



*Национальный  
исследовательский  
Томский политехнический  
университет*

# **Теоретическая механика**

*Комплект слайд-лекций для  
технических  
специальностей университета*



ТОМИЛИН

Александр Константинович

*доктор физико-математических наук,  
профессор Отделения общетехнических дисциплин  
Школы базовой инженерной подготовки  
Томского политехнического университета*

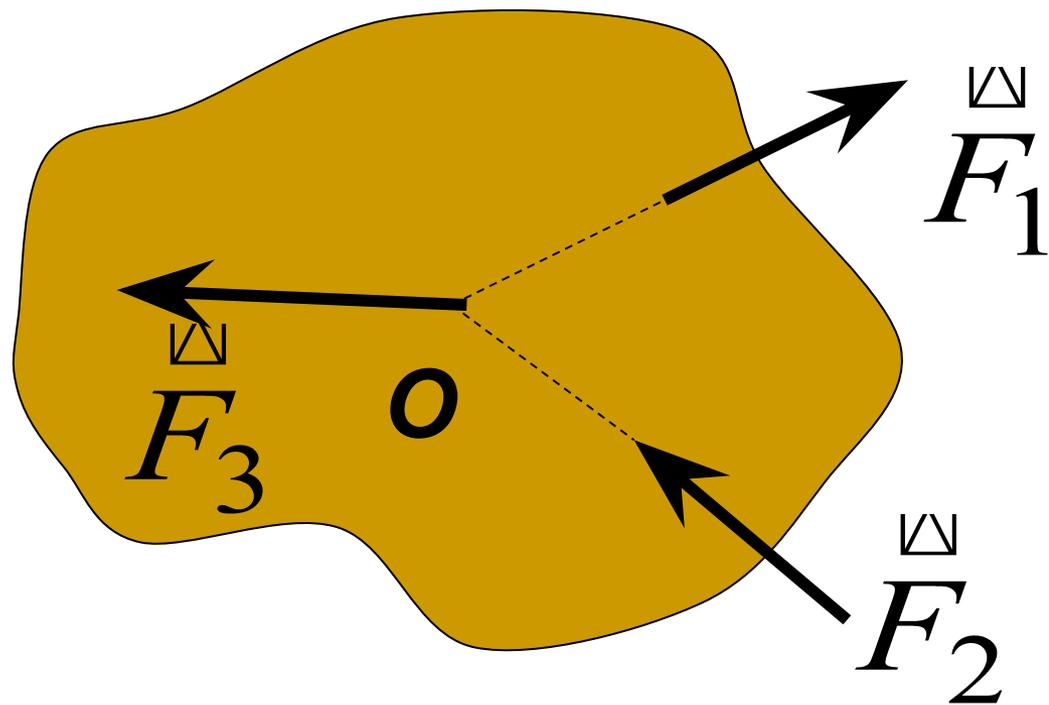
# Лекция 1 (3)

*Сходящиеся силы*  
*Параллельные силы*

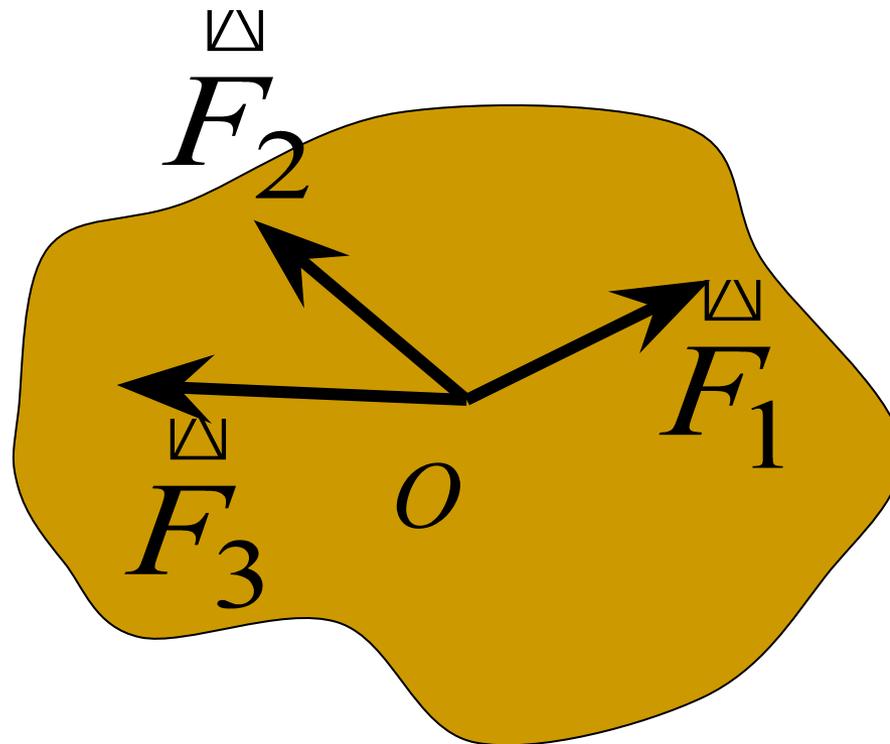
# 1. СИСТЕМА СХОДЯЩИХСЯ СИЛ

Если линии действия всех сил, приложенных к твердому телу, пересекаются в одной точке, то система сил называется

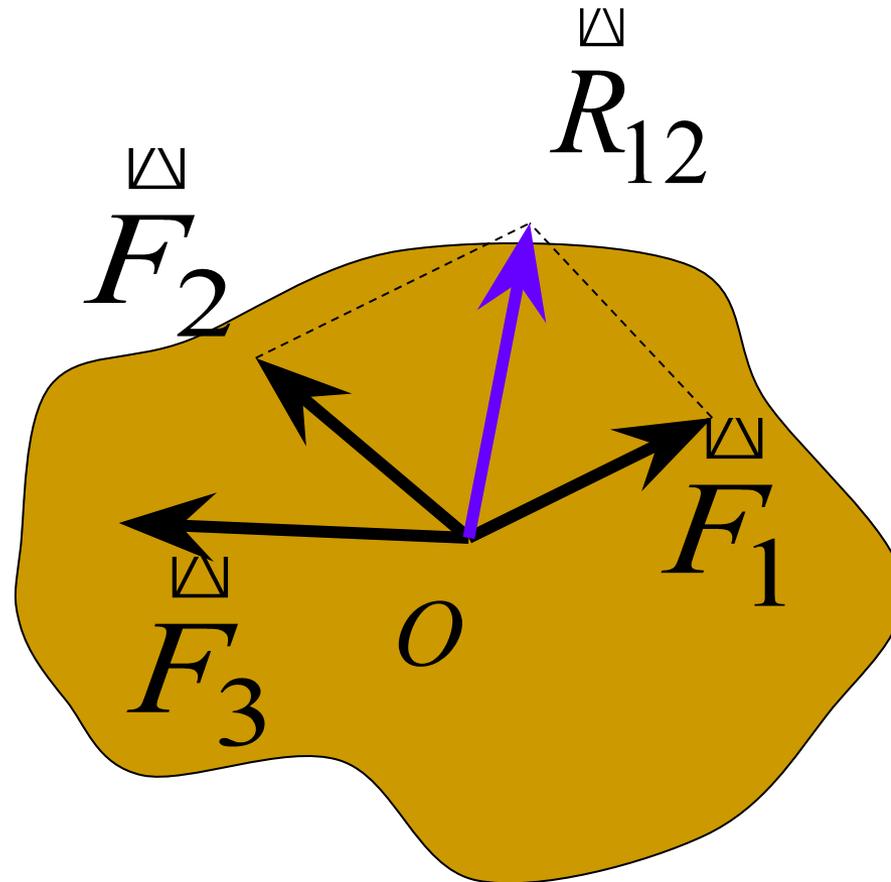
***СХОДЯЩЕЙСЯ***



# ВЕКТОРНЫЙ МЕТОД



# ВЕКТОРНЫЙ МЕТОД

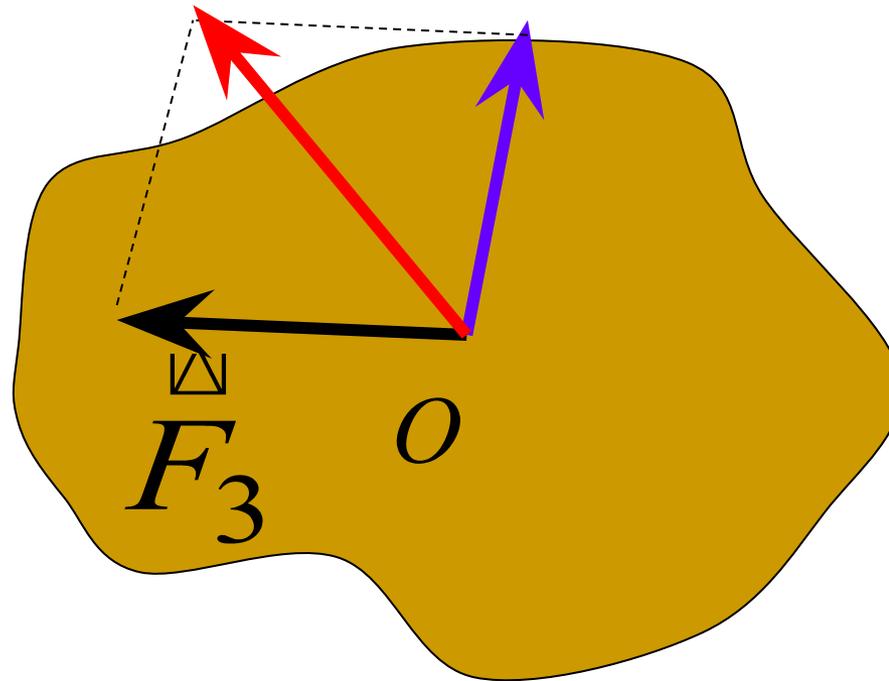


$$\vec{R}_{12} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

# ВЕКТОРНЫЙ МЕТОД

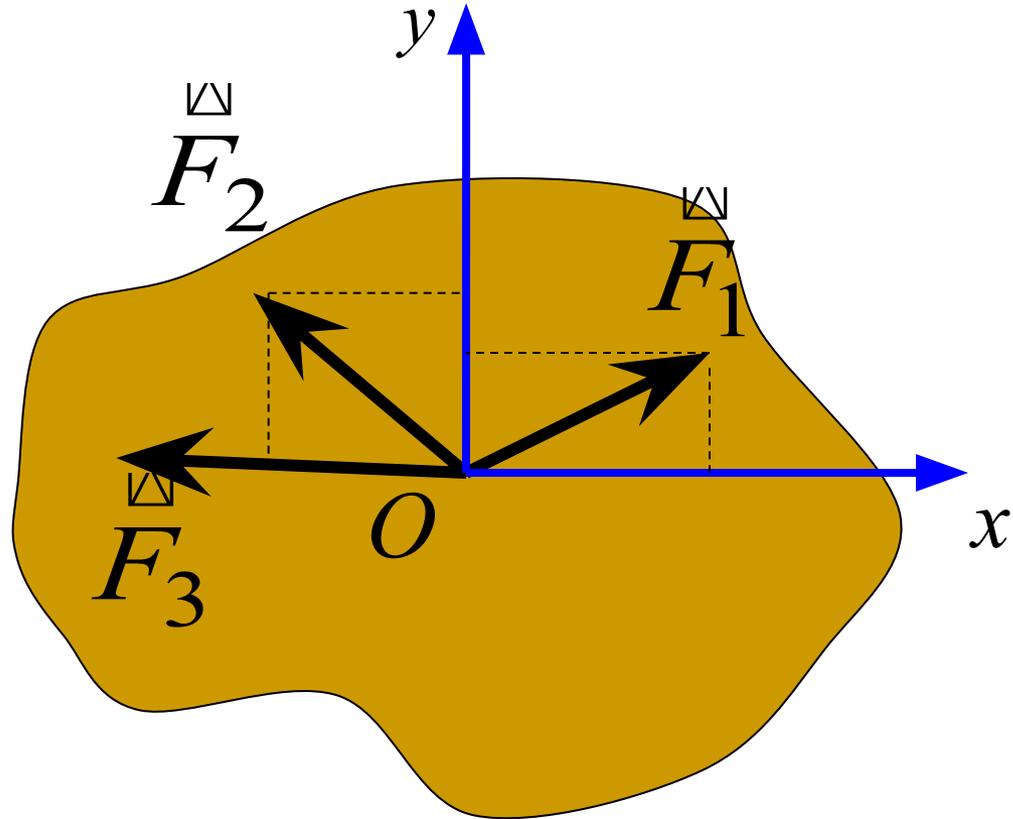
$\vec{R}$

$\vec{R}_{12}$



$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

# МЕТОД ПРОЕКЦИЙ



$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum_{i=1}^n F_{ix}$$

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum_{i=1}^n F_{ix}$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum_{i=1}^n F_{iy}$$

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum_{i=1}^n F_{ix}$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum_{i=1}^n F_{iy}$$

$$R_z = F_{1z} + F_{2z} + \dots + F_{nz} = \sum_{i=1}^n F_{iz}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum_{i=1}^n F_{ix} \\ R_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum_{i=1}^n F_{iy} \\ R_z = F_{1z} + F_{2z} + \dots + F_{nz} = \sum_{i=1}^n F_{iz} \end{array} \right.$$

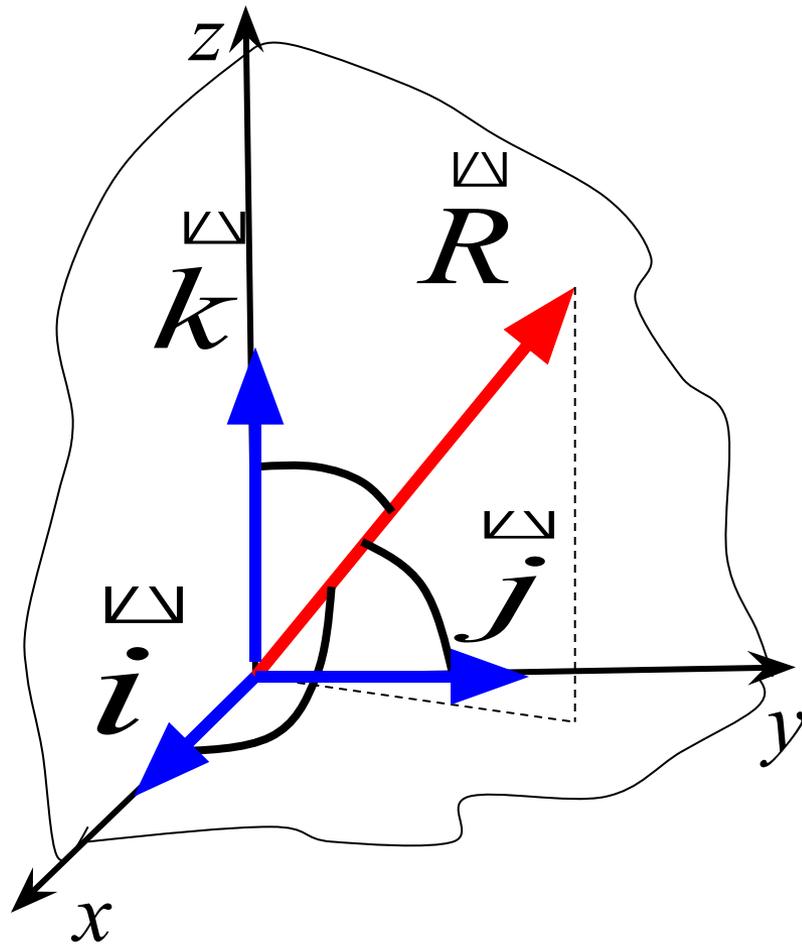
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

# НАПРАВЛЯЮЩИЕ КОСИНУСЫ:

$$\cos(R, i) = \frac{R_x}{R};$$

$$\cos(R, j) = \frac{R_y}{R};$$

$$\cos(R, k) = \frac{R_z}{R}.$$



*Условие равновесия системы  
сходящихся сил*

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$$

*Условие равновесия системы  
сходящихся сил*

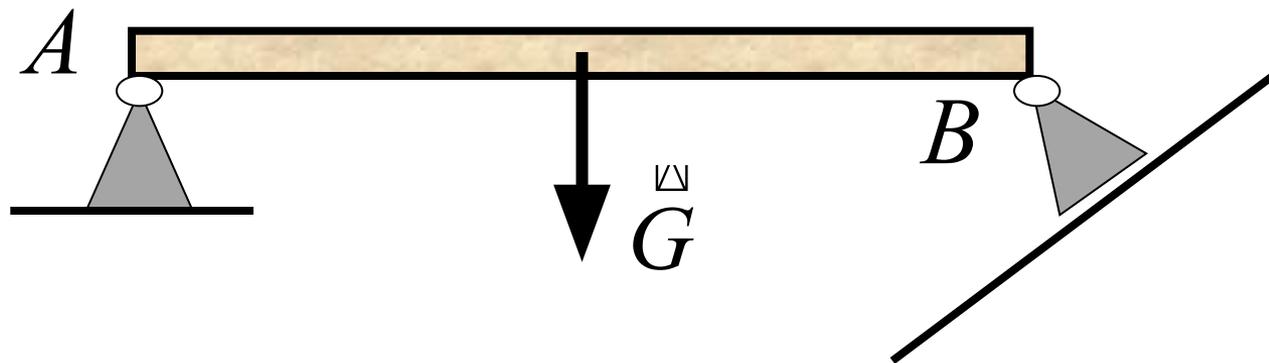
$$\overset{\sphericalangle}{R} = \overset{\sphericalangle}{F_1} + \overset{\sphericalangle}{F_2} + \dots + \overset{\sphericalangle}{F_n} = \mathbf{0} \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = 0; \\ R_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = 0; \\ R_z = F_{1z} + F_{2z} + \dots + F_{nz} = 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

## *Теорема о трех силах:*

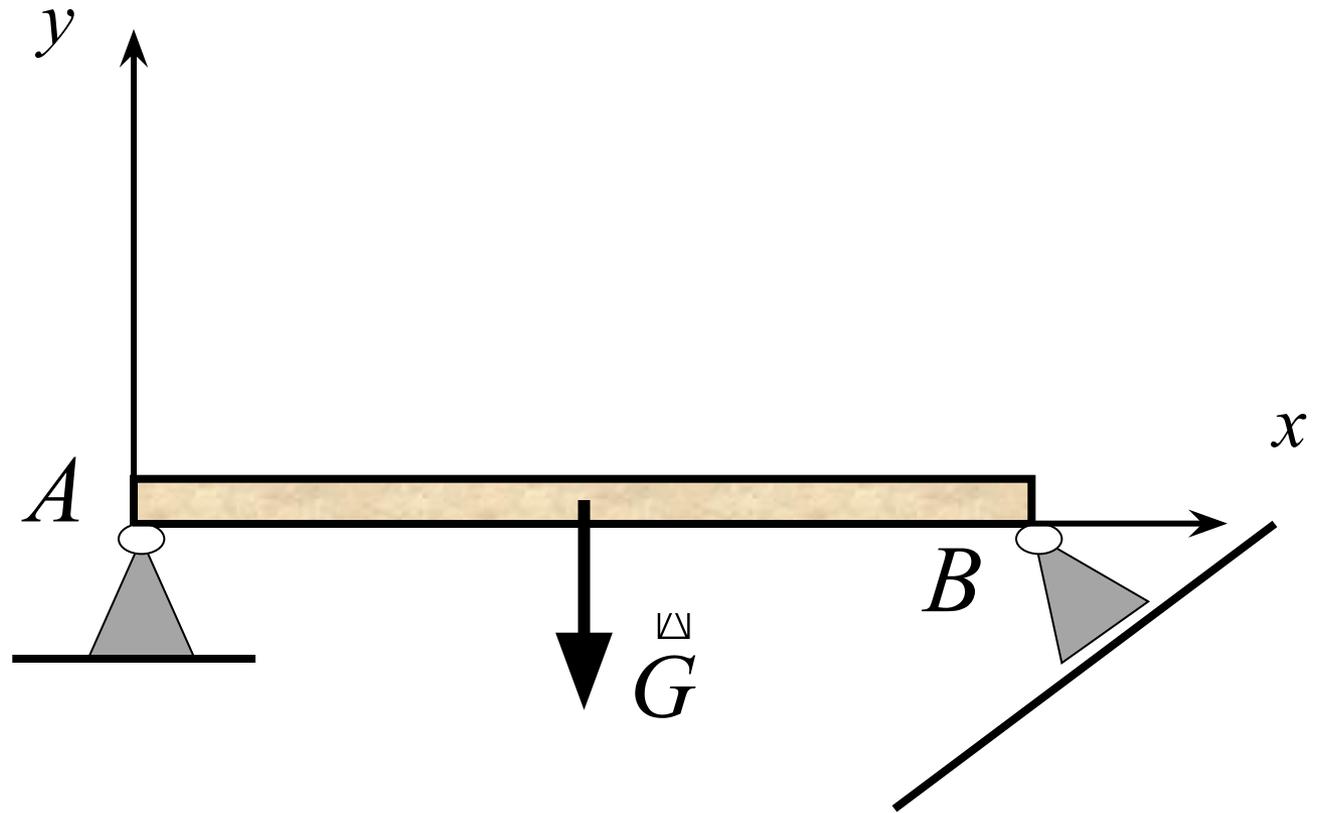
*Если плоская система трех непараллельных сил находится в равновесии, то линии действия этих сил пересекаются в одной точке.*

# Шарнирные опоры



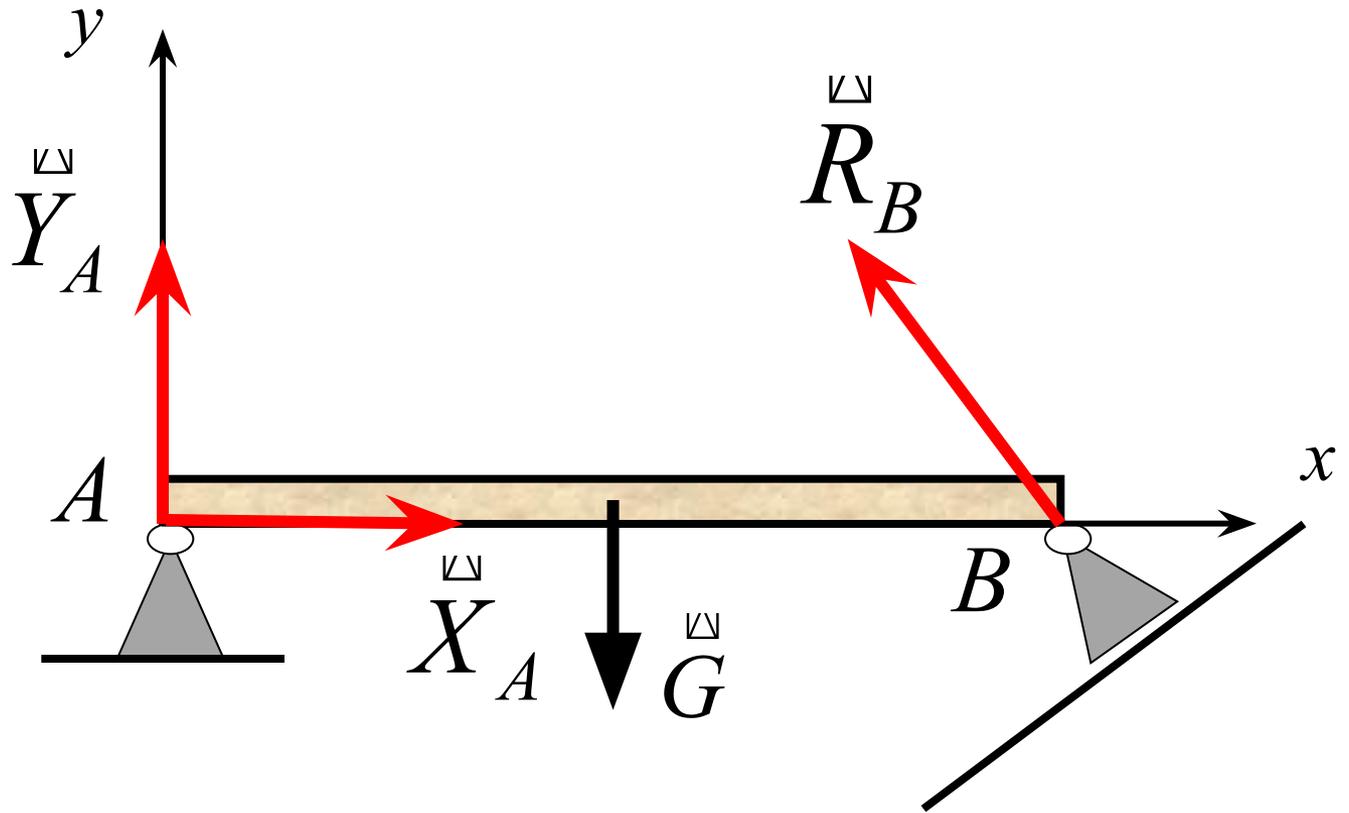
В точке  $A$  – шарнирная *неподвижная* опора,  
в точке  $B$  – шарнирная *подвижная* опора

# Шарнирные опоры



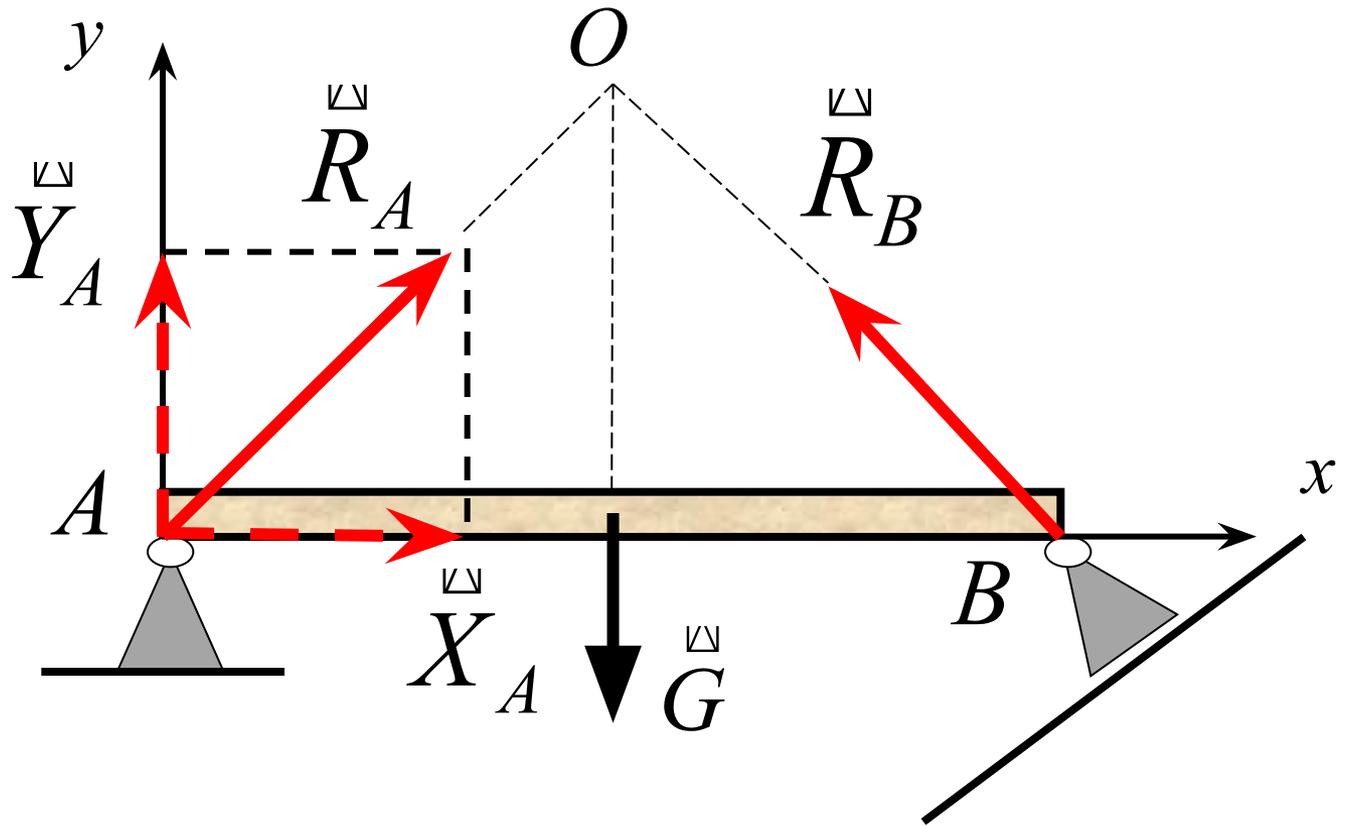
В точке  $A$  – шарнирная *неподвижная* опора,  
в точке  $B$  – шарнирная *подвижная* опора

# Шарнирные опоры

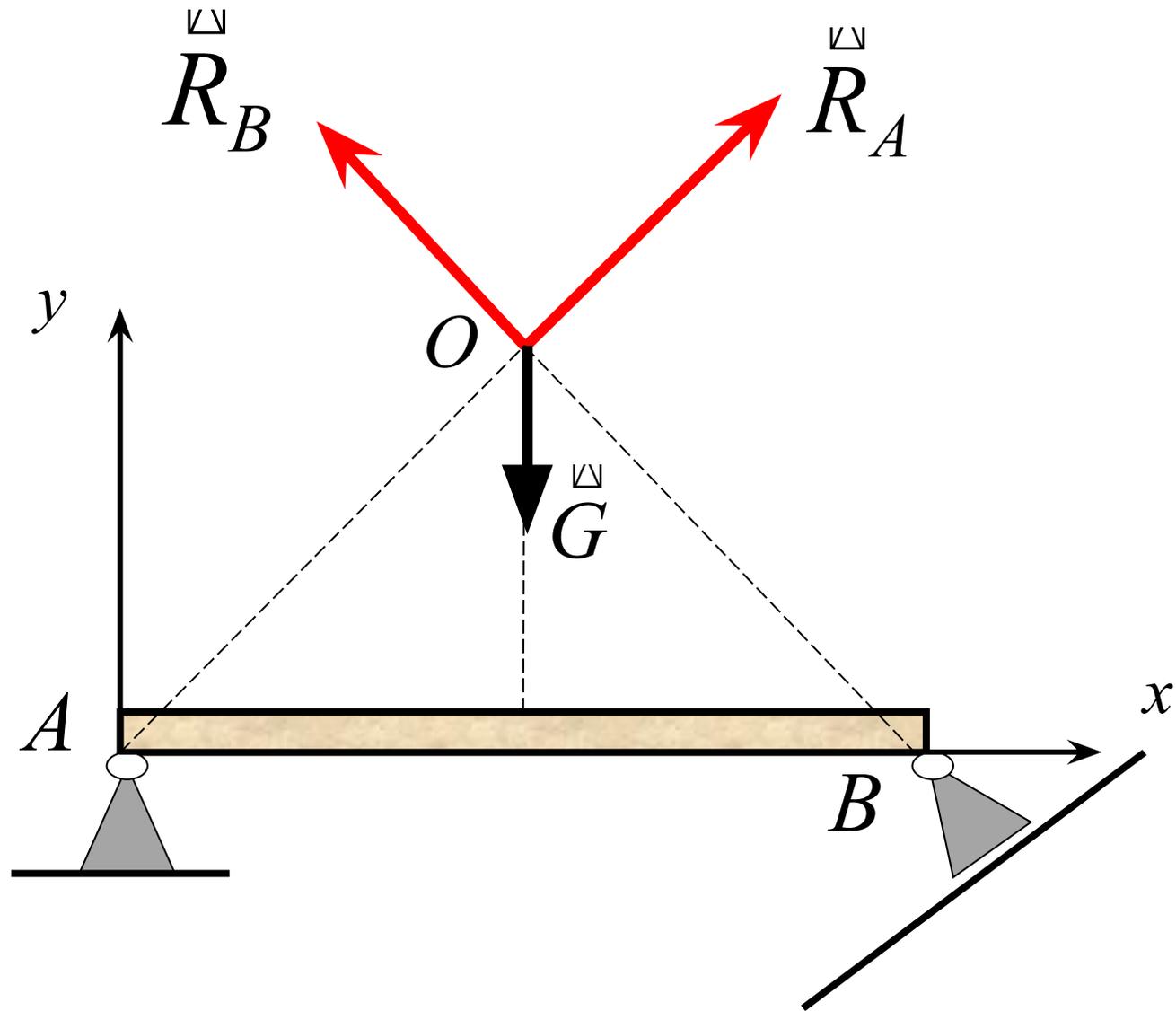


В точке  $A$  – шарнирная *неподвижная* опора,  
в точке  $B$  – шарнирная *подвижная* опора

# Шарнирные опоры

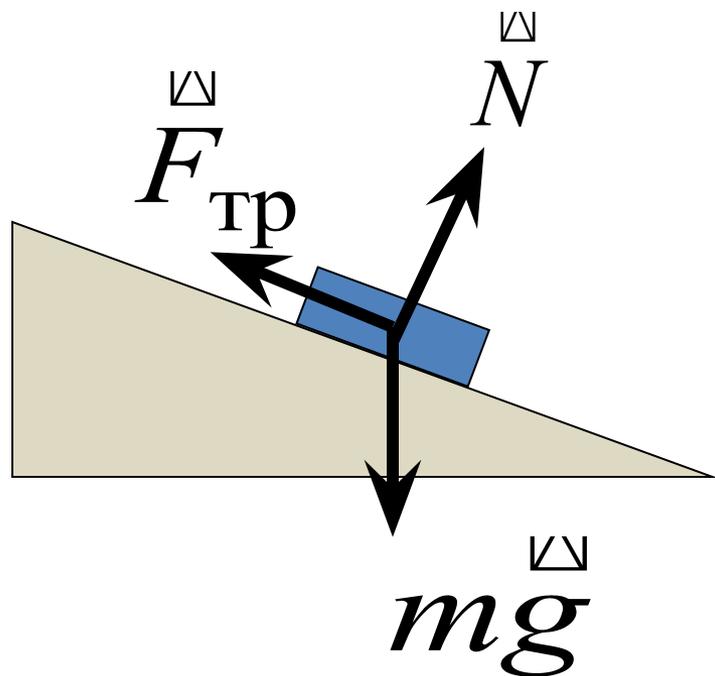


В точке  $A$  – шарнирная *неподвижная* опора,  
в точке  $B$  – шарнирная *подвижная* опора

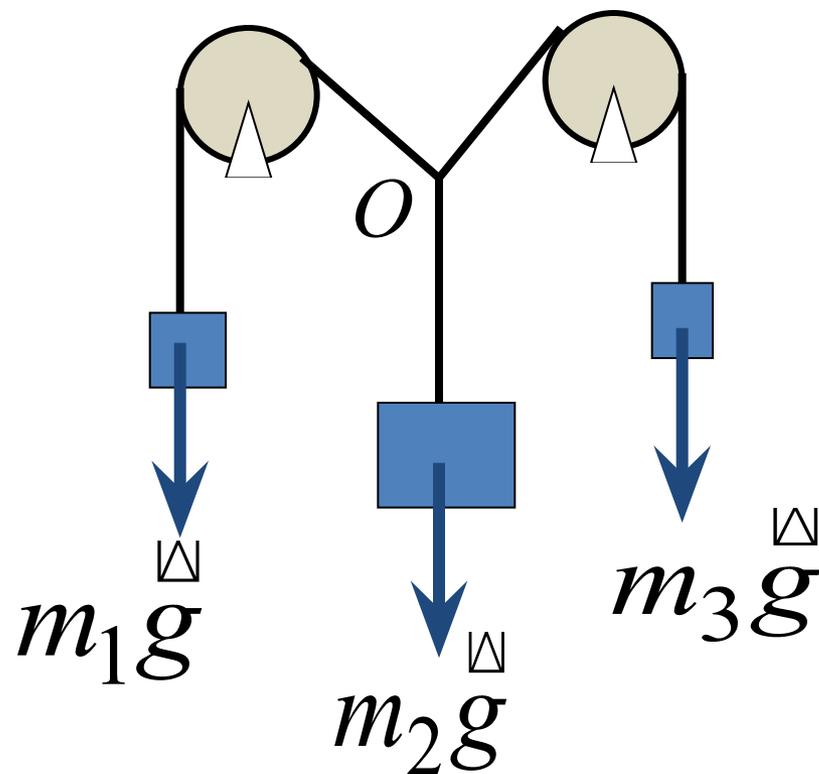
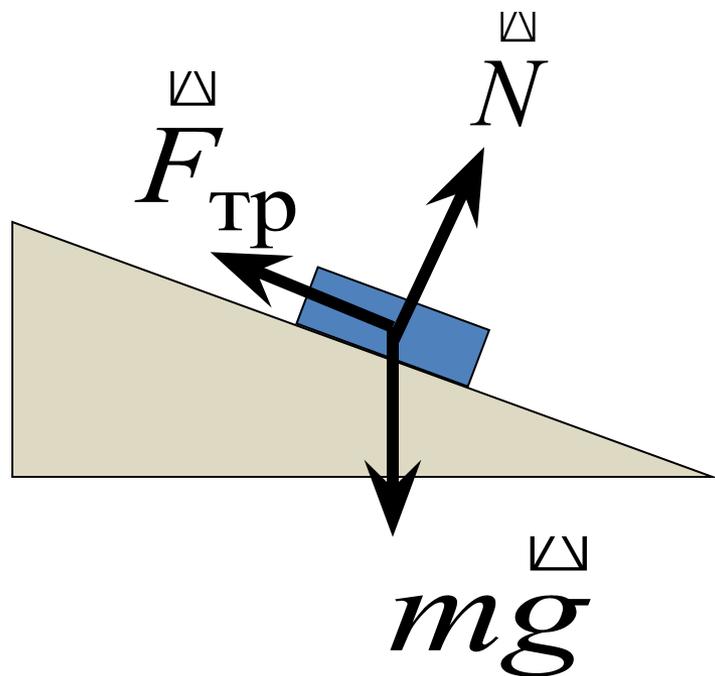


$$R_A + R_B + G = 0$$

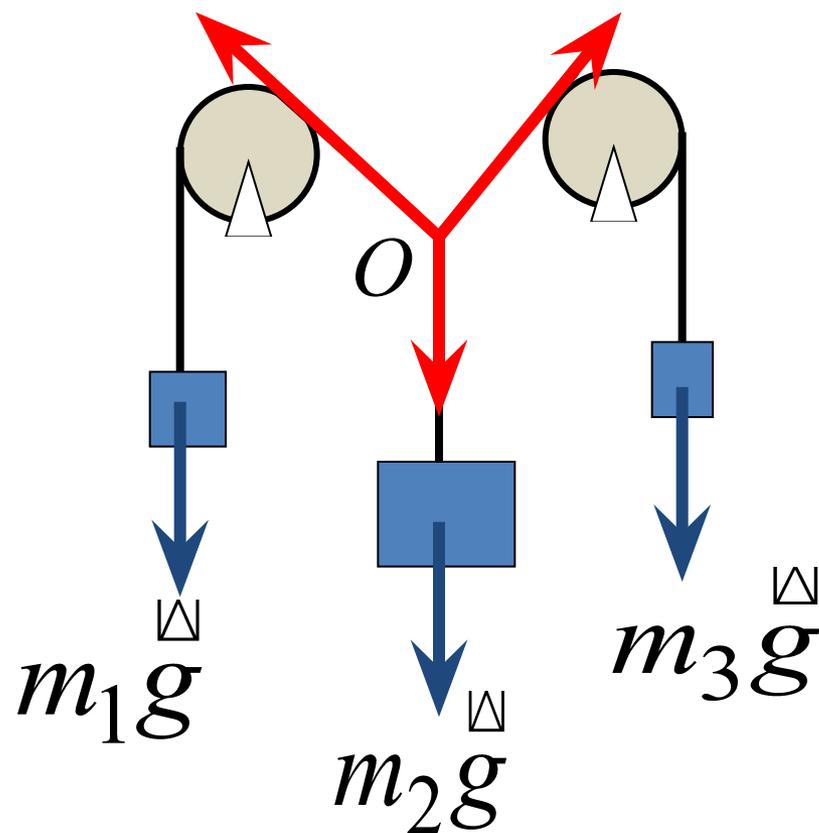
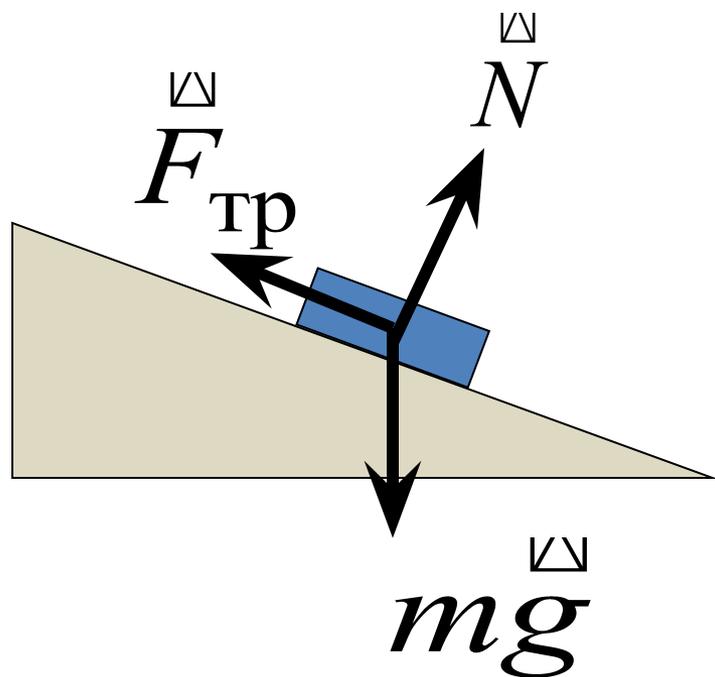
# ПРИМЕРЫ СХОДЯЩИХСЯ СИЛ:



# ПРИМЕРЫ СХОДЯЩИХСЯ СИЛ:

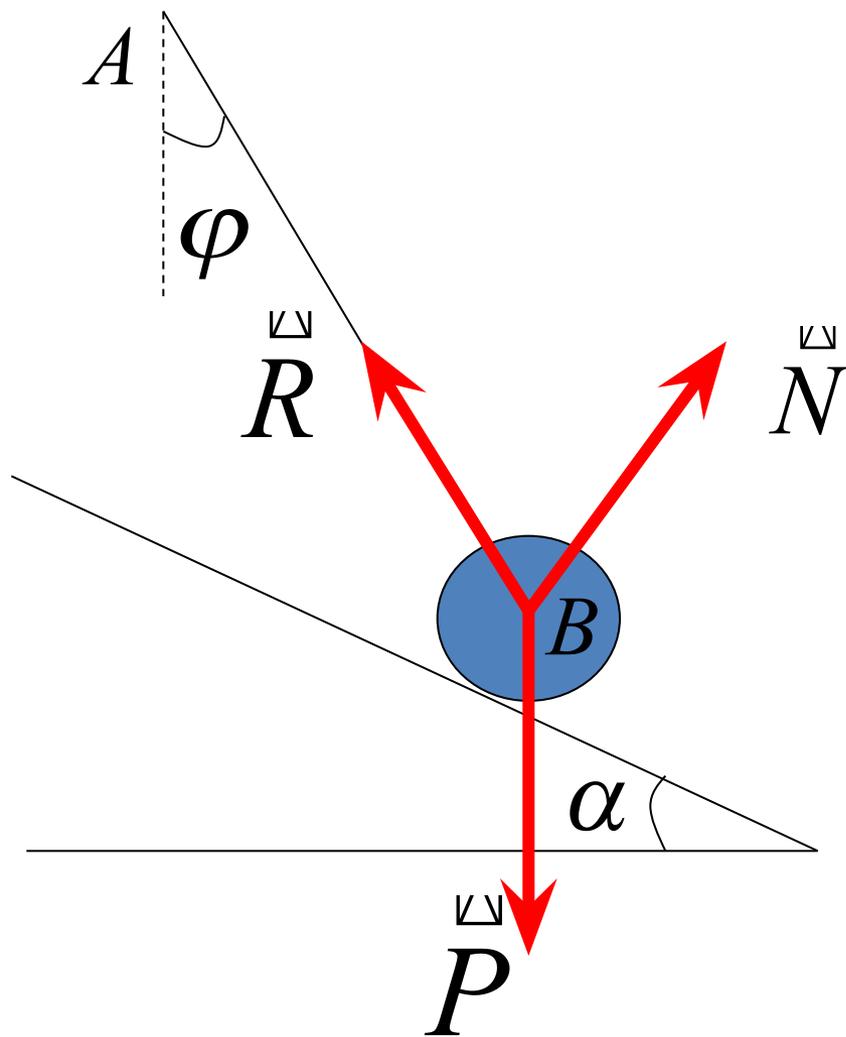


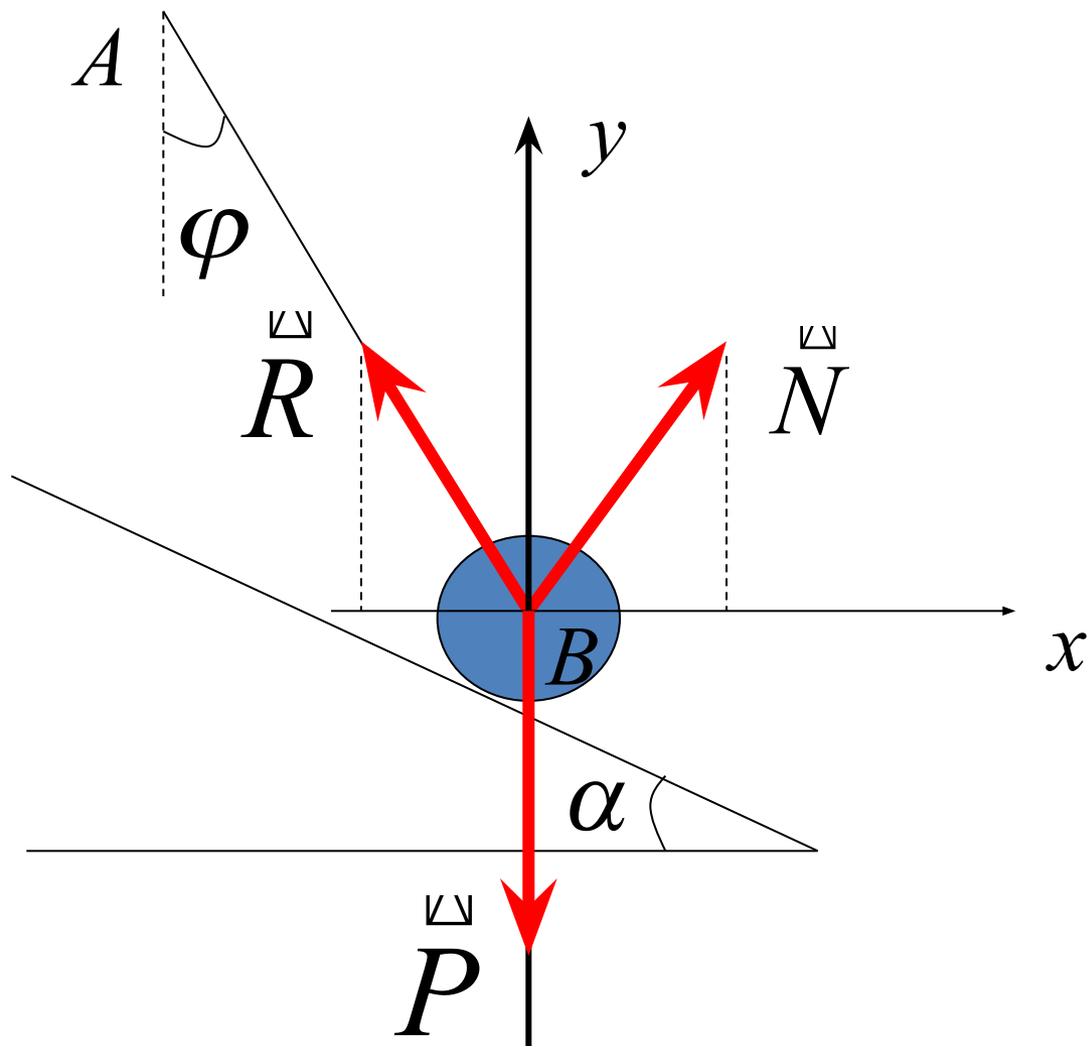
# ПРИМЕРЫ СХОДЯЩИХСЯ СИЛ:

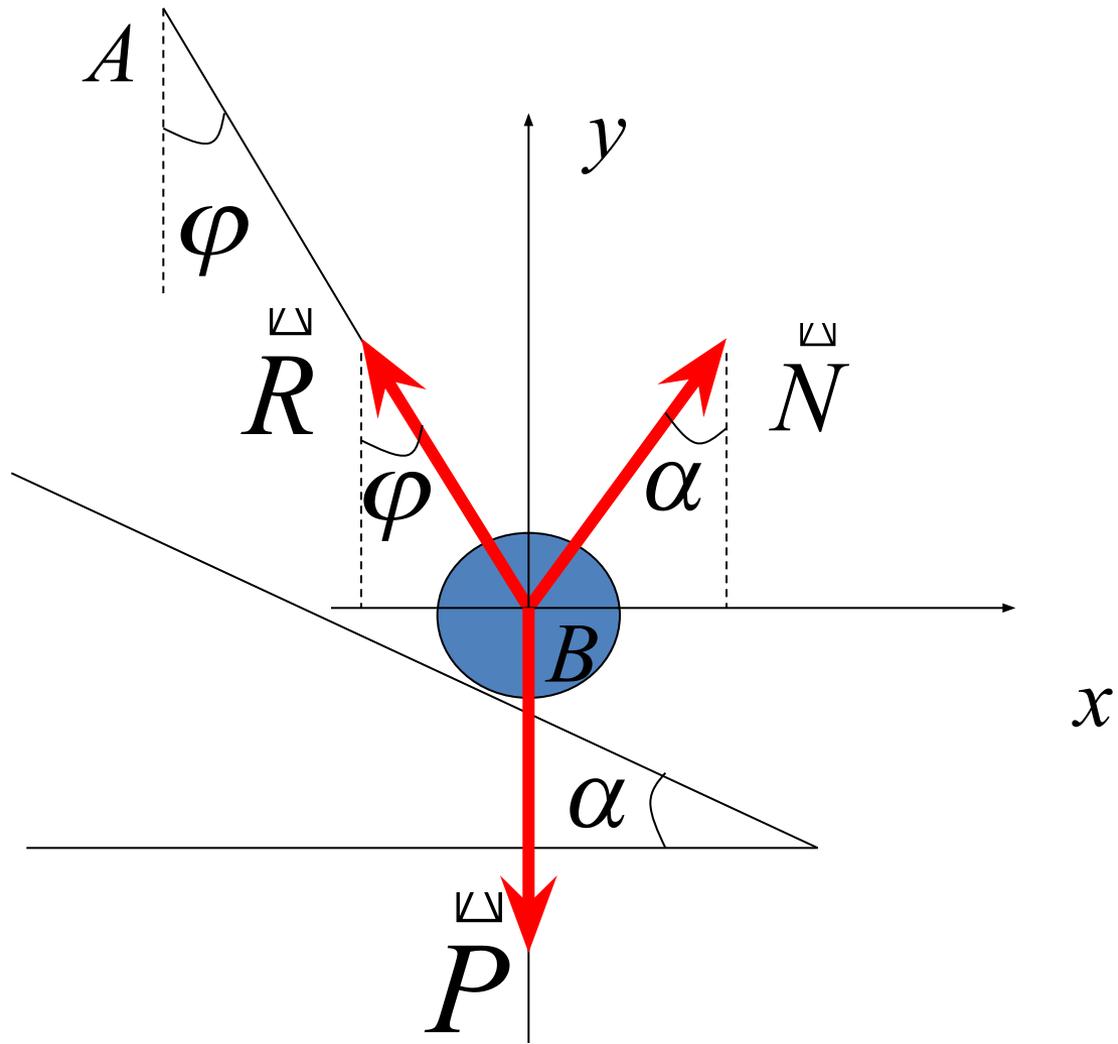


## Пример

Тяжелый шар весом  $\vec{P}$  подвешен на стержне  $AB$ , прикрепленном к неподвижной точке  $A$ , и находится в отклоненном на угол  $\varphi$  от вертикали положении на наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha$  с горизонтом. Определить натяжение нити  $\vec{R}$  и реакцию поверхности  $\vec{N}$ .







Условия

равновесия:

$$\sum F_{ix} = N \sin \alpha - R \sin \varphi = 0 \quad (3)$$

Условия

равновесия:

$$\sum F_{ix} = N \sin \alpha - R \sin \varphi = 0 \quad (3)$$

$$\sum F_{iy} = N \cos \alpha + R \cos \varphi - P = 0 \quad (4)$$

Условия  
равновесия:

$$\sum F_{ix} = N \sin \alpha - R \sin \varphi = 0 \quad (3)$$

$$\sum F_{iy} = N \cos \alpha + R \cos \varphi - P = 0 \quad (4)$$

$$N = \frac{R \sin \varphi}{\sin \alpha}$$

$$\frac{R \sin \varphi}{\sin \alpha} \cos \alpha + R \cos \varphi - P = 0$$

$$\frac{R \sin \varphi}{\sin \alpha} \cos \alpha + R \cos \varphi - P = 0$$

$$R = \frac{P}{\sin \varphi \cdot \operatorname{ctg} \alpha + \cos \varphi}$$

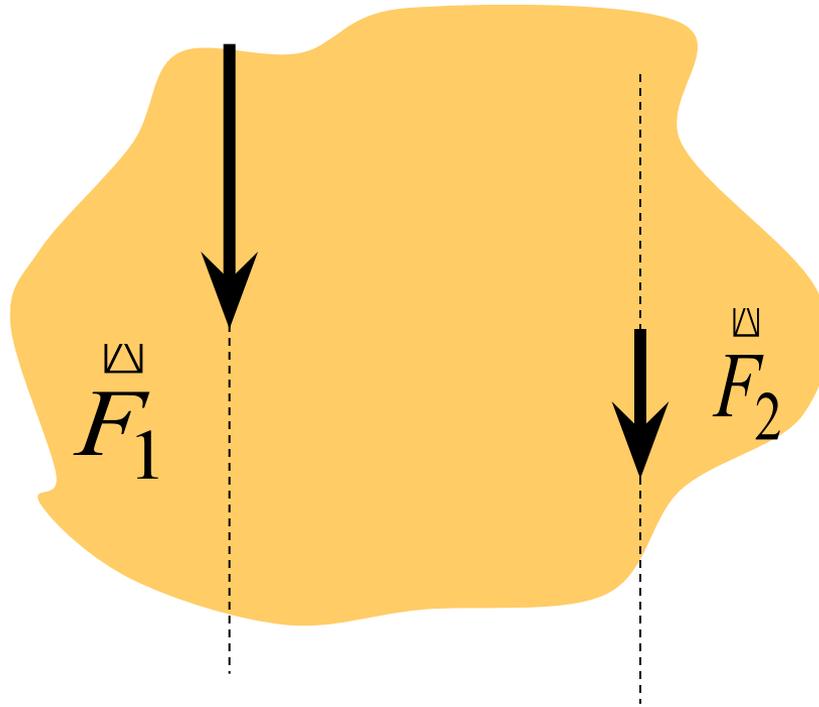
$$\frac{R \sin \varphi}{\sin \alpha} \cos \alpha + R \cos \varphi - P = 0$$

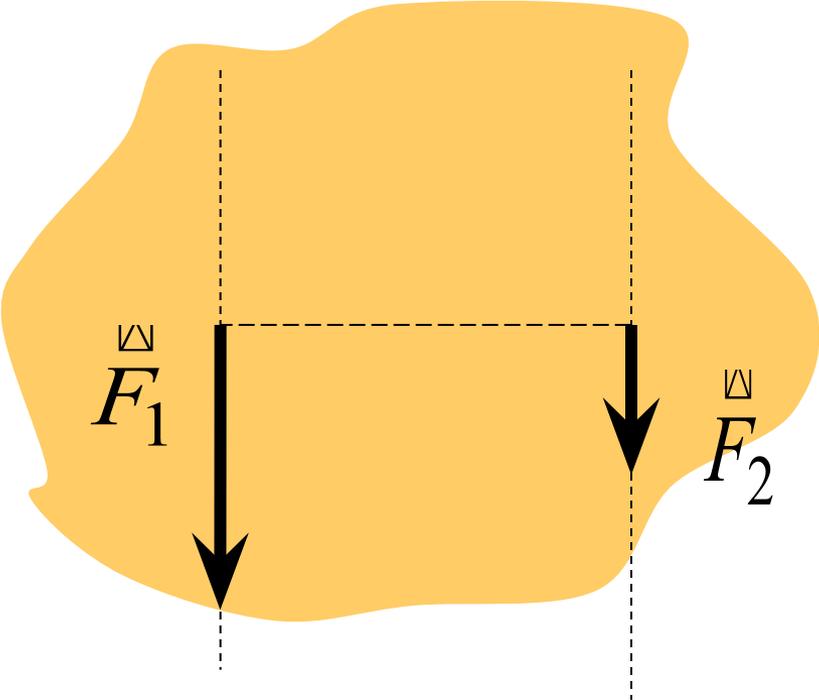
$$R = \frac{P}{\sin \varphi \cdot \operatorname{ctg} \alpha + \cos \varphi}$$

$$N = \left( \frac{P}{\sin \varphi \cdot \operatorname{ctg} \alpha + \cos \varphi} \right) \frac{\sin \varphi}{\sin \alpha}$$

## 2. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ СИЛЫ

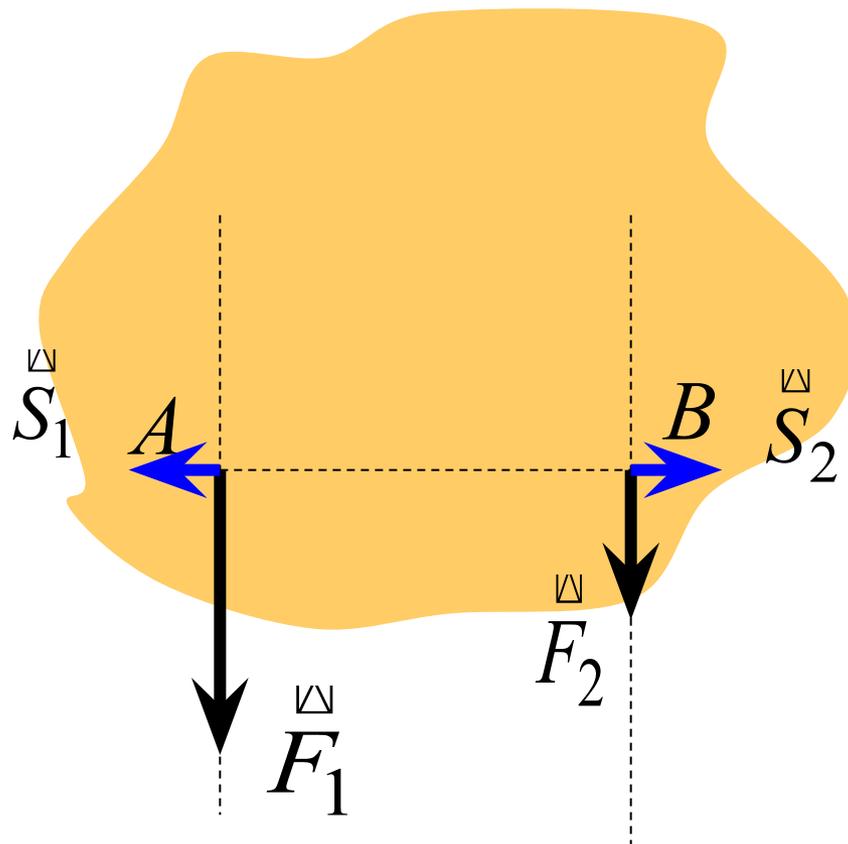
1. Система двух сил, направленных в одну сторону



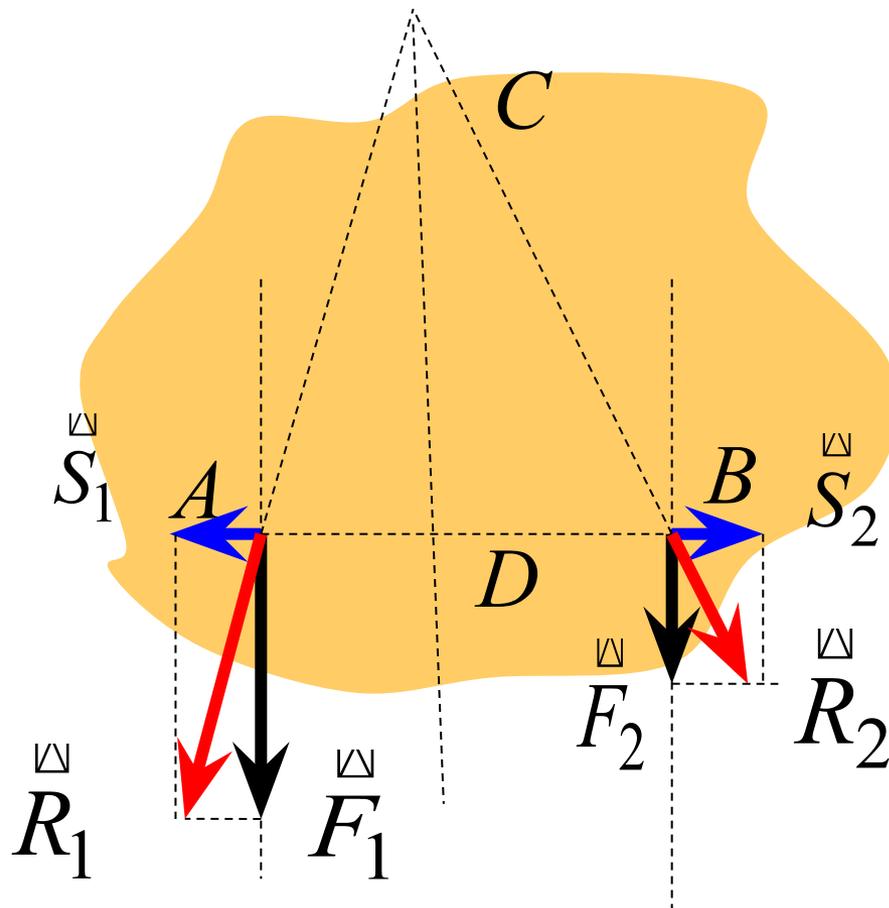


Добавим две  
силы:

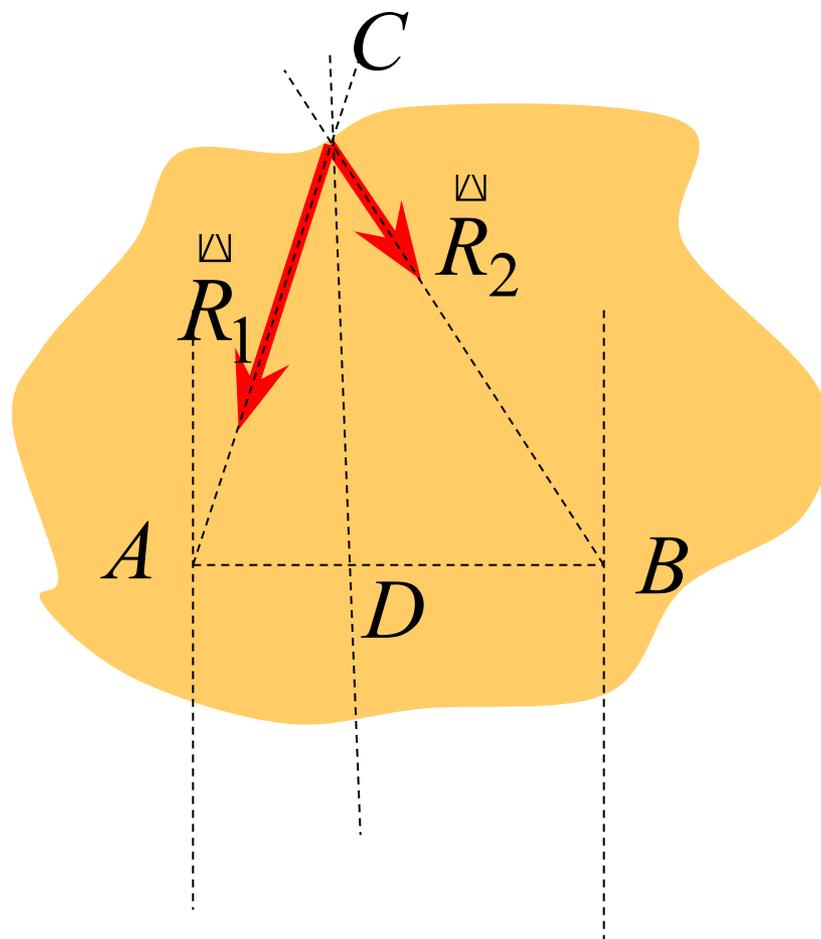
$$\vec{S}_1 = -\vec{S}_2$$



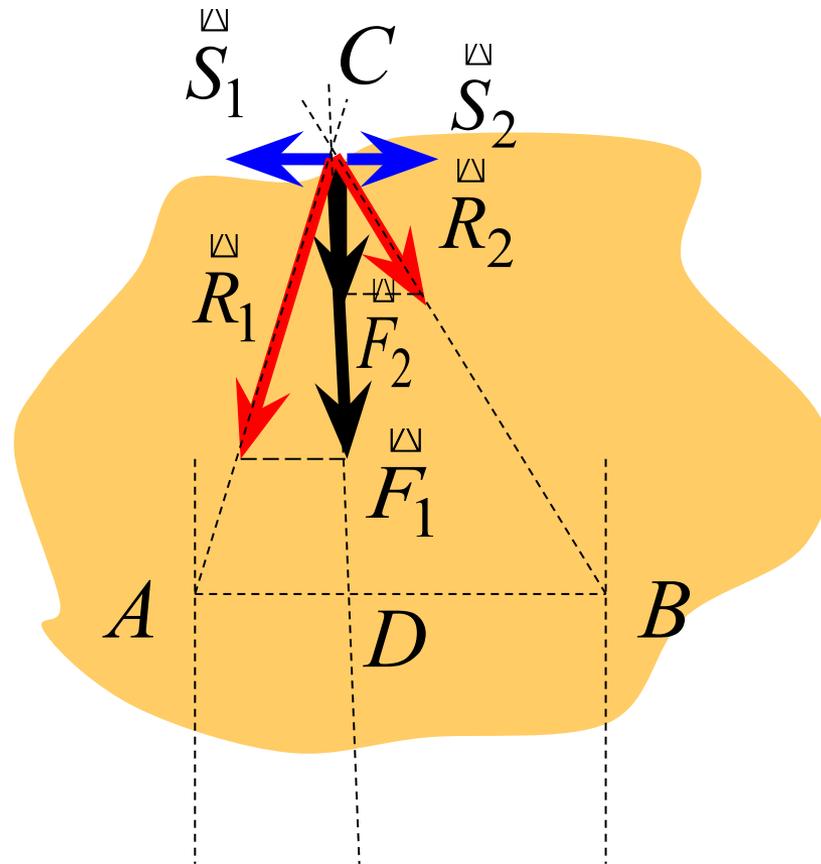
Сложим силы в токах  $A$  и  $B$   
 $B$



Переместим силы  $\vec{R}_1$  и  $\vec{R}_2$  в точку  $C$

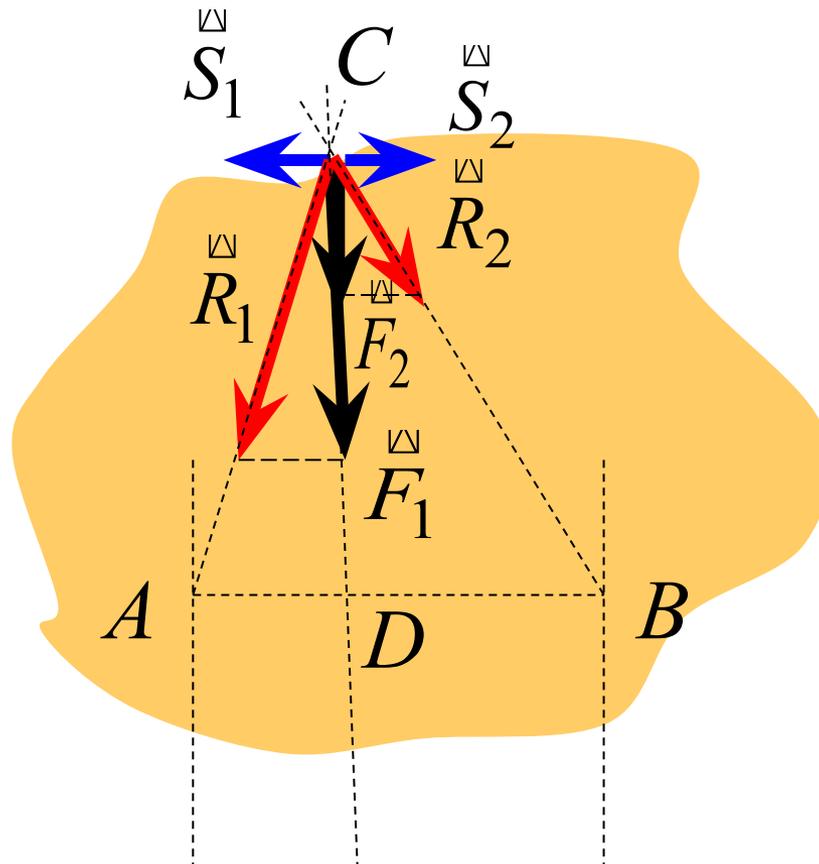


Разложим силы  $\vec{R}_1$  и  $\vec{R}_2$



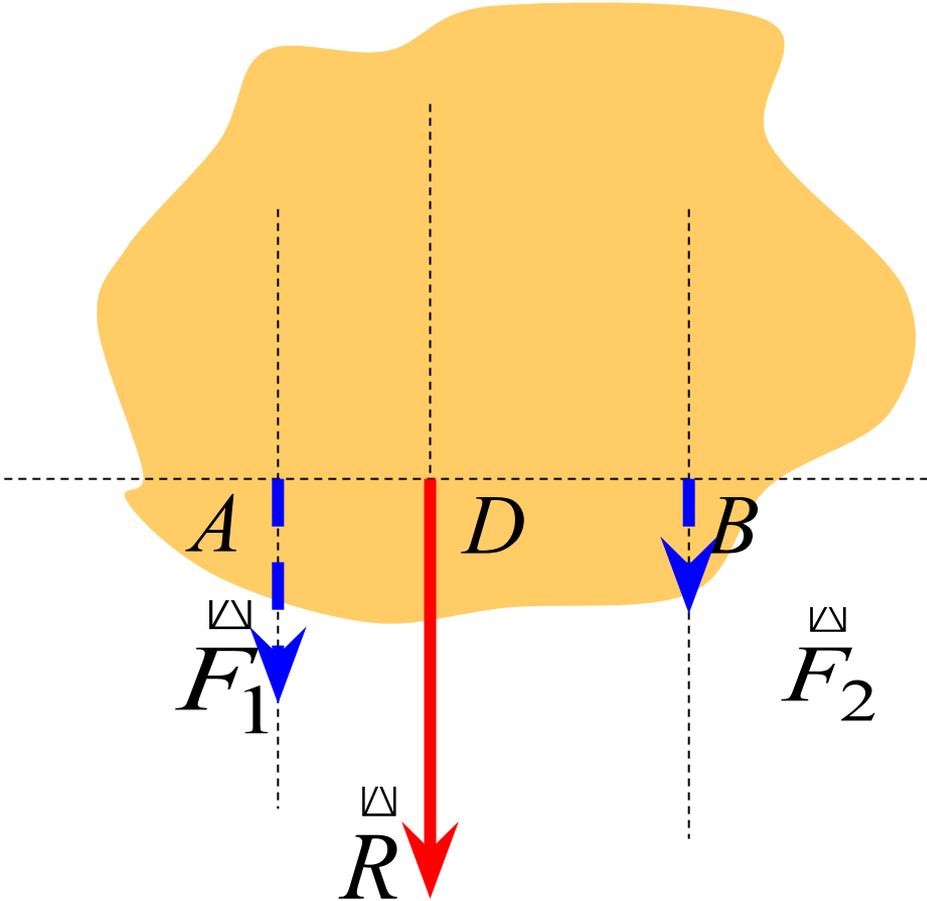
Определим положение точки

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{CD}{AD}; \quad D: \quad \frac{F_2}{S_2} = \frac{CD}{DB}; \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{F_1}{F_2} = \frac{DB}{AD}}$$



$$F_1 + F_2 = R$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{DB}{AD}$$



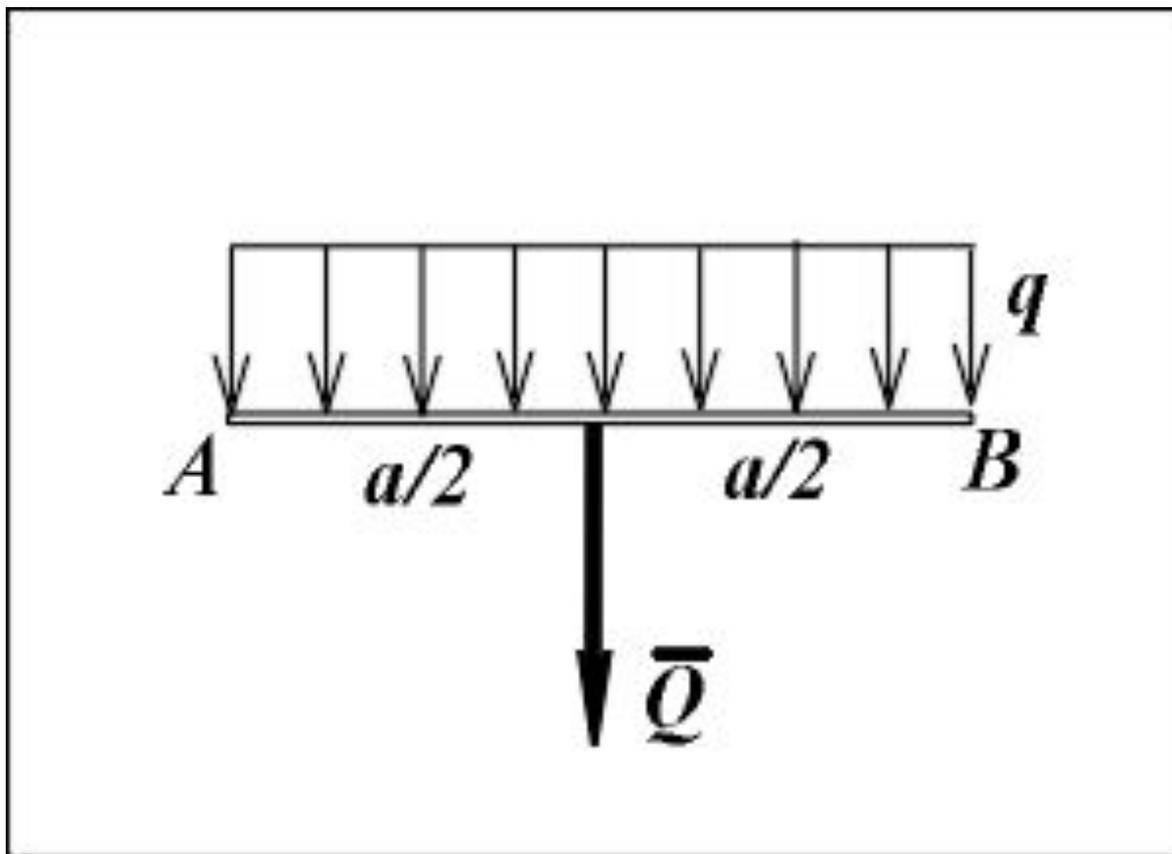
## ***Выводы:***

В результате сложения двух  
однонаправленных параллельных сил

1) получается сила, направленная в ту же сторону, что и исходные силы, с модулем равным их сумме;

2) точка приложения результирующей силы  $D$  делит отрезок  $AB$  в отношении обратно пропорциональном модулям исходных сил

Пример замены равномерно распределенной нагрузки  $q$  (Н/см) с интенсивностью  $q$  одной сосредоточенной силой.

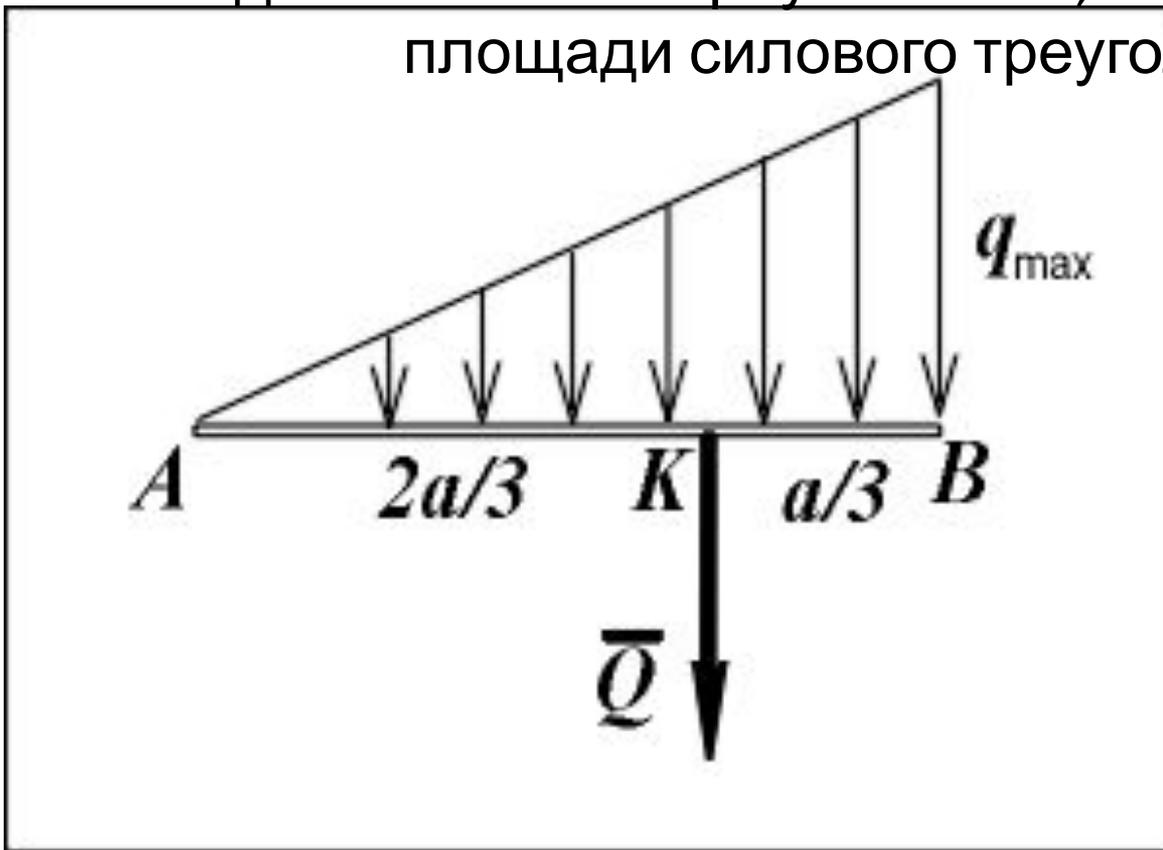


$$Q = qa$$

## Случай неравномерно распределенной нагрузки:

результатирующая сила проходит через точку пересечения

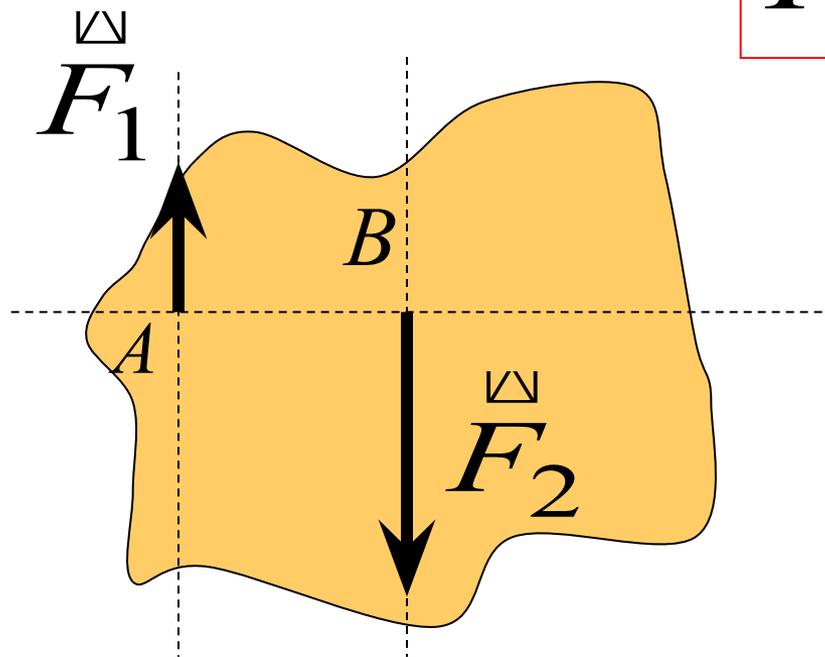
медиан силового треугольника, ее модуль равен площади силового треугольника



$$Q = \frac{1}{2} q_{\max} a$$

2. Система двух различных по модулю  
параллельных сил, направленных в  
противоположные стороны

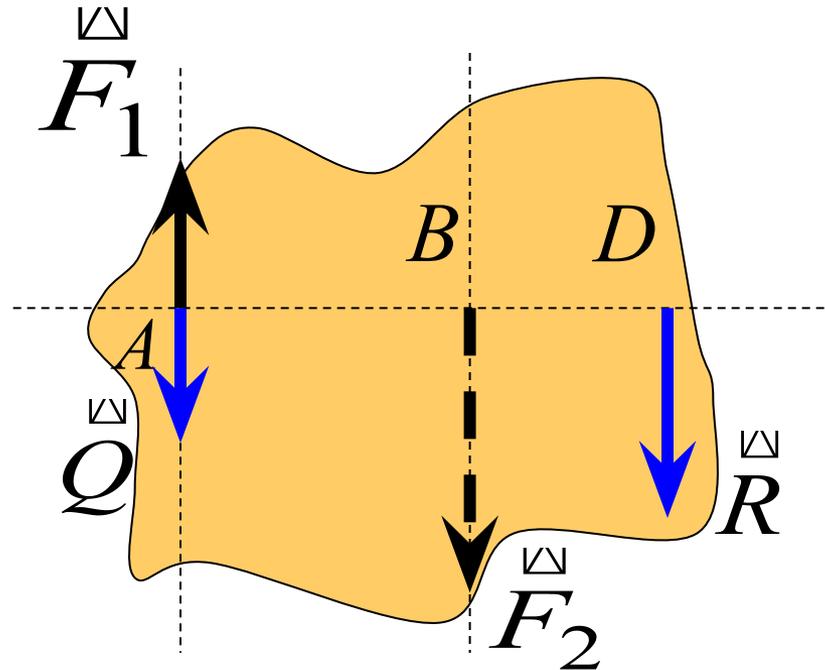
$$F_1 \neq F_2$$



Разложим большую силу на две параллельный

силы:  $F_2 = Q + R$ ; при этом  $Q = F_1$ ;

$$\Rightarrow \boxed{\left( \overset{\sphericalangle}{F_1}, \overset{\sphericalangle}{F_2} \right) = \overset{\sphericalangle}{R}}$$



Определение положения точки  $D$ :

$$\frac{Q}{R} = \frac{BD}{AB};$$

Определение положения точки  $D$ :

$$\frac{Q}{R} = \frac{BD}{AB}; \quad BD = \frac{F_1}{F_2 - F_1} AB;$$

Определение положения точки  $D$ :

$$\frac{Q}{R} = \frac{BD}{AB}; \quad BD = \frac{F_1}{F_2 - F_1} AB;$$

$$BD \left( \frac{F_2}{F_1} - 1 \right) = AB;$$

Определение положения точки  $D$ :

$$\frac{Q}{R} = \frac{BD}{AB}; \quad BD = \frac{F_1}{F_2 - F_1} AB;$$

$$BD \left( \frac{F_2}{F_1} - 1 \right) = AB;$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{AD}{BD}$$

## ***Выводы:***

В результате сложения двух антипараллельных не равных по модулю сил

1) получается сила, направленная сторону большей силы, с модулем равным разности исходных сил ;

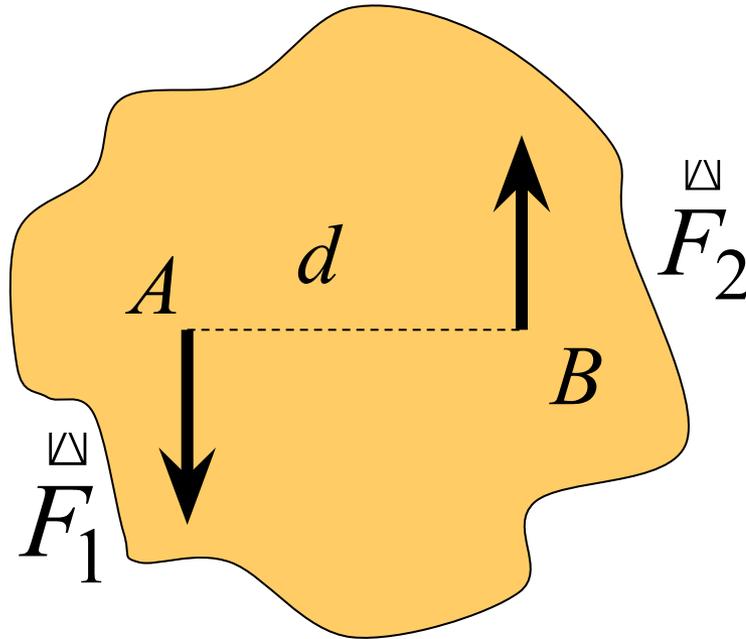
2) точка приложения результирующей силы  $D$  делит отрезок  $AB$  ***внешним образом*** в отношении обратно пропорциональном модулям исходных сил

### 3. Пара сил

Система двух антипараллельных одинаковых по модулю сил называется **парой сил**

$$F_1 = F_2;$$

$$R = F_1 + F_2 = 0;$$



$AB = d$  - плечо пары  
сил

*Пару сил невозможно заменить одной силой.*

*Пара сил (наравне с силой) является самостоятельным элементом статики.*

*Теория силовых пар рассмотрена в следующей лекции*

# Контрольные вопросы

- 1. Приведите пример системы сходящихся сил, не использованный в лекции.*
- 2. Приведите технический пример равномерно распределенной нагрузки.*
- 3. Приведите технический пример неравномерно распределенной нагрузки.*
- 4. Приведите пример возникновения пары сил.*

# ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

*Для самоконтроля знаний  
рекомендуется  
выполнить тестовые задания из  
учебного пособия:*

Дробчик В.В., Шумский М.П., Дубовик В.А.,  
Симанкин Ф.А. Теоретическая  
механика. (Статика). **Таблица 1.**

*После просмотра и конспектирования слайд-лекции необходимо прочитать указанные страницы учебников и дополнить конспект наиболее важными сведениями*

- 1. Теоретическая механика в примерах и задачах, т.1** (Статика, кинематика), Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. – М.: Наука, 1967. **С. 16-36**
- 2. Тарг С.М.** Краткий курс теоретической механики: Учеб. для втузов.- 10-е изд. – М: ВШ, 1986. **С. 17-31.**

*Рекомендованные учебники и учебные пособия выложены в информационном модуле*