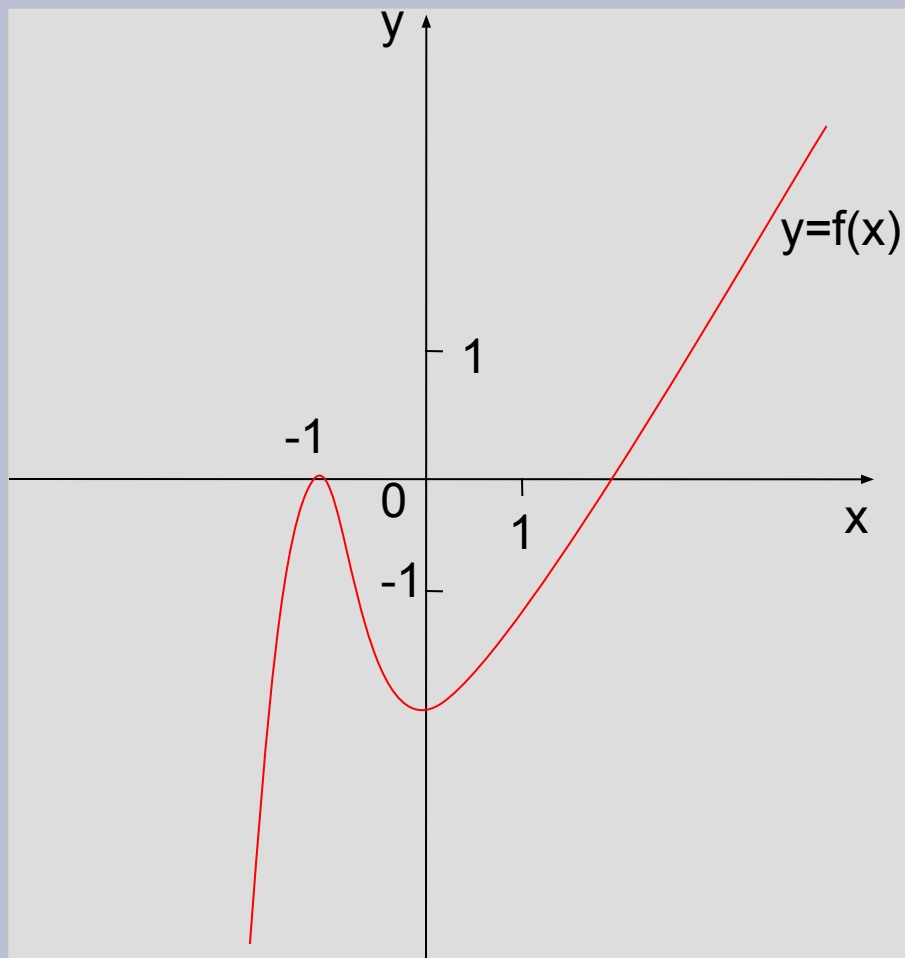


Точки экстремума функции

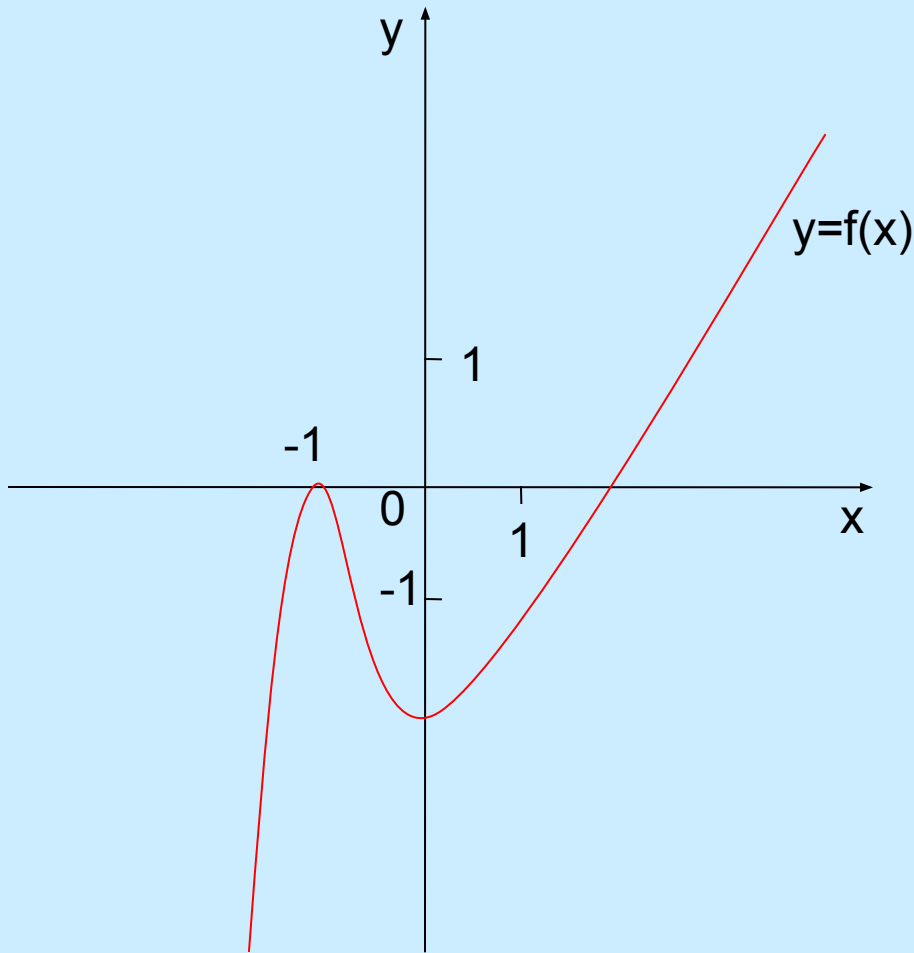


- Рассмотрите график некоторой функции, изображенный на данном рисунке.
- Какие точки графика обращают на себя особое внимание? Почему?
- Сформулируйте свои выводы о поведении функции в этих точках графика.

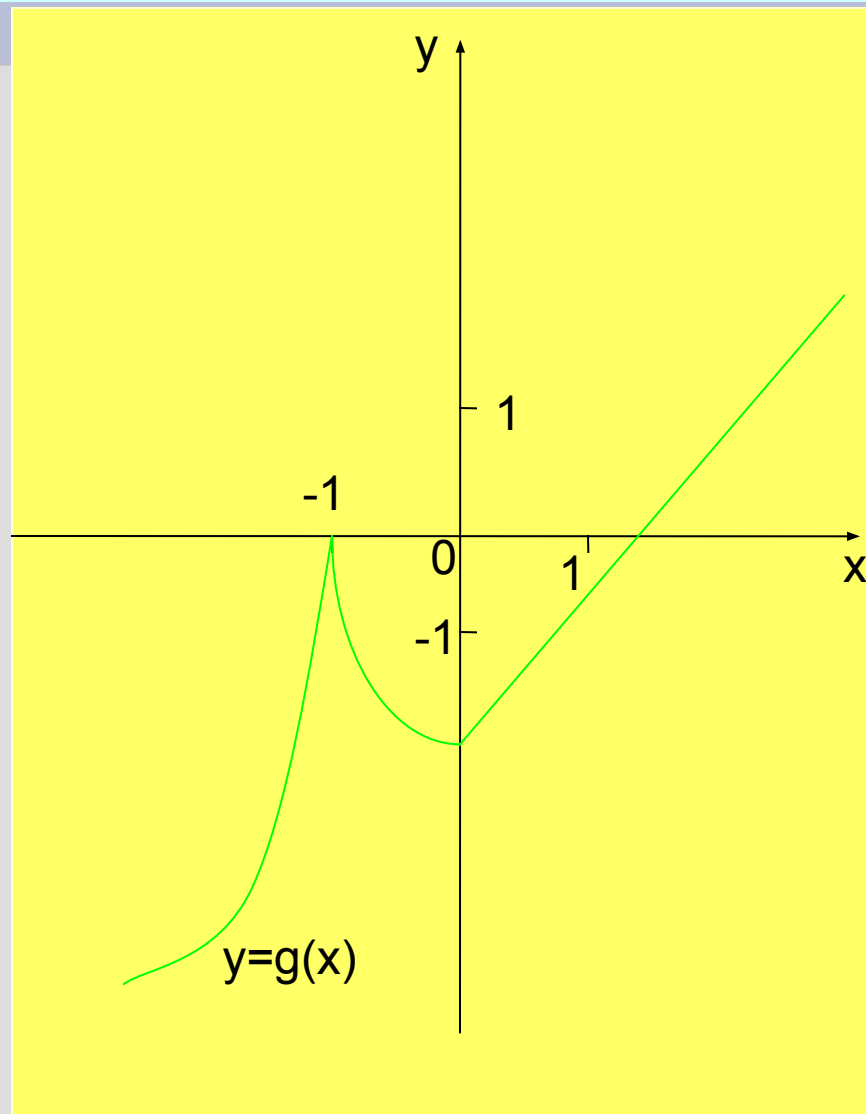
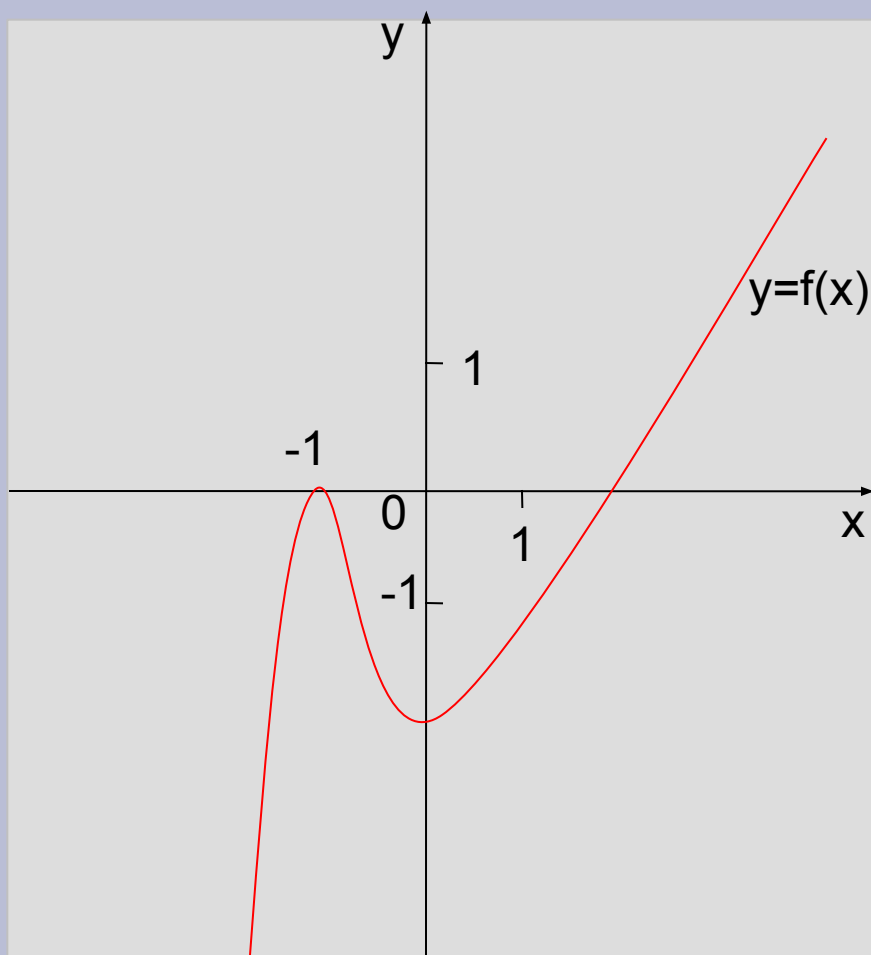
Выводы:

некоторые точки графика определяют его структуру:

- 1) в одних точках графика функция достигает значение большее по сравнению с другими близлежащими точками, а в других – меньшее;
- 2) в этих точках графика происходит изменение характера монотонности функции: слева от такой точки графика функция убывает, а справа – возрастает (или наоборот);
- 3) касательная в такой точке графика параллельна оси Ox .

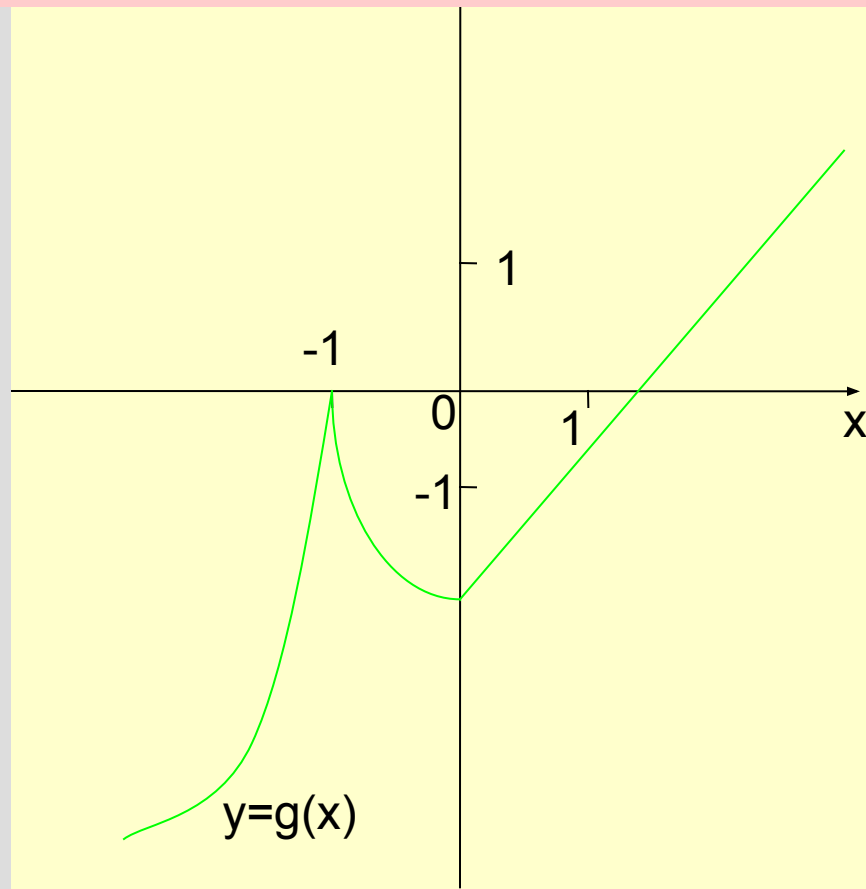
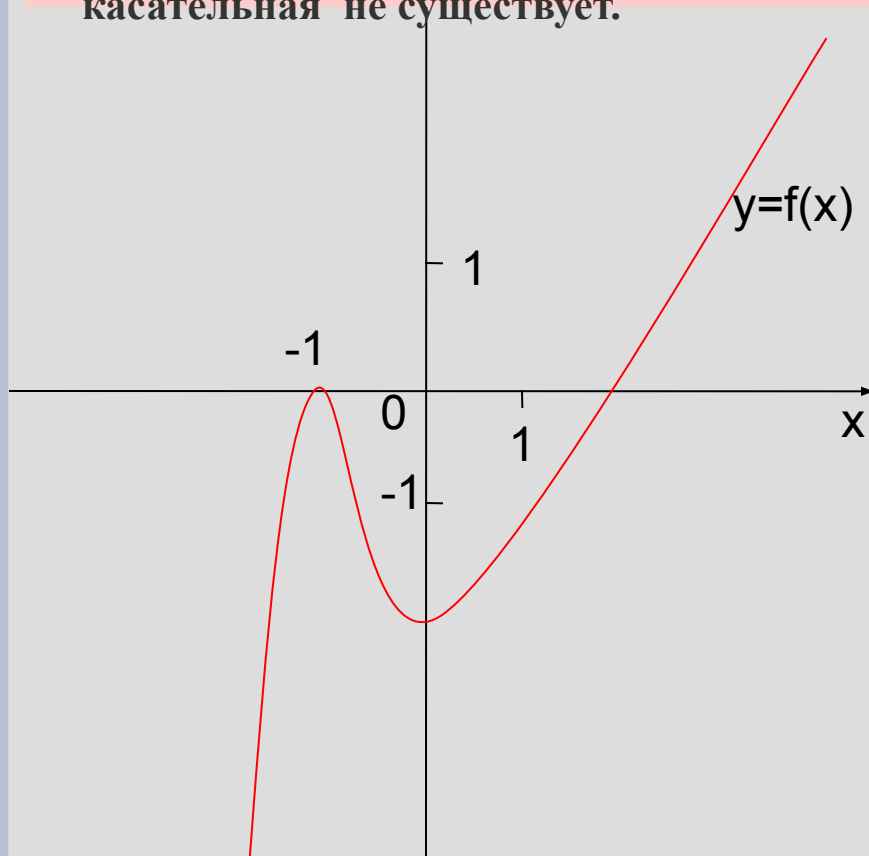


**Сравните графики некоторых функций, изображенных на данных рисунках.
Какие точки графиков обращают на себя особое внимание? Почему?
Сформулируйте свои выводы о поведении функции в этих точках графика.**



Сравнив графики функций, изображенные на данных рисунках, вы сделали следующие выводы:

- 1. эти графики имеют одни и те же уникальные точки, в которых функция достигает значение большее или меньшее по сравнению с другими близлежащими точками;**
- 2. происходит изменение характера монотонности функции: слева от такой точки графика функция убывает, а с другой – возрастает (или наоборот);**
- 3. на графике, изображенном слева, касательная в таких точках графика параллельна оси Ox , а на графике, изображенном справа, в таких точках касательная не существует.**



Точки экстремума

- Точка x_0 называется *точкой максимума функции* $f(x)$, если существует такая окрестность точки x_0 , что для всех x (кроме x_0) из этой окрестности выполняется неравенство $f(x) < f(x_0)$.

Обозначается: X_{\max} , а значение функции в этой точке – Y_{\max} (не путать с $Y_{\text{наиб}}$).

- Точка x_0 называется *точкой минимума функции* $f(x)$, если существует такая окрестность точки x_0 , что для всех x (кроме x_0) из этой окрестности выполняется неравенство $f(x) > f(x_0)$.

Обозначается: X_{\min} , а значение функции в этой точке – Y_{\min} (не путать с $Y_{\text{наим}}$).

Точки минимума и точки максимума вместе называются *точками экстремума*.

В курсе математического анализа справедливо следующее утверждение:

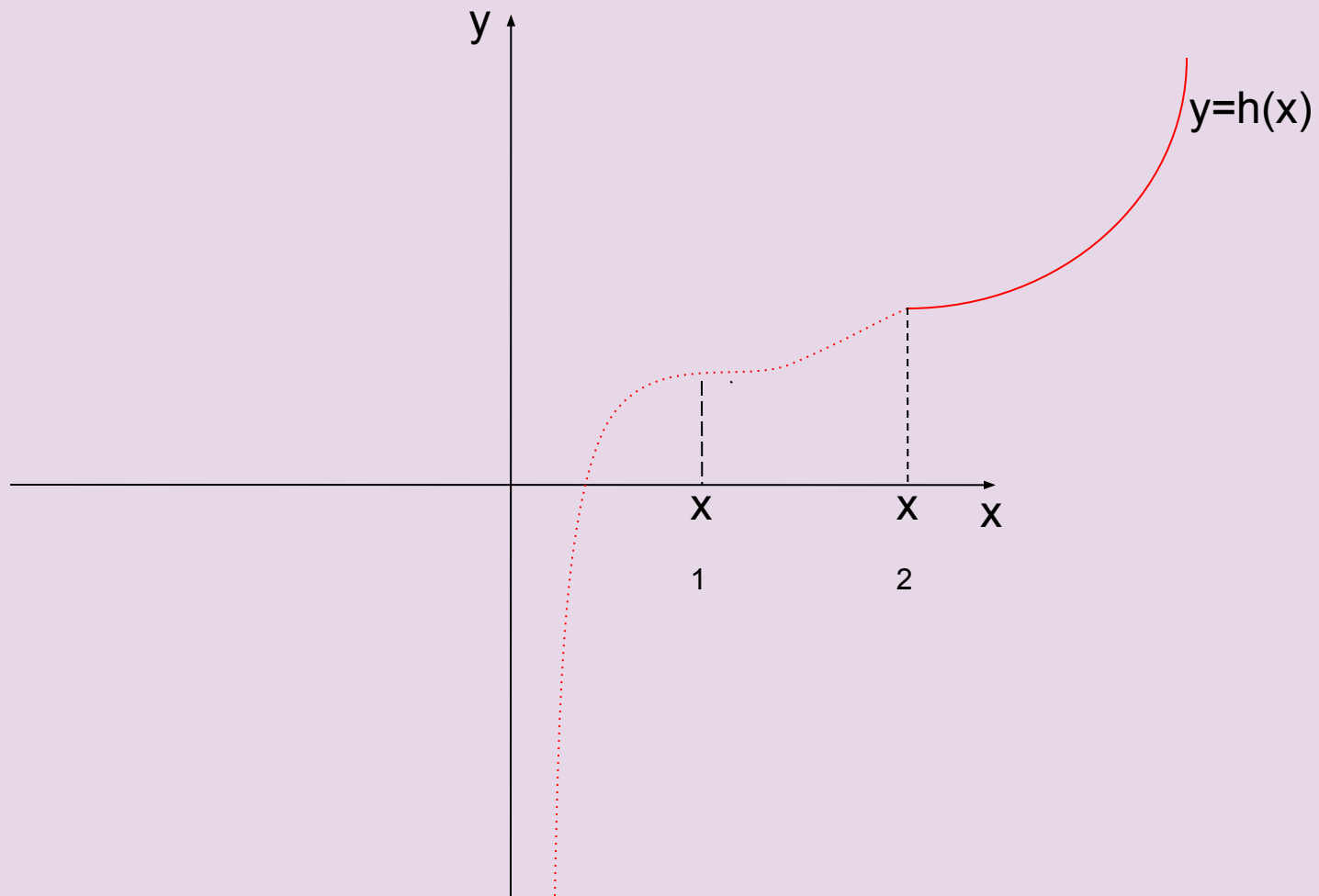
Для того чтобы точка x_0 была точкой экстремума функции $f(x)$, *необходимо*, чтобы эта точка была критической точкой данной функции.

Верно ли обратное утверждение:

**если $x = x_0$ критическая точка
функции $f(x)$, то в этой точке функция
имеет экстремум?**

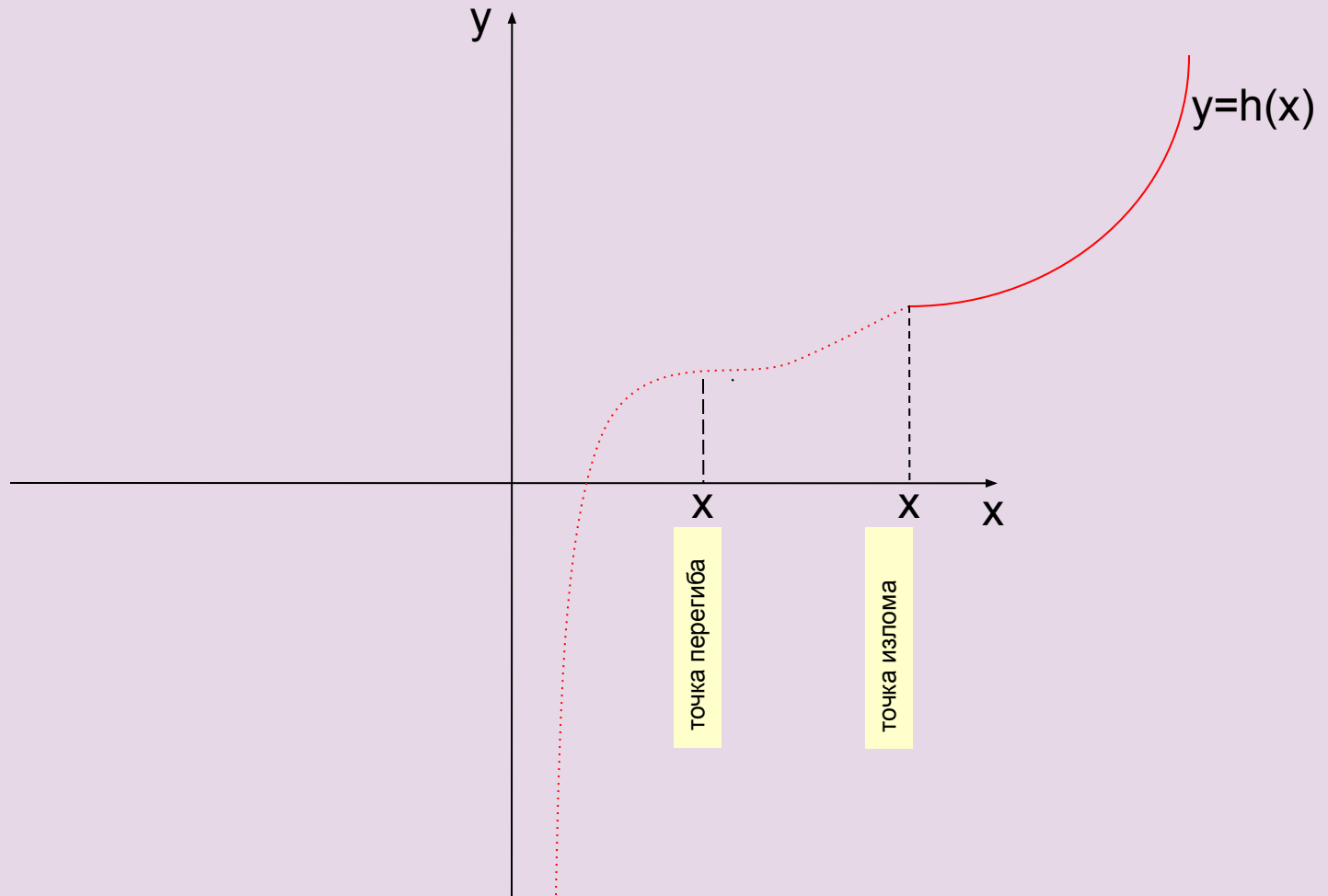
Проанализируйте график данной функции.

**Какие точки графика обращают на себя особое внимание? Почему?
Сформулируйте свои выводы о поведении функции в этих точках графика**



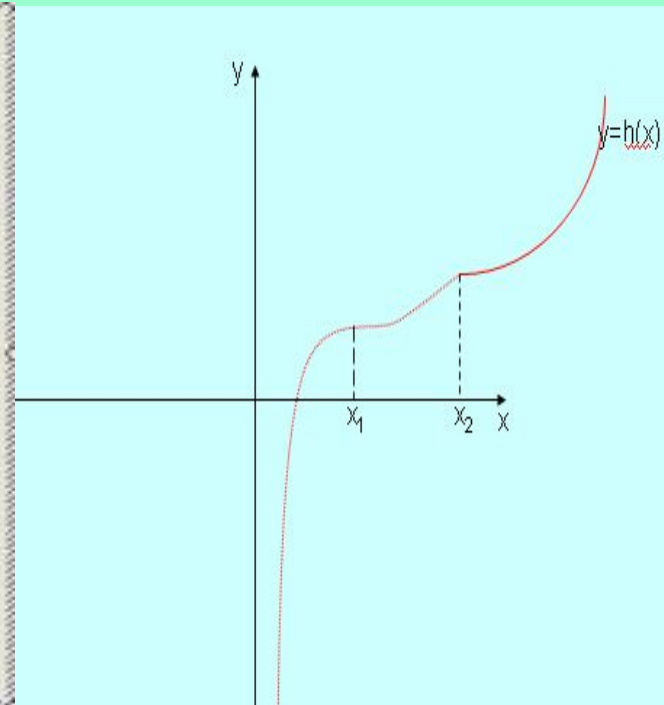
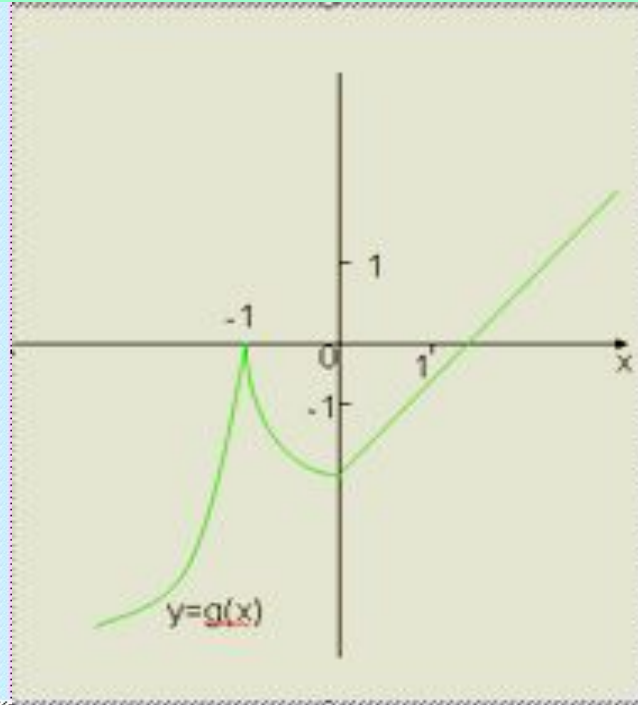
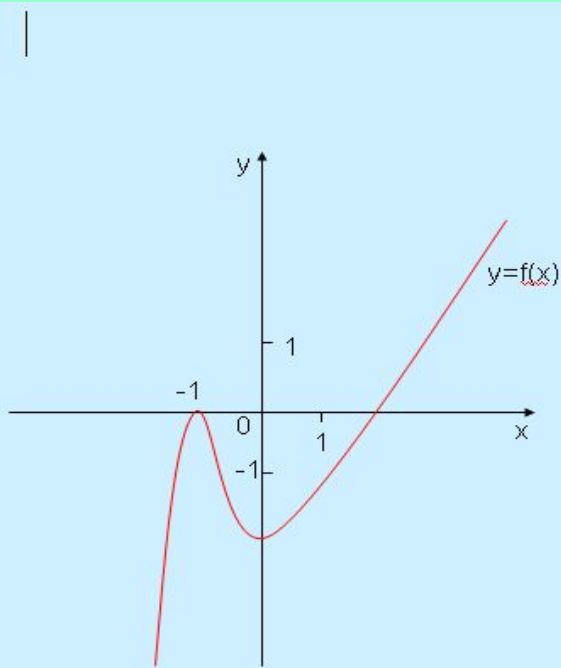
Вывод:

У данной функции, как и у предыдущих функций, есть точки в которых она либо равна 0, либо не существует, но ни одна из них не является точкой **экстремума**.
Обратное утверждение не верно.



**При каких условиях критическая точка
будет являться точкой экстремума?**

Проанализируйте еще раз графики данных функций,



обращая внимание на характер монотонности каждой функции при переходе через ее критические точки и сделайте вывод при каких условиях критическая точка функции будет точкой экстремума.

Вы пришли к выводу:

если при переходе через критическую точку графика монотонность функции изменяется, (т.е. меняет свой знак на противоположный), то такая критическая точка **будет являться **точкой экстремума**;**

если при переходе через критическую точку графика монотонность функции не изменяется, (т.е. не меняет свой знак на противоположный), то такая критическая точка **не будет являться **точкой экстремума**.**