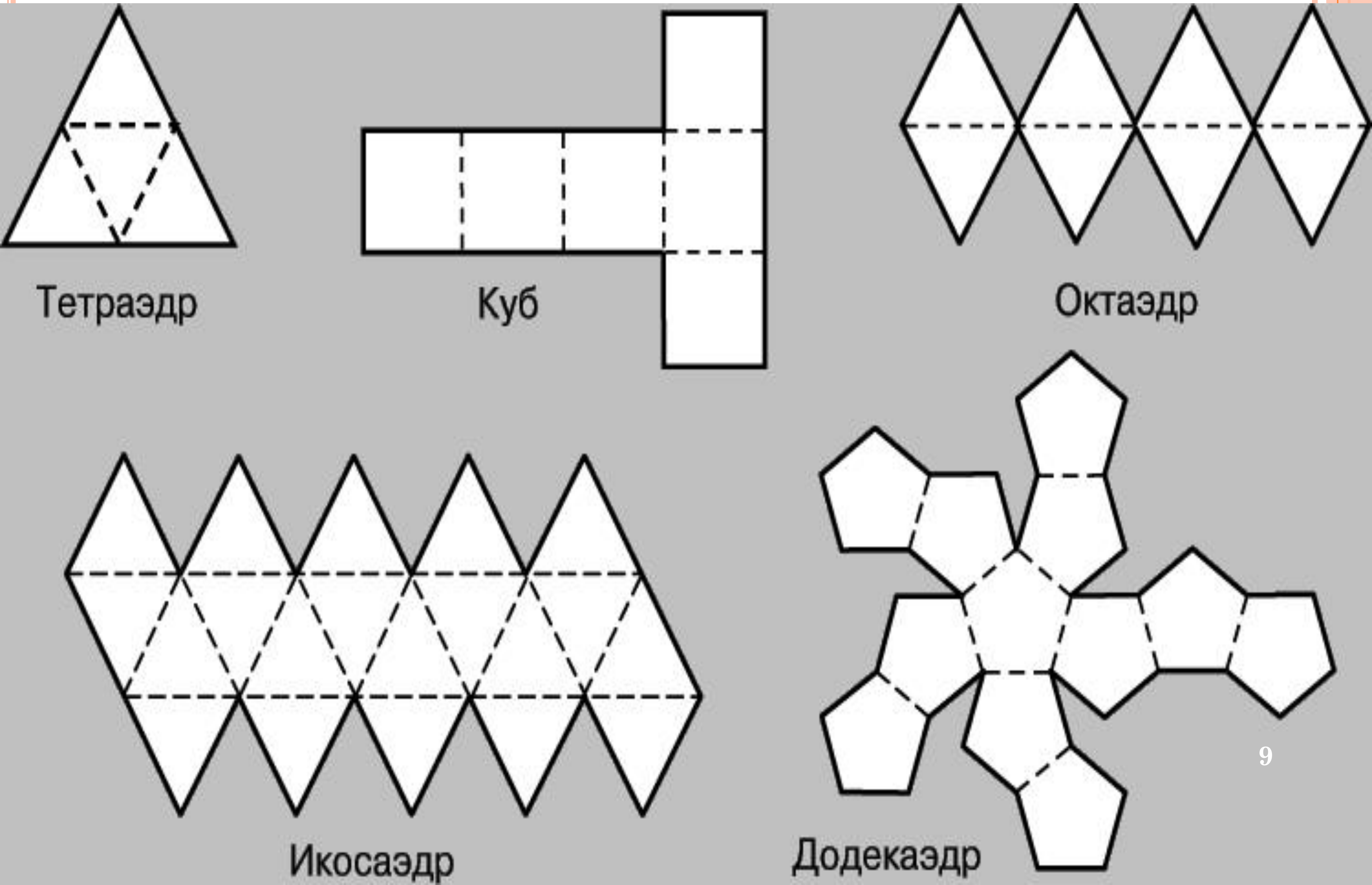


ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Симметрия, являющаяся произведением четного числа отражений, называется прямой, в противном случае – обратной. Таким образом, любой поворот вокруг прямой – прямая симметрия. Любое отражение есть обратная симметрия.

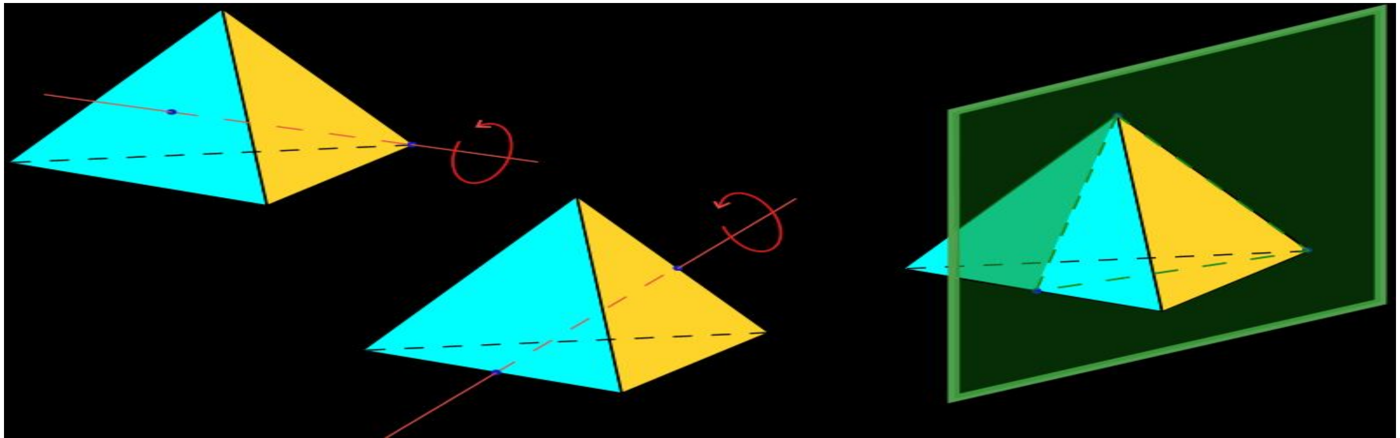


ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ



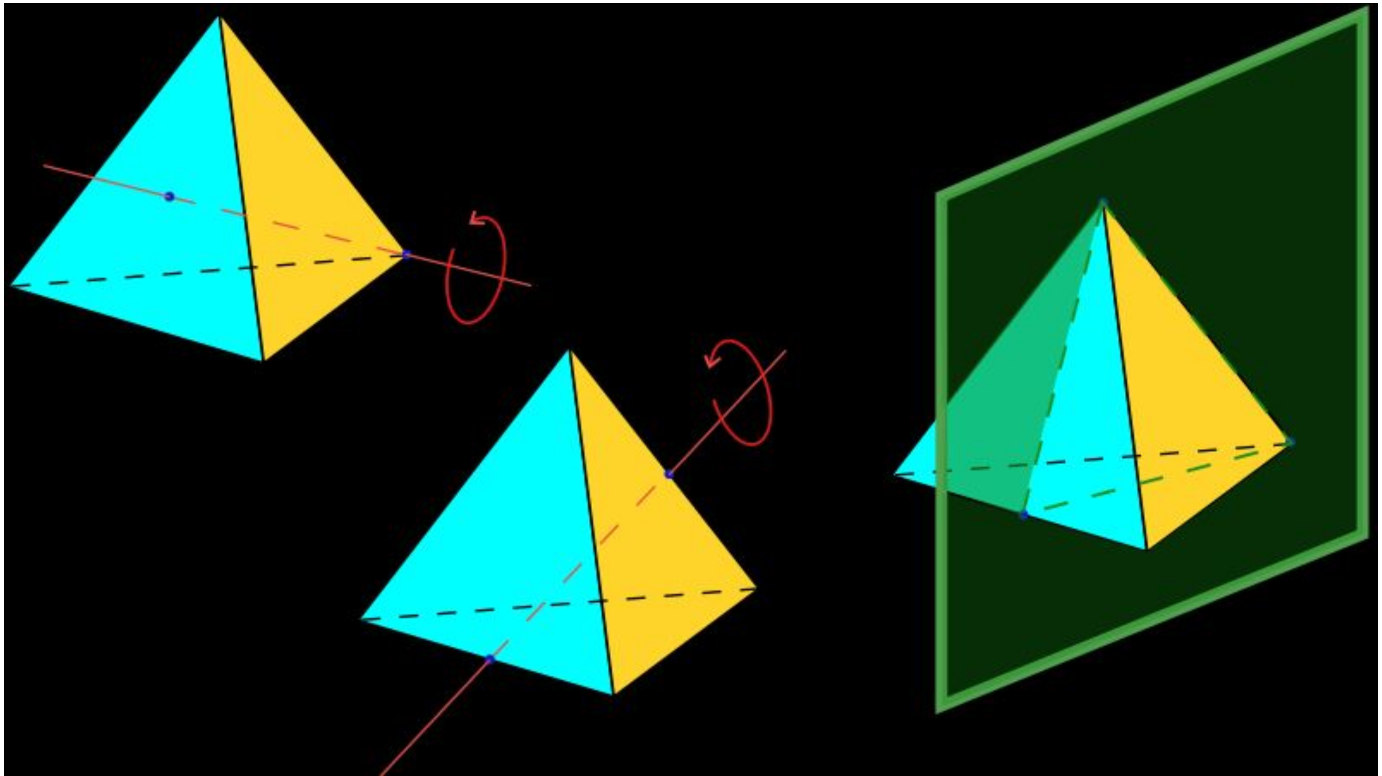
ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Рассмотрим подробнее симметрии тетраэдра, т.е. правильного многогранника. Любая прямая, проходящая через любую вершину и центр тетраэдра, проходит через центр противоположной грани. Поворот на 120 или 240 градусов вокруг этой прямой принадлежит к числу симметрий тетраэдра. Так как у тетраэдра 4 вершины (и 4 грани), то мы получим всего 8 прямых симметрий. Любая прямая, проходящая через центр и середину ребра тетраэдра проходит через середину противоположного ребра.



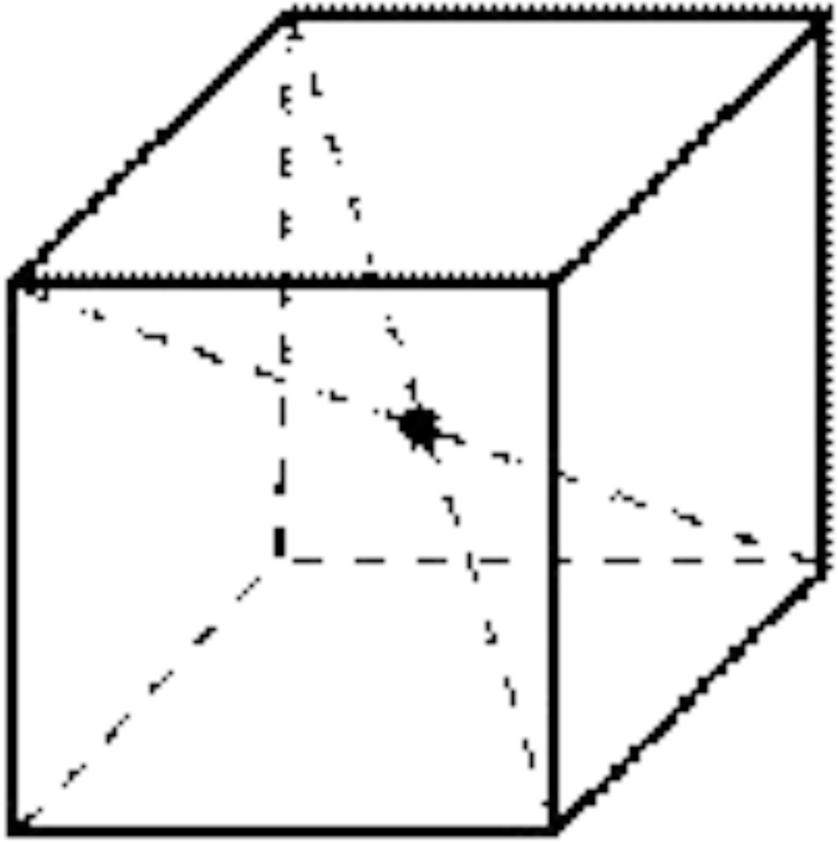
ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Поворот на 180 градусов (полуоборот) вокруг такой прямой также является симметрией. Так как у тетраэдра 3 пары ребер, мы получаем еще 3 прямые симметрии. Следовательно, общее число прямых симметрий, включая тождественное преобразование, доходит до 12. Можно показать, что других прямых симметрий не существует и что имеется 12 обратных симметрий. Таким образом, тетраэдр допускает всего 24 симметрии.



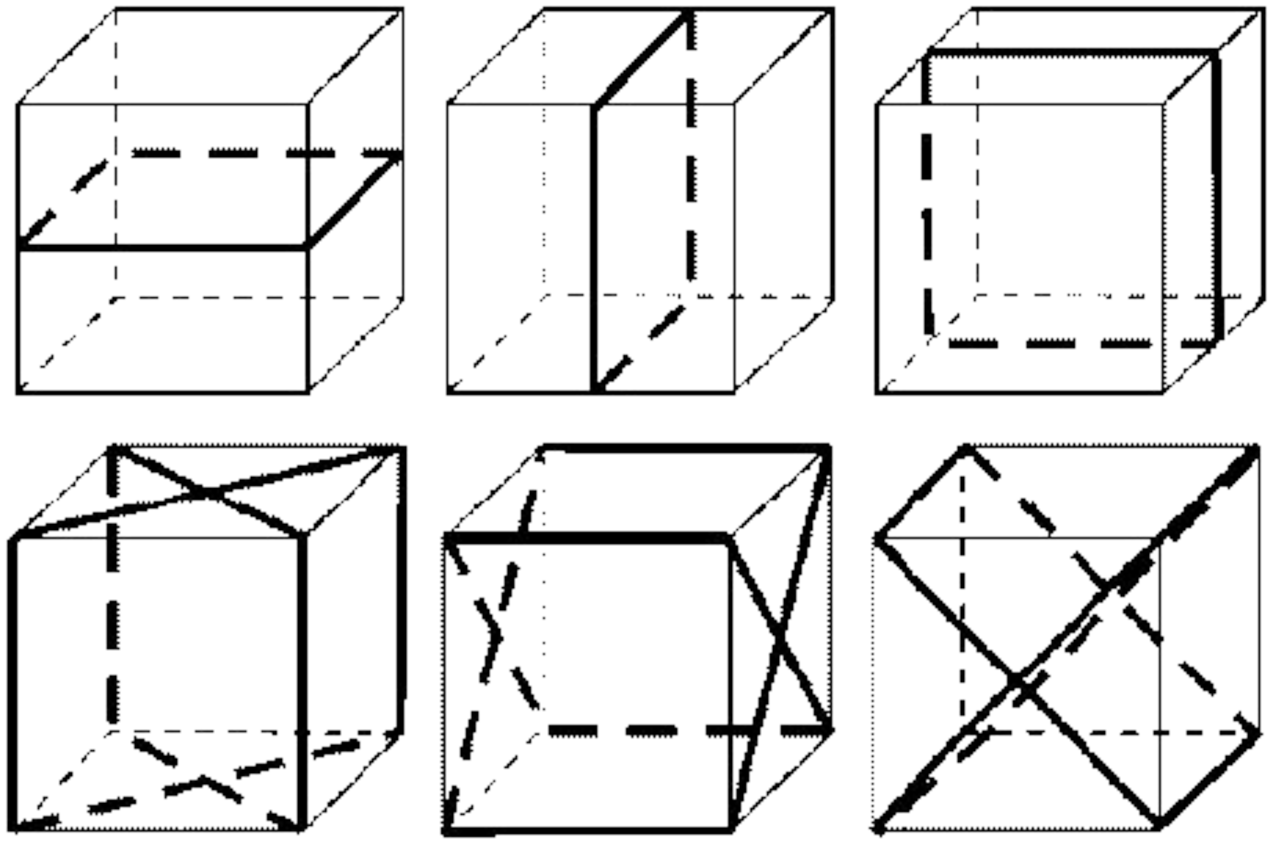
СИММЕТРИЯ КУБА

- *1. Центр симметрии — центр куба (точка пересечения диагоналей куба).*



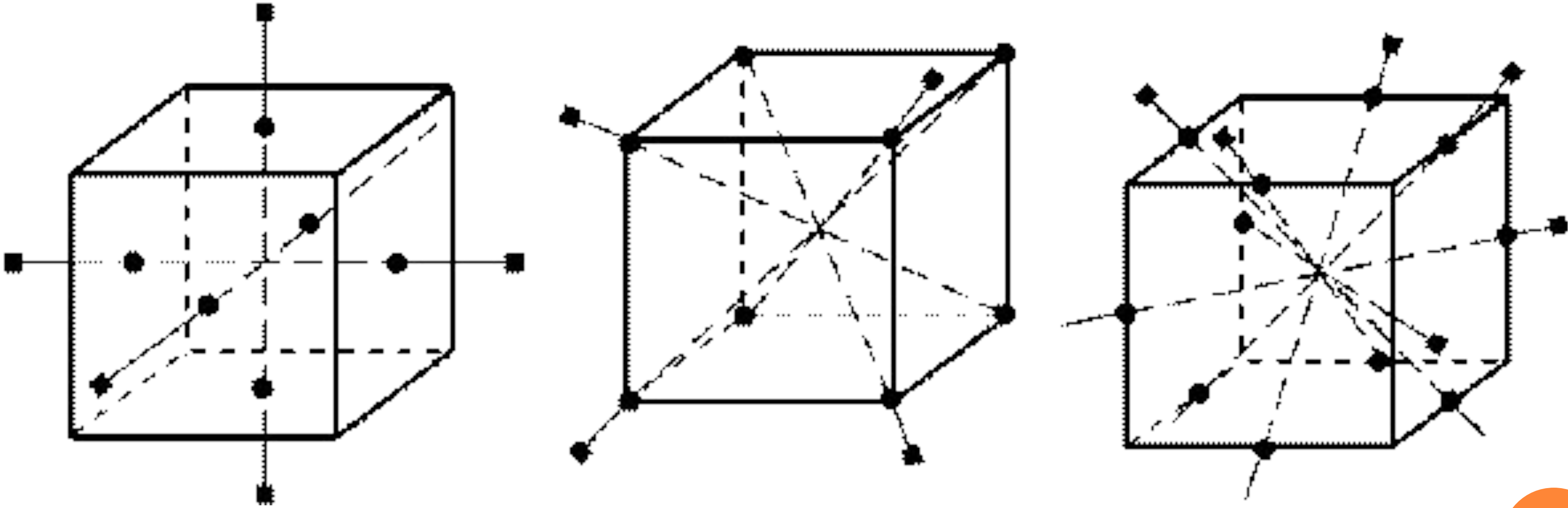
СИММЕТРИЯ КУБА

- *2. Плоскости симметрии: три плоскости симметрии, проходящие через середины параллельных ребер; шесть плоскостей симметрии, проходящие через противолежащие ребра.*



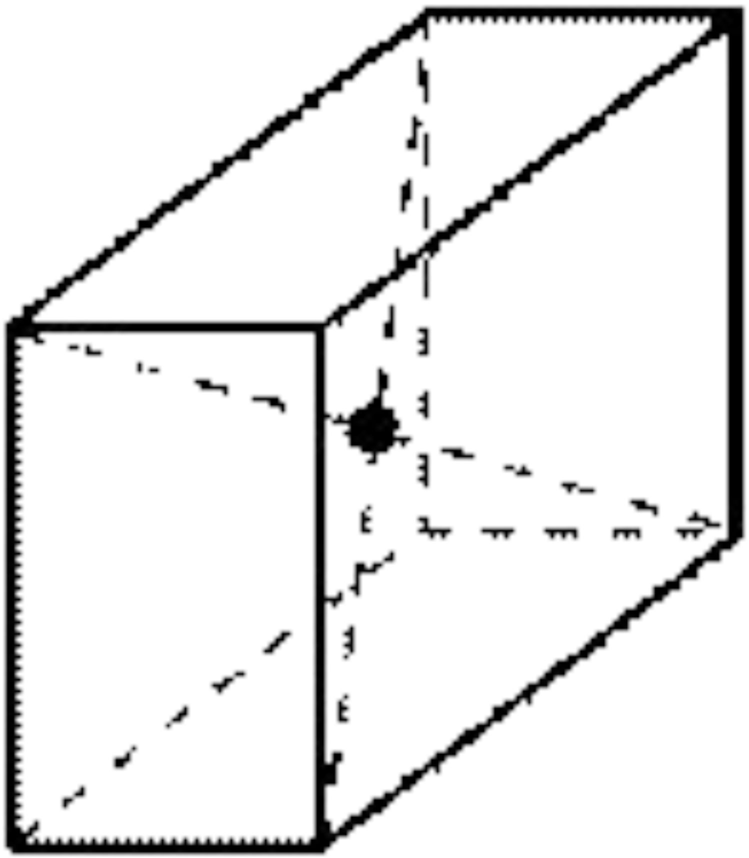
СИММЕТРИЯ КУБА

3. Оси симметрии: три оси симметрии, проходящие через центры противолежащих граней; четыре оси симметрии, проходящие через противолежащие вершины; шесть осей симметрии, проходящие через середины противолежащих ребер.



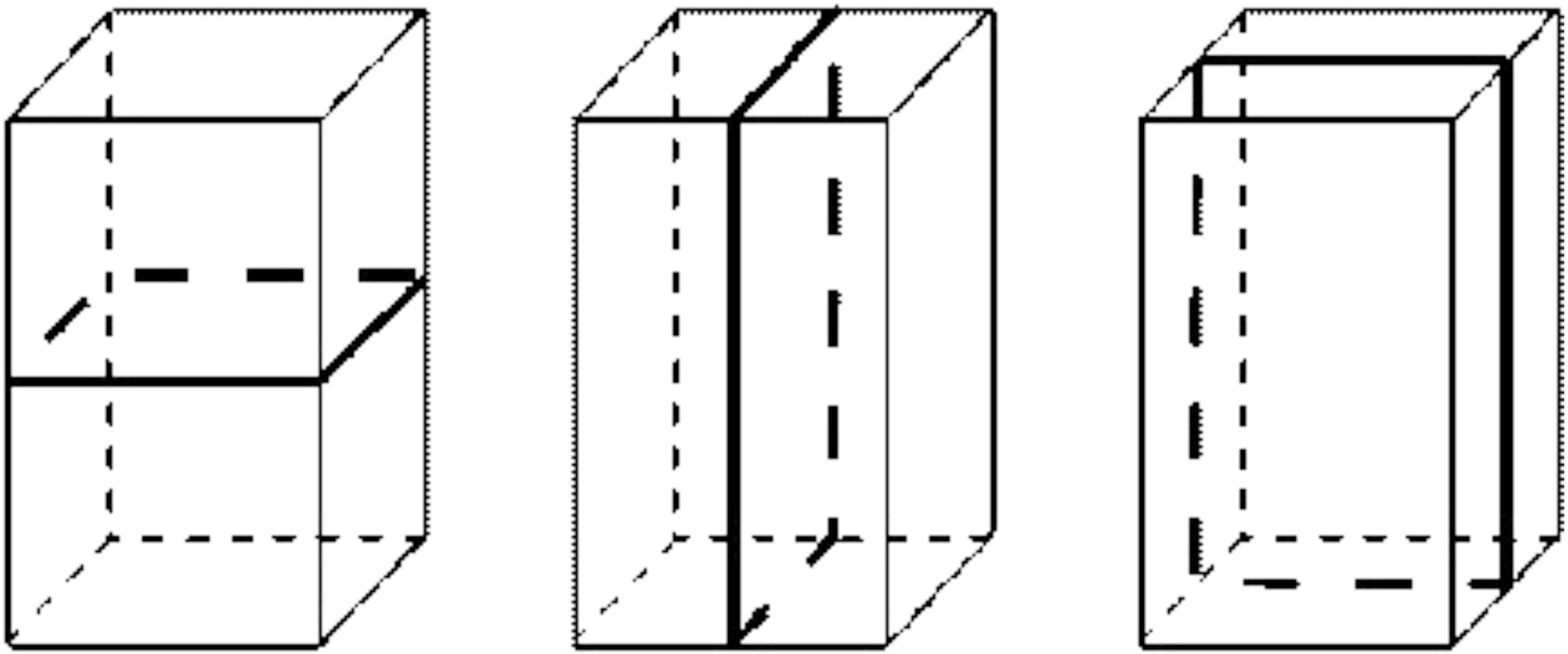
СИММЕТРИЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

1. Центр симметрии — точка пересечения диагоналей прямоугольного параллелепипеда.



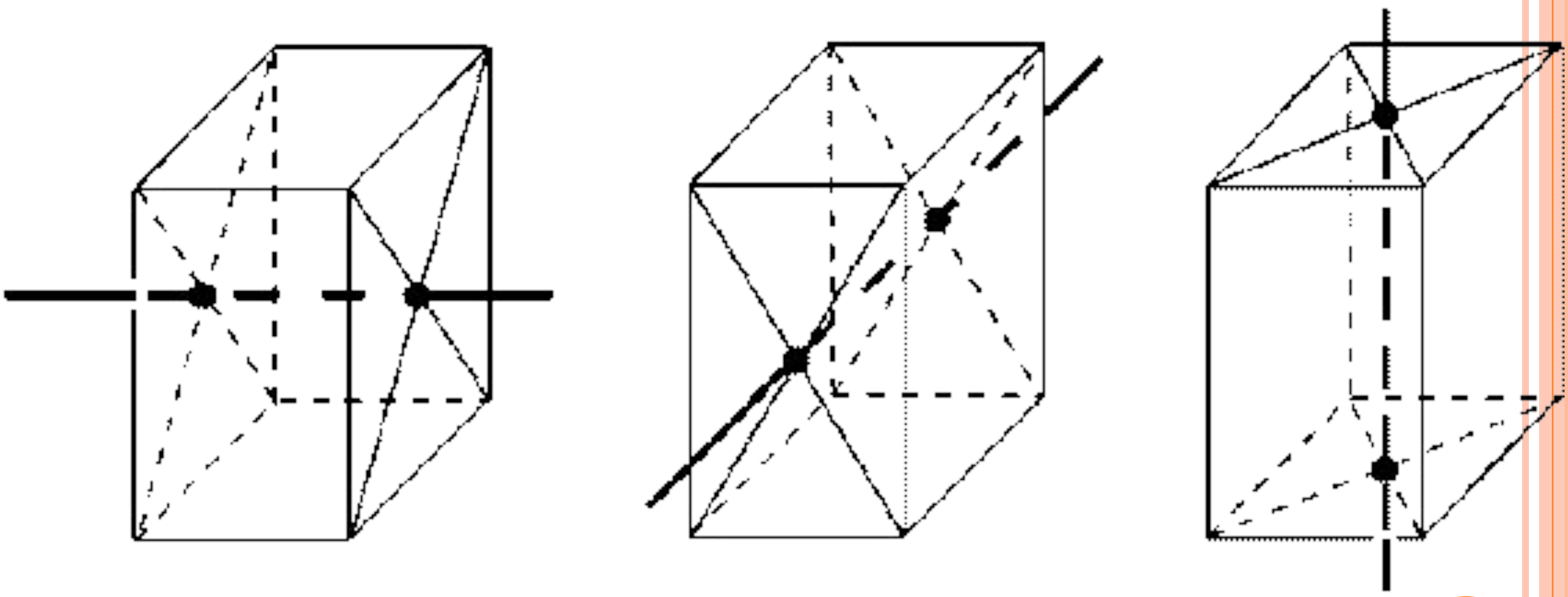
СИММЕТРИЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

- ***2. Плоскости симметрии: три плоскости симметрии, проходящие через середины параллельных ребер.***



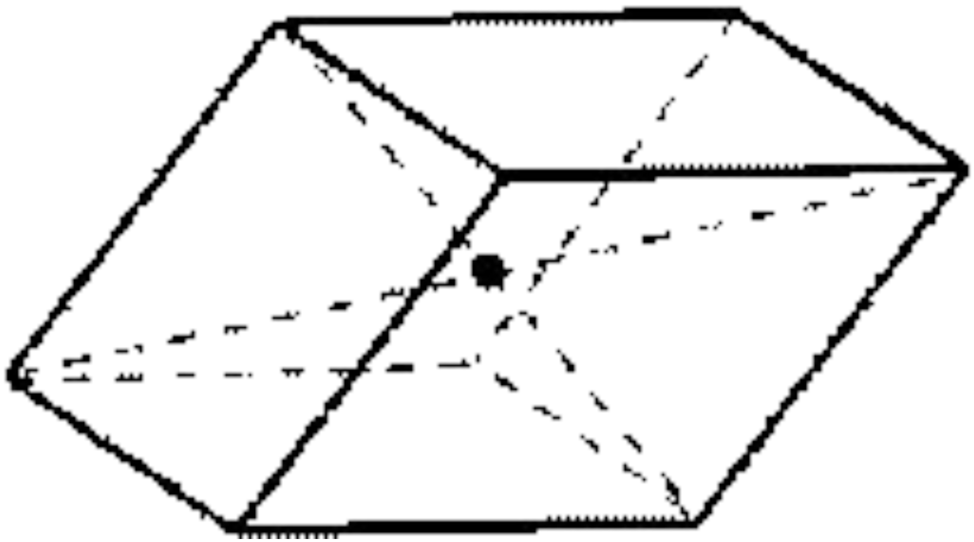
СИММЕТРИЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

3. Оси симметрии: три оси симметрии, проходящие через точки пересечения диагоналей противолежащих граней.



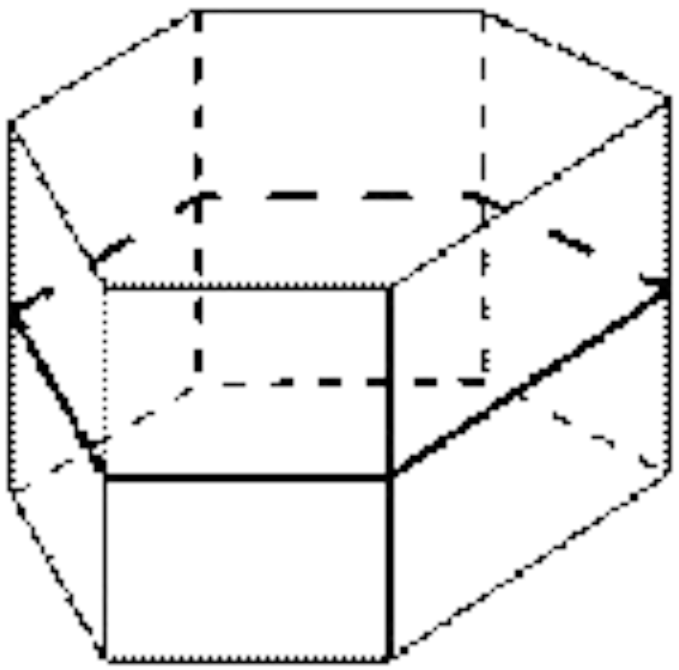
СИММЕТРИЯ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

- *1. Центр симметрии — точка пересечения диагоналей параллелепипеда.*



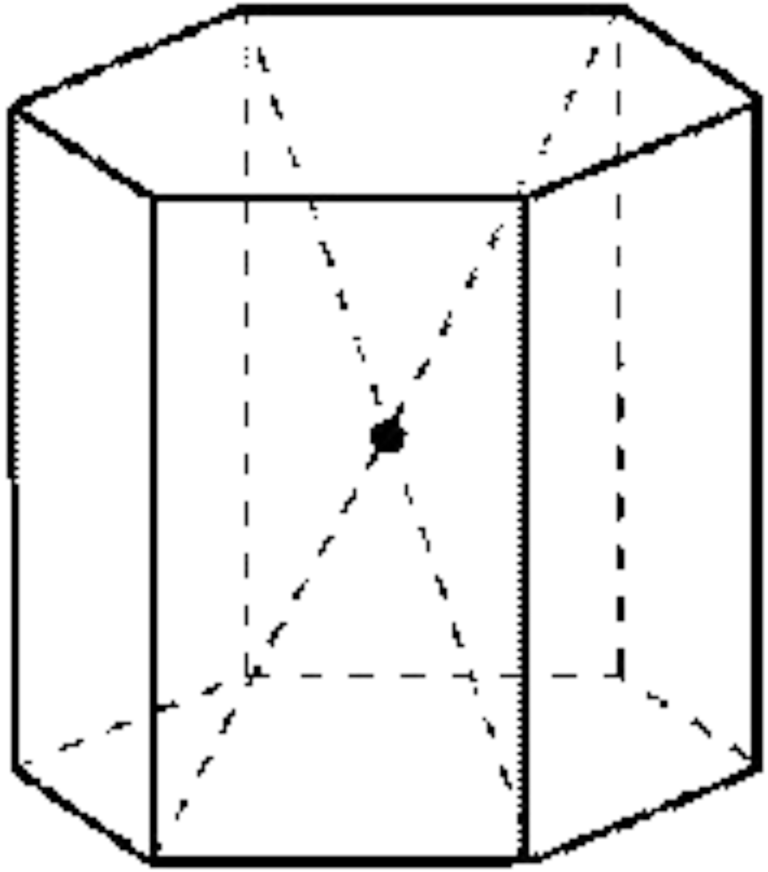
СИММЕТРИЯ ПРЯМОЙ ПРИЗМЫ

- 2. Плоскость симметрии, проходящая через середины боковых ребер.



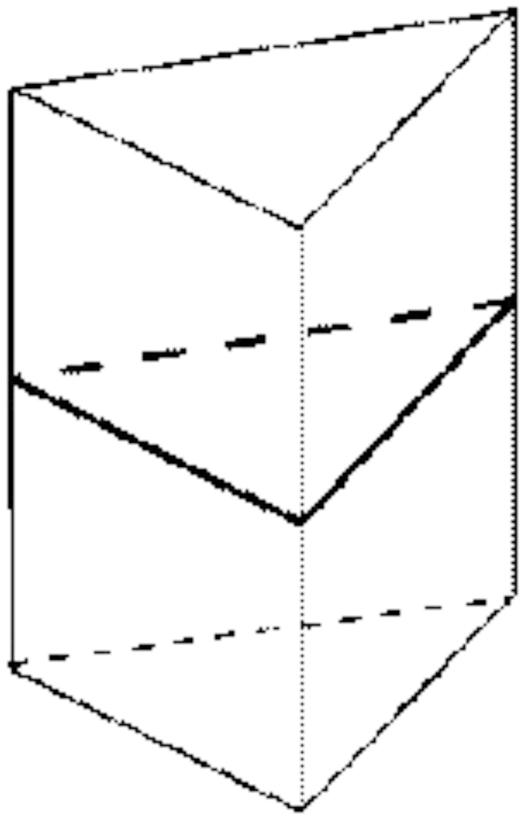
СИММЕТРИЯ ПРАВИЛЬНОЙ ПРИЗМЫ

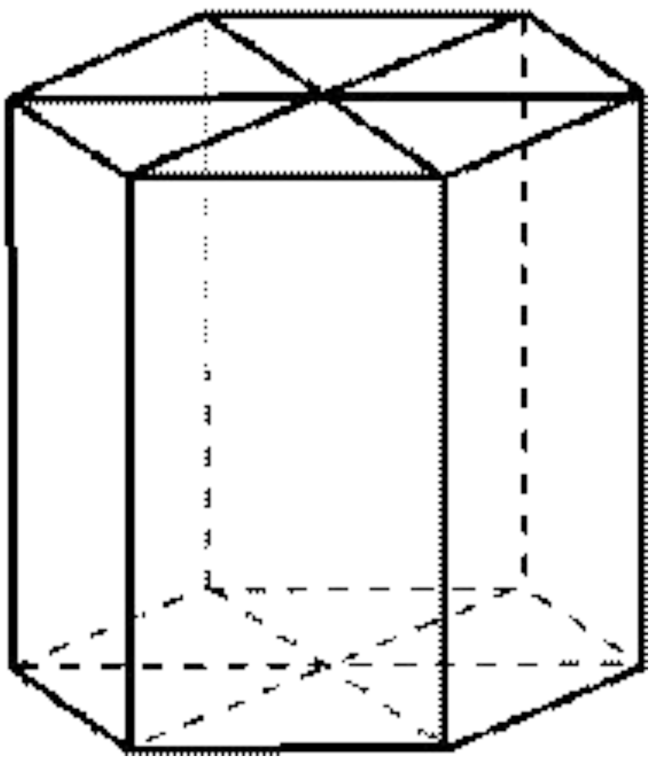
- *1. Центр симметрии при четном числе сторон основания — точка пересечения диагоналей правильной призмы.*



СИММЕТРИЯ ПРАВИЛЬНОЙ ПРИЗМЫ

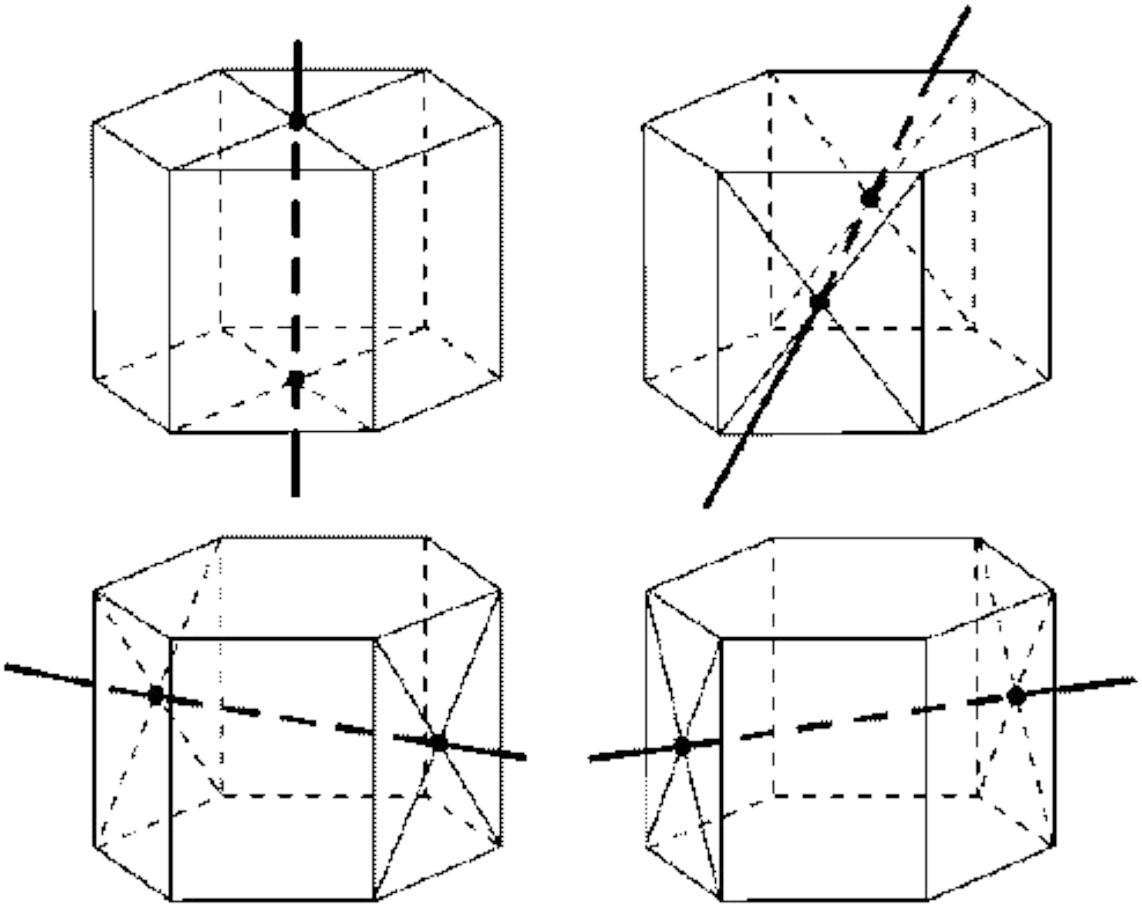
2. Плоскости симметрии: плоскость, проходящая через середины боковых ребер; при четном числе сторон основания — плоскости, проходящие через противолежащие ребра.





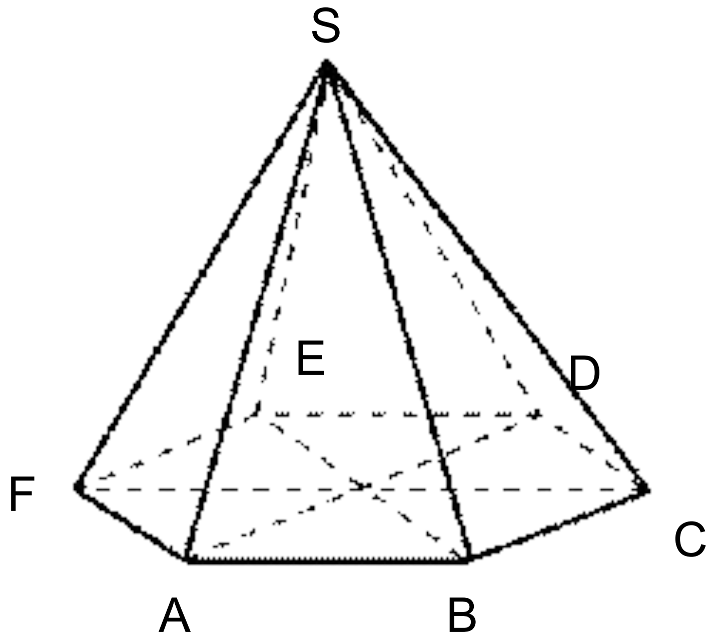
СИММЕТРИЯ ПРАВИЛЬНОЙ ПРИЗМЫ

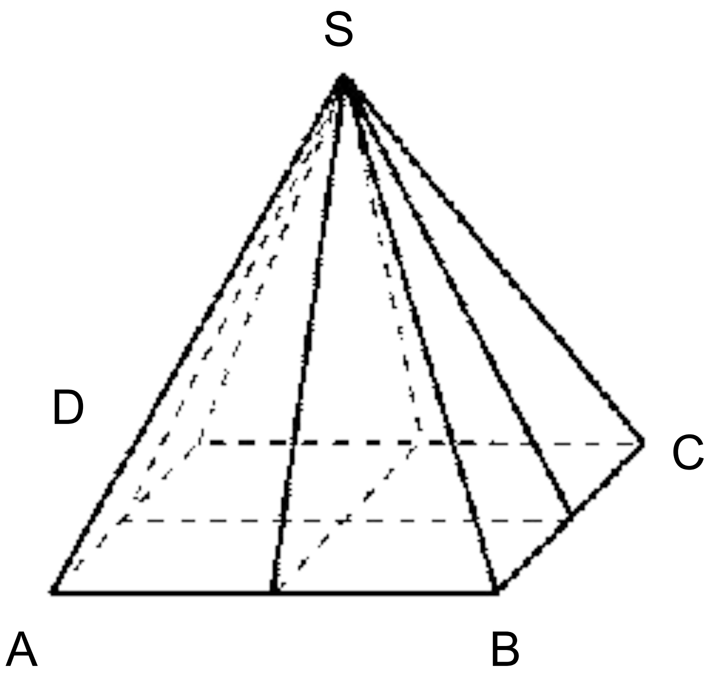
3. Оси симметрии: при четном числе сторон основания — ось симметрии, проходящая через центры оснований, и оси симметрии, проходящие через точки пересечения диагоналей противолежащих боковых граней.



СИММЕТРИЯ ПРАВИЛЬНОЙ ПИРАМИДЫ

- 1. Плоскости симметрии: при четном числе сторон основания — плоскости, проходящие через противолежащие боковые ребра; и плоскости, проходящие через медианы, проведенные к основанию противолежащих боковых граней.





СИММЕТРИЯ ПРАВИЛЬНОЙ ПИРАМИДЫ

2. Ось симметрии: при четном числе сторон основания — ось симметрии, проходящая через вершину правильной пирамиды и центр основания.