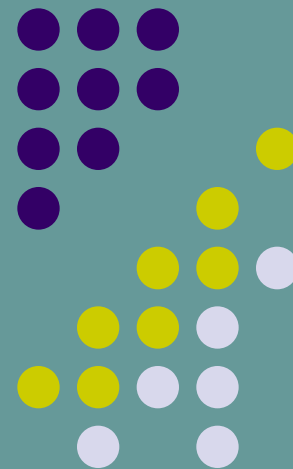


Определенный интеграл

Формула

Ньютона - Лейбница



Определенный интеграл

$$\int_a^b f(x) dx$$

Читается:

«определенный интеграл от a до b эф от икс
дэ икс».

Определенный интеграл есть число, его значение зависит от вида функции и значений a , b

a – нижний предел интегрирования

b – верхний предел интегрирования

$f(x)$ – подынтегральная функция

x – переменная интегрирования.

Определенный интеграл вычисляют по формуле



$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$



Формула Ньютона-Лейбница



$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a), \quad \text{где } F'(x) = f(x)$$

- Пример №1

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 = 1 - 0 = 1$$

Свойства определенного интеграла



$$1) \int_a^a f(x) dx = 0$$

$$2) \int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

$$3) \int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$$

Свойства определенного интеграла



$$4) \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

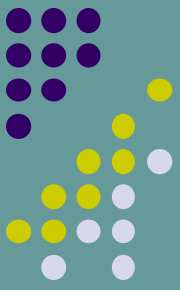
$$5) \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \text{ где } a < c < b$$

$$6) \text{ если на отрезке } [a, b] \text{ функция } f(x) \geq 0, \text{ то } \int_a^b f(x) dx \geq 0$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} t^2 dt = \frac{1}{3} t^3 \Big|_0^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{1}{3} \cdot 0^3 =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} - 0 = \frac{1}{24}$$

Вычисление определенного интеграла



$$\int_1^2 (3x^2 - 2x + 1)dx = (x^3 - x^2 + x) \Big|_1^2 =$$
$$= (2^3 - 2^2 + 2) - (1^3 - 1^2 + 1) = 6 - 1 = 5$$



Пример

$$\begin{aligned}\int_0^2 (2x - x^2) dx &= = -\int_0^2 (x^2 - 2x) dx = \\ &= -\left(\frac{x^3}{3} - x^2\right)\Bigg|_0^2 = -\frac{8}{3} + 4 + 0 = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}\end{aligned}$$