



*Национальный
исследовательский
Томский политехнический
университет*

Теоретическая механика

*Комплект слайд-лекций для
технических
специальностей университета*



ТОМИЛИН

Александр Константинович

*доктор физико-математических наук,
профессор Отделения общетехнических дисциплин
Школы базовой инженерной подготовки
Томского политехнического университета*

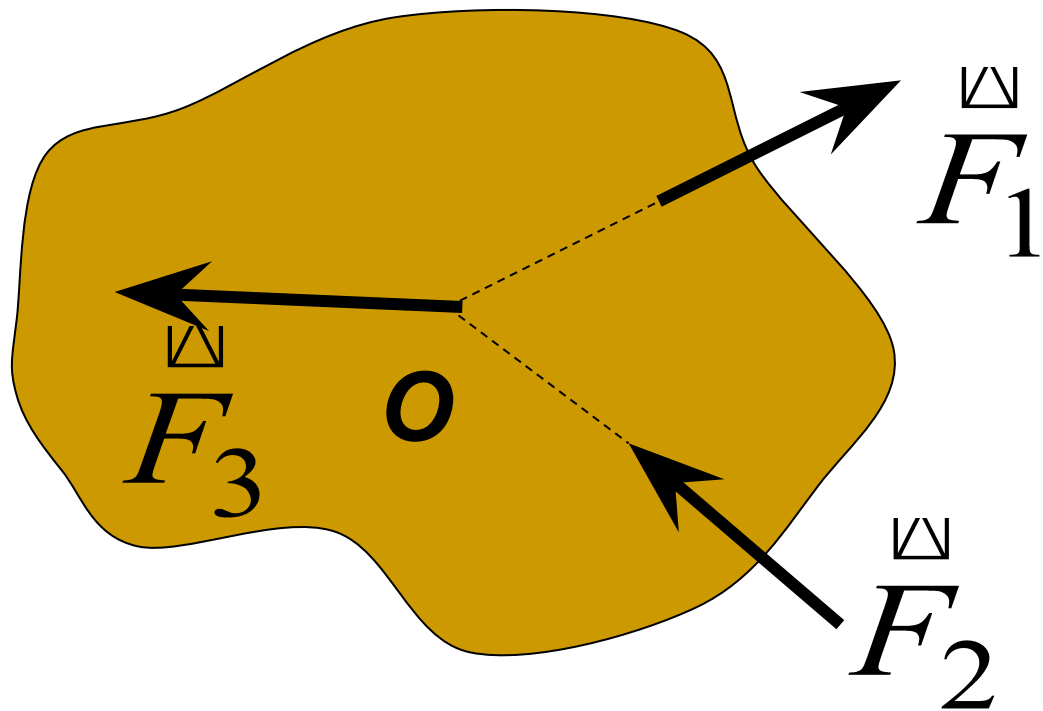
Лекция 1 (3)

Сходящиеся силы
Параллельные силы

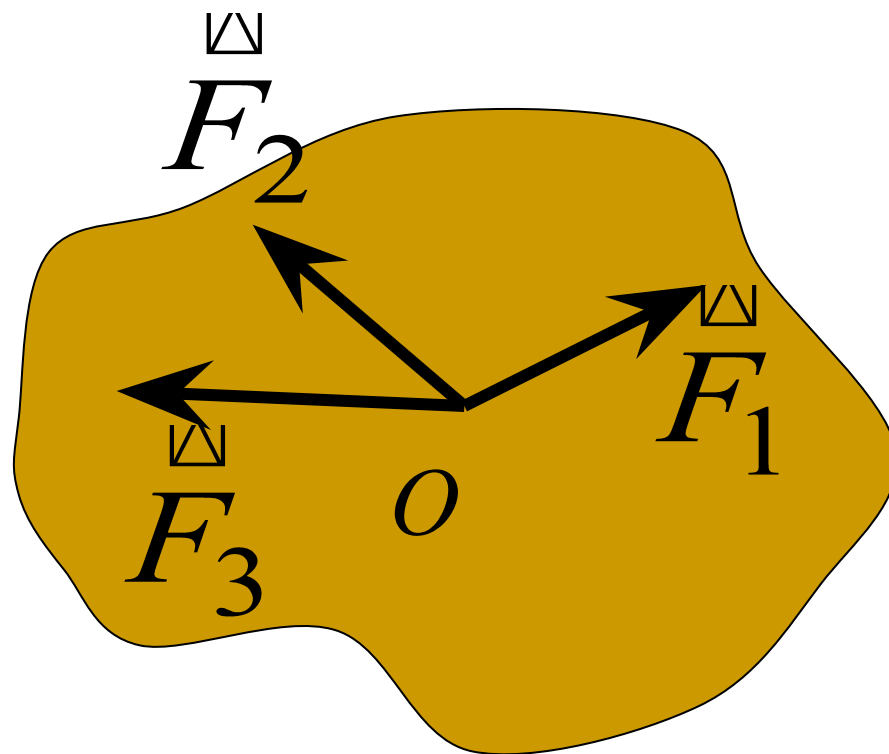
1. СИСТЕМА СХОДЯЩИХСЯ СИЛ

Если линии действия всех сил, приложенных к твердому телу, пересекаются в одной точке, то система сил называется

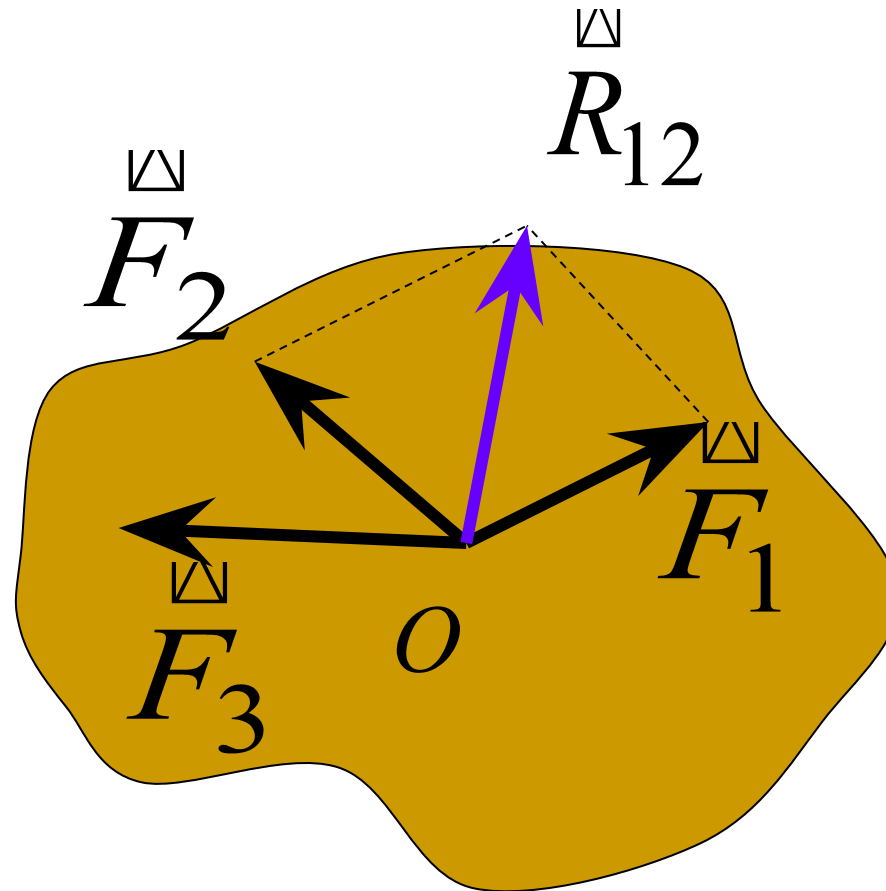
СХОДЯЩЕЙСЯ



ВЕКТОРНЫЙ МЕТОД



ВЕКТОРНЫЙ МЕТОД

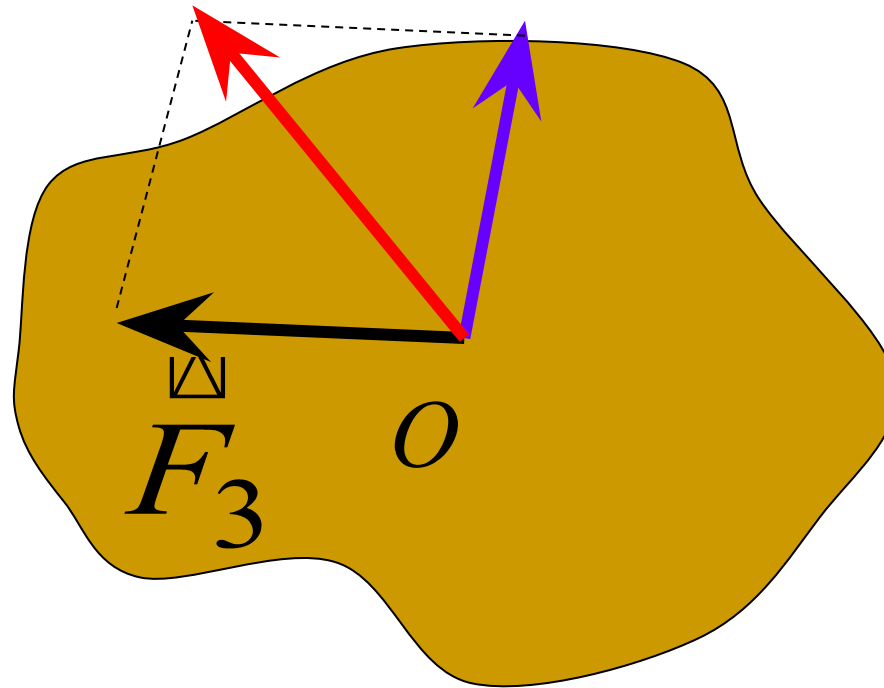


$$\vec{R}_{12} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

ВЕКТОРНЫЙ МЕТОД

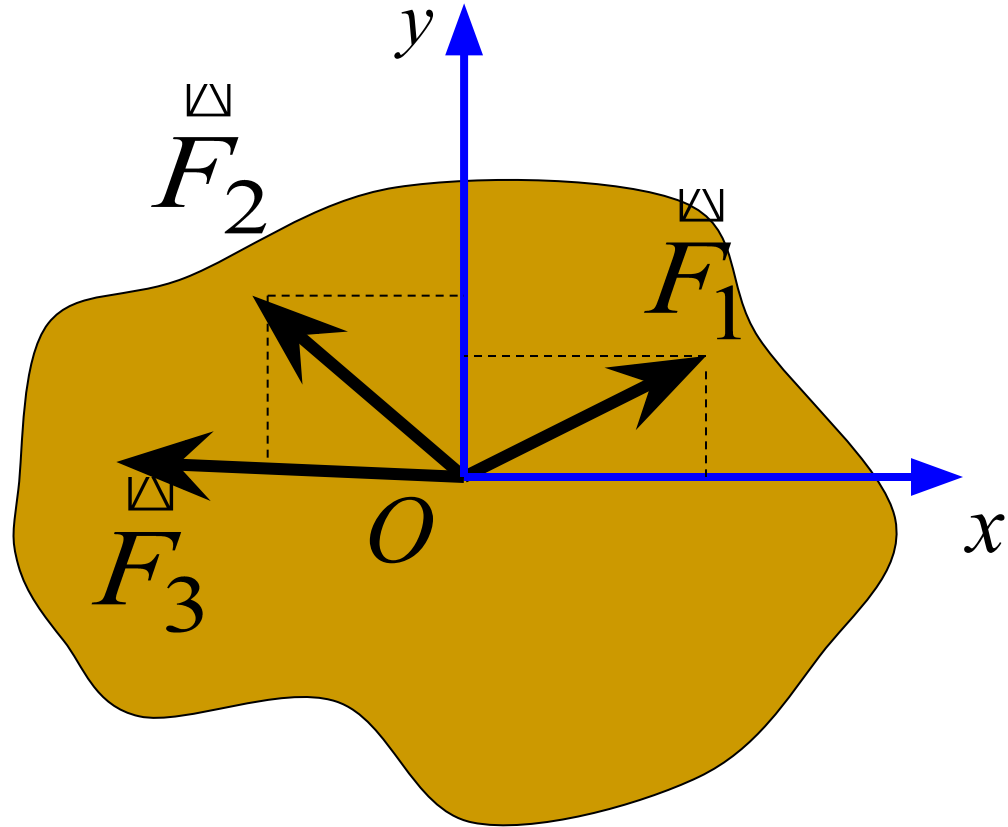
\vec{R}

\vec{R}_{12}



$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

МЕТОД ПРОЕКЦИЙ



$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum_{i=1}^n F_{ix}$$

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum_{i=1}^n F_{ix}$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum_{i=1}^n F_{iy}$$

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum_{i=1}^n F_{ix}$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum_{i=1}^n F_{iy}$$

$$R_z = F_{1z} + F_{2z} + \dots + F_{nz} = \sum_{i=1}^n F_{iz}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum_{i=1}^n F_{ix} \\ R_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum_{i=1}^n F_{iy} \\ R_z = F_{1z} + F_{2z} + \dots + F_{nz} = \sum_{i=1}^n F_{iz} \end{array} \right.$$

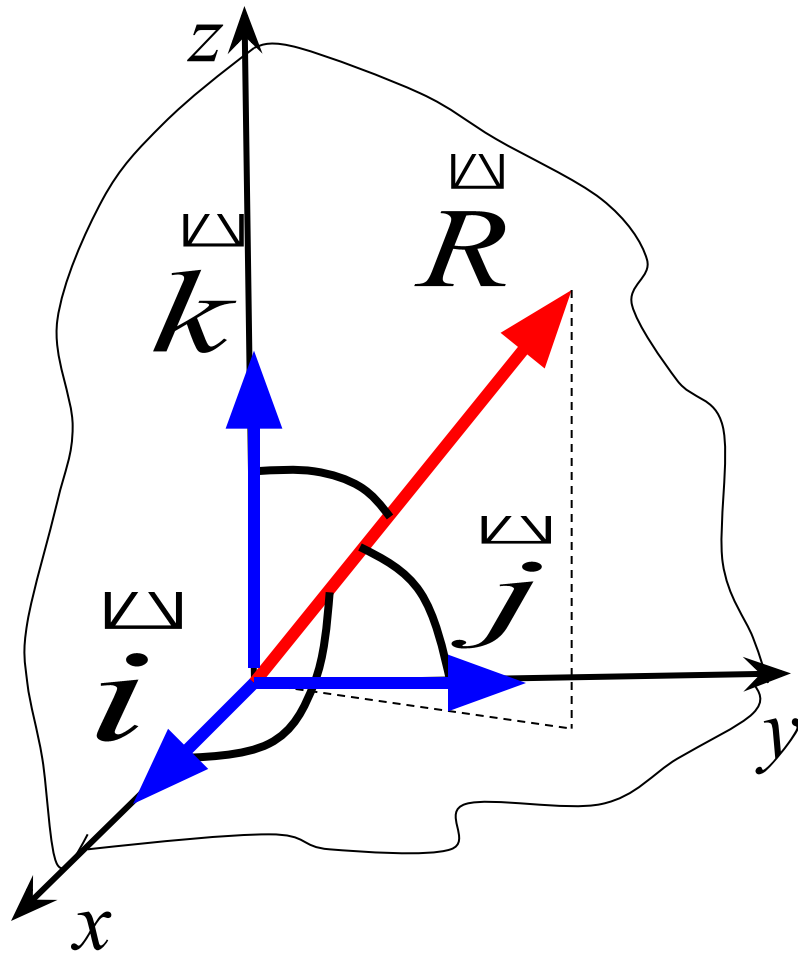
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

НАПРАВЛЯЮЩИЕ КОСИНУСЫ:

$$\cos(R, i) = \frac{R_x}{R};$$

$$\cos(R, j) = \frac{R_y}{R};$$

$$\cos(R, k) = \frac{R_z}{R}.$$



*Условие равновесия системы
сходящихся сил*

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$$

*Условие равновесия системы
сходящихся сил*

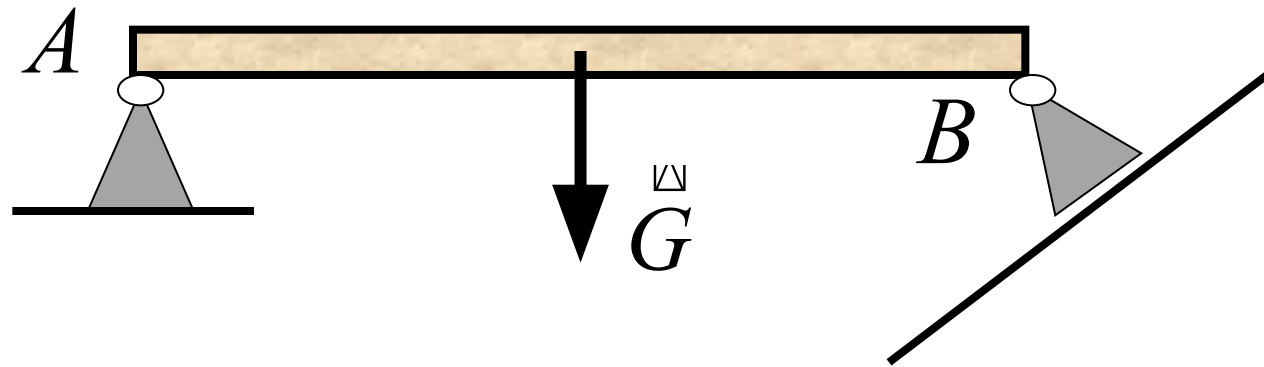
$$\overset{\sphericalangle}{R} = \overset{\sphericalangle}{F_1} + \overset{\sphericalangle}{F_2} + \dots + \overset{\sphericalangle}{F_n} = \mathbf{0} \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = 0; \\ R_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = 0; \\ R_z = F_{1z} + F_{2z} + \dots + F_{nz} = 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

Теорема о трех силах:

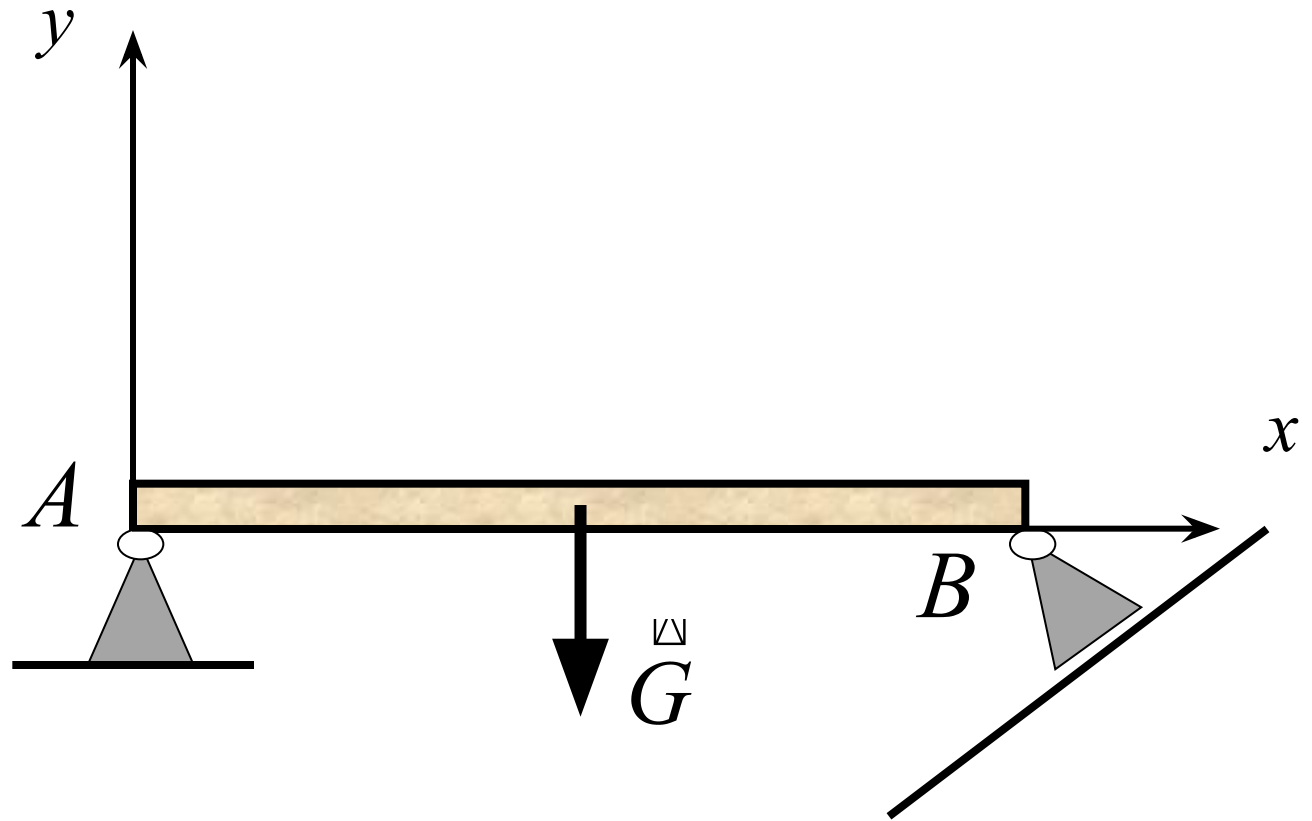
Если плоская система трех непараллельных сил находится в равновесии, то линии действия этих сил пересекаются в одной точке.

Шарнирные опоры



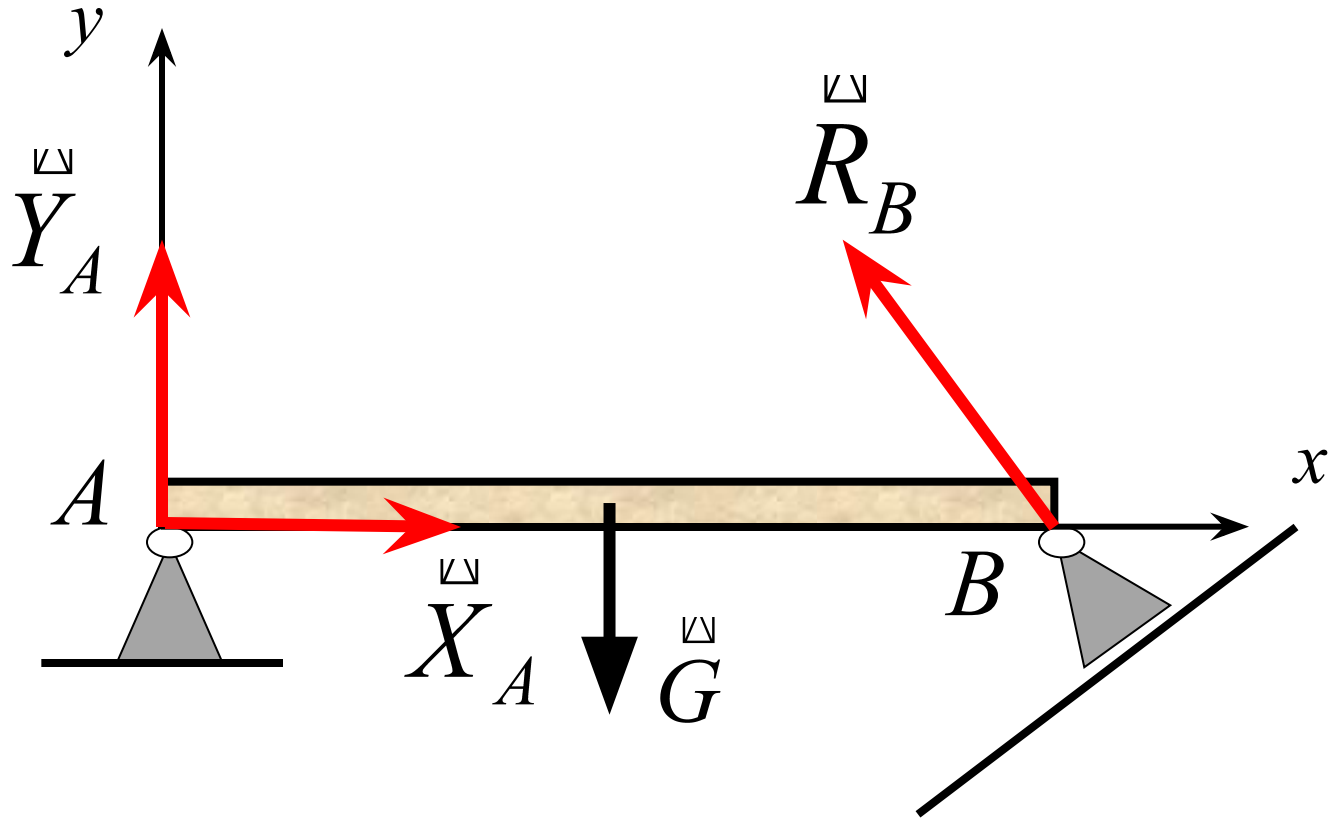
В точке A – шарнирная *неподвижная* опора,
в точке B – шарнирная *подвижная* опора

Шарнирные опоры



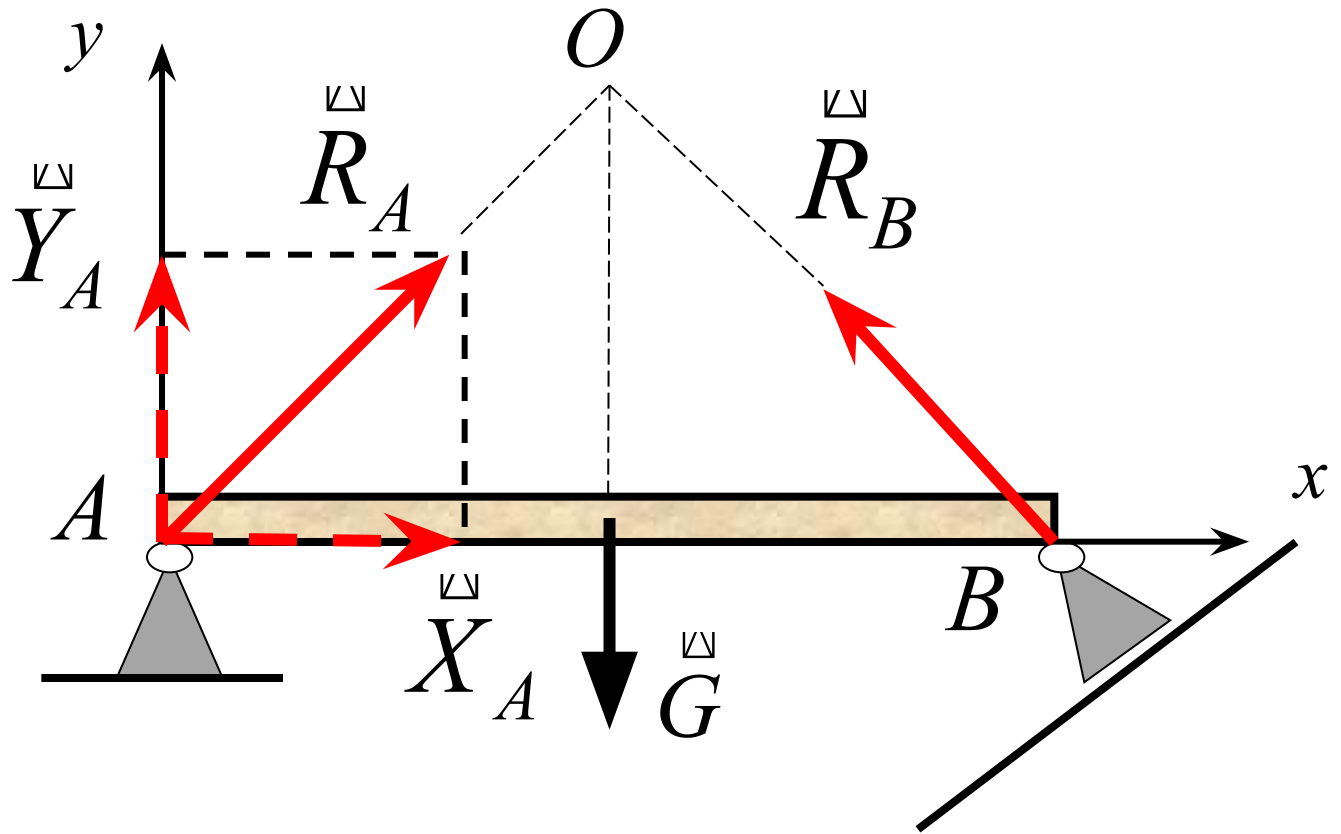
В точке A – шарнирная *неподвижная* опора,
в точке B – шарнирная *подвижная* опора

Шарнирные опоры

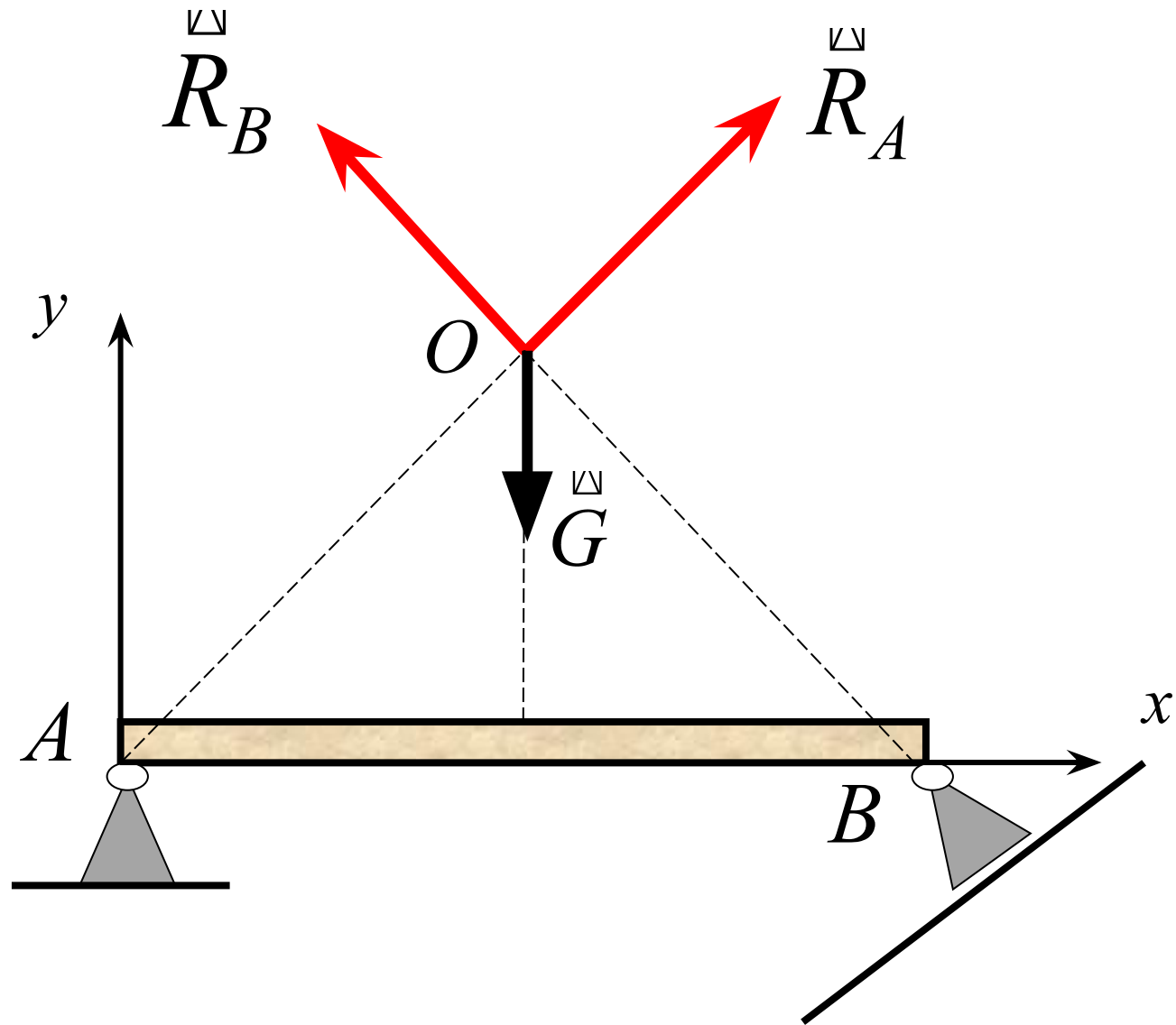


В точке A – шарнирная *неподвижная* опора,
в точке B – шарнирная *подвижная* опора

Шарнирные опоры

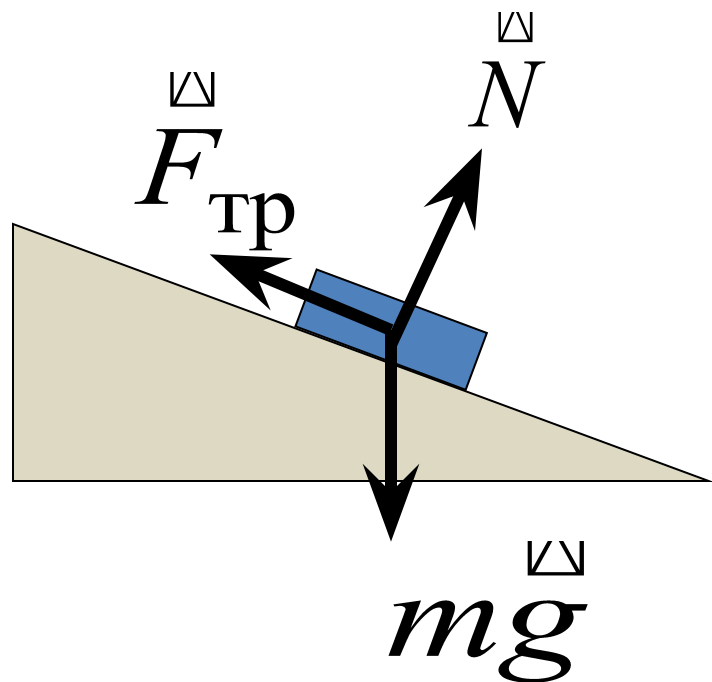


В точке A – шарнирная *неподвижная* опора,
в точке B – шарнирная *подвижная* опора

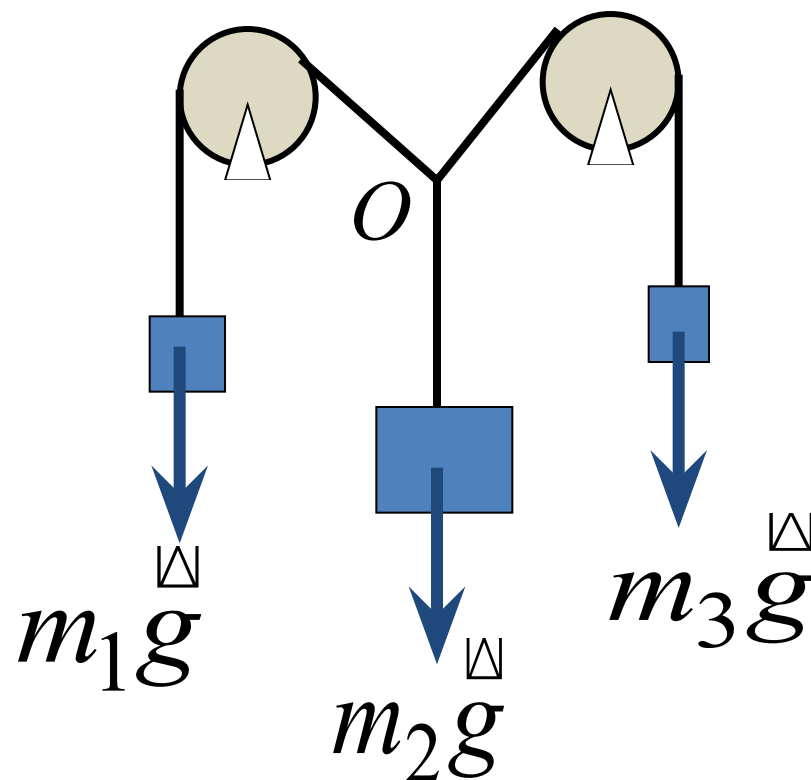
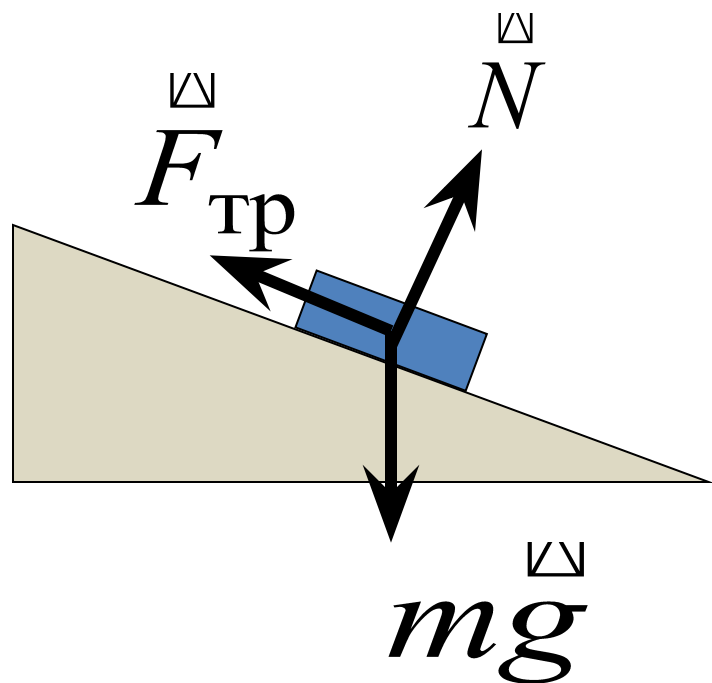


$$R_A + R_B + G = 0$$

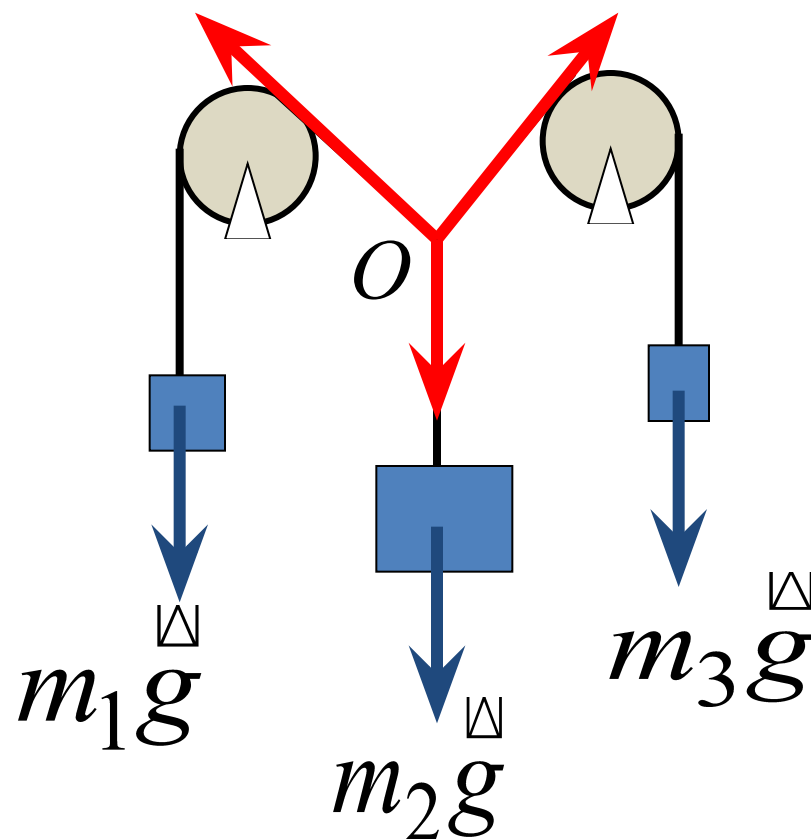
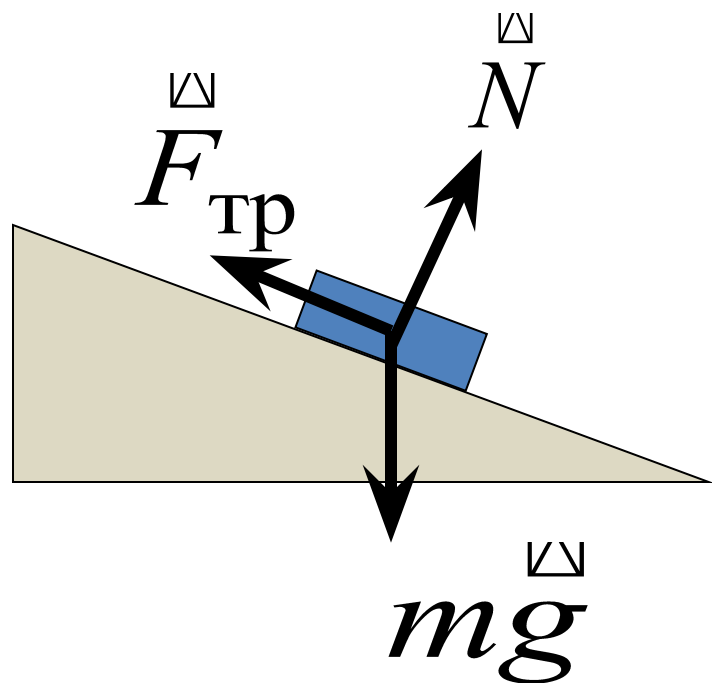
ПРИМЕРЫ СХОДЯЩИХСЯ СИЛ:



ПРИМЕРЫ СХОДЯЩИХСЯ СИЛ:

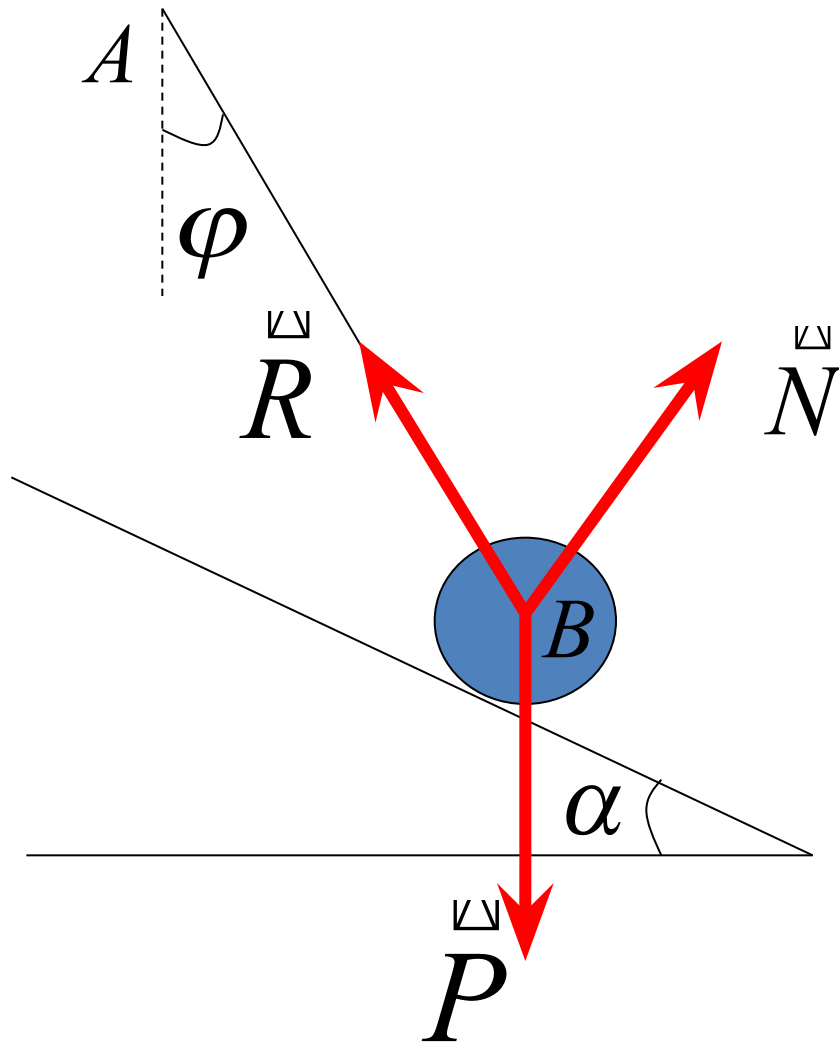


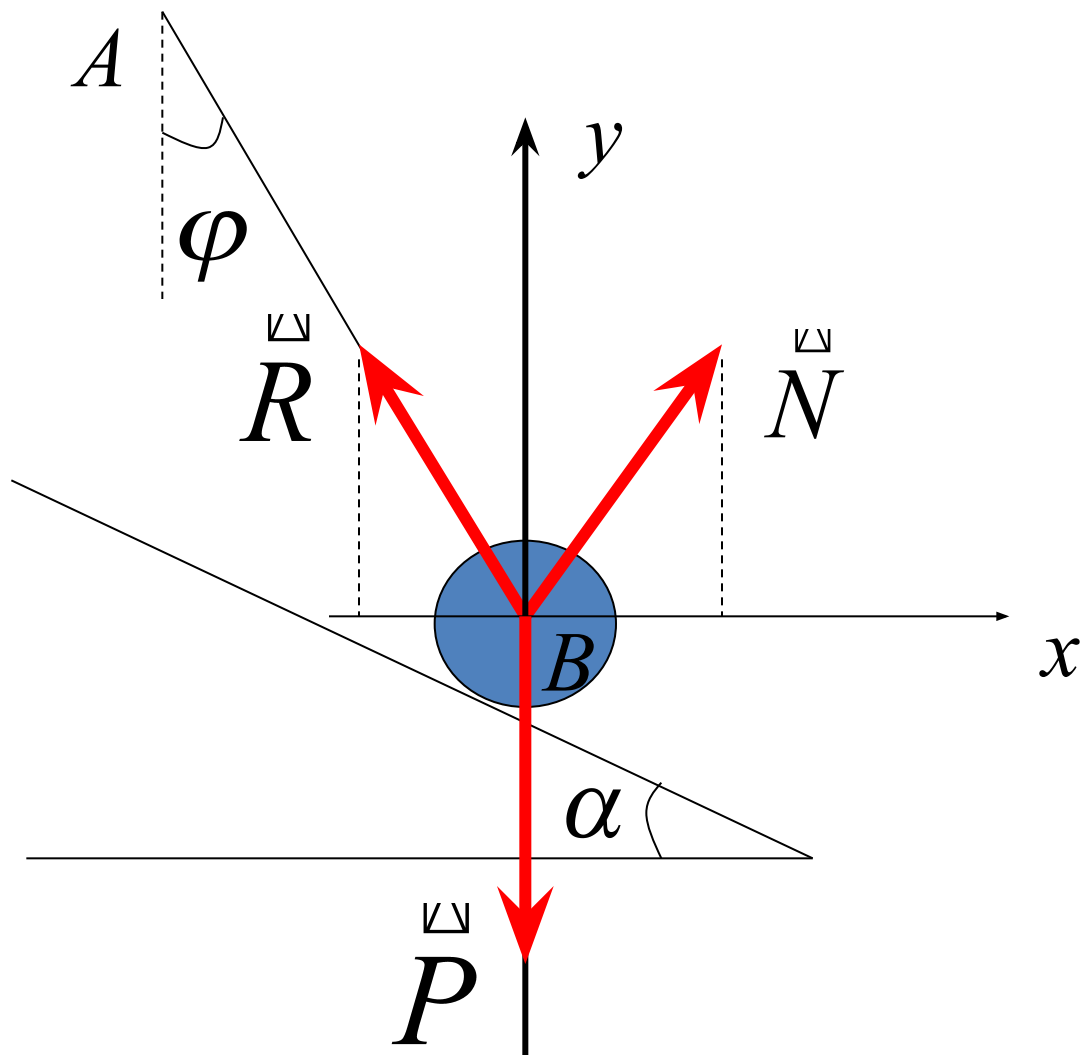
ПРИМЕРЫ СХОДЯЩИХСЯ СИЛ:

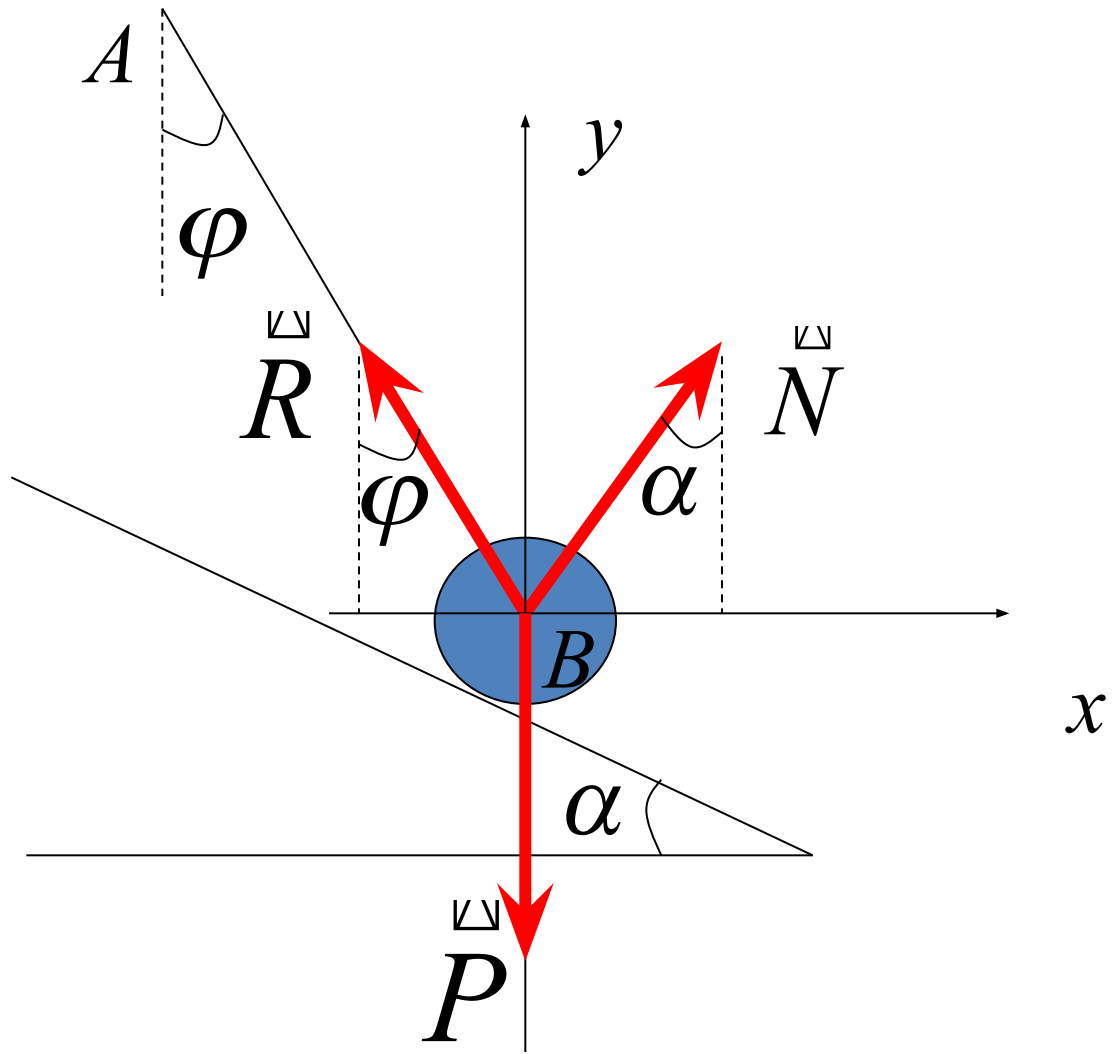


Пример

Тяжелый шар весом \vec{P} подвешен на стержне AB , прикрепленном к неподвижной точке A , и находится в отклоненном на угол φ от вертикали положении на наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Определить натяжение нити \vec{R} и реакцию поверхности \vec{N} .







Условия

равновесия:

$$\sum F_{ix} = N \sin \alpha - R \sin \varphi = 0 \quad (3)$$

Условия

равновесия:

$$\sum F_{ix} = N \sin \alpha - R \sin \varphi = 0 \quad (3)$$

$$\sum F_{iy} = N \cos \alpha + R \cos \varphi - P = 0 \quad (4)$$

Условия
равновесия:

$$\sum F_{ix} = N \sin \alpha - R \sin \varphi = 0 \quad (3)$$

$$\sum F_{iy} = N \cos \alpha + R \cos \varphi - P = 0 \quad (4)$$

$$N = \frac{R \sin \varphi}{\sin \alpha}$$

$$\frac{R \sin \varphi}{\sin \alpha} \cos \alpha + R \cos \varphi - P = 0$$

$$\frac{R \sin \varphi}{\sin \alpha} \cos \alpha + R \cos \varphi - P = 0$$

$$R = \frac{P}{\sin \varphi \cdot \operatorname{ctg} \alpha + \cos \varphi}$$

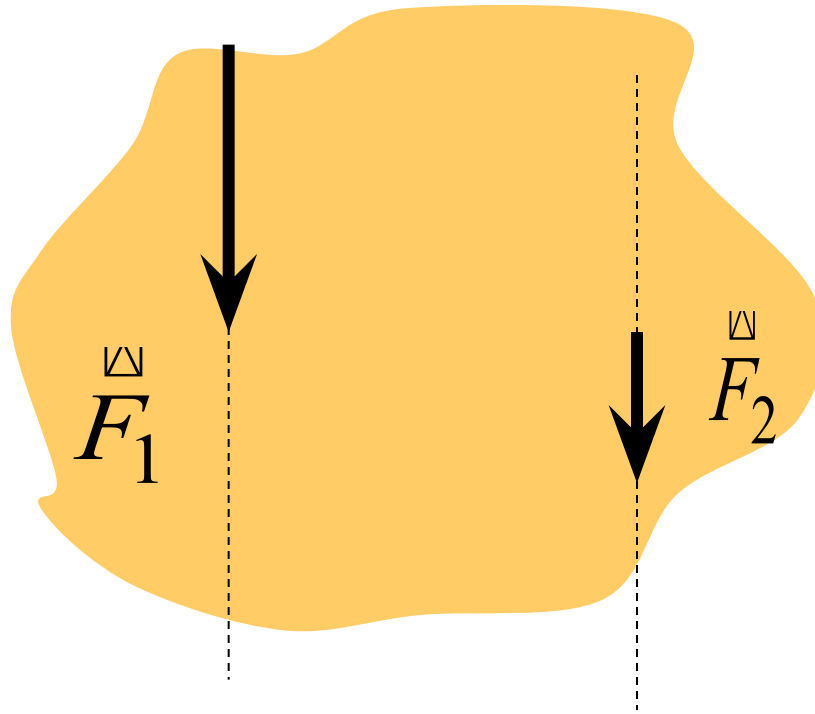
$$\frac{R \sin \varphi}{\sin \alpha} \cos \alpha + R \cos \varphi - P = 0$$

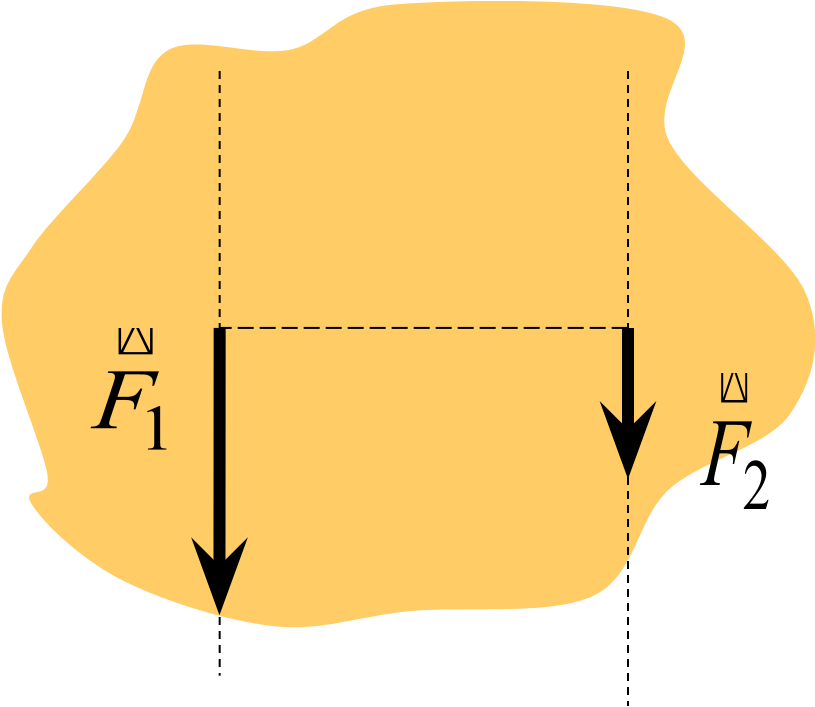
$$R = \frac{P}{\sin \varphi \cdot \operatorname{ctg} \alpha + \cos \varphi}$$

$$N = \left(\frac{P}{\sin \varphi \cdot \operatorname{ctg} \alpha + \cos \varphi} \right) \frac{\sin \varphi}{\sin \alpha}$$

2. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ СИЛЫ

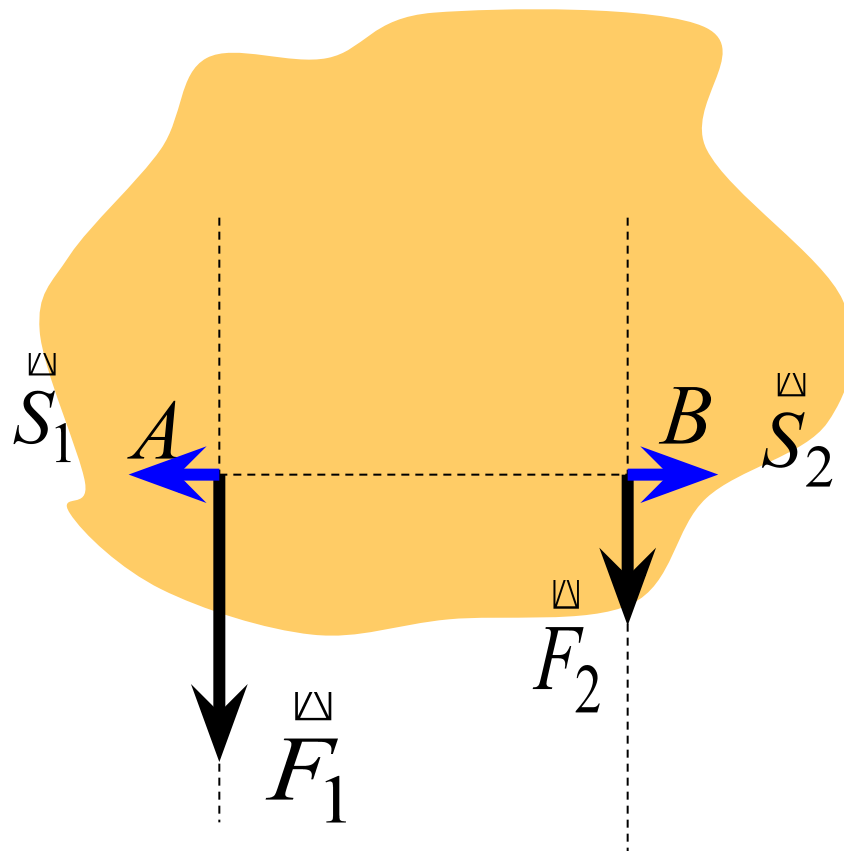
1. Система двух сил, направленных в одну сторону



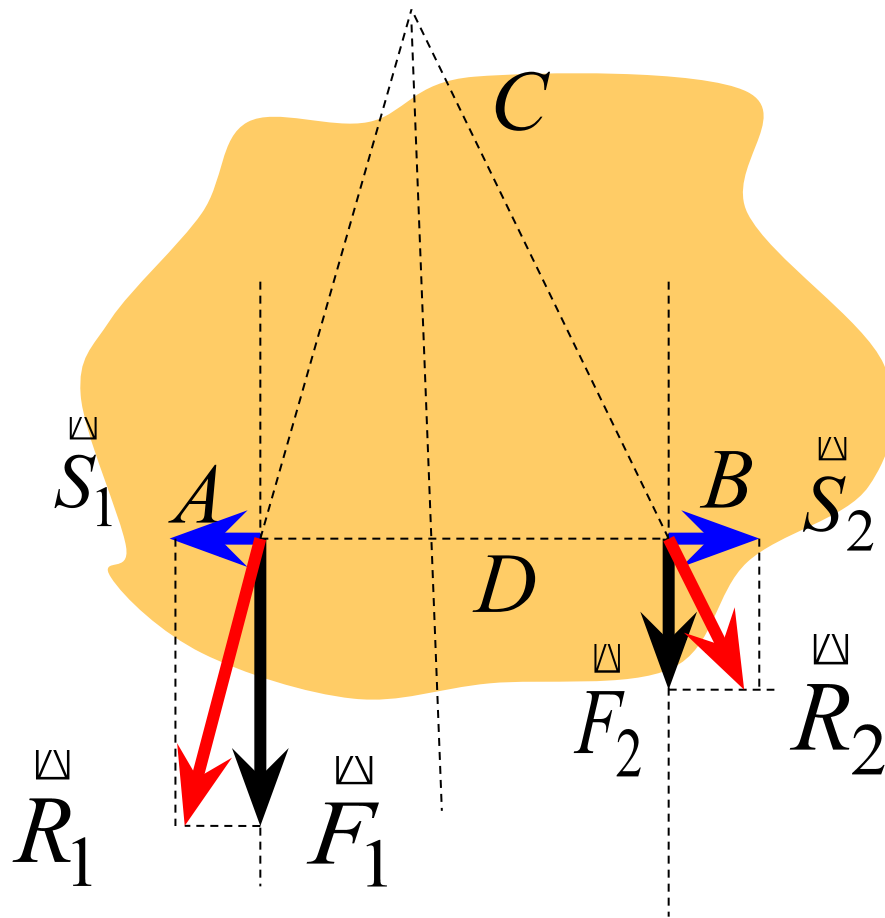


Добавим две
силы:

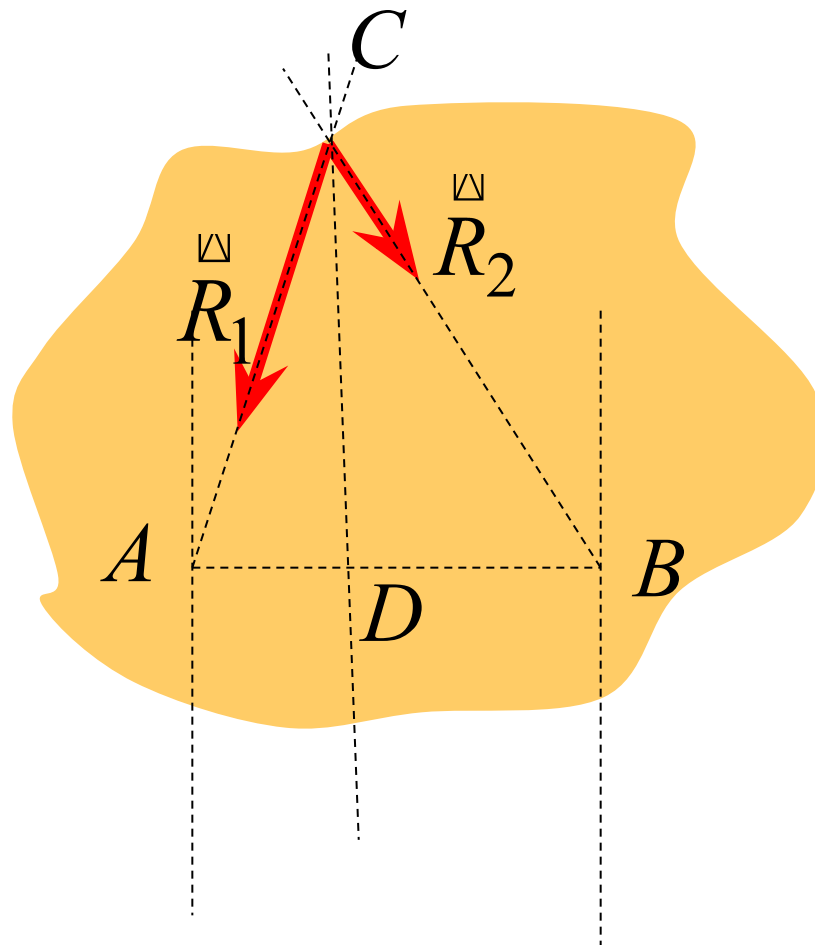
$$\vec{S}_1 = -\vec{S}_2$$



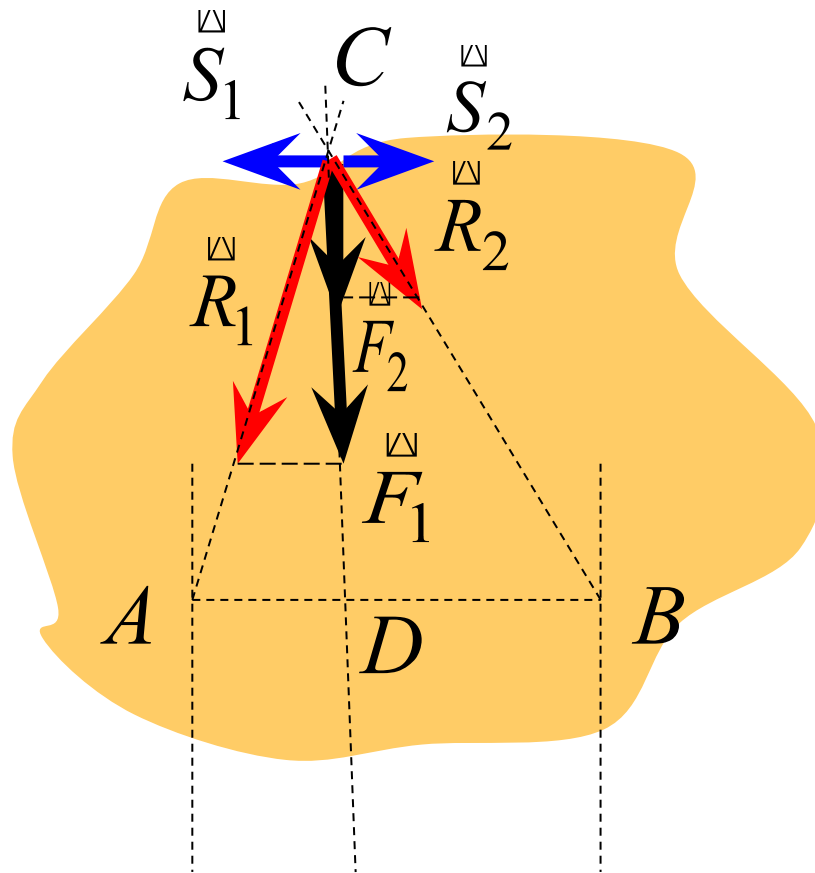
Сложим силы в токах A и B
 B



Переместим силы \vec{R}_1 и \vec{R}_2 в точку C

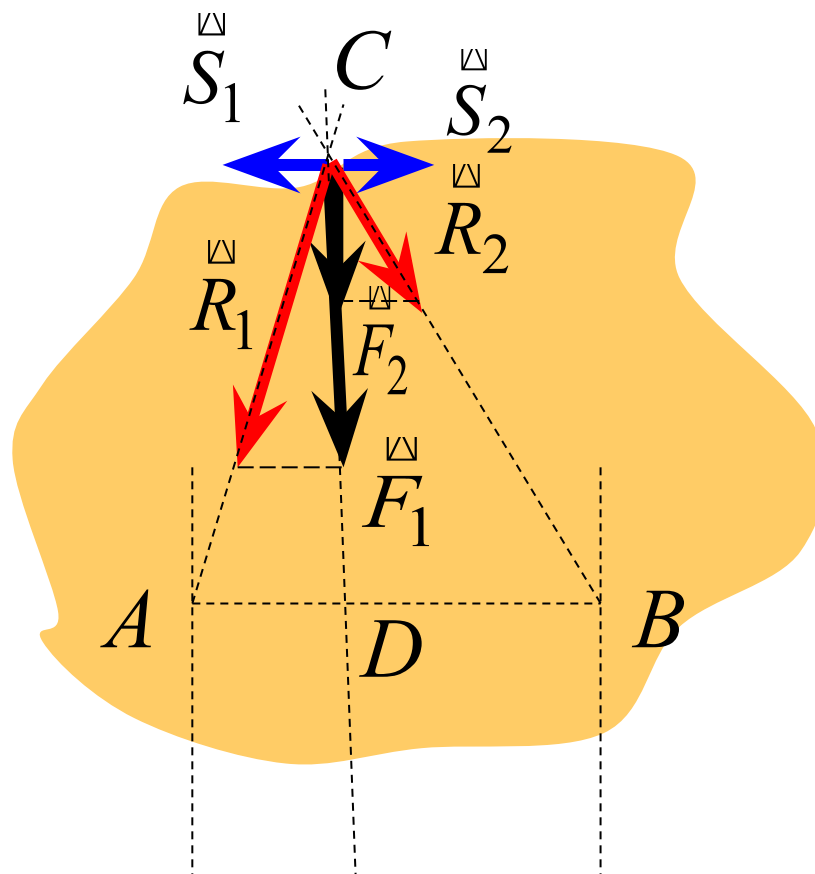


Разложим силы \vec{R}_1 и \vec{R}_2



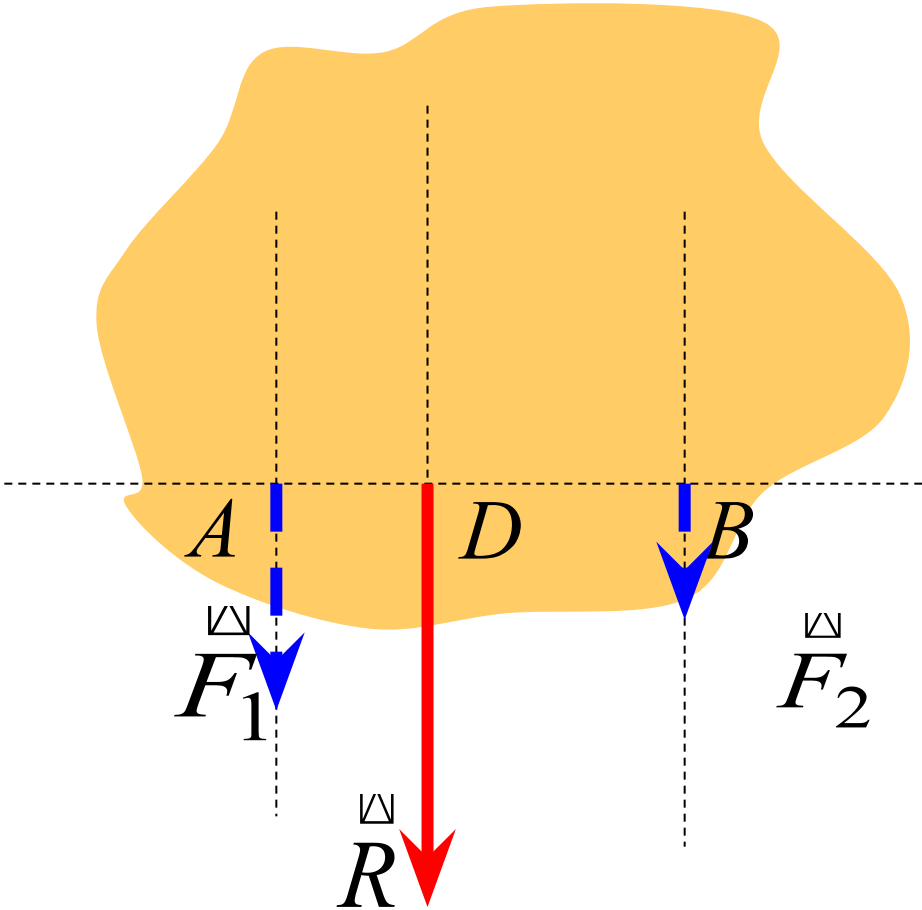
Определим положение точки

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{CD}{AD}; \quad D: \quad \frac{F_2}{S_2} = \frac{CD}{DB}; \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{F_1}{F_2} = \frac{DB}{AD}}$$



$$F_1 + F_2 = R$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{DB}{AD}$$



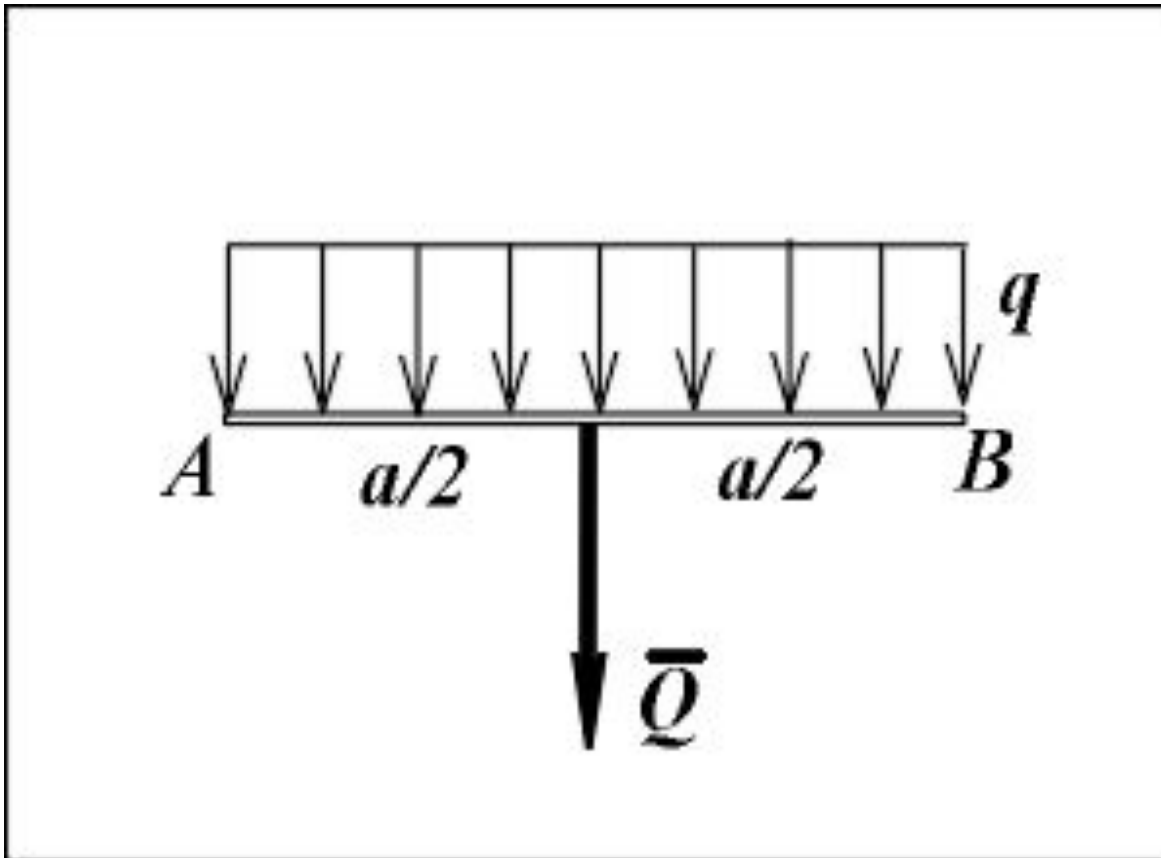
Выводы:

В результате сложения двух однонаправленных параллельных сил

1) получается сила, направленная в ту же сторону, что и исходные силы, с модулем равным их сумме;

2) точка приложения результирующей силы D делит отрезок AB в отношении обратно пропорциональном модулям исходных сил

Пример замены равномерно распределенной нагрузки q (Н/см) с интенсивностью q одной сосредоточенной силой.

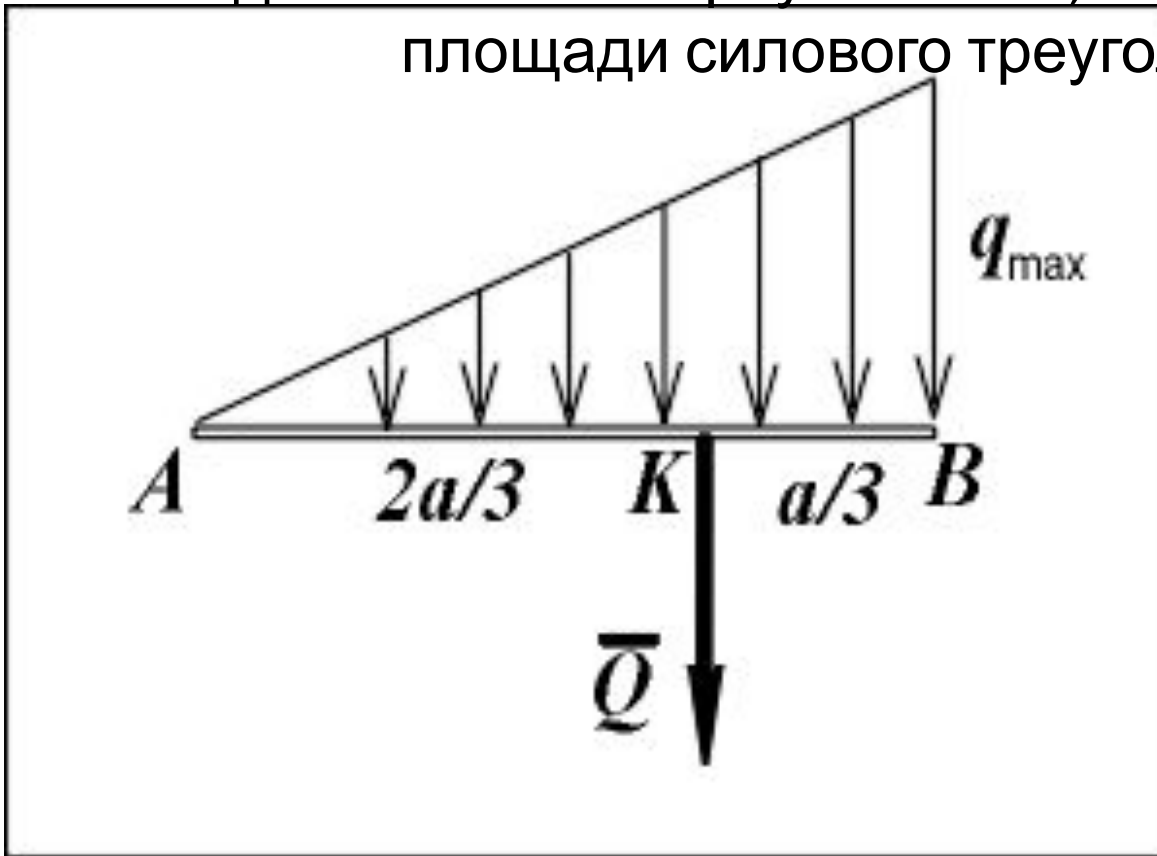


$$Q = qa$$

Случай неравномерно распределенной нагрузки:

результатирующая сила проходит через точку пересечения

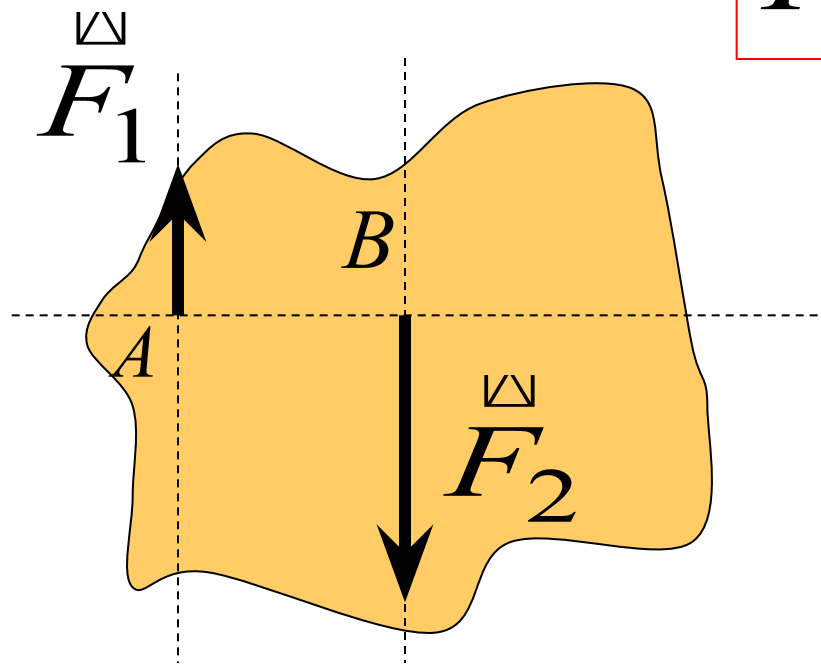
медиан силового треугольника, ее модуль равен площади силового треугольника



$$Q = \frac{1}{2} q_{\max} a$$

2. Система двух различных по модулю
параллельных сил, направленных в
противоположные стороны

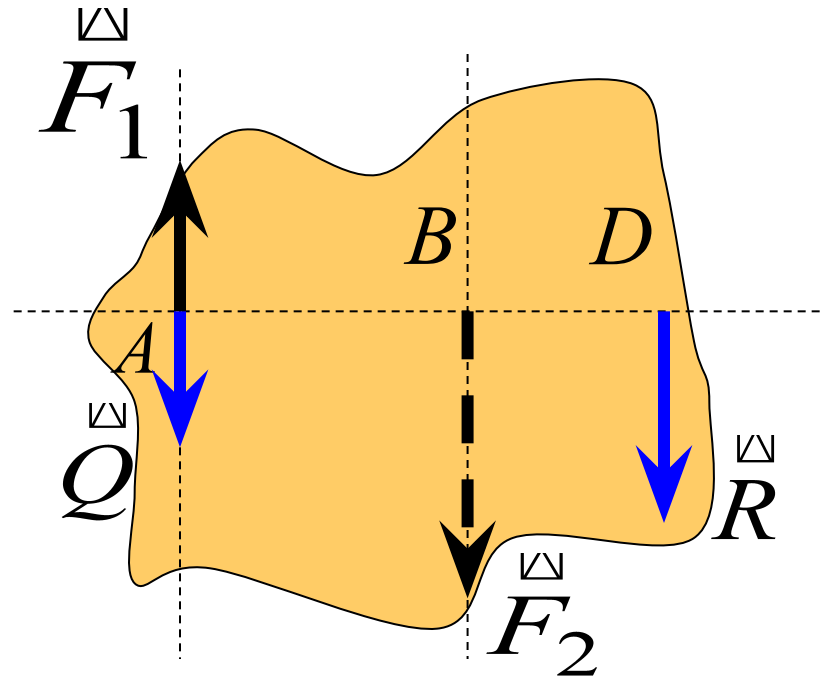
$$F_1 \neq F_2$$



Разложим большую силу на две параллельные
силы:

$$F_2 = Q + R; \quad \text{при этом} \quad Q = F_1;$$

$$\Rightarrow \boxed{\left(\overset{\sphericalangle}{F_1}, \overset{\sphericalangle}{F_2} \right) = \overset{\sphericalangle}{R}}$$



Определение положения точки D :

$$\frac{Q}{R} = \frac{BD}{AB};$$

Определение положения точки D :

$$\frac{Q}{R} = \frac{BD}{AB}; \quad BD = \frac{F_1}{F_2 - F_1} AB;$$

Определение положения точки D :

$$\frac{Q}{R} = \frac{BD}{AB}; \quad BD = \frac{F_1}{F_2 - F_1} AB;$$

$$BD \left(\frac{F_2}{F_1} - 1 \right) = AB;$$

Определение положения точки D :

$$\frac{Q}{R} = \frac{BD}{AB}; \quad BD = \frac{F_1}{F_2 - F_1} AB;$$

$$BD \left(\frac{F_2}{F_1} - 1 \right) = AB;$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{AD}{BD}$$

Выводы:

В результате сложения двух антипараллельных не равных по модулю сил

1) получается сила, направленная сторону большей силы, с модулем равным разности исходных сил ;

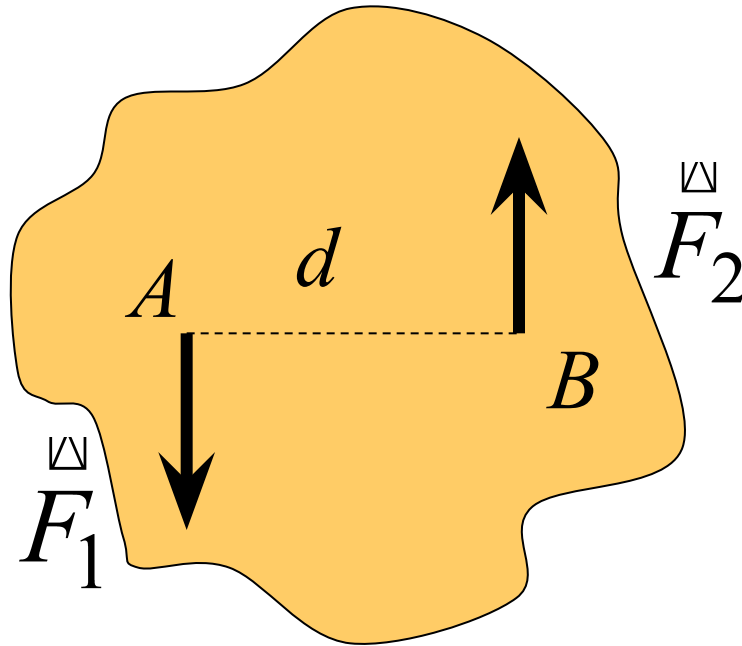
2) точка приложения результирующей силы D делит отрезок AB ***внешним образом*** в отношении обратно пропорциональном модулям исходных сил

3. Пара сил

Система двух антипараллельных одинаковых по модулю сил называется **парой сил**

$$F_1 = F_2;$$

$$R = F_1 + F_2 = 0;$$



$AB = d$ - плечо пары
сил

Пару сил невозможно заменить одной силой.

Пара сил (наравне с силой) является самостоятельным элементом статики.

Теория силовых пар рассмотрена в следующей лекции

Контрольные вопросы

- 1. Приведите пример системы сходящихся сил, не использованный в лекции.*
- 2. Приведите технический пример равномерно распределенной нагрузки.*
- 3. Приведите технический пример неравномерно распределенной нагрузки.*
- 4. Приведите пример возникновения пары сил.*

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

*Для самоконтроля знаний
рекомендуется
выполнить тестовые задания из
учебного пособия:*

Дробчик В.В., Шумский М.П., Дубовик В.А.,
Симанкин Ф.А. Теоретическая
механика. (Статика). **Таблица 1.**

После просмотра и конспектирования слайд-лекции необходимо прочитать указанные страницы учебников и дополнить конспект наиболее важными сведениями

- 1. Теоретическая механика в примерах и задачах, т.1** (Статика, кинематика), Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. – М.: Наука, 1967. **С. 16-36**
- 2. Тарг С.М.** Краткий курс теоретической механики: Учеб. для втузов.- 10-е изд. – М: ВШ, 1986. **С. 17-31.**

Рекомендованные учебники и учебные пособия выложены в информационном модуле