Теоретическая механика

Задачи

Сложение ускорений

1. Первый частный случай

Система S' движется поступательно относительно системы S. При поступательном движении оси системы S' не меняют своих направлений (относительно ДСО S); следовательно, координаты векторов $\vec{i}' = \overrightarrow{O'E'_1}$, $\vec{j}' = \overrightarrow{O'E'}$, $\vec{k}' = \overrightarrow{O'E'}$ в системе S (т.е. в неподвижном базисе $B = \{\vec{i} = \overrightarrow{OE_1}, \vec{j} = \overrightarrow{OE_2}, \vec{k} = \overrightarrow{OE_3}\}$) не изменяются. Таким образом, матрица перехода

$$D = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} = const.$$

Следовательно, в этом случае для точки M

$$v_{пер} = \dot{r}_{OO'} + \dot{D} r'_{O'M} = \dot{r}_{OO'}$$

(совпадает со скоростью точки O' в ДСО S),

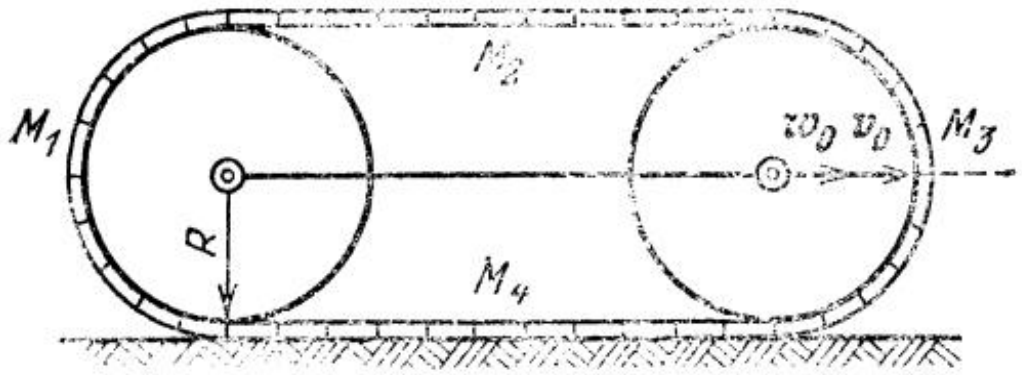
$$w_{пер} = \ddot{r}_{OO'} + \ddot{D} r'_{O'M} = \ddot{r}_{OO'}$$

(совпадает с ускорением точки O' в ДСО S),

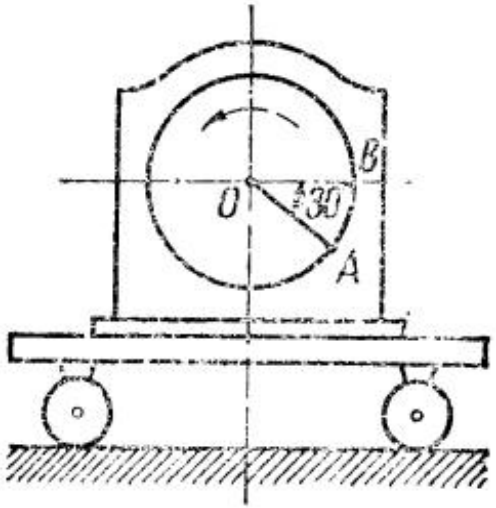
$$w_{кор} = 2\dot{D}\dot{r}'_{O'M} = 0\,.$$

$$w_{абс} = w_{пер} + w_{отн} + w_{кор}.$$

23.5(23.5). На тележке, движущейся по горизонтали вправо с ускорением $w = 0{,}492$ м/с^2, установлен электрический мотор, ротор которого при пуске в ход вращается согласно уравнению



К задаче 23.1

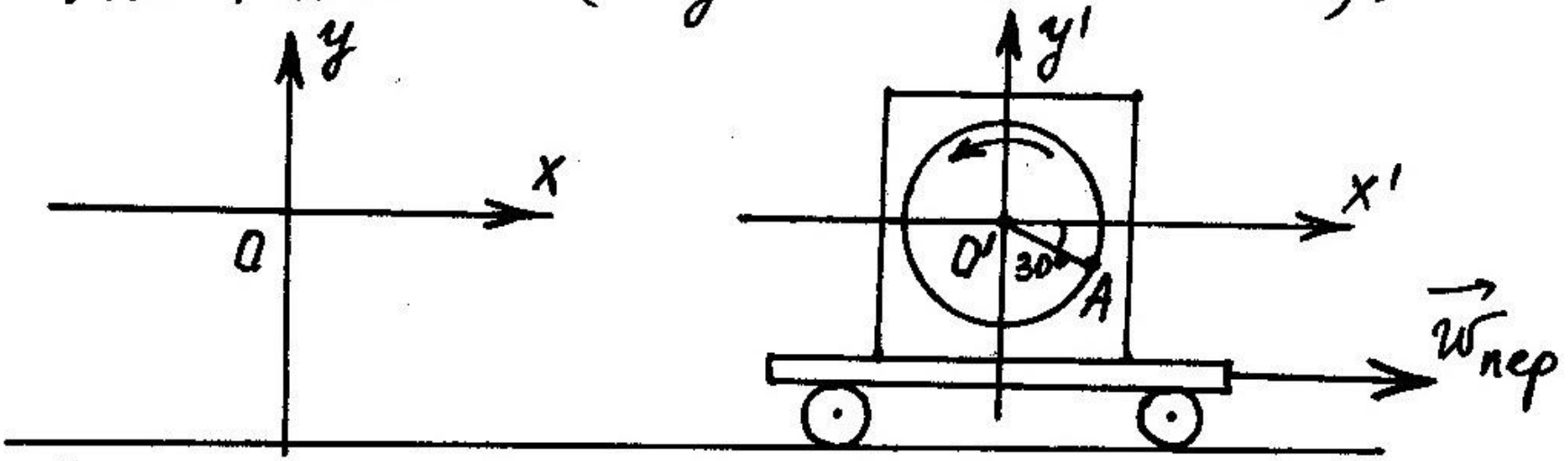


К задаче 23.5

$\varphi = t^2$, причем угол φ измеряется в радианах. Радиус ротора равен 0,2 м. Определить абсолютное ускорение точки A, лежащей на ободе ротора, при $t = 1$ с, если в этот момент точка A находится в положении, указанном на рисунке.

Ответ: w_A ($w_A = 0{,}746$ м/с^2) направлено по вертикали вверх.

N 23.5. $|w_{пер}| = w_0 = 0{,}492\ м/с^2$ – ускорение тележки (подвижной системы).



Неподвиж. система (связана с землей)

Подвиж. система (связ. с тележкой)

$O'x'y'$ движ-ся поступ-но

В нач. момент: $Oxy = O'x'y'$!

$\varphi(t) = t^2 + \varphi_0$; $R = 0{,}2\ м$; $t_1 = 1\ с$.

Найти: $\vec{w}_{абс_A}(t_1)$.

R.es

Найти: $\vec{w}_{абс_A}(t_1)$.

---

1) $w_{отн_A}$ — ?

$r' = r'_{O'A} = R\begin{pmatrix}\cos\varphi(t)\\ \sin\varphi(t)\end{pmatrix} = R\cdot e_3$ — закон движ-я т. A в $O'x'y'$!

$B = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ — м-ца перехода от $O'x'y'$ к Oxy.

$v_{отн_A} = B\dot{r}'_{O'A} = \dot{r}'_{O'A} = R\dot{\varphi}e_\varphi = R\cdot 2t\begin{pmatrix}-\sin\varphi\\ \cos\varphi\end{pmatrix}$.

$w_{отн_A} = B\ddot{r}'_{O'A} = \ddot{r}'_{O'A} = R\ddot{\varphi}e_\varphi - R\dot{\varphi}^2 e_3 =$

$= 2R\begin{pmatrix}-\sin\varphi\\ \cos\varphi\end{pmatrix} + 4Rt^2\begin{pmatrix}-\cos\varphi\\ -\sin\varphi\end{pmatrix}$.

2) $w_{пор_A} = 0$, т.к. $B = const$.

3) $w_{пер_A} = w_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ — ускор-е телеги.

4) $w_{абс_A}(t_1) = w_{отн_A}(t_1) + w_{пер_A}(t_1) =$

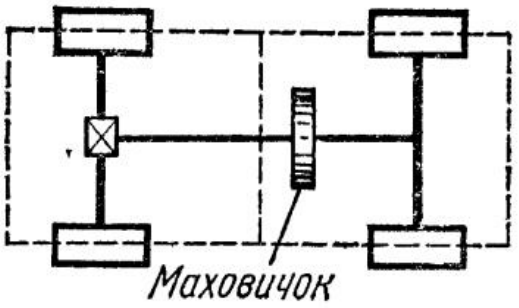
$\begin{cases} \varphi(t_1) = -\frac{\pi}{6} \\ y \end{cases}$

$= 2 \cdot 0{,}2 \cdot \begin{pmatrix} 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} + 4 \cdot 0{,}2 \cdot \begin{pmatrix} -\sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0{,}492 \\ 0 \end{pmatrix} \cong$

$\cong 0{,}75 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow |w_{абс_A}(t_1)| \cong 0{,}75 \text{ м/с}^2$

и $\vec{w}_{абс_A}(t_1) \uparrow\uparrow Oy$.

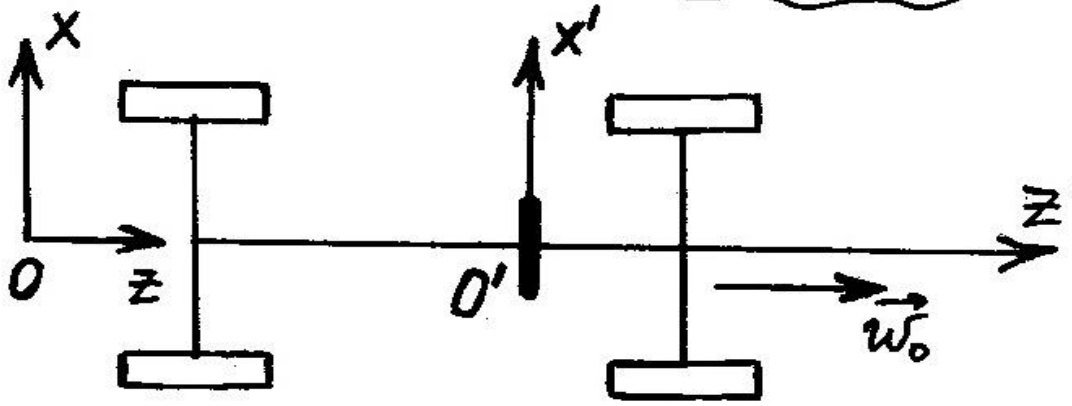
23.9(23.9). Автомобиль на прямолинейном участке пути движется с ускорением $w_0 = 2$ м/с^2. На продольный вал насажен вращающийся маховичок радиуса $R = 0{,}25$ м, имеющий в данный момент угловую скорость $\omega = 4$ рад/с и угловое ускорение $\varepsilon = 4$ рад/с^2. Найти абсолютное ускорение точек обода маховичка в данный момент.



Ответ: $w = 4{,}58$ м/с^2.

N 23.9.

($O'y' \perp$ плоскости рисунка)



Система $O'x'y'z'$ связана с автомобилем и движется поступательно относительно неподвижной $Oxyz$.

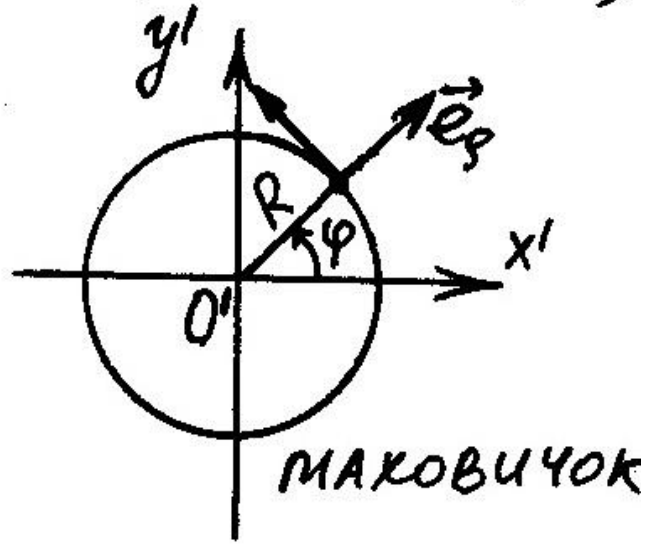
В начальный момент $O'x'y'z' = Oxyz$.

$|\vec{w}_0| = 2$ м/с^2; $R = 0{,}25$ м; $\omega = \dot{\varphi}(t_1) = 4$ рад/с;

$|w_0| = 2\ м/с^2$; $R = 0{,}25\ м$; $\omega = \dot{\varphi}(t_1) = 4\ рад/с$;

$\varepsilon = \ddot{\varphi}(t_1) = 4\ рад/с^2$.

Найти: $|w_{абс_A}(t_1)|$.



$O'z'$ направлена к наблюдателю

1) М-ца перехода $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$

$\Rightarrow w_{кор} = 0.$

2) $r' = r'_{O'A} = R\begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \\ 0 \end{pmatrix} = Re_\varphi$;

$v_{отн} = \dot{r}'_{O'A} = R\dot{\varphi}e_\varphi$; $w_{отн} = R\ddot{\varphi}e_\varphi - R\dot{\varphi}^2 e_\varphi$;

1) М-ца перехода $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{w_{кор} = 0.}$

маховичок

$O'z'$ направлена к наблюдателю

2) $\vec{r}' = \vec{r}'_{O'A} = R \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \\ 0 \end{pmatrix} = R\vec{e}_\rho$;

$v_{отн} = \dot{\vec{r}}'_{O'A} = R\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi$; $w_{отн} = R\ddot{\varphi}\vec{e}_\varphi - R\dot{\varphi}^2\vec{e}_\rho$;

$w_{отн}(t_1) = R\varepsilon \cdot \vec{e}_\varphi - R\omega^2 \cdot \vec{e}_\rho =$

$= 0{,}25 \cdot 4 \cdot \vec{e}_\varphi - 0{,}25 \cdot 16 \cdot \vec{e}_\rho = \vec{e}_\varphi - 4\vec{e}_\rho.$

3) $w_{пер} = |w_{01}| \cdot \vec{e}_z = 2 \cdot \vec{e}_z.$

4) $w_{абс} = w_{отн} + w_{пер} + w_{кор} =$

$= -4e_y + e_\varphi + 2e_z$;

$|w_{абс}| = \sqrt{16 + 1 + 4} = \sqrt{21}$ $(м/с^2)$

Д/З: 23.7, 23.10.