

Омский государственный  
университет путей  
сообщения



# КАФЕДРА: «ИНФОРМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА»

# Лекция 3

**Преобразования комплексного  
чертежа.**

**Способ замены плоскостей  
проекций.**

**Основные метрические задачии.**

# Содержание

- Способы преобразования комплексного чертежа;
- Четыре основные задачи преобразования чертежа;
- Определение угла наклона плоскости к плоскостям проекций;
- Линии наибольшего наклона плоскости;
- Решение метрических задач преобразованиями комплексного чертежа..

# Основные графические задачи

- Все графические задачи условно делятся на **2 класса**.
- **1-й класс** – задачи позиционные;
- **2-й класс** – задачи метрические.
- **Позиционными** называются такие задачи, **в которых определяется взаимное расположение различных геометрических фигур относительно друг друга.**

# Метрические задачи

- **Метрическими** (от греческих слов **metron** –мера, **metreo** - мерить) называются задачи, **решение** которых **связано с нахождением характеристик геометрических фигур**, определяемых (измеряемых) линейными и угловыми величинами. К метрическим характеристикам относят **длины участков линий, величины углов, площадей, объемов и т.п.**
- Наиболее сложные задачи, при решении которых используют как метрические, так и позиционные свойства геометрических фигур, называют **комплексными**.

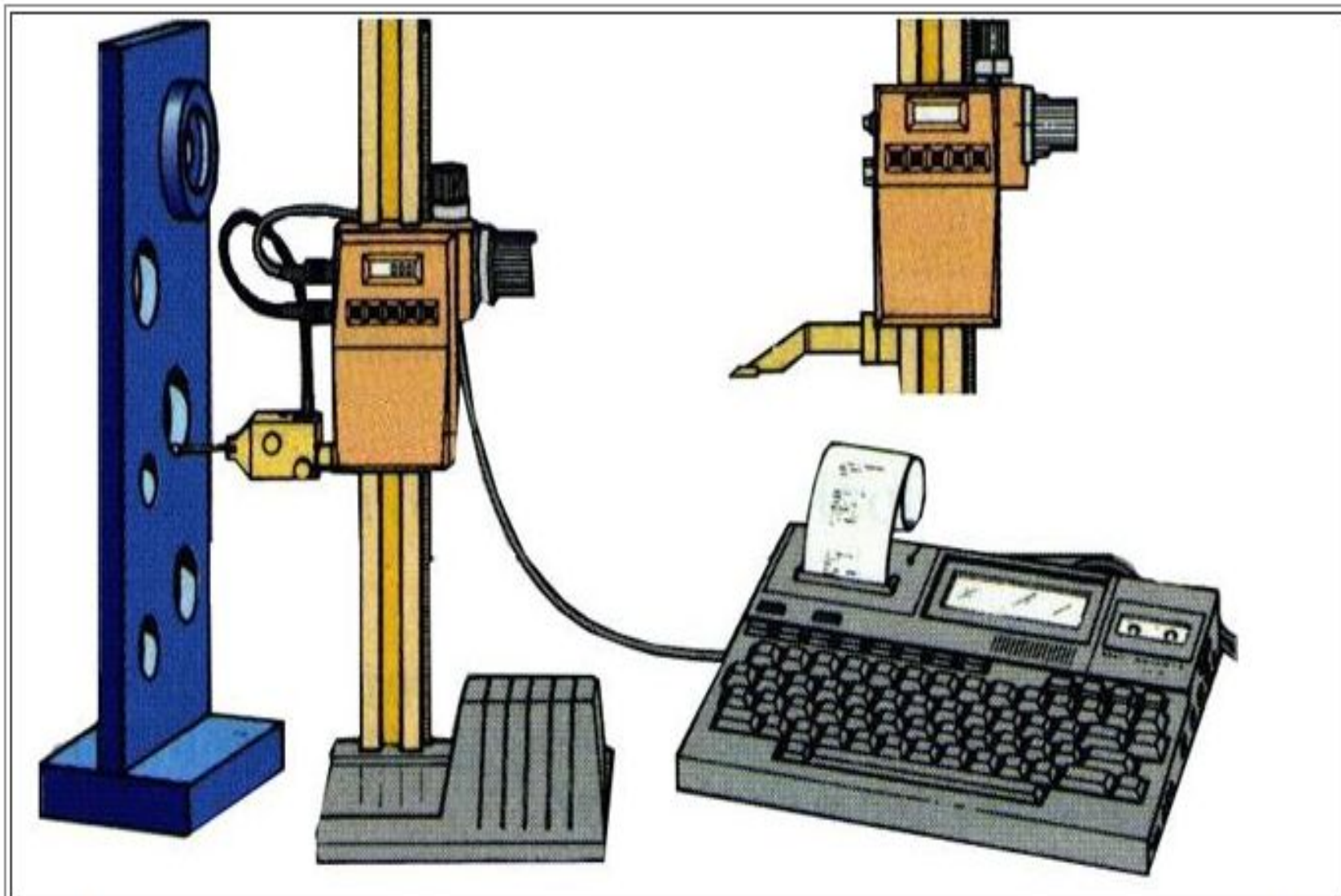


Рис.8.6 Применение электронного рейсмаса для контроля нескольких размеров детали «стойка»

Все метрические задачи сводятся к **двум видам**:

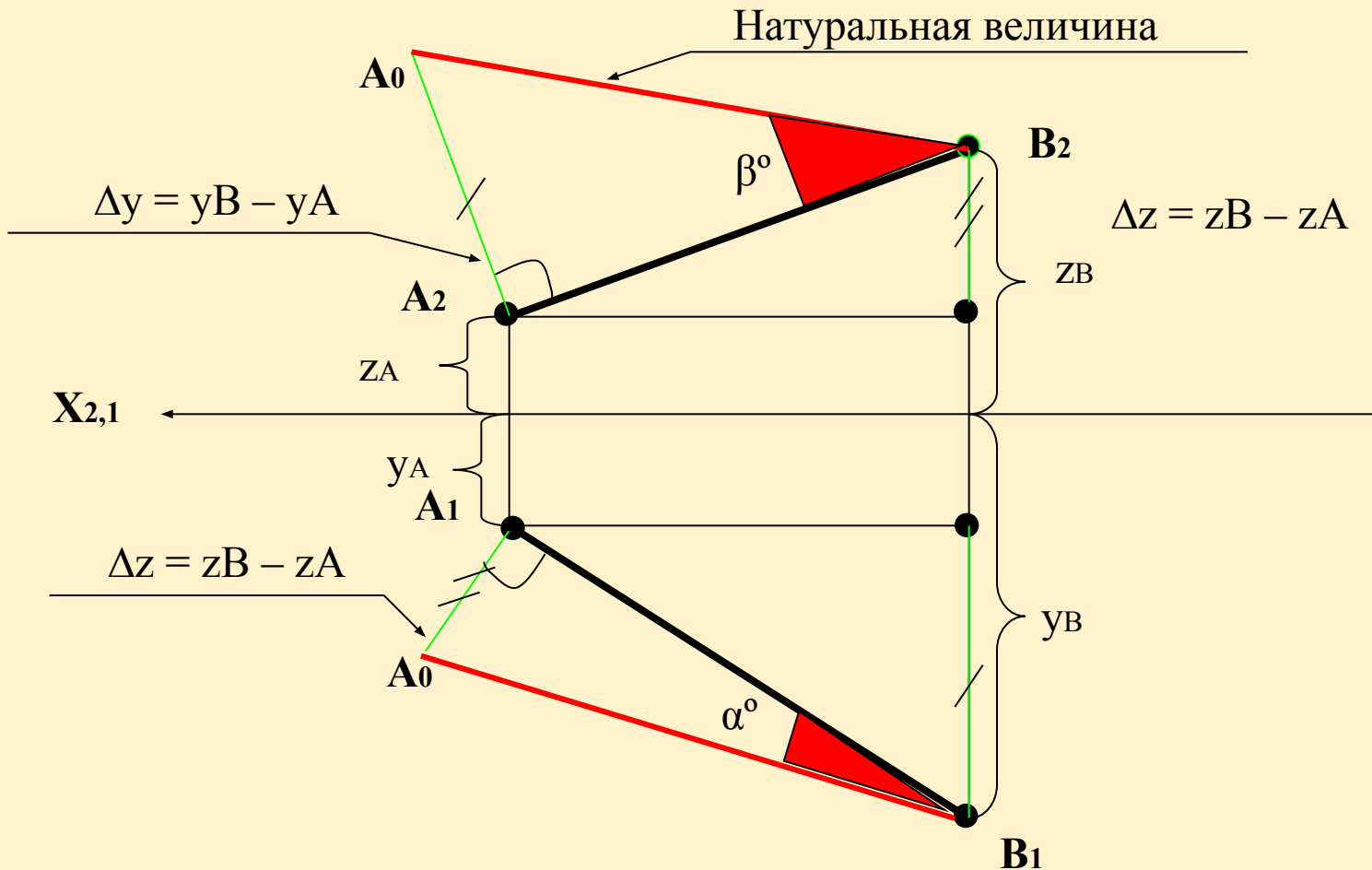
- **А)** задачи на определение расстояния между двумя точками;
- **Б)** задачи на нахождение величины угла между двумя пересекающимися прямыми.
- Решать такие задачи удобно **с помощью различных способов преобразования комплексного чертежа.**

# Определение расстояния между двумя точками отрезка прямой и углов наклона отрезка способом прямоугольного треугольника

- **Натуральная величина отрезка равна гипотенузе** прямоугольного треугольника, построенного на двух катетах один из которых проекция отрезка, а второй – разница координат начала и конца отрезка в другой плоскости проекций.



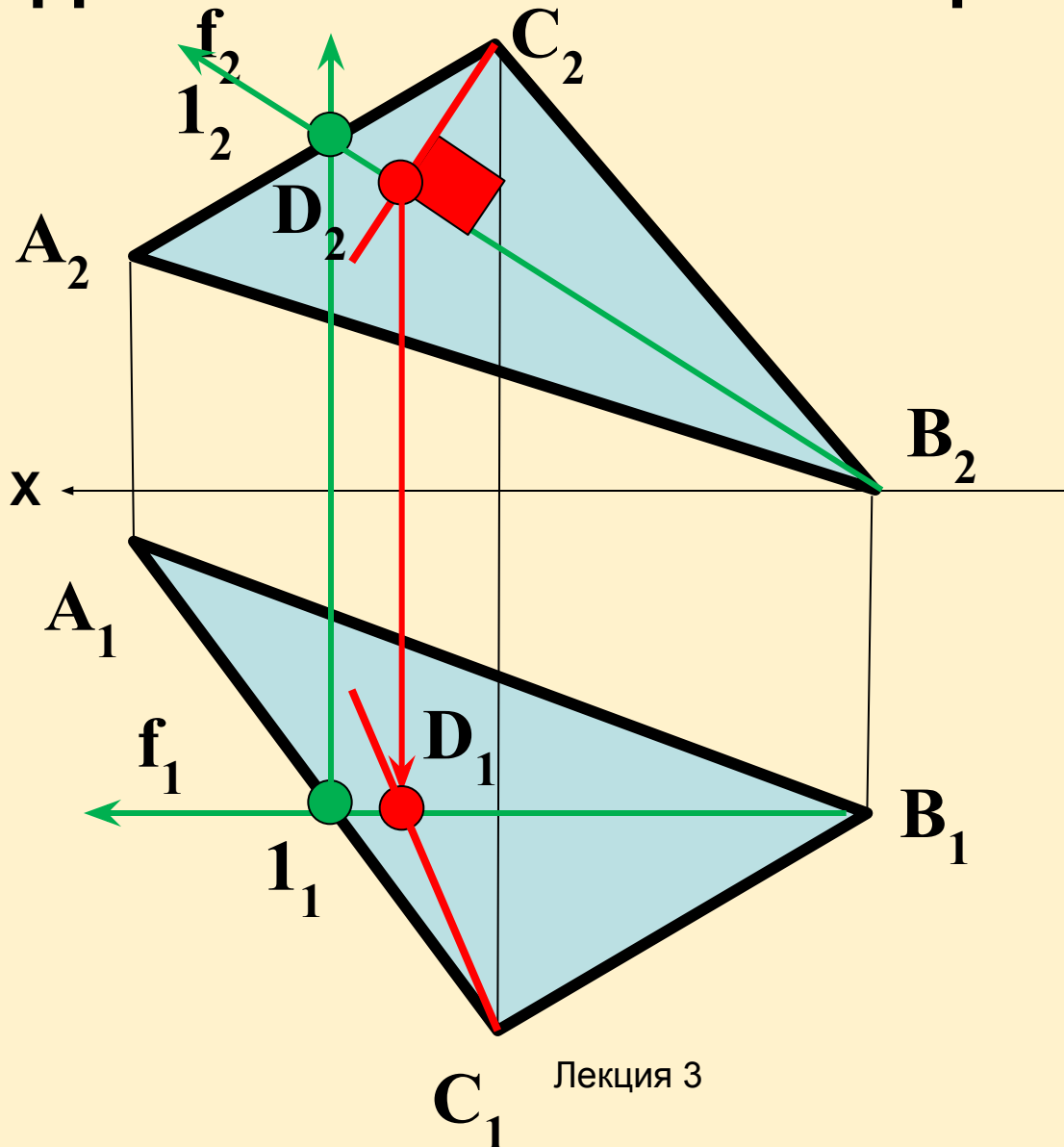
# Пример определения расстояния и углов наклона способом прямоугольного треугольника



$\alpha^\circ$  Угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$   
 $\beta^\circ$  Угол наклона прямой к фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$

# Линия наибольшего наклона плоскости $\triangle ABC$ к фронтальной плоскости проекций $\Pi_2$

## Задача 4



**$D_2B_2$**  - линия наибольшего наклона к фронтальной плоскости проекций

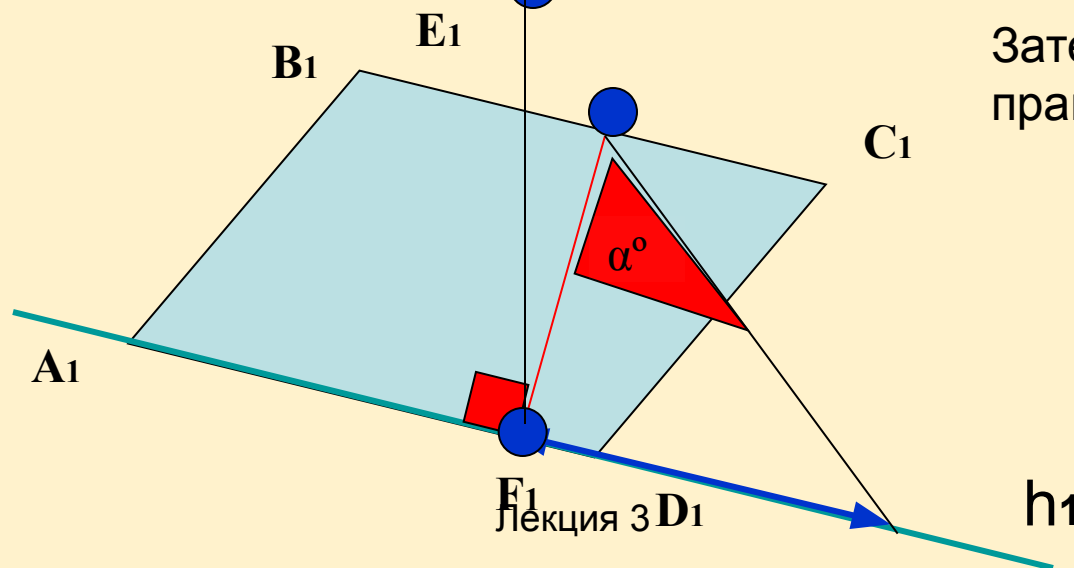
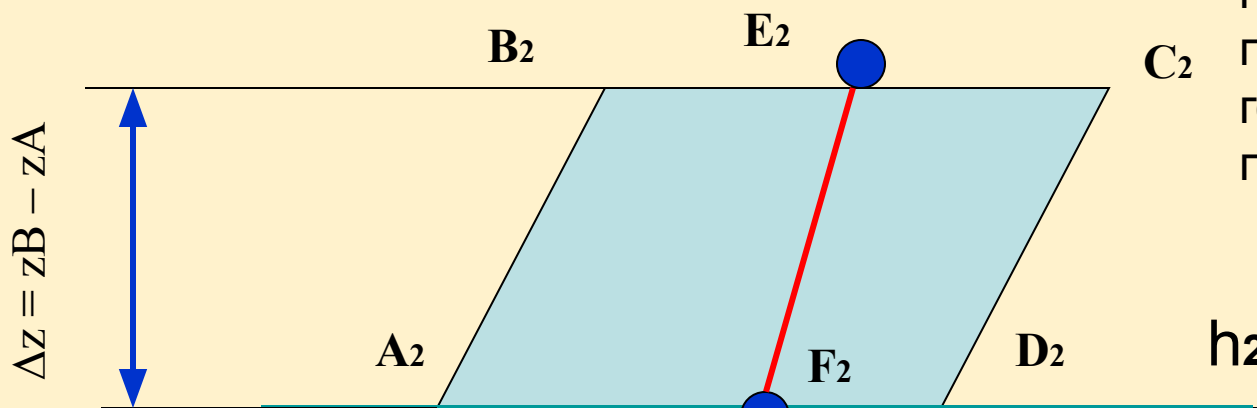
# Определить угол наклона плоскости к горизонту с помощью линий наибольшего наклона

Горизонтальная проекция лнн перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали

$h_2$

Затем используем правило треугольника

$h_1$



# Задача

Дано:  $\alpha$  ( $\Delta ABC$ ),  $(M_1, M_2)$

Определить расстояние от  $M$  до  $\Delta ABC$ .

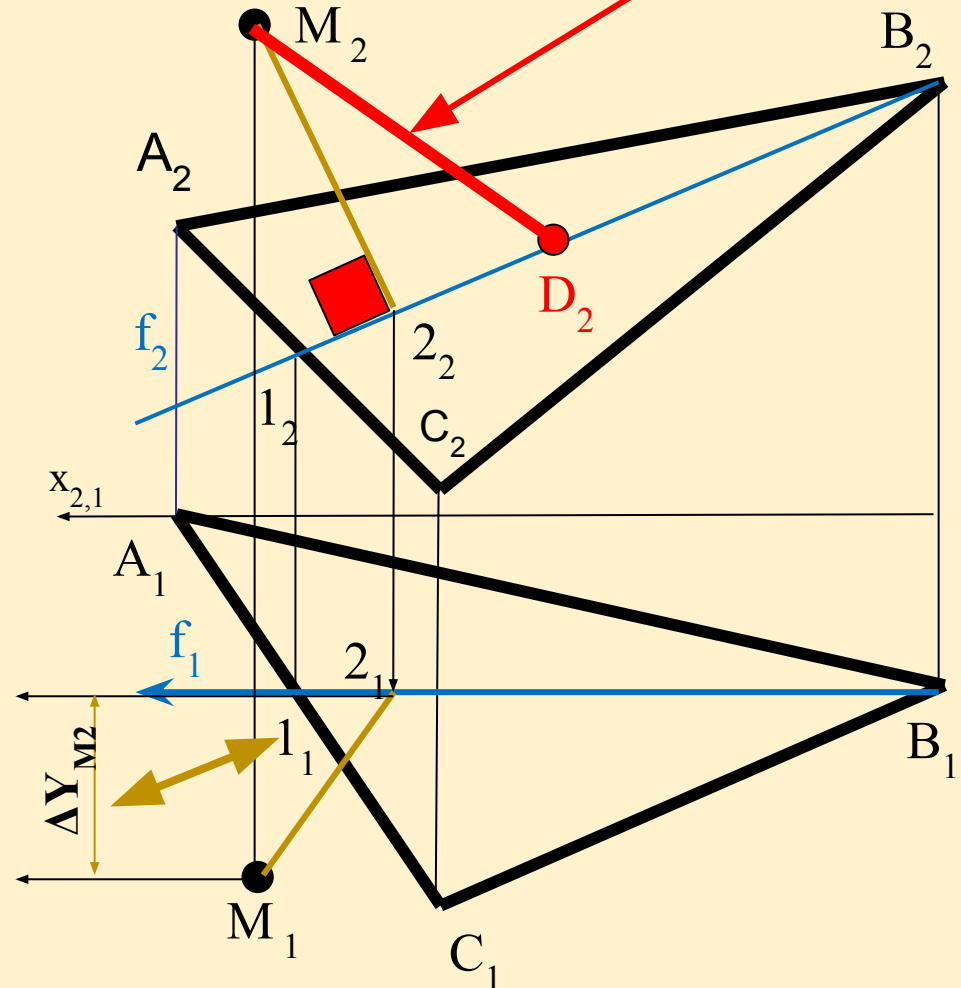
1- построить линию уровня  $f_1 \rightarrow f_2$

2 – опустить перпендикуляр из  $M$   
 $M_2 D_2 \rightarrow M_1 D_1$

3 – для определения расстояния  
применить способ прямоугольного  
треугольника и использовать  
разницу координат  $\Delta Y_{M_2}$   
проекции перпендикуляра в  $\Pi_1$

4 – построить гипотенузу  $M_2 D_2$   
(расстояние от  $M$  до плоскости  $\Delta$ )  
прямоугольного треугольника в  $\Pi_2$

Натуральная величина  
расстояния от  $M$  до плоскости  
треугольника ABC



# Пересечение линии с плоскостью (поверхностью)

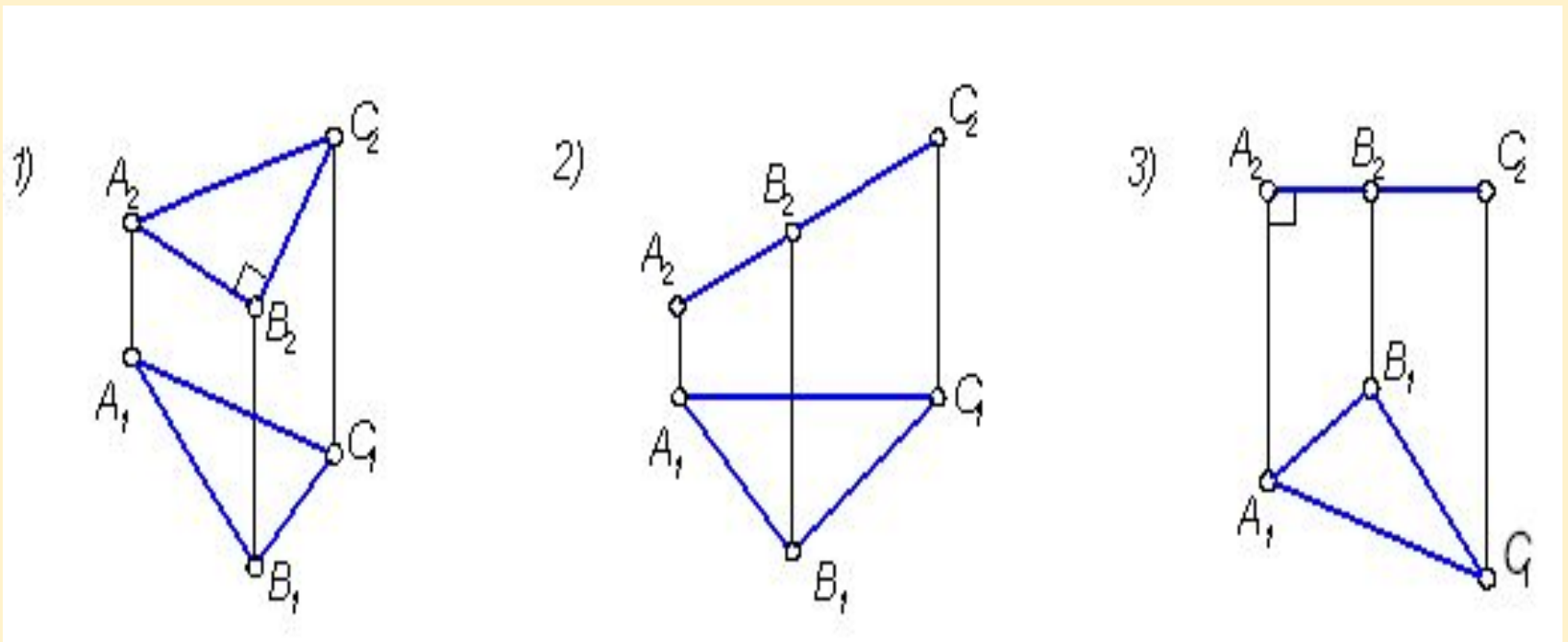
- Задача сводится к решению задачи на определение точки, принадлежащей прямой и поверхности.
- Для решения необходимо:
- 1) через одну из проекций прямой провести конкурирующую прямую, принадлежащую поверхности;
- 2) найти ее проекцию во второй плоскости проекций.
- Если эта проекция пересечет проекцию заданной прямой, значит имеется точка пересечения прямой и поверхности.

# Способы преобразования комплексного чертежа

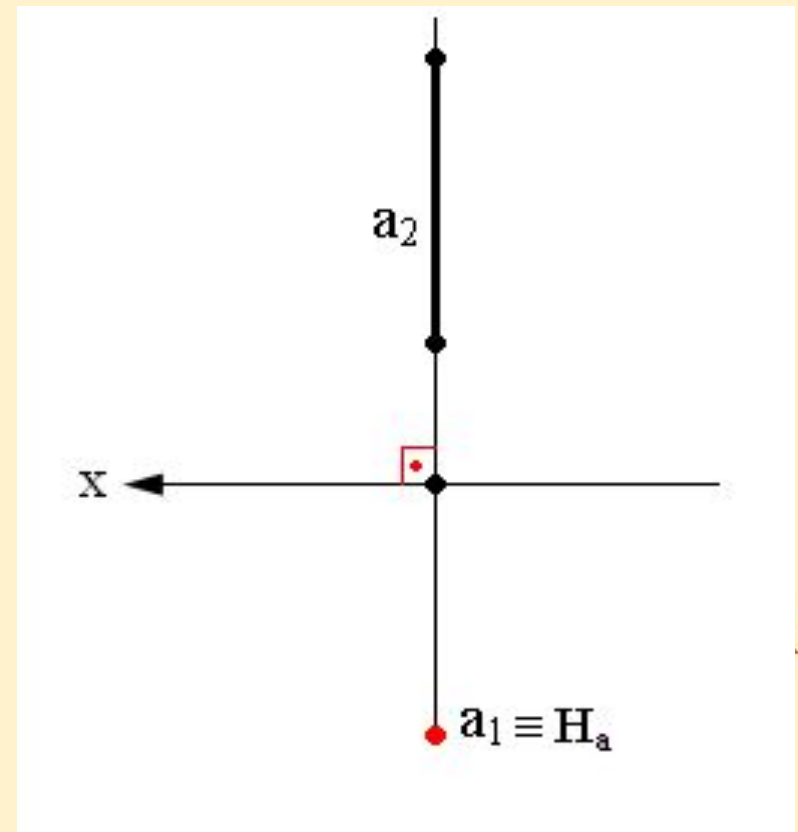
- Исходный чертеж не всегда удобен для решения позиционных и метрических задач. В этих случаях чертеж преобразуют так, чтобы новый (преобразованный) чертеж позволил получить нужное решение без сложных геометрических построений.

Как вы думаете?

На каком из чертежей уже присутствует натуральная величина треугольника ABC?



- Проецируемая фигура может занимать по отношению к плоскостям проекций
- **произвольное** или
- **частное** положение.
- В первом случае, как правило, получаются проекции **неудобные** для решения задач.
- Решение значительно упрощается, если фигура оказывается в частном положении относительно плоскости проекций.





- Наиболее **выгодным частным положением** проецируемой фигуры следует считать:
  - 1) положение, перпендикулярное к плоскости проекций – **при решении позиционных задач;**
  - 2) положение, параллельное плоскости проекций – **для решения метрических задач.**

# Метрические задачи

- **Метрическими** (от греческих слов **metron** –мера, **metreo** - мерить) называются задачи, **решение** которых **связано с нахождением характеристик геометрических фигур**, определяемых (измеряемых) линейными и угловыми величинами. К метрическим характеристикам относят **длины участков линий, величины углов, площадей, объемов и т.п.**
- Наиболее сложные задачи, при решении которых используют как метрические, так и позиционные свойства геометрических фигур, называют **комплексными**.

Все метрические задачи сводятся к **двум видам:**

- **А)** задачи на определение расстояния между двумя точками;
- **Б)** задачи на нахождение величины угла между двумя пересекающимися прямыми.
- Решать такие задачи удобно **с помощью различных способов преобразования комплексного чертежа.**

# **Задачи на преобразование комплексного чертежа**

- 1. Преобразование прямой общего положения в прямую уровня.**
- 2. Преобразование прямой общего положения в прямую проецирующую.**
- 3. Преобразование плоскости общего положения в плоскость проецирующую.**
- 4. Преобразование плоскости общего положения в плоскость уровня.**

# Основные принципы и последовательность решения метрических задач

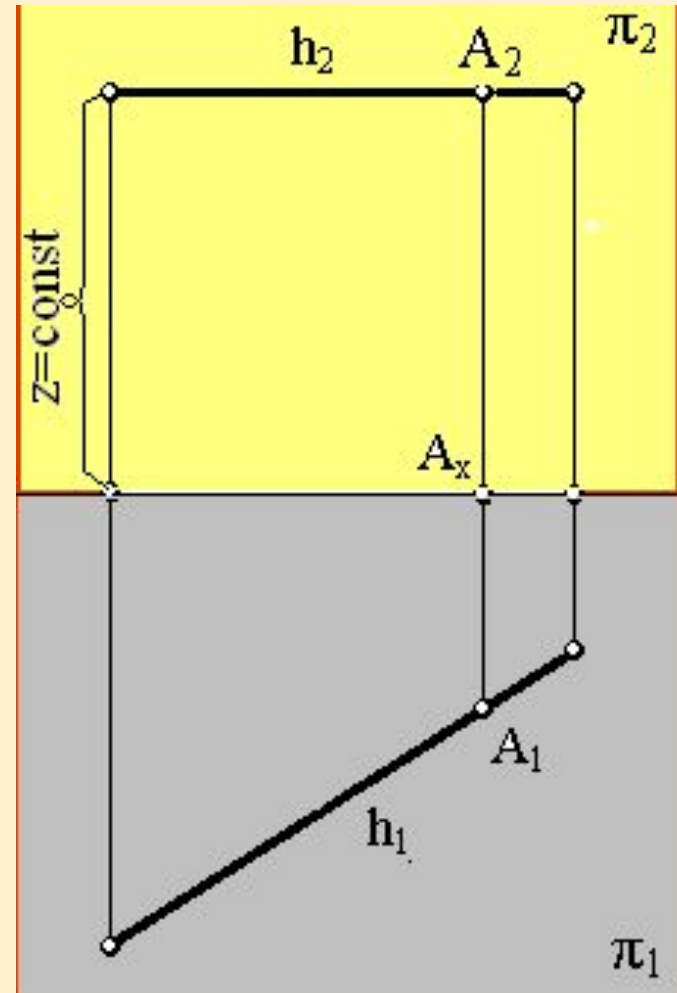
- Алгоритмы решения всех метрических задач опираются на два инварианта ортогонального проецирования:
- 1. Теорему (прямую и обратную) о проецировании прямого угла;
- 2. Свойство любой плоской фигуры проецироваться без искажения, в конгруэнтную фигуру, на ту плоскость проекций, которая параллельна этой фигуре.

- Для решения задач предлагается следующая последовательность:
- **Первый этап.** Сосредоточиться и осмыслить постановку задачи. Что дано? Что требуется? Какие ставятся условия и возможно ли их выполнить?
- **Второй этап.** Поиск связи между исходными данными и искомыми.
- **Третий этап.** Реализация (графическая) плана; здесь необходим контроль правильности решения и точности графических операций.
- **Завершающий этап.** Анализ решения задачи – при каких условиях и сколько решений возможно.

# Определение расстояний

- Решение задач на определение расстояний между точкой и прямой, двумя параллельными прямыми, точкой и плоскостью, прямой и плоскостью, двумя плоскостями, скрещивающимися прямыми в конечном счете **сводится к нахождению расстояния между точками.**

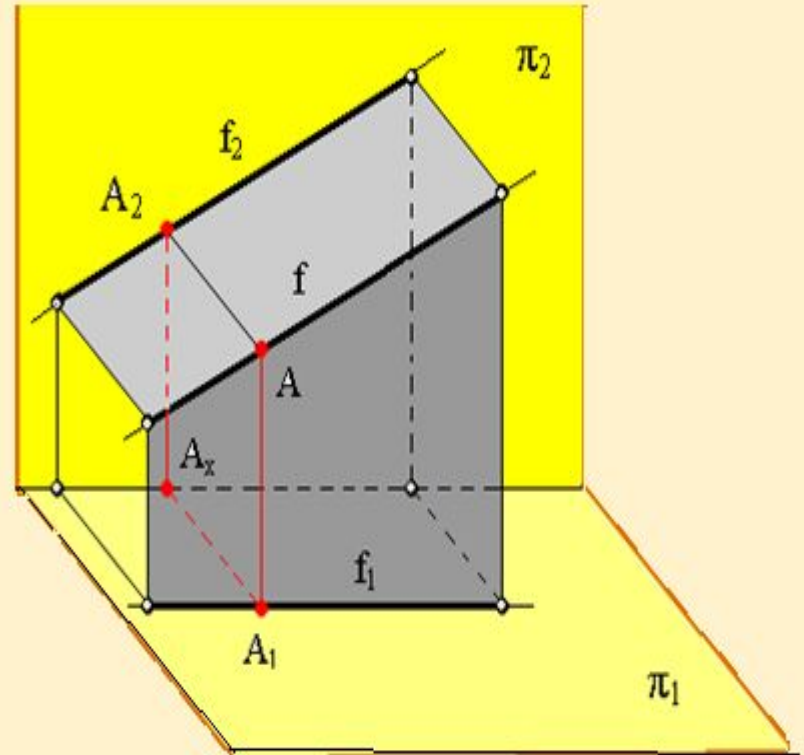
- Решение задачи с помощью преобразования комплексного чертежа сводится к переводу отрезка в положение, параллельное какой-либо плоскости проекций.





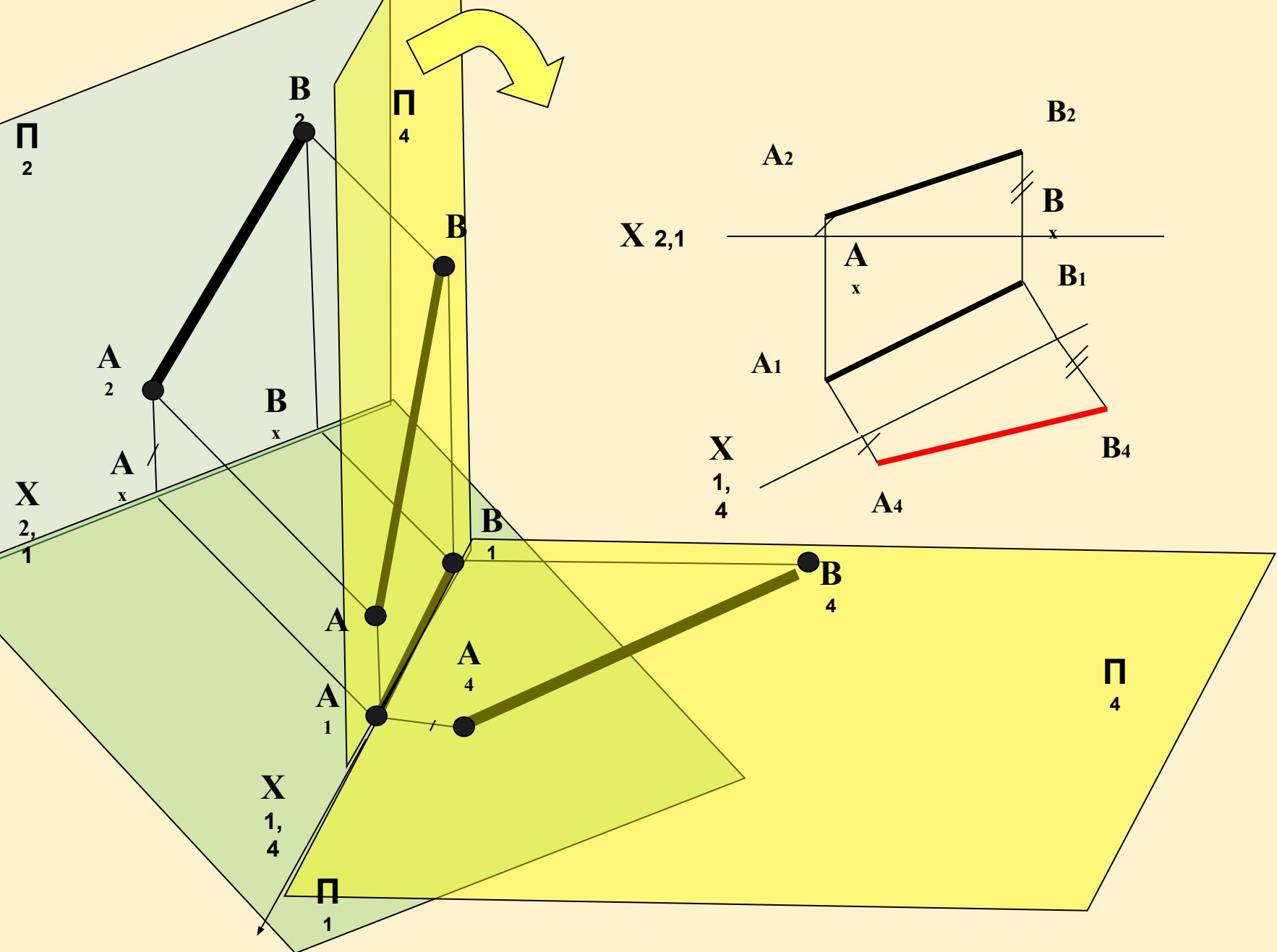
# Расстояние между двумя точками

- **определяется** длиной отрезка прямой линии, соединяющей эти точки.
- Отрезок прямой проецируется в натуральную величину на параллельную ему плоскость проекций.



# Пути преобразования комплексного чертежа

- 1. Изменение положения объекта относительно плоскостей проекций.**
- 2. Изменение положения плоскостей проекций относительно объекта.**



# **Задачи на преобразование комплексного чертежа**

- 1. Преобразование прямой общего положения в прямую уровня.**
- 2. Преобразование прямой общего положения в прямую проецирующую.**
- 3. Преобразование плоскости общего положения в плоскость проецирующую.**
- 4. Преобразование плоскости общего положения в плоскость уровня.**

# Определение расстояния между двумя точками (Задача 1)

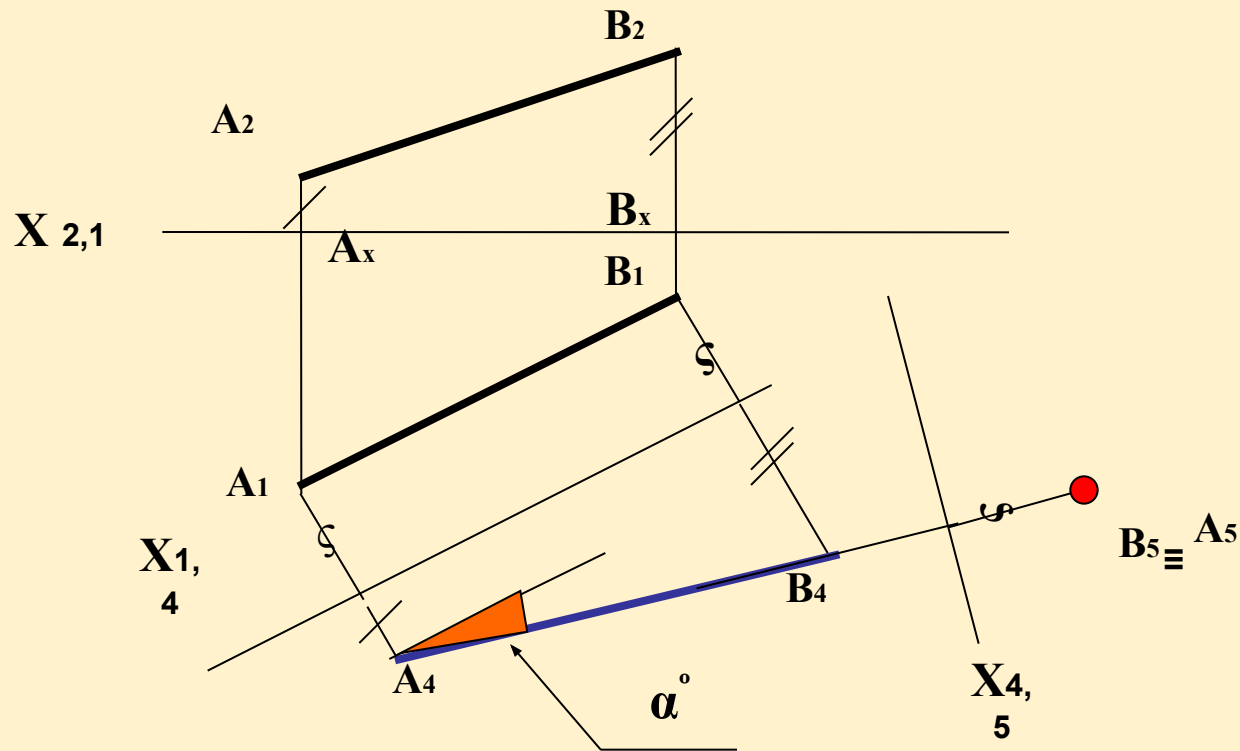
- Для решения задачи необходимо заменить плоскость проекций  $\Pi_1$ , или  $\Pi_2$  новой плоскостью проекций  $\Pi_4$ , параллельной прямой  $AB$  и перпендикулярной к незаменяемой плоскости проекций. Для того чтобы прямая  $AB$  в новой системе плоскостей проекций стала, например, фронталью, нужно заменить фронтальную плоскость проекций  $\Pi_2$  новой плоскостью  $\Pi_4$   $\Pi_1$  и параллельной прямой  $AB$ .

Отрезок  $[AB]$  прямой проецируется на плоскость  $\Pi_4$  в истинную величину, т.е.  $|A_4B_4| = |AB|$ ,  $\alpha$ - величина угла наклона прямой  $AB$  к плоскости  $\Pi_1$ .

# Алгоритм решения **первой задачи**

- Для решения первой основной задачи на преобразование комплексного чертежа:
  - 1) провести новую ось проекций  $X_{1,4}$  параллельно  $A_1B_1$  на произвольном расстоянии от нее;
- такое положение оси  $X_{1,4}$  обуславливается тем, что  $\Pi_4$  параллельна  $AB$ . В частном случае, если плоскость  $\Pi_4$  проведена непосредственно через прямую  $AB$ , ось  $X_{1,4} = A_1B_1$ ;

# Пример решения второй задачи



06.10.2021  $\alpha^\circ$  - угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций Лекция 3 31

# Алгоритм решения **второй задачи**

- Построения на комплексном чертеже: 1) проводим новую ось проекций  $X_{14} // A_1B_1$ ;
- 2) построим проекции точек  $A$  и  $B$  на плоскости  $P_4$ , взяв координаты точек из плоскости  $P_2$ .
- 3) Заменяем плоскость  $P_1$  на новую  $P_5$ , которая будет  $P_4$  и  $A_4B_4$ . Для этого проводим новую ось проекций  $X_{4,5}$ . Так как расстояния точек  $A$  и  $B$  до плоскости  $P_4$  одинаковы, то проекции их на плоскости  $P_5$  совпадут,  $A_5 \equiv B_5$ .
- Прямая  $AB$  ( $A_5B_5$ ) в новой системе плоскостей проекций заняла проецирующее положение и является горизонтально проецирующей. **Для того чтобы прямую общего положения преобразовать в проецирующую, необходимо выполнить две последовательные замены плоскостей проекций.** Вначале прямую следует преобразовать в линию уровня, а затем линию уровня преобразовать в проецирующую.



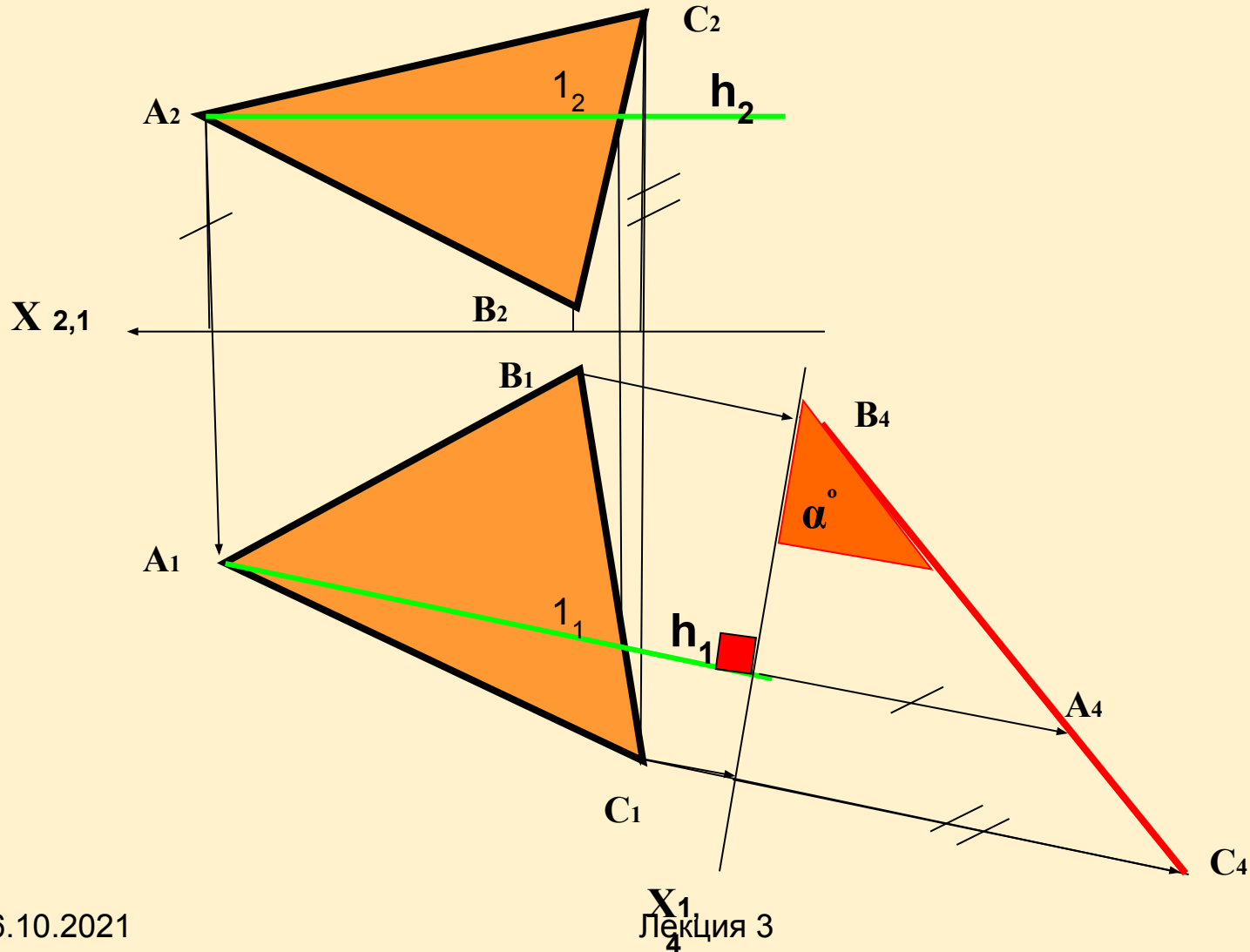
# Алгоритм решения **третьей задачи**

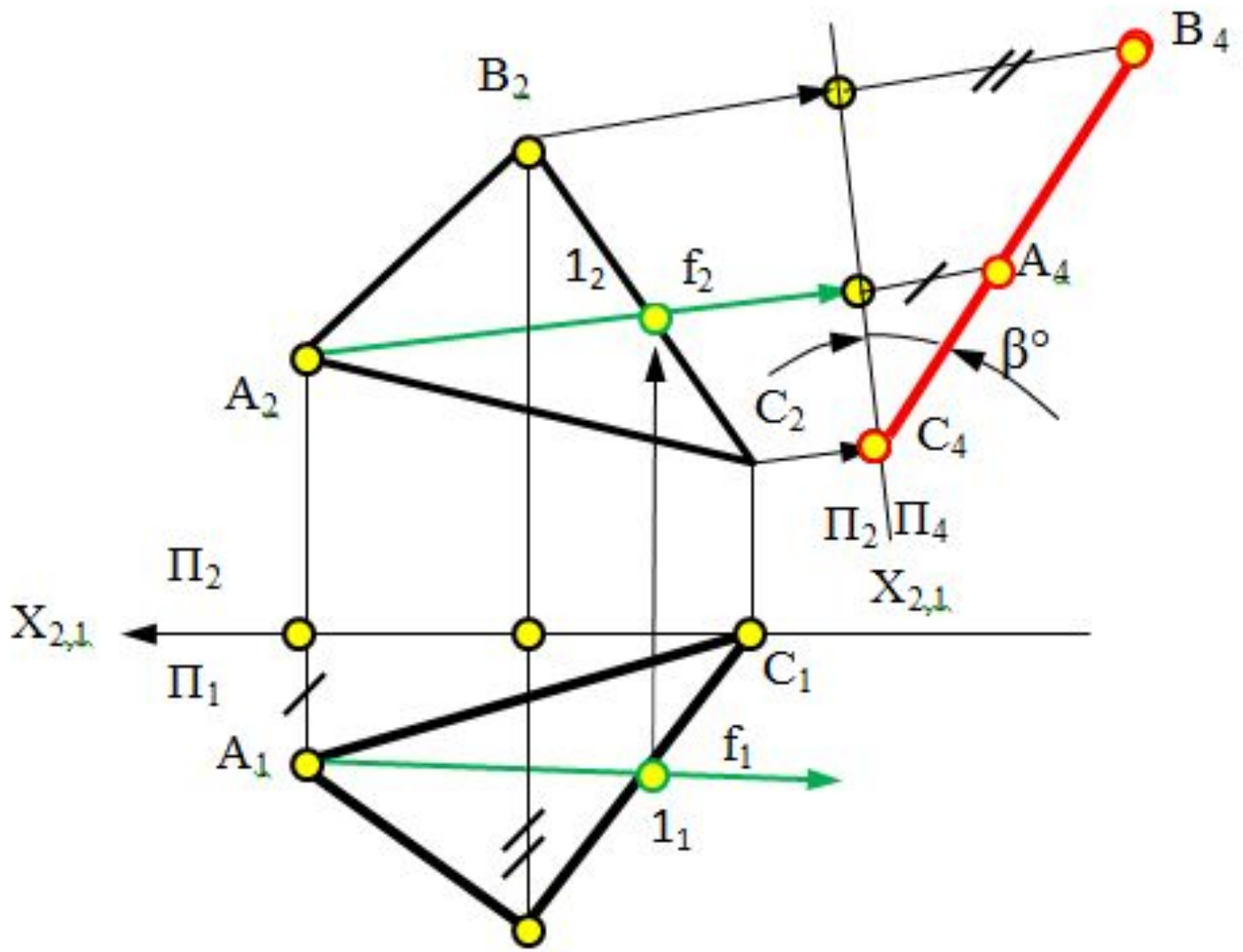
- Для решения задачи необходимо заменить плоскость  $\Pi_1$  или  $\Pi_2$  исходной системы  $\Pi_2/\Pi_1$  новой плоскостью  $\Pi_4$ , перпендикулярной плоскости (ABC). Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости. Следовательно, если какую-либо прямую, принадлежащую плоскости , преобразовать в проецирующую, то плоскость в новой системе плоскостей проекций станет проецирующей. Проще всего для этой цели воспользоваться линией уровня.

- На чертеже плоскость (ABC) преобразована во фронтально проецирующую путем преобразования горизонтали  $h(h_1, h_2)$ , принадлежащей плоскости, во фронтально-проецирующую прямую. В новой системе плоскостей проекций  $\Pi_1/\Pi_4$  плоскость является фронтально проецирующей (4), и поэтому ее проекция на  $\Pi_4$  вырождается в прямую линию 4 ( $C_4, A_4, B_4$ ).

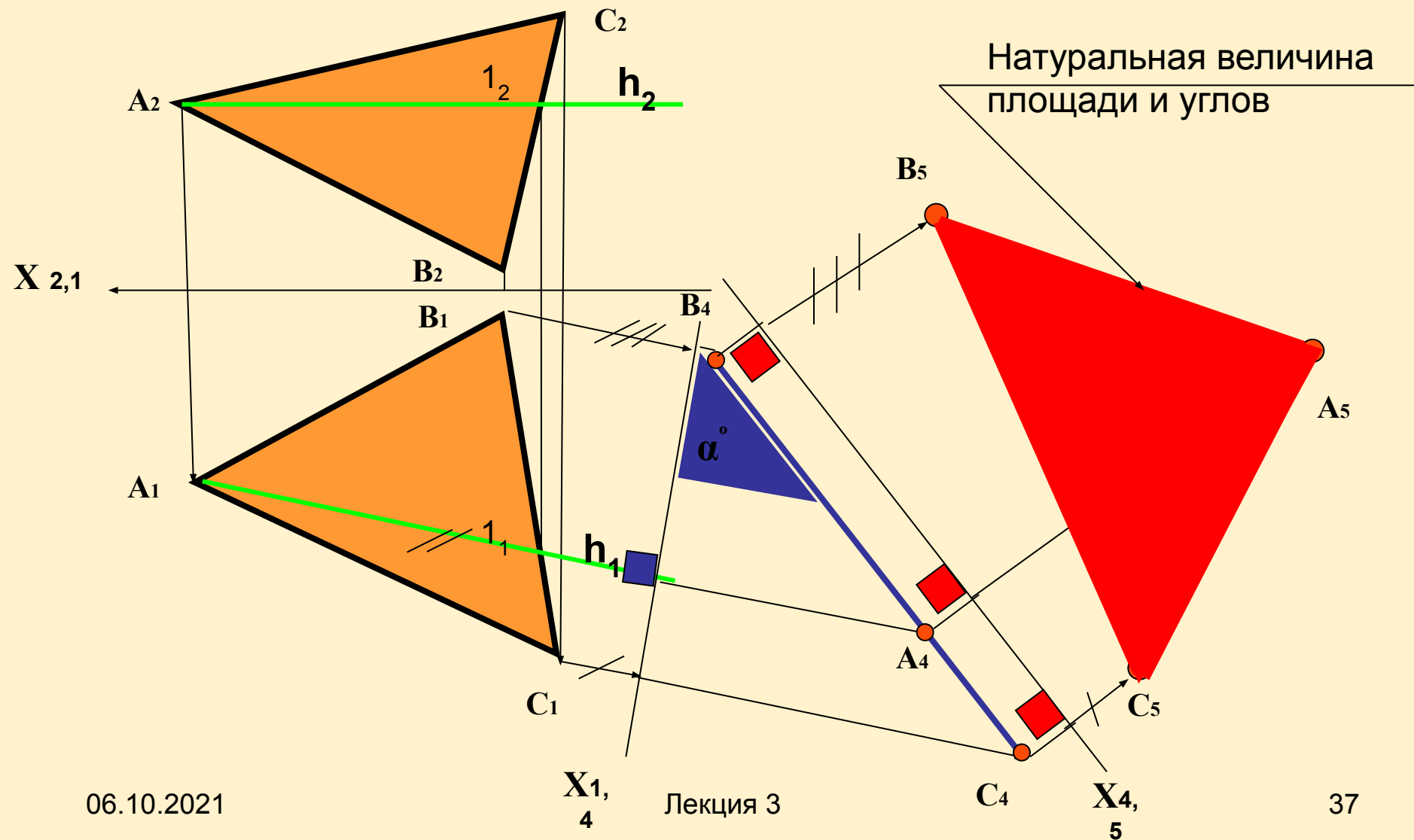
$\alpha^\circ$  - величина угла наклона плоскости к плоскости  $\Pi_1$ .

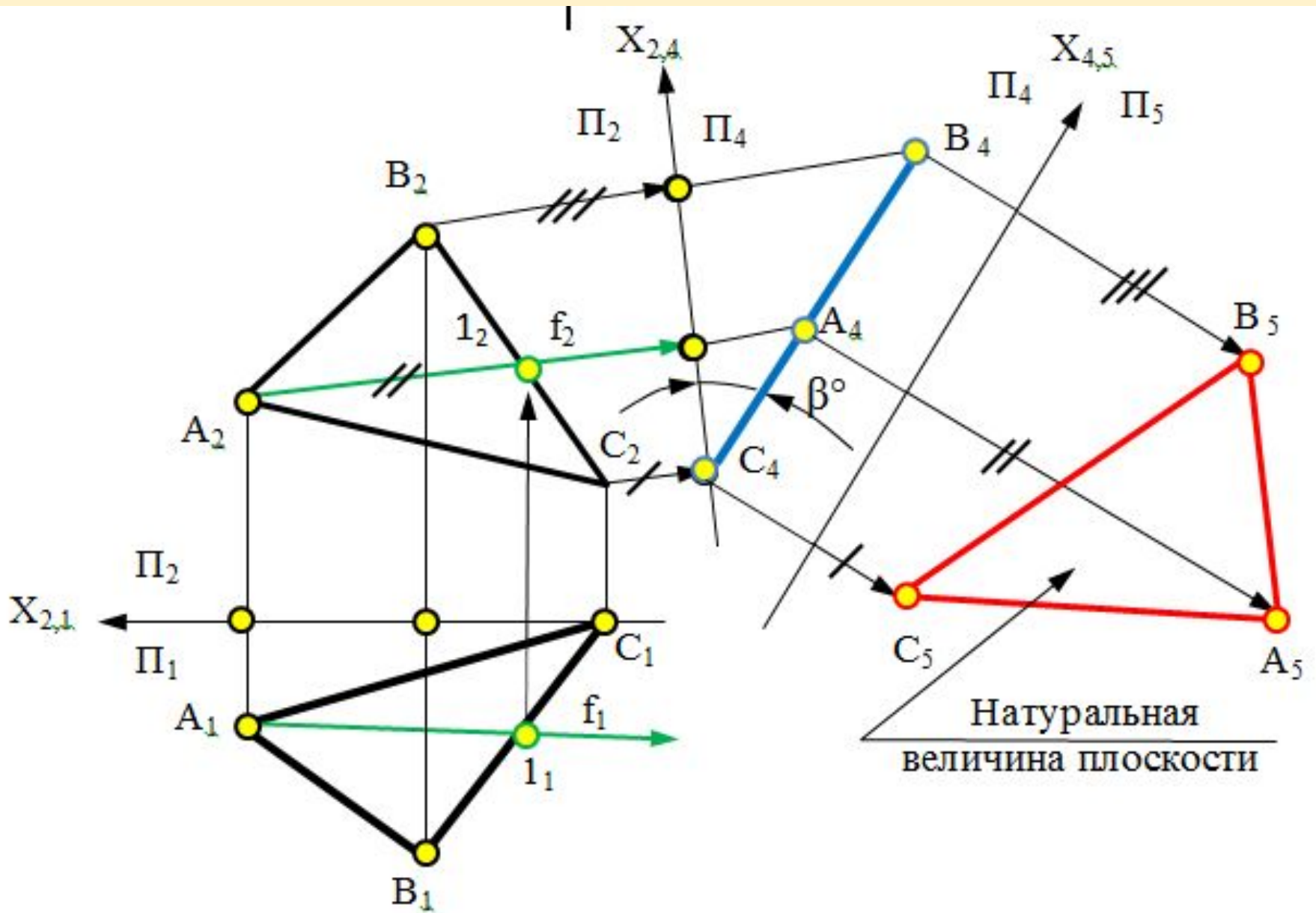
# Алгоритм решения третьей задачи



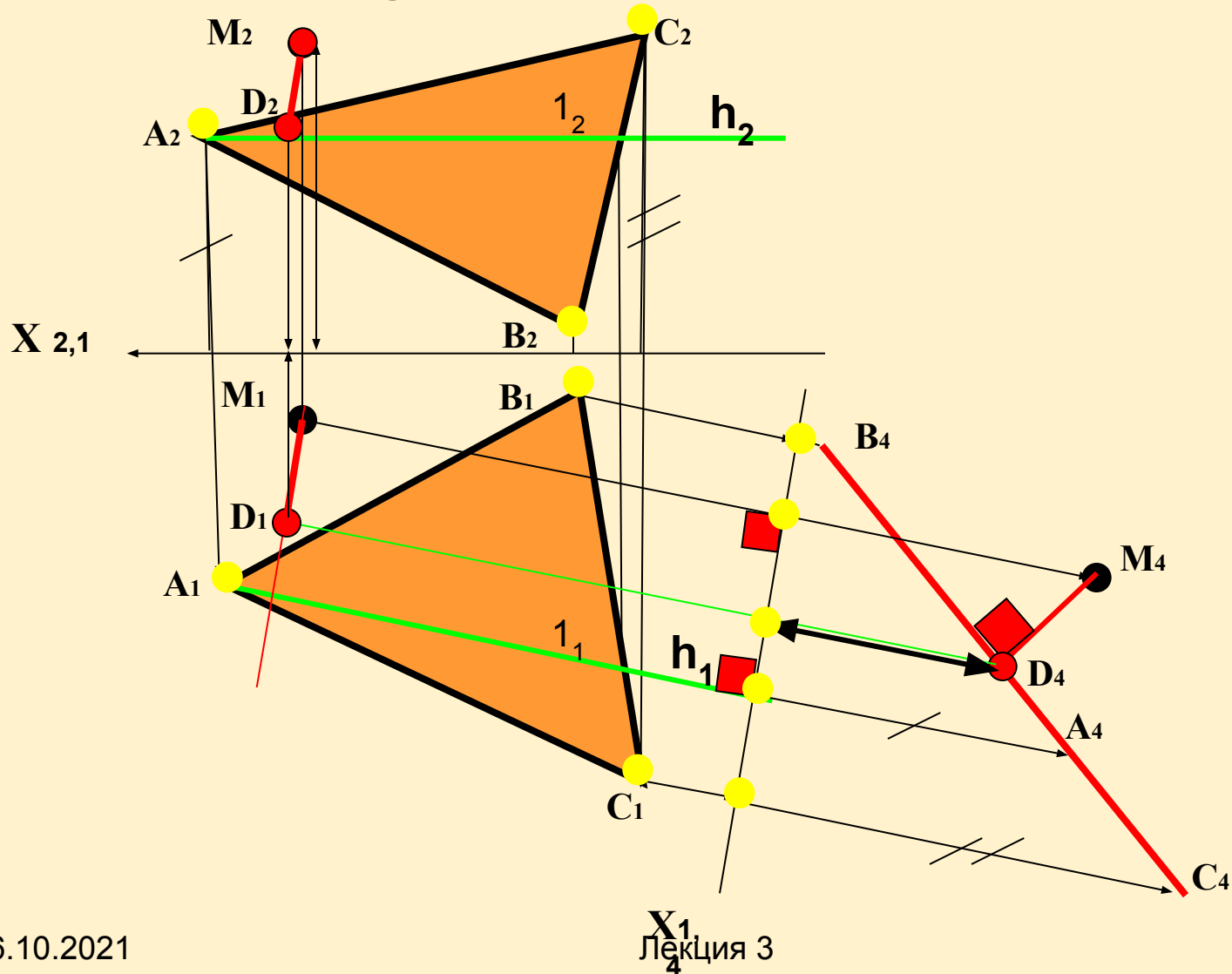


# Алгоритм решения четвертой задачи

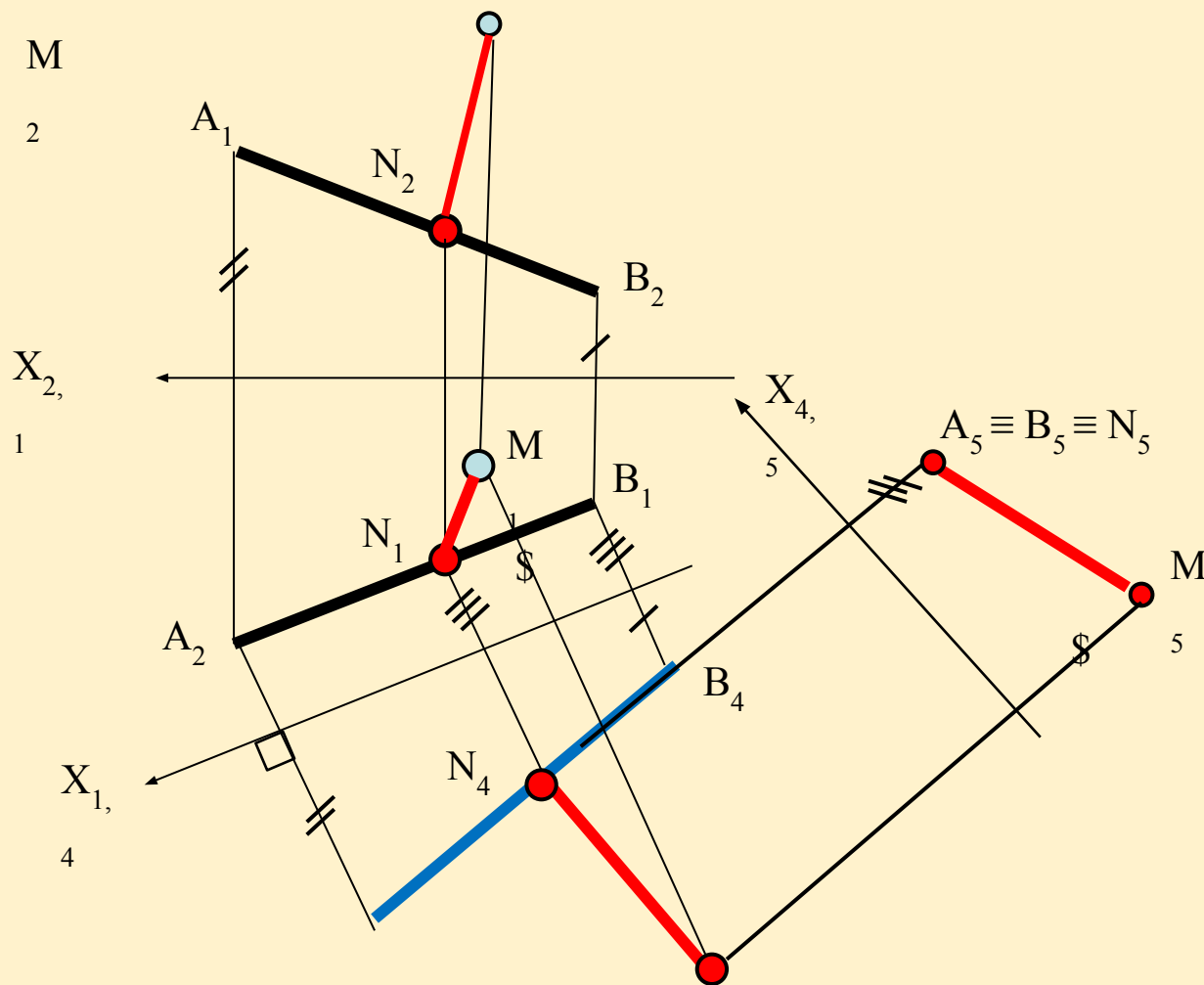




# Пример определения расстояния между плоскостью и точкой

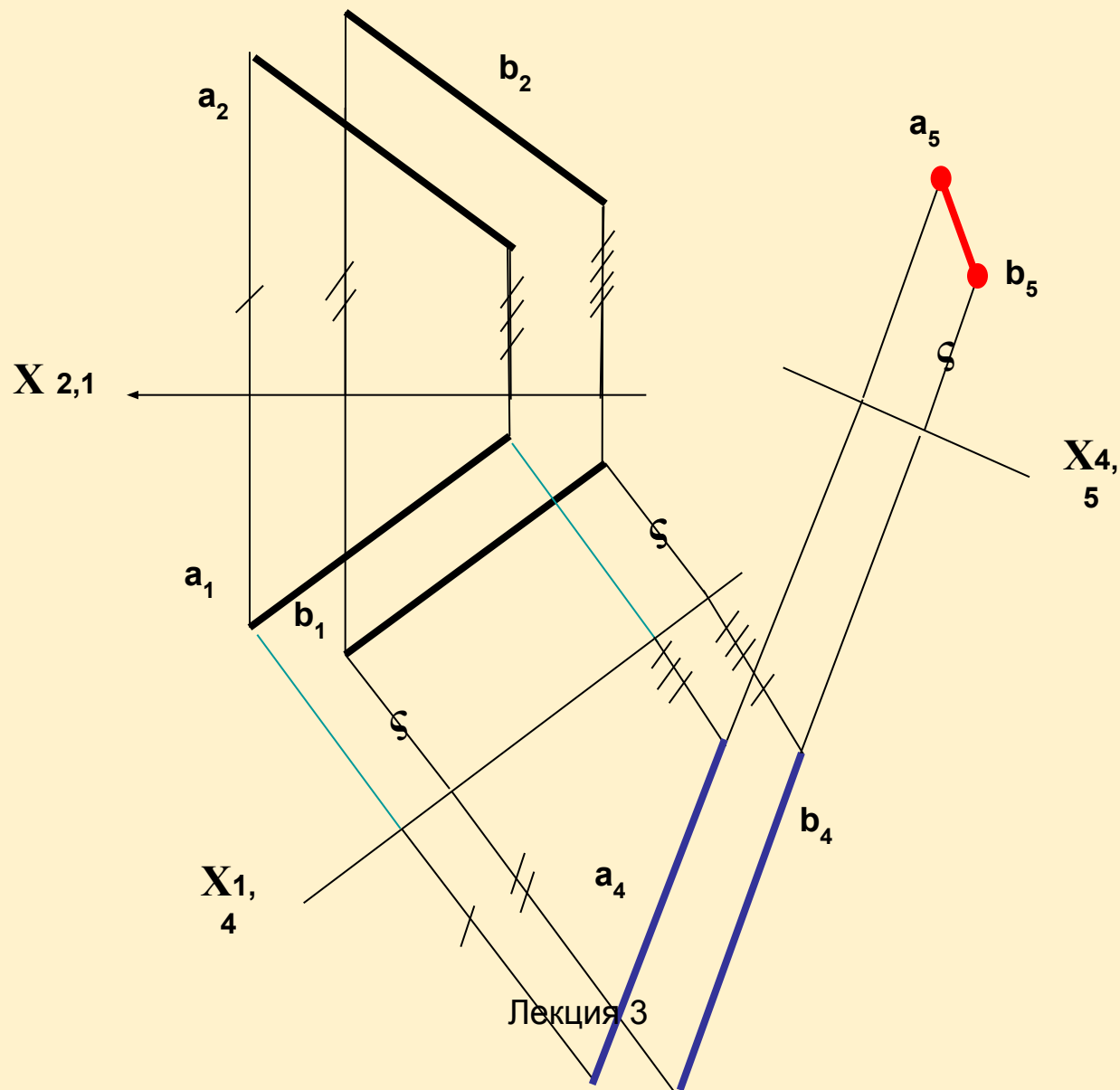


# Алгоритм определения расстояния между точкой и прямой





# Пример определения расстояния между параллельными прямыми



# Алгоритм решения четвертой задачи

- Плоскость общего положения преобразовать в плоскость уровня заменой только одной плоскости проекций **нельзя**, так как плоскость  $P_4$ , параллельная ей, не будет перпендикулярна ни одной из старых плоскостей проекций и, следовательно, не образует ни с одной из них прямоугольной системы плоскостей проекций.

- Для того чтобы плоскость общего положения преобразовать в плоскость уровня, необходимо выполнить две последовательные замены плоскостей проекций.
- Вначале плоскость необходимо преобразовать в проецирующую, т. е. решить задачу 3,
- а затем проецирующую плоскость преобразовать в плоскость уровня.
- На рис. показано преобразование плоскости  $\triangle(ABC)$  в горизонтальную плоскость уровня.

- **До свидания.**
- **Спасибо за внимание.**

**Лекцию составил Ведякин Фёдор Филиппович**

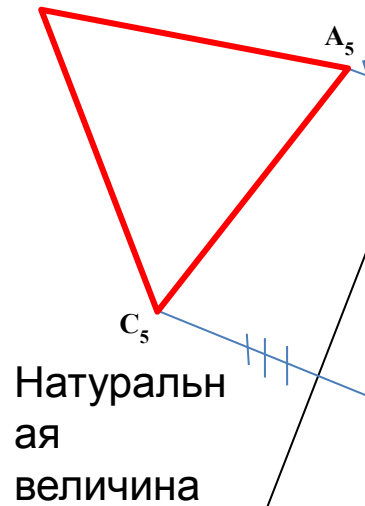


# Контрольная работа №2

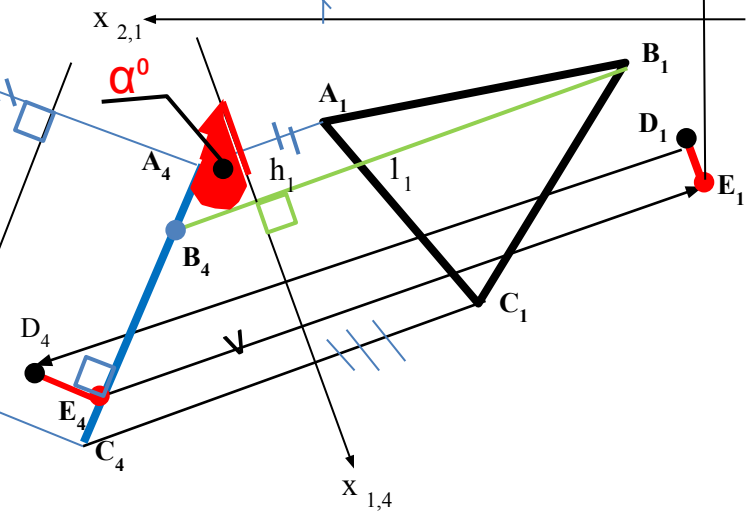
Тема: «Задачи метрические»

6

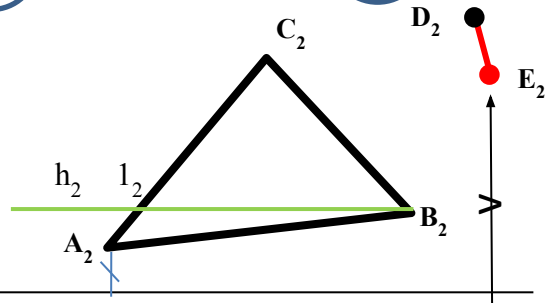
$A(x, y, z)$   
 $B(x, y, z)$   
 $C(x, y, z)$   
 $B_5$



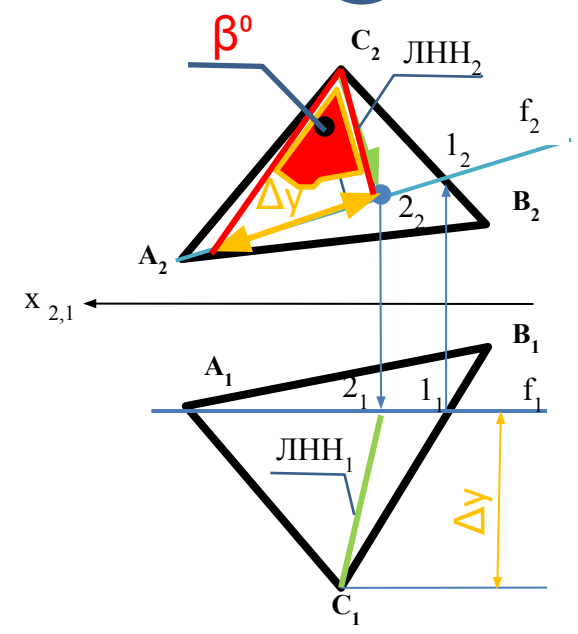
7



8



7



*Для второго варианта*

								ИНМВ.520208.000		
5-11-55	Имя	Адрес	№ докум.	Дата	Лист	Задачи метрические		Авт.	Масш.	Масштаб
	Рисов.	Григорьев Ф.	Ведущий Ф.Ф.					1:1		Лист
	Г. комп.	(10)						2823.05.0319Г		
	И. комп.									
	Стат.									
								70		50

*Для второго варианта*

					<b>ИНМВ.520208.000</b>		
<i>5-11 = 55</i>	<i>Лист</i>	<i>№ доку</i>	<i>Дата</i>	<i>Дого</i>	<b>Задачи метрические</b>		
	<i>Лист</i>	<i>№ доку</i>	<i>Дата</i>	<i>Дого</i>			
	<i>Лист</i>	<i>№ доку</i>	<i>Дата</i>	<i>Дого</i>	<i>Лист</i>	<i>Листов</i>	<b>1:1</b>
	<i>Лист</i>	<i>№ доку</i>	<i>Дата</i>	<i>Дого</i>	<b>2823.05.0319Г</b>		
	<i>Лист</i>	<i>№ доку</i>	<i>Дата</i>	<i>Дого</i>			
	<i>Лист</i>	<i>№ доку</i>	<i>Дата</i>	<i>Дого</i>			