

# Теоретическая механика

## Задачи

# Сложение ускорений

## 1. Первый частный случай

Система  $S'$  движется поступательно относительно системы  $S$ . При поступательном движении оси системы  $S'$  не меняют своих направлений (относительно ДСО  $S$ ); следовательно, координаты векторов  $\vec{i}' = \overrightarrow{O'E'_1}$ ,  $\vec{j}' = \overrightarrow{O'E'}$ ,  $\vec{k}' = \overrightarrow{O'E'}$  в системе  $S$  (т.е. в неподвижном базисе  $B = \{\vec{i} = \overrightarrow{OE_1}, \vec{j} = \overrightarrow{OE_2}, \vec{k} = \overrightarrow{OE_3}\}$ ) не изменяются. Таким образом, матрица перехода

$$D = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} = \text{const.}$$

Следовательно, в этом случае для точки  $M$

$$v_{пер} = \dot{r}_{OO'} + \dot{D}r'_{O'M} = \dot{r}_{OO'}$$

(совпадает со скоростью точки  $O'$  в ДСО  $S$ ),

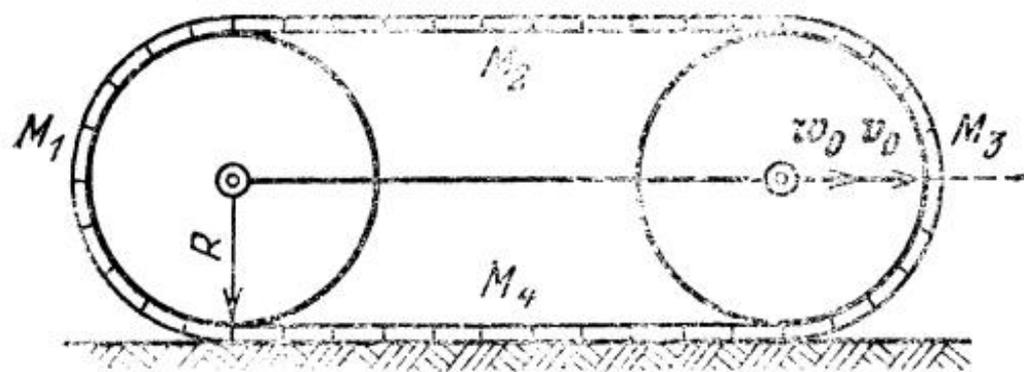
$$w_{пер} = \ddot{r}_{OO'} + \ddot{D}r'_{O'M} = \ddot{r}_{OO'}$$

(совпадает с ускорением точки  $O'$  в ДСО  $S$ ),

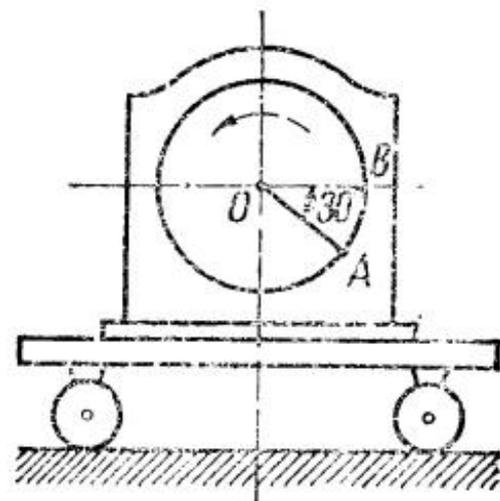
$$w_{кор} = 2\dot{D}r'_{O'M} = 0.$$

$$W_{abc} = W_{пер} + W_{отн} + W_{кор}.$$

23.5(23.5). На тележке, движущейся по горизонтали вправо с ускорением  $\omega = 0,492 \text{ м/с}^2$ , установлен электрический мотор, ротор которого при пуске в ход вращается согласно уравнению



К задаче 23.1

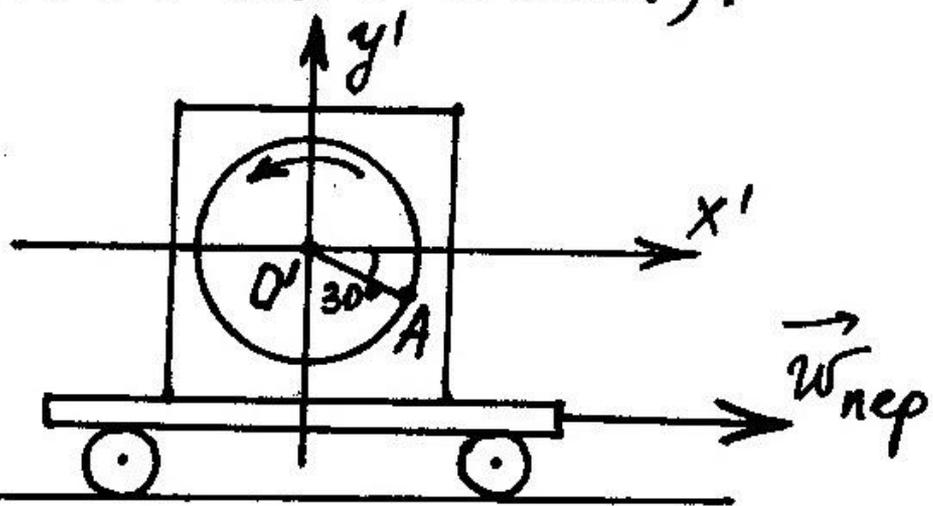
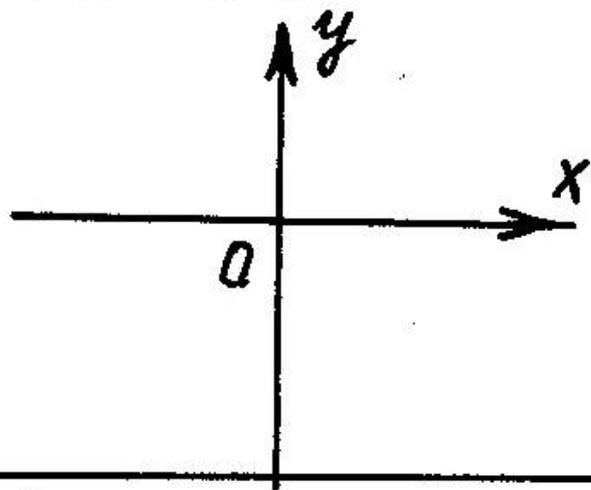


К задаче 23.5

$\varphi = t^2$ , причем угол  $\varphi$  измеряется в радианах. Радиус ротора равен 0,2 м. Определить абсолютное ускорение точки А, лежащей на ободу ротора, при  $t = 1 \text{ с}$ , если в этот момент точка А находится в положении, указанном на рисунке.

Ответ:  $\omega_A$  ( $\omega_A = 0,746 \text{ м/с}^2$ ) направлено по вертикали вверх.

N 23.5.  $|\vec{\omega}_{\text{пер}}| = \omega_0 = 0,492 \text{ м/с}^2$  — ускорение телешки (подвижной системы).



Неподвиж. система  
(связана с землей)

Подвиж. система  
(связ. с телешкой)

$O'x'y'$  движ-ся поступ-но.

В каг. момент:  $Oxy = O'x'y'$

$$\varphi(t) = t^2 + \varphi_0; R = 0,2 \text{ м}; t_1 = 1 \text{ с.}$$

Найти:  $\vec{\omega}_{\text{абс}A}(t_1)$ .

R. es

Найти:  $\vec{w}_{абсА}(t_1)$ .

1)  $w_{отнА} - ?$

$$z' = z'_{0'A} = R \begin{pmatrix} \cos \varphi(t) \\ \sin \varphi(t) \end{pmatrix} = R \cdot e_\varphi$$

— закон  
гвиш-а  
т. А в  $O'x'y'$ !

$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  — м-ца перехода  
от  $O'x'y'$  к  $Oxy$ .

$$v_{отнА} = B \dot{z}'_{0'A} = \dot{z}'_{0'A} = R \dot{\varphi} e_\varphi = R \cdot 2t \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{pmatrix}.$$

$$w_{отнА} = B \ddot{z}'_{0'A} = \ddot{z}'_{0'A} = R \ddot{\varphi} e_\varphi - R \dot{\varphi}^2 e_\varphi =$$
$$= 2R \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{pmatrix} + 4Rt^2 \begin{pmatrix} -\cos \varphi \\ -\sin \varphi \end{pmatrix}.$$

2)  $w_{корА} = 0$ , т.к.  $B = const$ .

3)  $\omega_{\text{пер}A} = \omega_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  — угловое телешини.

4)  $\omega_{\text{абс}A}(t_1) = \omega_{\text{отн}A}(t_1) + \omega_{\text{пер}A}(t_1) =$

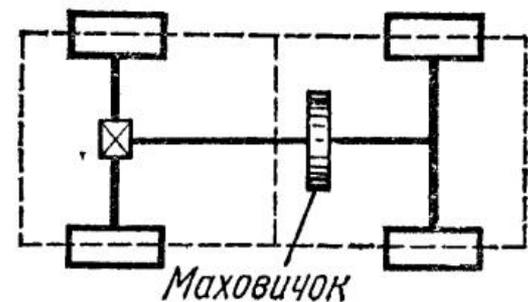
$$\left\{ \varphi(t_1) = -\frac{\pi}{6} \right\}$$

$$= 2 \cdot 0,2 \cdot \begin{pmatrix} 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} + 4 \cdot 0,2 \cdot \begin{pmatrix} -\sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,492 \\ 0 \end{pmatrix} \approx$$

$$\approx \underline{\underline{0,75 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}}} \Rightarrow \underline{\underline{|\omega_{\text{абс}A}(t_1)| \approx 0,75 \text{ м/с}^2}}$$

$$\text{и } \underline{\underline{\vec{\omega}_{\text{абс}A}(t_1) \uparrow \uparrow Oy.}}$$

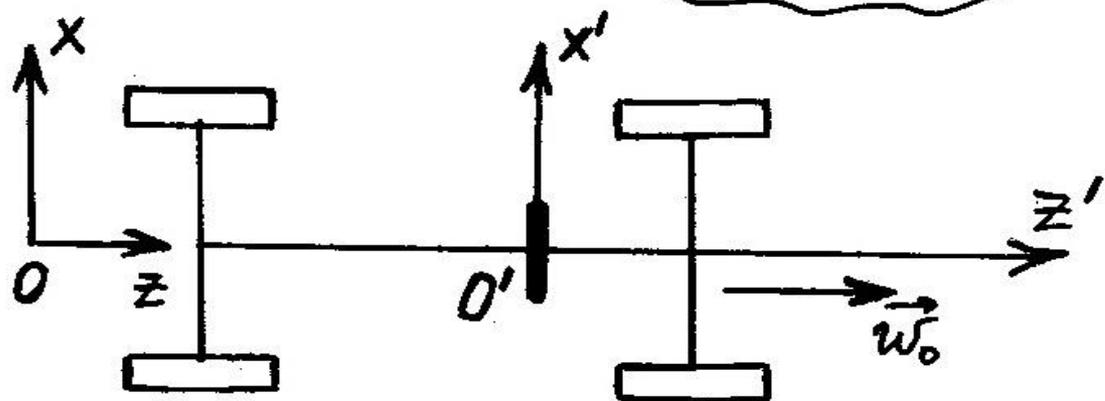
23.9(23.9). Автомобиль на прямолинейном участке пути движется с ускорением  $\omega_0 = 2 \text{ м/с}^2$ . На продольный вал насажен вращающийся маховичок радиуса  $R = 0,25 \text{ м}$ , имеющий в данный момент угловую скорость  $\omega = 4 \text{ рад/с}$  и угловое ускорение  $\varepsilon = 4 \text{ рад/с}^2$ . Найти абсолютное ускорение точек обода маховичка в данный момент.



Ответ:  $\omega = 4,58 \text{ м/с}^2$ .

№ 23.9.

$O'y' \perp$  плоскости рисунка



Система  $O'x'y'z'$  связана с автомобилем и движется поступательно относительно неподвижной  $Oxyz$ .

В данный момент  $O'x'y'z' = Oxyz$ .

$$|\omega_0| = 2 \text{ м/с}^2; R = 0,25 \text{ м}; \omega = \dot{\varphi}(t_1) = 4 \text{ рад/с};$$

$$|\omega_0| = 2 \mu / c^2; R = 0,25 \mu; \omega = \dot{\varphi}(t_1) = 4 \text{ рад/с};$$

$$\varepsilon = \ddot{\varphi}(t_1) = 4 \text{ рад/с}^2.$$

---

$$\text{Найти: } |\omega_{\text{абс}}(t_1)|.$$

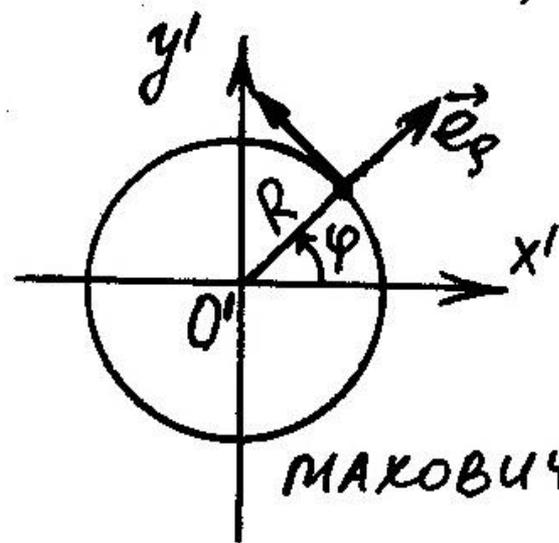
---

$$1) \text{ М-ца перехода } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\omega_{\text{кор}} = 0.}$$

$$2) z' = z'_{0'A} = R \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix} = R e_{\varphi}$$

$$v_{\text{отк}} = \dot{z}'_{0'A} = R \dot{\varphi} e_{\varphi}; \omega_{\text{отк}} = R \ddot{\varphi} e_{\varphi} - R \dot{\varphi}^2 e_{\varphi};$$



МАХОВИЧОК

$O'z'$  направлена  
к каблучагелю

1) М-ца перехода  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega_{\text{кор}} = 0.$

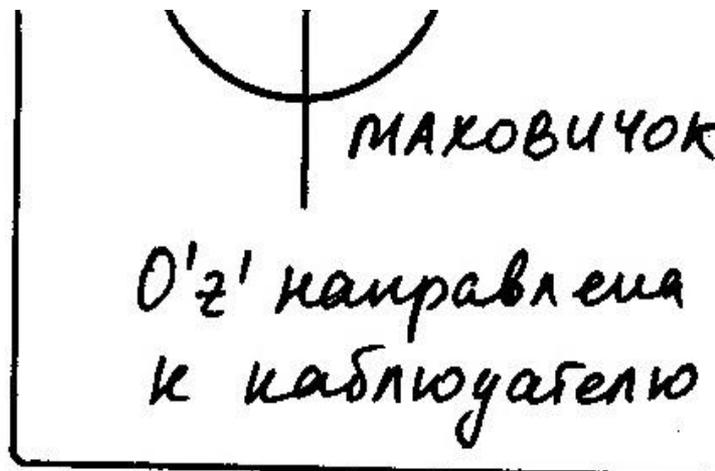
2)  $z' = z'_{0'A} = R \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix} = R e_{\varphi}$

$v_{\text{отк}} = \dot{z}'_{0'A} = R \dot{\varphi} e_{\varphi}; \quad \omega_{\text{отк}} = R \ddot{\varphi} e_{\varphi} - R \dot{\varphi}^2 e_{\varphi};$

$\omega_{\text{отк}}(t_1) = R \varepsilon \cdot e_{\varphi} - R \omega^2 \cdot e_{\varphi} =$

$= 0,25 \cdot 4 \cdot e_{\varphi} - 0,25 \cdot 16 \cdot e_{\varphi} = e_{\varphi} - 4 e_{\varphi}.$

3)  $\omega_{\text{пер}} = |\omega_0| \cdot e_z = 2 \cdot e_z.$



$$4) \omega_{abc} = \omega_{отн} + \omega_{нер} + \omega_{кор} =$$
$$= -4e_g + e_\varphi + 2e_z;$$

$$\underline{\underline{|\omega_{abc}| = \sqrt{16 + 1 + 4} = \sqrt{21} \text{ (м/с)}}}$$

$$\underline{\underline{D/3: 23.7, 23.10.}}$$