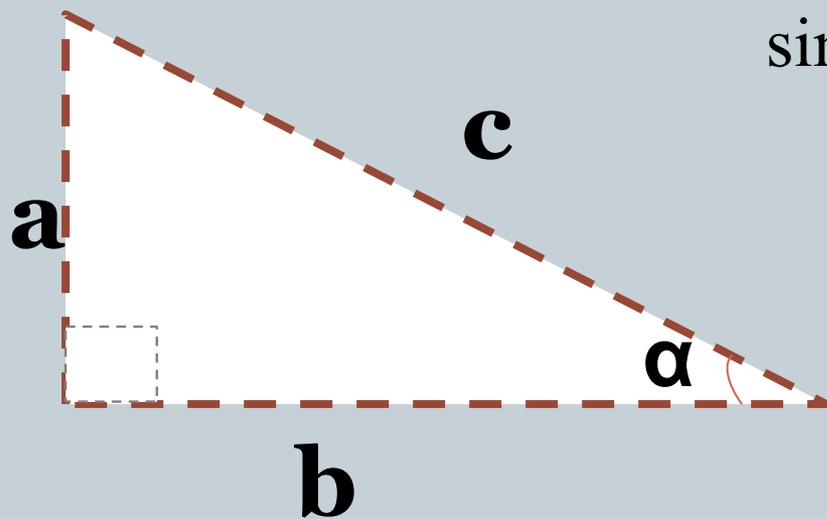


# **Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения.**



# Ответьте на вопросы

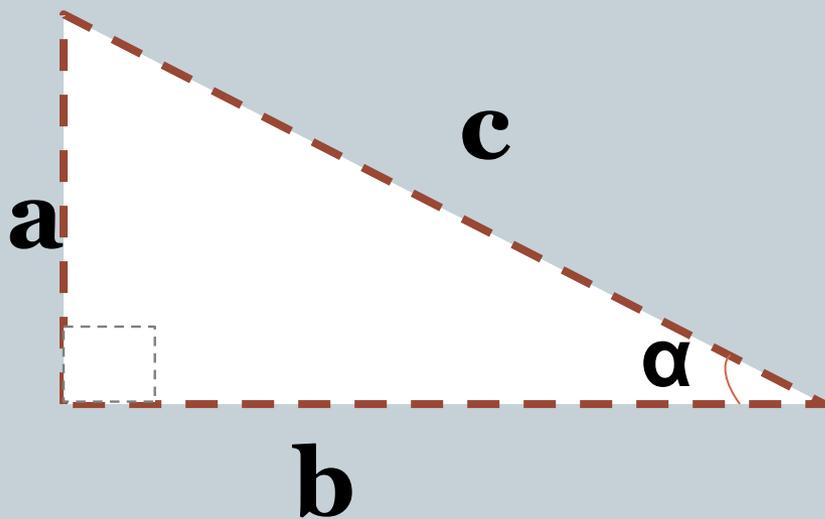
угла?



$$\sin \alpha = \frac{\text{противолеж.катет}}{\text{гипотенуза}}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

# Ответить на вопросы

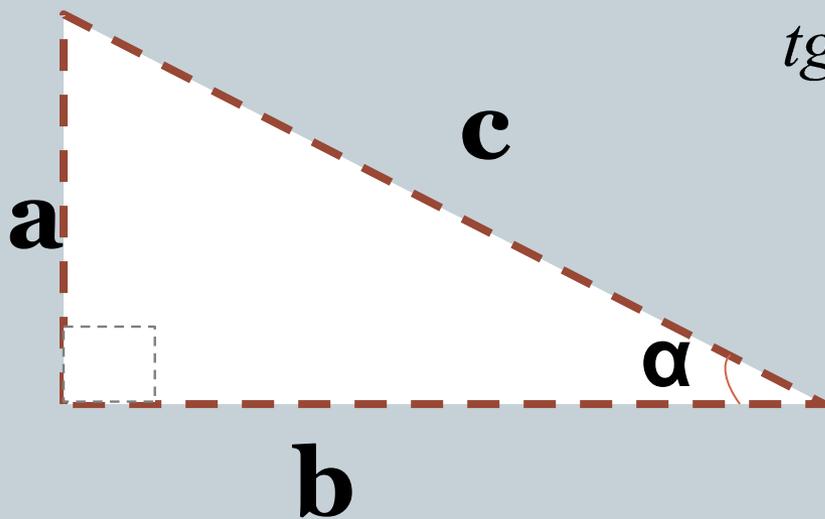


$$\cos \alpha = \frac{\text{прилежа. катет}}{\text{гипотенуза}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

# ОТВЕТИТЬ НА ВОПРОСЫ

угла?

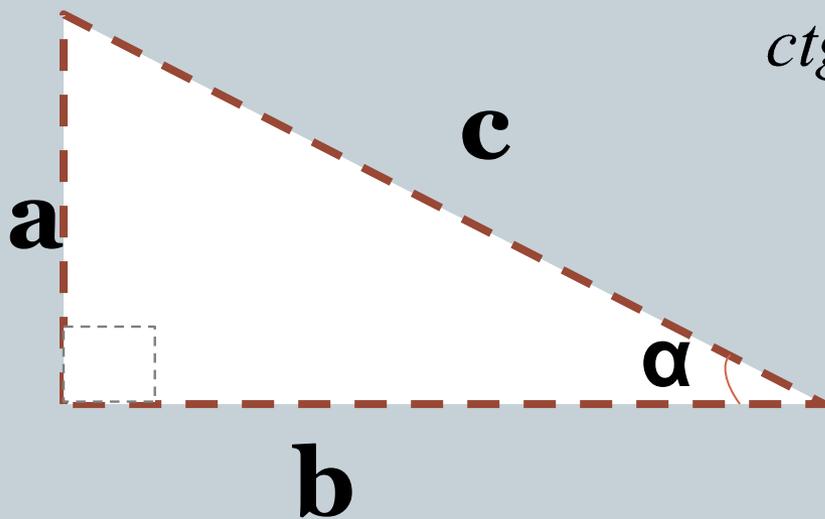


$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{противолеж. катет}}{\text{прилеж. катет}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

# Ответить на вопросы

угла?



$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\text{прилежа.катет}}{\text{противолеж.катет}}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$$

# Повторить табличные значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса



АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА  
10 класс

## ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ. СИНУС, КОСИНУС, ТАНГЕНС И КОТАНГЕНС

$OA = R$

$$\sin \alpha = \frac{y}{R} \quad \cos \alpha = \frac{x}{R} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y}$$

$\sin \alpha, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$  не зависят от величины  $R$ , т.е. зависят только от угла  $\alpha$

$\alpha$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	$2\pi$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	-

# Выполните тест

## Табличные значения синуса, косинуса. Тангенса и котангенса



1.  $\sin 60^\circ = \dots$  а)  $\frac{1}{2}$ , б)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , в)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2.  $\cos 30^\circ = \dots$  а)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , б)  $\frac{1}{2}$ , в)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3.  $\operatorname{tg} 30^\circ = \dots$  а)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , б)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ , в)  $\sqrt{3}$

4.  $\sin 30^\circ = \dots$  а)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , б)  $\frac{1}{2}$ , в)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

5.  $\sin 180^\circ = \dots$  а) 1, б) 0, в) -1

6.  $\cos 60^\circ = \dots$  а)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , б)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , в)  $\frac{1}{2}$

7.  $\operatorname{ctg} 60^\circ = \dots$  а)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ , б)  $\sqrt{3}$ , в)  $\frac{1}{2}$

8.  $\sin 90^\circ = \dots$  а) -1, б) 1, в) 0

9.  $\cos 45^\circ = \dots$  а)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , б)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , в)  $\frac{1}{2}$

10.  $\cos 270^\circ = \dots$  а) 0, б) -1, в) 1

# Выполните тест

## ОТВЕТЫ



- |           |          |            |          |
|-----------|----------|------------|----------|
| <b>1.</b> | <b>б</b> | <b>6.</b>  | <b>в</b> |
| <b>2.</b> | <b>в</b> | <b>7.</b>  | <b>а</b> |
| <b>3.</b> | <b>б</b> | <b>8.</b>  | <b>б</b> |
| <b>4.</b> | <b>б</b> | <b>9.</b>  | <b>а</b> |
| <b>5.</b> | <b>б</b> | <b>10.</b> | <b>а</b> |

# Тригонометрические тождества

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

– основное  
тригонометрическое  
тождество

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

# Формулы приведения



$$\sin ( 90^{\circ} - \alpha ) = \cos \alpha$$

$$\sin ( 90^{\circ} + \alpha ) = \cos \alpha;$$

$$\cos ( 90 + \alpha ) = - \sin \alpha;$$

$$\cos ( 90 - \alpha ) = \sin \alpha;$$

$$\sin ( 180^{\circ} + \alpha ) = - \sin \alpha;$$

$$\sin ( 180^{\circ} - \alpha ) = \sin \alpha;$$

$$\cos ( 180 + \alpha ) = - \cos \alpha;$$

$$\cos ( 180 - \alpha ) = - \cos \alpha;$$

# Формулы приведения



Функция / угол	$\pi/2 - \alpha$	$\pi/2 + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$3\pi/2 - \alpha$	$3\pi/2 + \alpha$	$2\pi - \alpha$	$2\pi + \alpha$
sin	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$
cos	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$
tg	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
ctg	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
Функция / угол в °	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$	$180^\circ + \alpha$	$270^\circ - \alpha$	$270^\circ + \alpha$	$360^\circ - \alpha$	$360^\circ + \alpha$

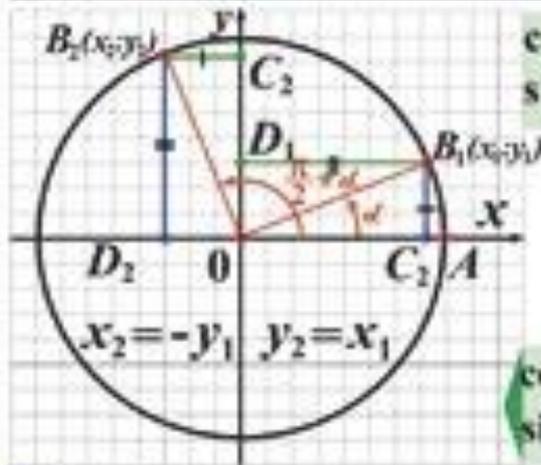
## Как легко запомнить формулы приведения

При приведении функции от аргумента вида  $k\pi/2 \pm \alpha$ , где  $k$  обозначает целое число, к функции от аргумента  $\alpha$ : Если  $k$  четное, то название функции не меняется, а если  $k$  нечетное, поменяется на «дополнительное». Если угол  $\alpha$  острый, знак в правой части совпадет со знаком приводимой функции в точке  $k\pi/2 \pm \alpha$ .

# Формулы приведения

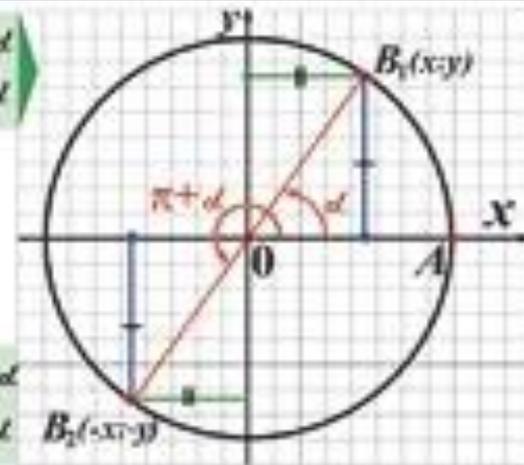


$\beta$	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$2\pi - \alpha$	$2\pi + \alpha$
$\sin \beta$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$
$\cos \beta$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$
$\operatorname{tg} \beta$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
$\operatorname{ctg} \beta$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$



$$\begin{aligned} \cos(\pi + \alpha) &= -\cos \alpha \\ \sin(\pi + \alpha) &= -\sin \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) &= -\sin \alpha \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) &= \cos \alpha \end{aligned}$$



**Пример 1**

Дано :  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $x \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$ .

Найти :  $\sin x$ ,  $\operatorname{tg}x$ ,  $\operatorname{ctg}x$ .

Решение : (IIIч.)

1). Т.к.  $\sin^2 x + \cos^2 = 1$ , то

$$\sin^2 x = 1 - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$\sin^2 x = 1 - \frac{3}{4}$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

2). Т.к.  $\operatorname{tg}x = \frac{\sin x}{\cos x}$ , то

$$\operatorname{tg}x = -\frac{1}{2} : \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

3). Т.к.  $\operatorname{ctg}x = \frac{\cos x}{\sin x}$ , то

$$\operatorname{tg}x = -\frac{\sqrt{3}}{2} : \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(-\frac{2}{1}\right) = \sqrt{3}$$

Ответ:

$$-\frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt{3}}; \sqrt{3}$$

**Пример 2**

*Вычислить  $\sin 150^\circ$ ,  $\cos 120^\circ$*

*Решение:*

$$\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 120^\circ = \cos(90^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$