

# Технологический расчет баромембранных установок

**Елена Николаевна Фарносова**

Доцент кафедры мембранной технологии,  
Кандидат технических наук

27 марта 2020 г.

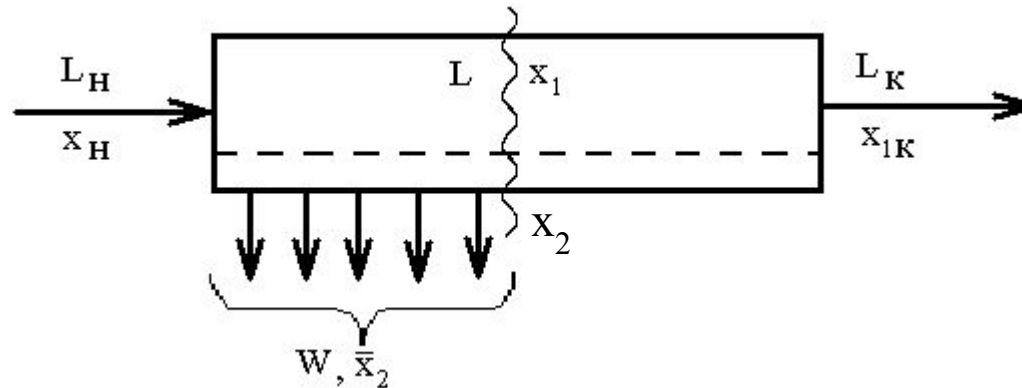


## Задача:

определение рабочей **поверхности** мембран, всех **потоков** и **концентраций** входящих в них веществ

## Модель Идеального Вытеснения

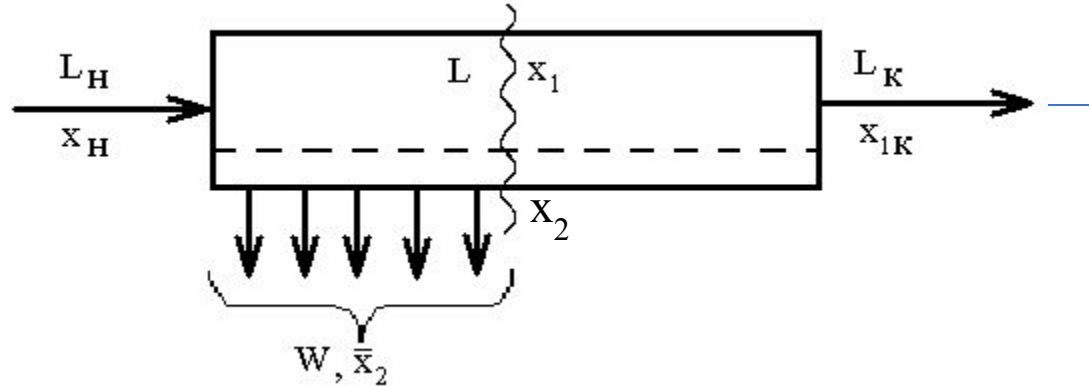
- концентрации и скорости постоянны в любой точке поперечного сечения напорного канала,
- продольное перемешивание отсутствует,
- концентрация плавно изменяется от входа в аппарате до выхода из него,
- пермеат отводится строго перпендикулярно потоку разделяемого раствора.
- процесс идёт при постоянном давлении и температуре.





$$x_2 = g(x_1); \quad (1)$$

$$G = f(x_1) \quad (2)$$



$x_1$  — массовая доля растворённого вещества в разделяемом растворе в произвольном сечении аппарата,  
 $x_2$  — массовая доля растворённого вещества в пермеате в том же сечении.

## Уравнения материального баланса

$$L_H = W_{об} + L_K; \quad (3)$$

$$L_H x_{1H} = W_{об} \bar{x}_2 + L_K x_{1K} \quad (4)$$

$L_H, L_K$  — соответственно, массовые расходы исходного раствора и концентрата,

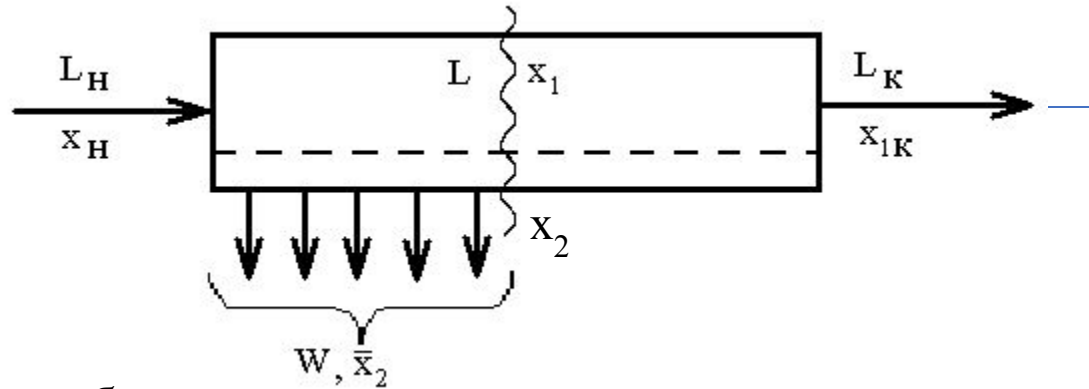
$W_{об}$  — массовый расход пермеата со всего аппарата,

$\bar{x}_2$  — массовая доля растворённого вещества в пермеате,

$x_{1H}, x_{1K}$  — соответственно, массовые доли растворённого вещества в исходном растворе и концентрате.

## Задано:

расход исходного раствора и его концентрация задаётся  $x_{1к}$



$L$  — массовый расход разделяемого раствора в выбранном произвольном сечении,

$x$  — массовая доля растворённого вещества в разделяемом растворе в этом сечении,

$W$  — массовый расход пермеата на участке от входа в аппарат до рассматриваемого сечения,

$\bar{x}_2$  — массовая доля вещества в пермеате, характеризуемом расходом  $W$ , т.е. средняя концентрация на участке от входа в аппарат до рассматриваемого сечения.

Пусть на элементе поверхности  $dF$  в рассматриваемом произвольном сечении образуется пермеат с расходом  $dW$  и концентрацией  $x_2$  растворённого вещества, и за счёт этого изменение его расхода с пермеатом составляет:

$$dW \cdot x_2 = d(W \cdot \bar{x}_2) \quad (5)$$

# Образование пермеата сопровождается соответствующей убылью расхода разделяемого раствора:



$$dW = -dL$$

$$d(W \cdot \bar{x}_2) = -d(L \cdot x_1)$$

Преобразуем выражения (5)  $dW \cdot x_2 = d(W \cdot \bar{x}_2)$

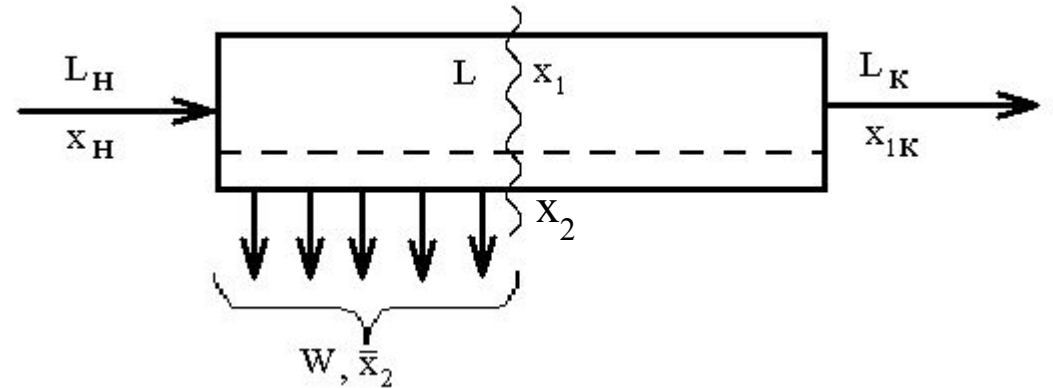
$$-dL \cdot x_2 = -$$

$$x_2 = \frac{d(L \cdot x_1)}{dL}$$

В соответствии с (1)  $x_2 = g(x_1)$

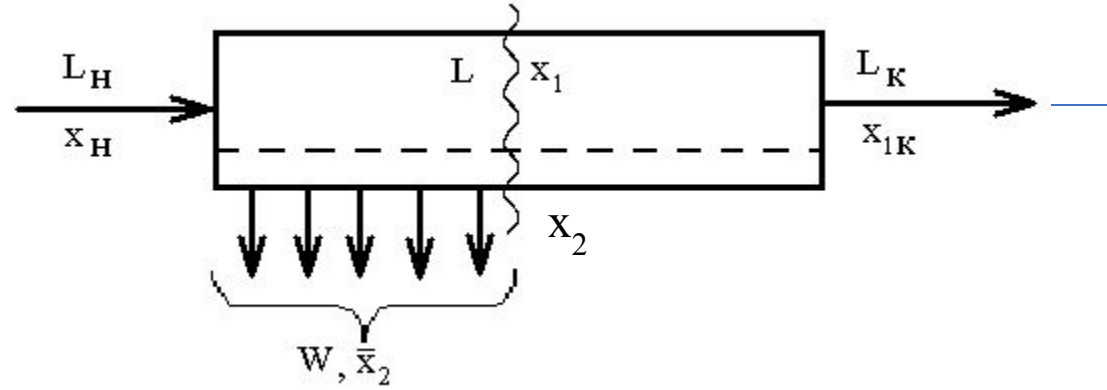
$$\frac{d(L \cdot x_1)}{dL} = g(x_1)$$

$$\frac{dL \cdot x_1 + L dx_1}{dL} = g(x_1) \longrightarrow x_1 + \frac{L}{dL} dx_1 = g(x_1) \longrightarrow \frac{dL}{L} = \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1} \quad (6)$$





$$\int_{L_H}^{L_K} \frac{dL}{L} = \int_{x_{1H}}^{x_{1K}} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1}$$



$$\ln\left(\frac{L_K}{L_H}\right) = \int_{x_{1H}}^{x_{1K}} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1} \quad (7)$$

$$L_K = L_H \exp \int_{x_{1H}}^{x_{1K}} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1} \quad (7')$$

$$W_{об} = L_H - L_K = L_H \left( 1 - \exp \int_{x_{1H}}^{x_{1K}} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1} \right) \quad (8)$$

$$\bar{x}_2 = \frac{L_H x_{1H} - L_K x_{1K}}{W_{об}} = \frac{L_H x_{1H} - L_H x_{1K} \exp \int_{x_{1H}}^{x_{1K}} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1}}{L_H - L_H \exp \int_{x_{1H}}^{x_{1K}} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1}} = x_{1H} \frac{1 - \frac{x_{1K}}{x_{1H}} \exp \int_{x_{1H}}^{x_{1K}} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1}}{1 - \exp \int_{x_{1H}}^{x_{1K}} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1}} \quad (9)$$



## Частный случай:

селективность  $\phi$  сохраняется **постоянной** при изменении концентрации растворённого вещества

$$\phi = 1 - \frac{x_2}{x_1} = \text{const}$$

$$x_2 = g(x_1) = x_1(1 - \phi)$$

$$\int_{x_{1H}}^{x_{1K}} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1} = \int_{x_{1H}}^{x_{1K}} \frac{dx_1}{x_1(1 - \phi) - x_1} = \int_{x_{1H}}^{x_{1K}} \frac{dx_1}{-\phi x_1} = -\frac{1}{\phi} \ln \left( \frac{x_{1K}}{x_{1H}} \right) \quad (10)$$

$$\exp \left( -\frac{1}{\phi} \ln \frac{x_{1K}}{x_{1H}} \right) = \left( \frac{x_{1K}}{x_{1H}} \right)^{-\frac{1}{\phi}}$$



## Частный случай:

Подставим (10) в (7), (8) и (9)

$$L_K = L_H \left( \frac{x_{1K}}{x_{1H}} \right)^{-\frac{1}{\varphi}} \quad (11!)$$

$$W_{об} = L_H - L_K = L_H \left[ 1 - \left( \frac{x_{1K}}{x_{1H}} \right)^{-\frac{1}{\varphi}} \right] \quad (12)$$

$$\bar{x}_2 = x_{1H} \frac{1 - \left( \frac{x_{1K}}{x_{1H}} \right)^{\frac{\varphi-1}{\varphi}}}{1 - \left( \frac{x_{1K}}{x_{1H}} \right)^{-\frac{1}{\varphi}}} \quad (13)$$

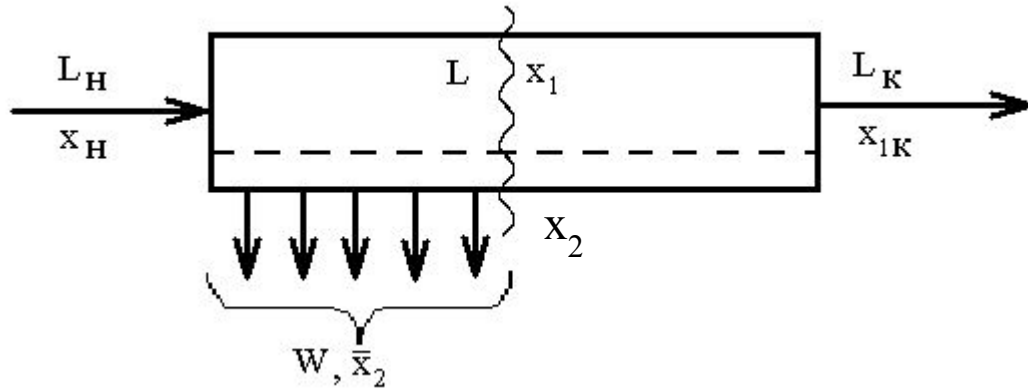
## Домашнее задание:

получить формулу, позволяющую определять селективность мембраны, необходимую для концентрирования раствора от  $x_{1H}$  до  $x_{1K}$  при условии, чтобы концентрация растворённого вещества в пермеате не превышала некоторой величины  $\bar{x}_2$

$$\varphi = \frac{\ln \frac{x_{1K}}{x_{1H}}}{\ln \frac{x_{1K} - \bar{x}_2}{x_{1H} - \bar{x}_2}}$$



# Рабочая поверхность мембран



Расход пермеата в произвольном сечении  $dF$ :

$$dW = G \cdot dF$$

$$dW = -dL$$

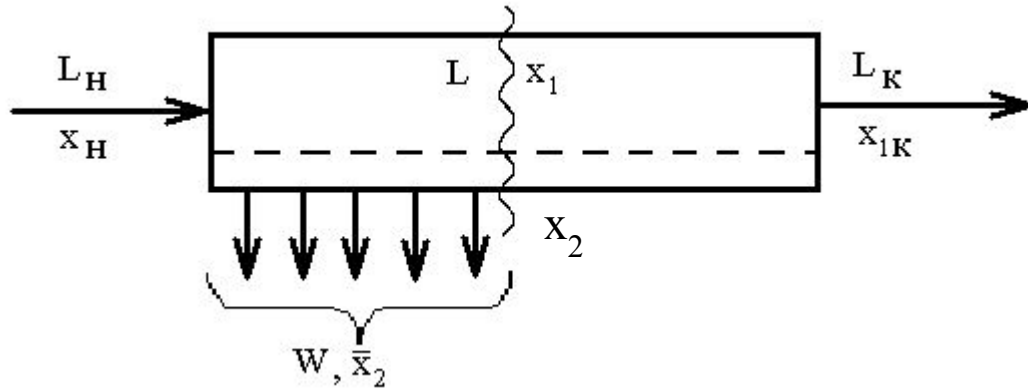
$$\frac{dL}{L} = \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1} \quad (6)$$

$$G = f(x_1) \quad (2)$$

$$L \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1} = -f(x_1) dF$$

$$dF = \frac{L \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1}}{-f(x_1)} = L \frac{dx_1}{[x_1 - g(x_1)] \cdot f(x_1)}$$

# L – некая функция



$$\int_{L_H}^L \frac{dL}{L} = \int_{x_{1H}}^{x_1} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1}$$

$$\ln \frac{L}{L_H} = \int_{x_{1H}}^{x_1} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1}$$

$$L = L_H \exp \int_{x_{1H}}^{x_1} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1}$$

$$dF = \frac{L \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1}}{-f(x_1)} = L \frac{dx_1}{[x_1 - g(x_1)] \cdot f(x_1)}$$

$$dF = L_H \exp \int_{x_{1H}}^{x_1} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1} \left[ \frac{dx_1}{\{x_1 - g(x_1)\} \cdot f(x_1)} \right] = L_H \frac{\exp \int_{x_{1H}}^{x_1} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1}}{\{x_1 - g(x_1)\} \cdot f(x_1)} dx_1$$



Проинтегрируем по всей рабочей поверхности:

$$F = L_n \int_{x_{1н}}^{x_1} \frac{\exp \int_{x_{1н}}^{x_1} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1}}{\{x_1 - g(x_1)\} \cdot f(x_1)} dx_1 \quad (14)$$

**Частный случай:**

**селективность  $\phi$  сохраняется постоянной** при изменении концентрации растворённого вещества  
удельная производительность линейно снижается в соответствии с уравнением:  $G = G_0 - cx_1$

$$F = L_n \int_{x_{1н}}^{x_{1к}} \frac{\exp\left(-\frac{1}{\phi} \ln \frac{x_1}{x_{1н}}\right)}{(G_0 - cx_1) \cdot \phi x_1} dx_1 = \frac{L_n}{\phi} \int_{x_{1н}}^{x_{1к}} \frac{\left(\frac{x_1}{x_{1н}}\right)^{-\frac{1}{\phi}}}{(G_0 - cx_1) \cdot x_1} dx_1 \equiv \frac{L_n \cdot x_{1н}^{\frac{1}{\phi}}}{\phi} \int_{x_{1н}}^{x_{1к}} \frac{dx_1}{(G_0 - cx_1) \cdot x_1^{\frac{1+\phi}{\phi}}} dx_1 \quad (15)$$



## Частный случай $\phi \geq 0,9$ :

---

$$\begin{aligned} F &= L_H x_{1H} \int_{x_{1H}}^{x_{1K}} \frac{dx_1}{(G_0 - cx_1) \cdot x_1^2} = \\ &= \frac{L_H x_{1H}}{G_0} \left[ -\frac{c}{G_0} \ln \frac{(G_0 - cx_{1K})x_{1H}}{(G_0 - cx_{1H})x_{1K}} + \frac{1}{x_{1H}} - \frac{1}{x_{1K}} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

$$g(x_{1H}) < \bar{x}_2 < x_{1H} < x_{1K}$$

# Учёт в расчётах условий в реальных аппаратах:

---



## 1. Постоянство температуры

**Оправдано.**

Селективность и удельную производительность при среднем значении температуры

## 2. Постоянство давления

**Менее оправдано. Гидравлическое сопротивление**

Селективность и удельную производительность при **среднем** значении перепада рабочего давления или при **минимальном** в выходном сечении аппарата

## 3. Модель Идеального Вытеснения

**Концентрационная поляризация**

Корректировка в зависимости  $G=f(x_1)$  и  $x_2=g(x_1)$



## Метод последовательных приближений:

---

### Первое приближение КП=1

#### **Выбрать:**

- тип баромембранного процесса;
- вид мембран и аппаратов;
- рабочее давление и температура.

#### **Рассчитать:**

- величины расходов потоков и их концентраций,
- необходимую рабочую поверхность мембран.

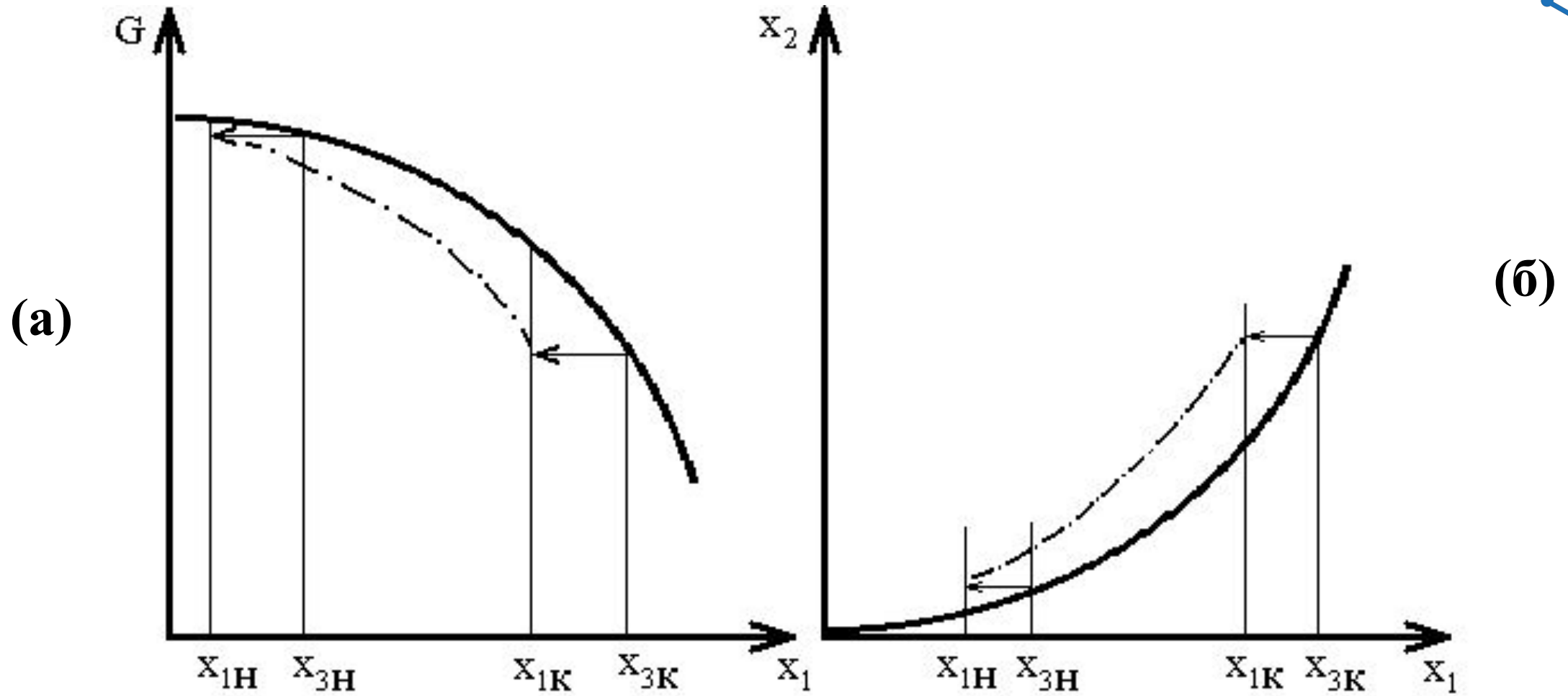
#### **Распределить:**

аппараты по секциям

#### **Определить гидродинамические условия:**

коэффициент массоотдачи растворённого вещества от поверхности мембраны в ядро потока разделяемого раствора с использованием известных критериальных уравнений.

**Рассчитать КП и внести корректировку в зависимости  $G=f(x_1)$  и  $x_2=g(x_1)$**



**Рис.1.** Учёт КП при корректировке зависимостей удельной производительности (а) и концентрации (б) пермеата от концентрации разделяемого раствора



## Частный случай

---

$$G = G_0 - cX_1$$

$$G = G_0 - c_{\text{cp}}X_1$$

$$c_{\text{cp}} = (c_{\text{н}} + c_{\text{к}})/2$$

## Селективность мембраны не зависит от концентрации

$$\ln \frac{1-\varphi}{\varphi} = \frac{G}{\beta} + \ln \frac{1-\varphi_{\text{и}}}{\varphi_{\text{и}}}$$

$\beta$  — коэффициент массоотдачи,

$G$  — удельная производительность мембраны,

рассчитанные по уравнениям переноса **с учётом КП**



# УСТАНОВКИ С ЦИРКУЛЯЦИОННЫМ КОНТУРОМ

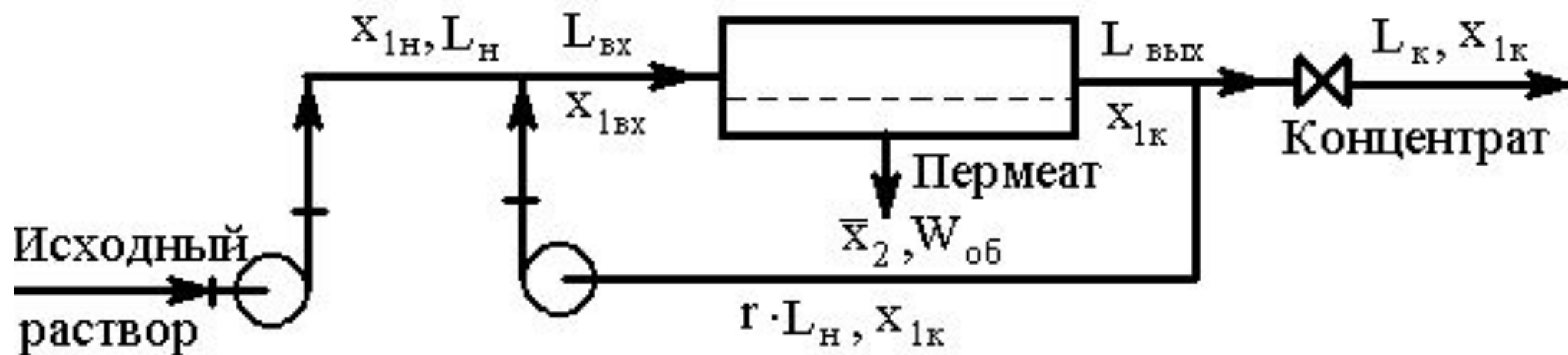


Рис. 2. Схема установки с циркуляционным контуром

$r$  — кратность циркуляции

# Модель Идеального Вытеснения:



## Уравнения материального баланса

$$L_H = W_{об} + L_K; \quad (3)$$

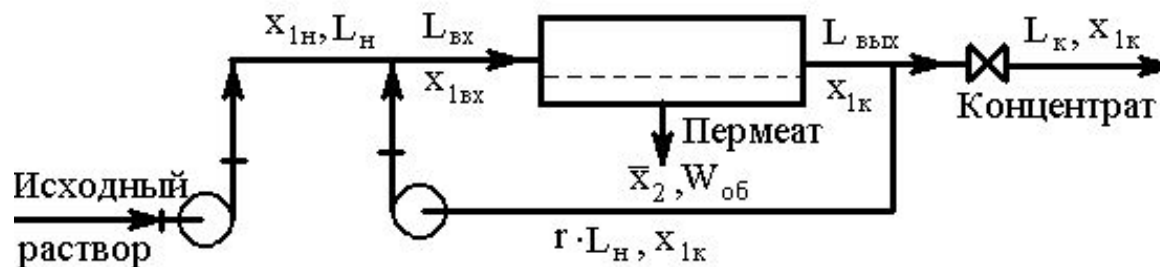
$$L_H x_{1H} = W_{об} \bar{x}_2 + L_K x_{1K} \quad (4)$$

$$L_{ВХ} = (1 + r) \cdot L_H \quad (17)$$

$$L_{ВЫХ} = L_K + r \cdot L_H \quad (18)$$

$$L_H \cdot x_{1H} + r \cdot L_H \cdot x_{1K} = L_{ВХ} \cdot x_{1ВХ} \quad (19)$$

$$x_{1ВХ} = \frac{L_H \cdot x_{1H} + r \cdot L_K \cdot x_{1K}}{(1 + r) \cdot L_H} = \frac{x_{1H} + r \cdot x_{1K}}{1 + r}$$



три новых переменных:  $L_{ВХ}$ ,  $L_{ВЫХ}$ ,  $x_{1ВХ}$

кратность циркуляции  $r$  мы считаем заданной

## ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:



Произвести аналогичные МИВ без рециркуляции преобразования и получить расчётные выражения:

$$L_{\text{ВЫХ}} = (1+r)L_{\text{H}} \text{Exp} \left( \int_{x_{1\text{ВХ}}}^{x_{1\text{К}}} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1} \right) \quad (20)$$

$$L_{\text{К}} = L_{\text{ВЫХ}} - rL_{\text{H}} = L_{\text{H}} \left[ (1+r) \text{Exp} \left( \int_{x_{1\text{ВХ}}}^{x_{1\text{К}}} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1} \right) - r \right] \quad (21)$$

$$\bar{x}_2 = x_{1\text{ВХ}} \frac{1 - \frac{x_{1\text{К}}}{x_{1\text{ВХ}}} \text{Exp} \left( \int_{x_{1\text{ВХ}}}^{x_{1\text{К}}} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1} \right)}{1 - \text{Exp} \left( \int_{x_{1\text{ВХ}}}^{x_{1\text{К}}} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1} \right)} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} W_{\text{об}} &= L_{\text{H}} - L_{\text{К}} = L_{\text{H}} \left[ (1+r) - (1+r) \text{Exp} \left( \int_{x_{1\text{ВХ}}}^{x_{1\text{К}}} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1} \right) \right] = \\ &= L_{\text{H}} (1+r) \left( 1 - \text{Exp} \left( \int_{x_{1\text{ВХ}}}^{x_{1\text{К}}} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1} \right) \right) \end{aligned} \quad (22)$$

$$F = (1+r)L_{\text{H}} \int_{x_{1\text{ВХ}}}^{x_{1\text{К}}} \frac{\text{Exp} \left( \int_{x_{1\text{ВХ}}}^{x_{1\text{К}}} \frac{dx_1}{g(x_1) - x_1} \right)}{[x_1 - g(x_1)] \cdot f(x_1)} dx_1 \quad (24)$$



## Частный случай:

селективность  $\phi$  сохраняется **постоянной** при изменении концентрации растворённого вещества

$$L_{\text{вых}} = (1+r)L_{\text{H}} \left( \frac{x_{1\text{K}}}{x_{1\text{BX}}} \right)^{-\frac{1}{\phi}} \quad (25)$$

$$L_{\text{K}} = L_{\text{H}} \left[ (1+r) \left( \frac{x_{1\text{K}}}{x_{1\text{BX}}} \right)^{-\frac{1}{\phi}} - r \right] \quad (26)$$

$$W_{\text{об}} = L_{\text{H}} (1+r) \left[ 1 - \left( \frac{x_{1\text{K}}}{x_{1\text{BX}}} \right)^{-\frac{1}{\phi}} \right] \quad (27)$$

$$\bar{x}_2 = x_{1\text{BX}} \frac{1 - \left( \frac{x_{1\text{K}}}{x_{1\text{BX}}} \right)^{\frac{\phi-1}{\phi}}}{1 - \left( \frac{x_{1\text{K}}}{x_{1\text{BX}}} \right)^{-\frac{1}{\phi}}} \quad (28)$$

удельная производительность линейно снижается с увеличением концентрации

$$F = (1+r)L_{\text{H}} \frac{x_{1\text{BX}}^{\frac{1}{\phi}}}{\phi} \int_{x_{1\text{BX}}}^{x_{1\text{K}}} \frac{dx_1}{(G_0 - cx_1)x_1^{\frac{1+\phi}{\phi}}} \quad (29)$$

**Учитывать КП!!!**



## Модель Идеального Смешения:

(теоретически — при  $r \rightarrow \infty$ , практически —  $r$  превышает несколько десятков)

$$G = f(x_{1к}) = \text{const};$$

$$x_2 = g(x_{1к}) = \text{const} = \bar{X}_2$$

## Уравнения материального баланса:

$$W_{об} = \frac{L_H(x_{1к} - x_{1н})}{x_{1к} - \bar{X}_2} \quad (30)$$

$$L_K = \frac{L_H(x_{1н} - \bar{X}_2)}{x_{1к} - \bar{X}_2} \quad (31)$$

$$F = \frac{W_{об}}{G} = \frac{L_H(x_{1к} - x_{1н})}{G(x_{1к} - \bar{X}_2)} \quad (32)$$

$$L_{ВХ} = L_{ВЫХ} = r \cdot L_H \quad (33)$$

**Учитывать КП!!!**

$$G = f(x_{1к} \cdot \text{КП}) = \text{const}$$

$$x_2 = g(x_{1к} \cdot \text{КП}) = \bar{X}_2$$
$$\text{const} =$$

# Благодарю за внимание

ЦЕНТР ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ СЕРВИСОВ  
ЭКСКЛЮЗИВНОЕ ВЫПОЛНЕНИЕ ВАШИХ ЗАДАЧ


**КУРСОВЫЕ  
ДИПЛОМНЫЕ  
КОНТРОЛЬНЫЕ**

241-41-25 ☎ 294-86-86

Учись на пятерки студент!



**ОТЛИЧНО ИЛИ НА  
ПЯТЕРКИ?**



**МОЕ СЧАСТЬЕ  
ЗАВИСИТ  
ОТ ВАШИХ УСПЕХОВ!**