

Теоретическая механика

Задачи

Сложение ускорений

1. Первый частный случай

Система S' движется поступательно относительно системы S . При поступательном движении оси системы S' не меняют своих направлений (относительно ДСО S); следовательно, координаты векторов $\vec{i}' = \overrightarrow{O'E'_1}$, $\vec{j}' = \overrightarrow{O'E'}$, $\vec{k}' = \overrightarrow{O'E'}$ в системе S (т.е. в неподвижном базисе $B = \{\vec{i} = \overrightarrow{OE_1}, \vec{j} = \overrightarrow{OE_2}, \vec{k} = \overrightarrow{OE_3}\}$) не изменяются. Таким образом, матрица перехода

$$D = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} = \text{const.}$$

Следовательно, в этом случае для точки M

$$v_{пер} = \dot{r}_{OO'} + \dot{D}r'_{O'M} = \dot{r}_{OO'}$$

(совпадает со скоростью точки O' в ДСО S),

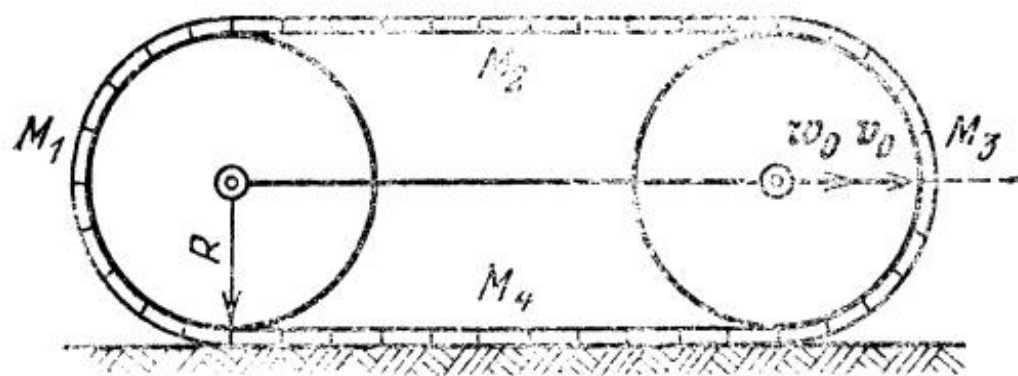
$$w_{пер} = \ddot{r}_{OO'} + \ddot{D}r'_{O'M} = \ddot{r}_{OO'}$$

(совпадает с ускорением точки O' в ДСО S),

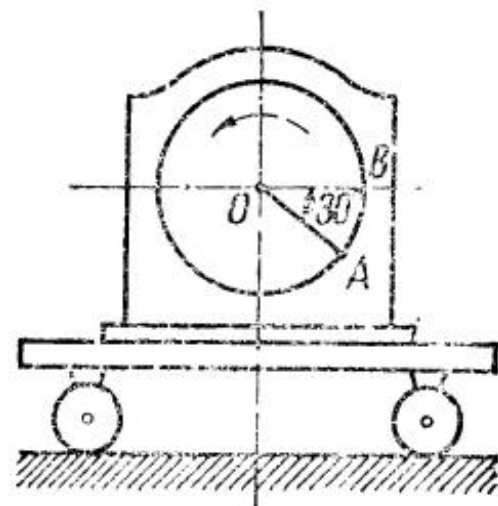
$$w_{кор} = 2\dot{D}r'_{O'M} = 0.$$

$$W_{abc} = W_{пер} + W_{отн} + W_{кор}.$$

23.5(23.5). На тележке, движущейся по горизонтали вправо с ускорением $\omega = 0,492 \text{ м/с}^2$, установлен электрический мотор, ротор которого при пуске в ход вращается согласно уравнению



К задаче 23.1

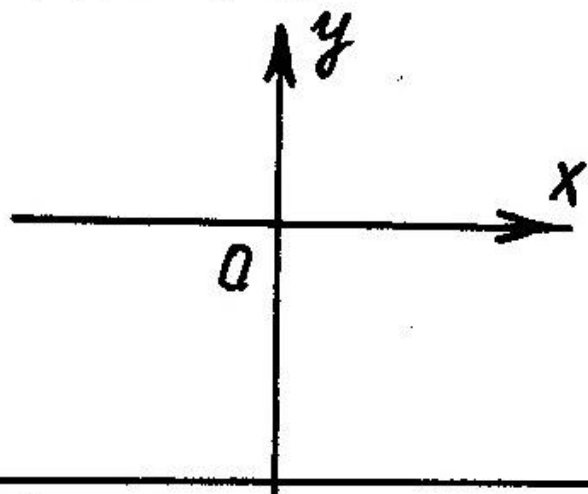


К задаче 23.5

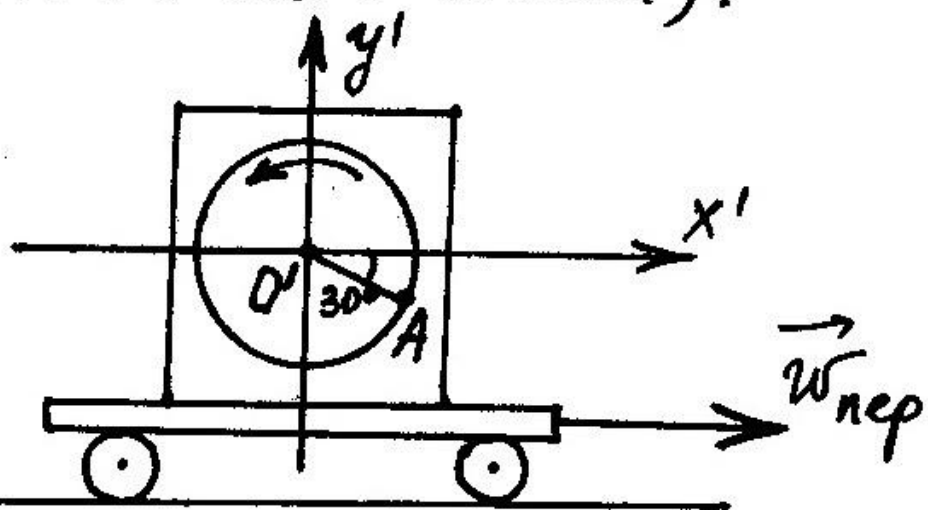
$\varphi = t^2$, причем угол φ измеряется в радианах. Радиус ротора равен $0,2 \text{ м}$. Определить абсолютное ускорение точки A , лежащей на ободу ротора, при $t = 1 \text{ с}$, если в этот момент точка A находится в положении, указанном на рисунке.

Ответ: ω_A ($\omega_A = 0,746 \text{ м/с}^2$) направлено по вертикали вверх.

N 23.5. $|\vec{\omega}_{\text{пер}}| = \omega_0 = 0,492 \text{ м/с}^2$ — ускорение телешки (подвижной системы).



Неподвиж. система
(связана с землей)



Подвиж. система
(связ. с телешкой)

$O'x'y'$ движ-ся посп-но.

В каг. момент: $Oxy = O'x'y'$

$$\varphi(t) = t^2 + \varphi_0; R = 0,2 \text{ м}; t_1 = 1 \text{ с.}$$

Найти: $\vec{\omega}_{\text{абс.А}}(t_1)$.

Найти: $\vec{w}_{абсА}(t_1)$.

1) $w_{отнА} - ?$

$$z' = z'_{0'A} = R \begin{pmatrix} \cos \varphi(t) \\ \sin \varphi(t) \end{pmatrix} = R \cdot e_\varphi$$

$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ — м-ца перехода от $Ox'y'$ к Oxy . т. А в $O'x'y'$!

$$v_{отнА} = B \dot{z}'_{0'A} = \dot{z}'_{0'A} = R \dot{\varphi} e_\varphi = R \cdot 2t \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{pmatrix}.$$

$$w_{отнА} = B \ddot{z}'_{0'A} = \ddot{z}'_{0'A} = R \ddot{\varphi} e_\varphi - R \dot{\varphi}^2 e_\varphi = \\ = 2R \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{pmatrix} + 4Rt^2 \begin{pmatrix} -\cos \varphi \\ -\sin \varphi \end{pmatrix}.$$

2) $w_{корА} = 0$, т.к. $B = const$.

3) $\omega_{\text{пер}A} = \omega_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ — угловое телешини.

4) $\omega_{\text{абс}A}(t_1) = \omega_{\text{отн}A}(t_1) + \omega_{\text{пер}A}(t_1) =$

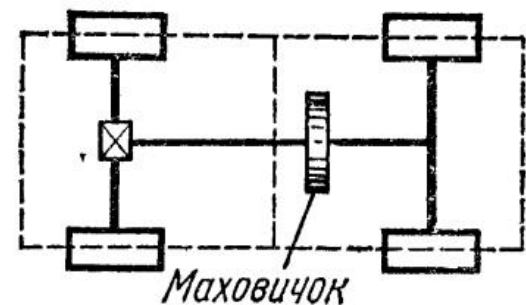
$$\left\{ \varphi(t_1) = -\frac{\pi}{6} \right\}$$

$$= 2 \cdot 0,2 \cdot \begin{pmatrix} 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} + 4 \cdot 0,2 \cdot \begin{pmatrix} -\sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,492 \\ 0 \end{pmatrix} \approx$$

$$\approx \underline{\underline{0,75 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}}} \Rightarrow \underline{\underline{|\omega_{\text{абс}A}(t_1)| \approx 0,75 \text{ м/с}^2}}$$

$$\text{и } \underline{\underline{\vec{\omega}_{\text{абс}A}(t_1) \uparrow \uparrow Oy.}}$$

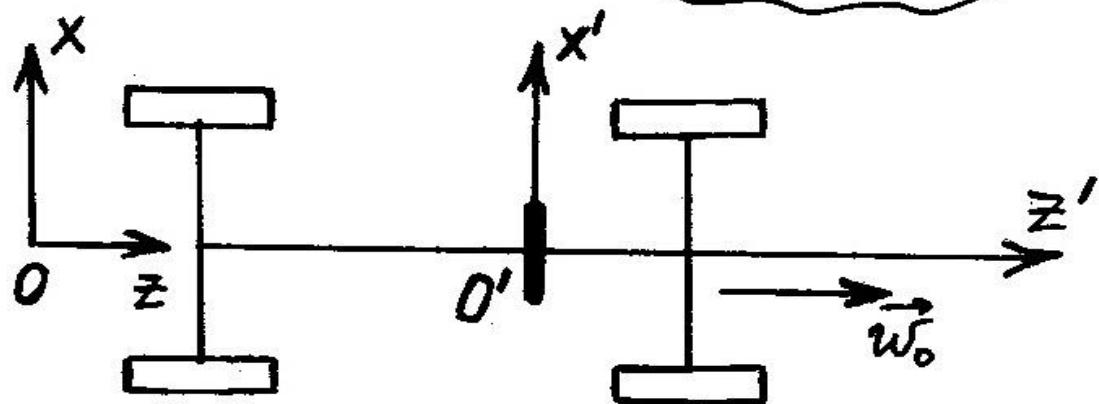
23.9(23.9). Автомобиль на прямолинейном участке пути движется с ускорением $\omega_0 = 2 \text{ м/с}^2$. На продольный вал насажен вращающийся маховичок радиуса $R = 0,25 \text{ м}$, имеющий в данный момент угловую скорость $\omega = 4 \text{ рад/с}$ и угловое ускорение $\varepsilon = 4 \text{ рад/с}^2$. Найти абсолютное ускорение точек обода маховичка в данный момент.



Ответ: $\omega = 4,58 \text{ м/с}^2$.

№ 23.9.

$O'y' \perp$ плоскости рисунка



Система $O'x'y'z'$ связана с автомобилем и движется поступательно относительно неподвижной $Oxyz$.

В данный момент $O'x'y'z' = Oxyz$.

$$|\omega_0| = 2 \text{ м/с}^2; R = 0,25 \text{ м}; \omega = \dot{\varphi}(t_1) = 4 \text{ рад/с};$$

$$|\omega_0| = 2 \mu / c^2; R = 0,25 \mu; \omega = \dot{\varphi}(t_1) = 4 \text{ рад/с};$$

$$\varepsilon = \ddot{\varphi}(t_1) = 4 \text{ рад/с}^2.$$

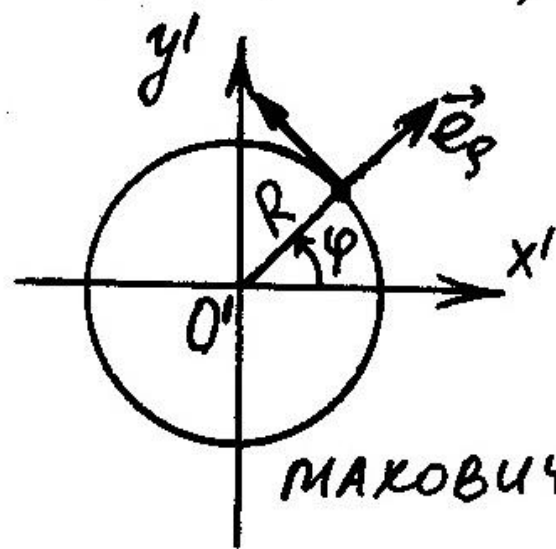
$$\text{Найти: } |\omega_{\text{абс}}(t_1)|.$$

$$1) \text{ М-ца перехода } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\omega_{\text{кор}} = 0.}$$

$$2) z' = z'_{0'A} = R \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix} = R e_{\varphi}$$

$$v_{\text{отк}} = \dot{z}'_{0'A} = R \dot{\varphi} e_{\varphi}; \omega_{\text{отк}} = R \ddot{\varphi} e_{\varphi} - R \dot{\varphi}^2 e_{\varphi};$$



МАХОВИЧОК

$O'z'$ направлена
к каблучагелю

1) М-ца перехода $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega_{\text{кор}} = 0.$

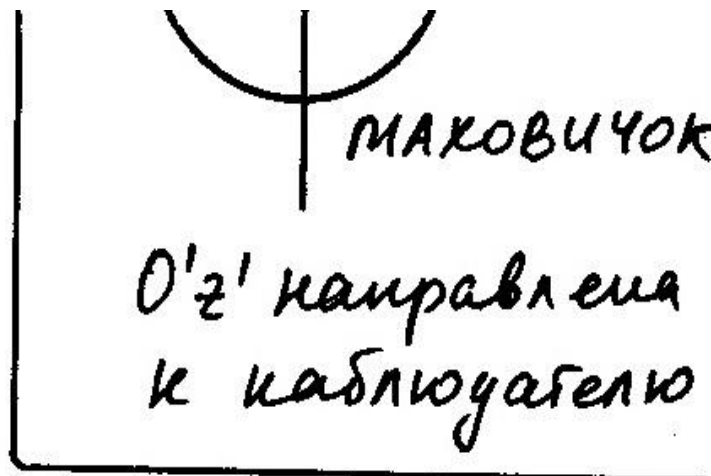
2) $z' = z'_{0'A} = R \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix} = R e_{\varphi}$

$v_{\text{отк}} = \dot{z}'_{0'A} = R \dot{\varphi} e_{\varphi}; \quad \omega_{\text{отк}} = R \ddot{\varphi} e_{\varphi} - R \dot{\varphi}^2 e_{\varphi};$

$\omega_{\text{отк}}(t_1) = R \varepsilon \cdot e_{\varphi} - R \omega^2 \cdot e_{\varphi} =$

$= 0,25 \cdot 4 \cdot e_{\varphi} - 0,25 \cdot 16 \cdot e_{\varphi} = e_{\varphi} - 4 e_{\varphi}.$

3) $\omega_{\text{пер}} = |\omega_0| \cdot e_z = 2 \cdot e_z.$



$$4) \omega_{abc} = \omega_{отн} + \omega_{нер} + \omega_{кор} =$$
$$= -4e_g + e_\varphi + 2e_z;$$

$$\underline{\underline{|\omega_{abc}| = \sqrt{16 + 1 + 4} = \sqrt{21} \text{ (м/с)}}}$$

$$\underline{\underline{D/3: 23.7, 23.10.}}$$