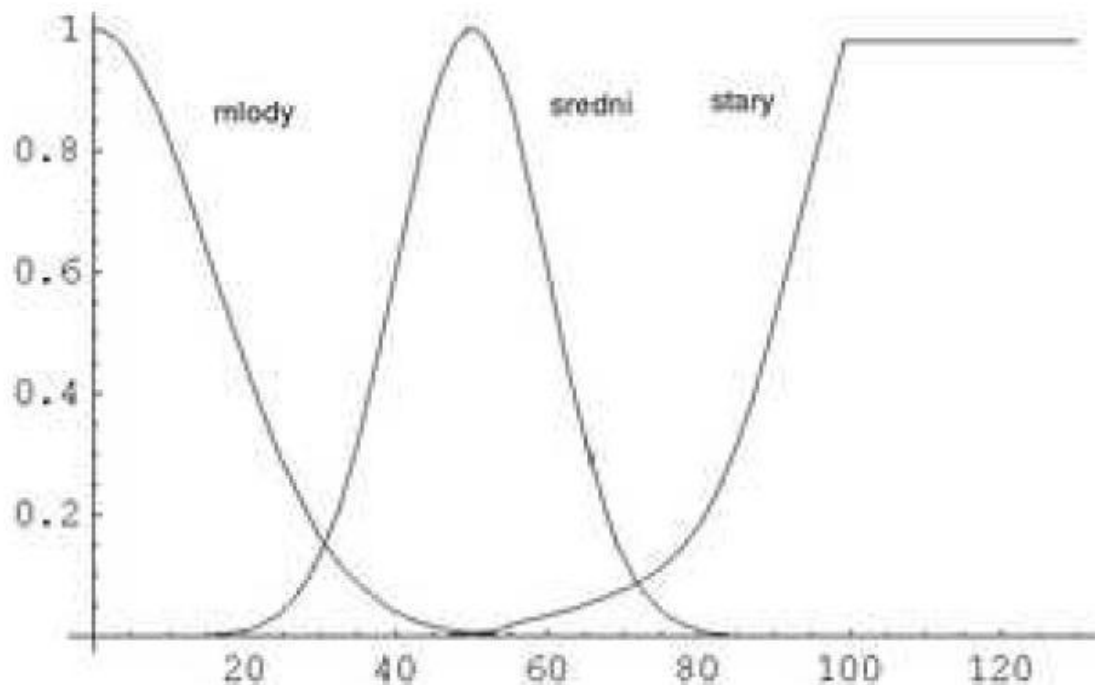


Zmienna lingwistyczna

Zmienna lingwistyczna jest czwórka $(N;T;X;MN)$, gdzie

- N nazwa zmiennej np. wiek
- T zbiór wartości lingwistycznych np. {młody, średni, stary}
- X przestrzeń rozważań np. $[0; 125]$ lat
- MN funkcja semantyczna $MN : T \rightarrow$ zbiór funkcji przynależności



Relacje rozmyte

Relacją rozmytą R między dwoma zbiorami (nierozmytymi) X i Y nazywamy zbiór rozmyty określony na iloczynie kartezyjskim $X \times Y$. Relacja rozmyta jest zbiorem par:

$$R = \{((x, y), \mu_R(x, y)); x \in X, y \in Y\}$$

gdzie $\mu_R : X \times Y \rightarrow [0, 1]$ jest funkcją przynależności.

Funkcja ta każdej parze $(x; y)$, $x \in X$, $y \in Y$ przypisuje stopień przynależności $\mu_R(x; y)$, który ma interpretację siły powiązania między elementami $x \in X$ i $y \in Y$.

Relacje rozmyte

Przykład:

Określmy przestrzeń rozważań: $X = \{x_1; x_2; x_3\} = \{3; 4; 5\}$, $Y = \{y_1; y_2; y_3\} = \{4; 5; 6\}$ oraz relację $R \subset X \times Y$ jako "y jest mniej więcej równe x". Relację tę można zdefiniować:

$$R = \frac{1}{(4,4)} + \frac{1}{(5,5)} + \frac{0,8}{(3,4)} + \frac{0,8}{(4,5)} + \frac{0,8}{(5,4)} + \frac{0,8}{(5,6)} + \frac{0,6}{(3,5)} + \frac{0,6}{(4,6)} + \frac{0,4}{(3,6)}$$

lub jako macierz $[a_{ij}]$, gdzie wartość a_{ij} oznacza stopień powiązania między elementami x_i i y_j :

$$R = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,6 & 0,4 \\ 1 & 0,8 & 0,6 \\ 0,8 & 1 & 0,8 \end{pmatrix}$$

Relacje rozmyte

Przykład:

Zatem funkcja przynależności ma postać:

$$\mu_R(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli } x=y \\ 0,8 & \text{jeżeli } |x-y|=1 \\ 0,6 & \text{jeżeli } |x-y|=2 \\ 0,4 & \text{jeżeli } |x-y|=3 \end{cases}$$

Wnioskowanie w logice dwuwartościowej

Reguła modus ponens

przesłanka 1 (fakt)	A
przesłanka 2 (reguła)	$A \rightarrow B$
wniosek	B

Przykład:

A ma postać: „Jan jest kierowcą”, B ma postać „Jan ma prawo jazdy”. Jeżeli $A=1$, to $B=1$, gdyż z prawdziwości faktu oraz reguły wynika prawdziwość wniosku.

Czyli jeśli „Jan jest kierowcą” to „Jan ma prawo jazdy”.

Wnioskowanie w logice dwuwartościowej

Reguła modus tollens

przesłanka 1 (fakt)	\bar{B}
przesłanka 2 (reguła)	$A \rightarrow B$
wniosek	\bar{A}

Przykład:

Nie A ma postać: „Jan nie jest kierowcą”, nie B ma postać „Jan nie ma prawa jazdy”. Jeżeli $B=0$ (nie $B=1$), to $A=0$ (nie $A=1$), gdyż z prawdziwości faktu oraz reguły wynika prawdziwość wniosku.

Czyli jeśli „Jan nie ma prawa jazdy” to „Jan nie jest kierowcą”.

Wnioskowanie w logice rozmytej

Rozmyta reguła modus ponens

przesłanka 1 (fakt)	x jest A'
przesłanka 2 (reguła)	JEŻELI x jest A TO y jest B
wniosek	y jest B'

$A, A' \subseteq X$ oraz $B, B' \subseteq Y$ są zbiorami rozmytymi
 x, y są zmiennymi lingwistycznymi
Reguła jest relacją rozmytą.

Wnioskowanie w logice rozmytej

Rozmyta reguła modus ponens - przykład

przesłanka 1 (fakt)	Prędkość samochodu jest duża
przesłanka 2 (reguła)	Jeżeli prędkość samochodu jest bardzo duża to poziom hałasu jest wysoki
wniosek	Poziom hałasu w samochodzie jest średnio wysoki

Przesłanki oraz wniosek są nieprecyzyjnymi stwierdzeniami. Zmienne lingwistyczne: x – prędkość samochodu, y – poziom hałasu.

Zbiór

$T1 = \{„mała”, „średnia”, „duża”, „bardzo duża”\}$

jest zbiorem wartości zmiennej lingwistycznej x .

Zbiór

$T2 = \{„mały”, „średni”, „średnio wysoki”, „wysoki”\}$

jest zbiorem wartości zmiennej lingwistycznej y .

Wnioskowanie w logice rozmytej

Rozmyta reguła modus ponens - przykład

przesłanka 1 (fakt)	Prędkość samochodu jest duża
przesłanka 2 (reguła)	Jeżeli prędkość samochodu jest bardzo duża to poziom hałasu jest wysoki
wniosek	Poziom hałasu w samochodzie jest średnio wysoki

Do każdego elementu zbioru T1 i T2 można przyporządkować odpowiedni zbiór rozmyty. W tym przypadku:

A=„bardzo duża prędkość samochodu”

A'=„duża prędkość samochodu”

B=„wysoki poziom hałasu”

B'=„średnio wysoki poziom hałasu”

Wnioskowanie w logice rozmytej

Przykładowe wyznaczenie wniosku z przesłanki

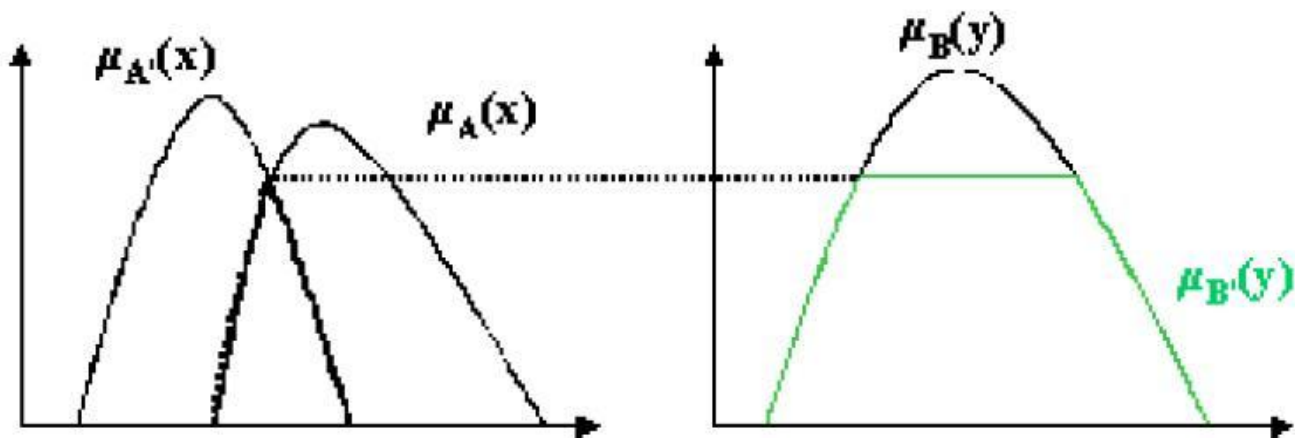
$$\mu_B(y) = \max_{x \in X} \min[\mu_{A'}(x), \mu_{A \rightarrow B}(x, y)].$$

oraz niech:

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \min[\mu_A(x), \mu_B(y)].$$

Wtedy:

$$\begin{aligned} \mu_{B'}(y) &= \max_{x \in X} \min[\mu_{A'}(x), \min(\mu_A(x), \mu_B(y))] \\ &= \min[\max_{x \in X} \min(\mu_{A'}(x), \mu_A(x)), \mu_B(y)]. \end{aligned}$$



Wnioskowanie w logice rozmytej

Intuicyjne relacje między przesłankami i wnioskami rozmytej reguły modus ponens

Relacja	Przesłanka x jest A'	Wniosek y jest B'
1	x jest A	y jest B
2a	x jest "bardzo A"	y jest „bardzo B"
2b	x jest "bardzo A"	y jest B
3a	x jest "mniej więcej A"	y jest „mniej więcej B"
3b	x jest "mniej więcej A"	y jest B
4a	x jest "nie A"	y jest nieokreślone
4b	x jest "nie A"	y jest „nie B"

Wnioskowanie w logice rozmytej

Rozmyta reguła modus tollens

przesłanka 1 (fakt)	y jest B'
przesłanka 2 (reguła)	JEŻELI x jest A TO y jest B
wniosek	x jest A'

$A, A' \subseteq X$ oraz $B, B' \subseteq Y$ są zbiorami rozmytymi
 x, y są zmiennymi lingwistycznymi
Reguła jest relacją rozmytą.

Wnioskowanie w logice rozmytej

Rozmyta reguła modus tollens - przykład

przesłanka 1 (fakt)	Poziom hałas w samochodzie jest średnio wysoki
przesłanka 2 (reguła)	Jeżeli prędkość samochodu jest bardzo duża to poziom hałasu jest wysoki
wniosek	Prędkość samochodu jest duża

Przesłanki oraz wniosek są nieprecyzyjnymi stwierdzeniami. Zmienne lingwistyczne: x – prędkość samochodu, y – poziom hałasu.

Zbiór

$T1 = \{„mała”, „średnia”, „duża”, „bardzo duża”\}$

jest zbiorem wartości zmiennej lingwistycznej x .

Zbiór

$T2 = \{„mały”, „średni”, „średnio wysoki”, „wysoki”\}$

jest zbiorem wartości zmiennej lingwistycznej y .

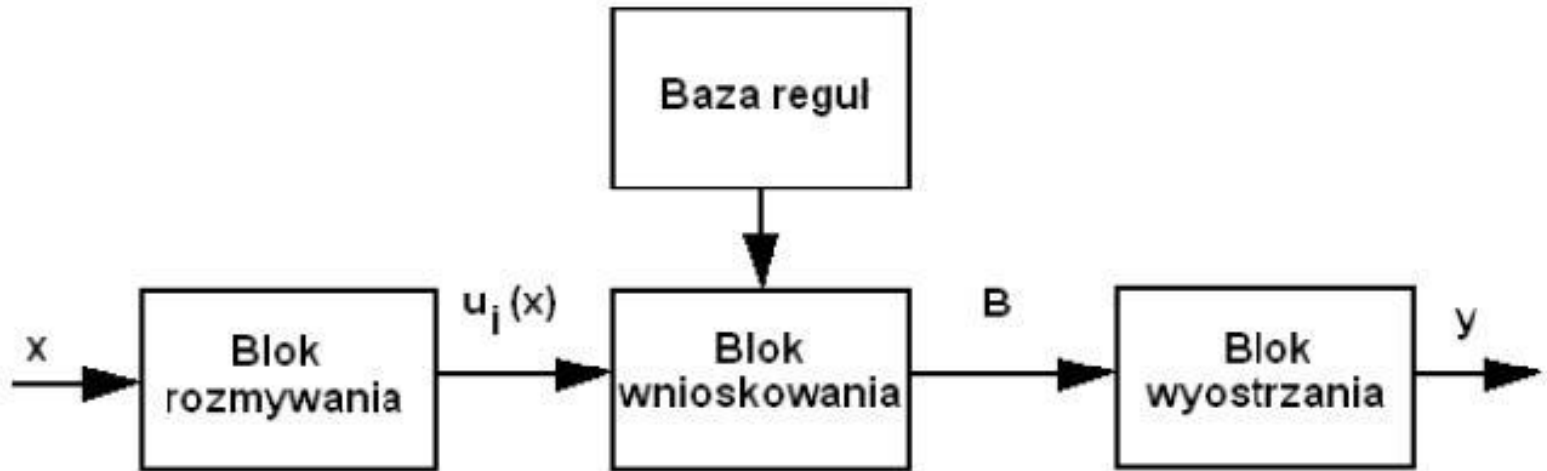
Wnioskowanie w logice rozmytej

Intuicyjne relacje między przesłankami i wnioskami
rozmytej reguły modus tollens

Relacja	Przesłanka y jest B'	Wniosek a jest A'
1	y jest „nie B”	x jest „nie A”
2	y jest „nie bardzo B”	x jest „nie bardzo A”
3	y jest „mniej więcej B”	x jest „mniej więcej A”
4a	y jest B	x jest nieokreślone
4b	y jest B	x jest A

Rozmyte systemy wnioskujące

Schemat rozmytego systemu wnioskującego



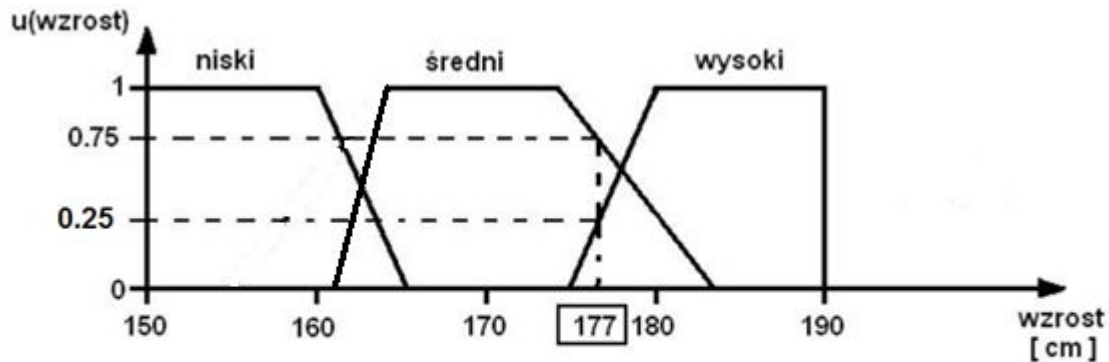
Gdzie: x – dane wejściowe (nierozmyte), $\mu_i(x)$ – wartości funkcji przynależności do termów wejściowych odpowiadające danym wejściowym, B – zbiór rozmyty będący efektem wnioskowania, y – dane wyjściowe (nierozmyte).

Rozmyte systemy wnioskujące

Blok rozmywania

Konkretna wartość podana na wejście systemu rozmytego podlega operacji rozmywania. Po rozmyciu wartość wejściowa zostaje odwzorowana w zbiór rozmyty.

Przykład operacji rozmywania.



Wartość wejściowa nierozmyta "wzrost = 177"

Rozmyte wartości wyjściowe: $u_{\text{niski}}(\text{wzrost}) = 0$
 $u_{\text{średni}}(\text{wzrost}) = 0.75$
 $u_{\text{wysoki}}(\text{wzrost}) = 0.25$

Rozmyte systemy wnioskujące

Baza reguł

W bazie reguł przechowywana jest wiedza dotycząca rozważanego problemu. Reguły zapisywane są w formie wyrażen JEŻELI... TO...

Przy projektowaniu systemów rozmytych należy rozstrzygnąć czy:

1. liczba reguł jest wystarczająca
2. reguły nie są sprzeczne
3. zachodzą interakcje pomiędzy poszczególnymi regułami

Prosta baza reguł może wyglądać następująco:

R1: Jeżeli temperatura = niska To ogrzewanie = duże

R2: Jeżeli temperatura = średnia To ogrzewanie = średnie

R3: Jeżeli temperatura = wysoka To ogrzewanie = niskie

Rozmyte systemy wnioskujące

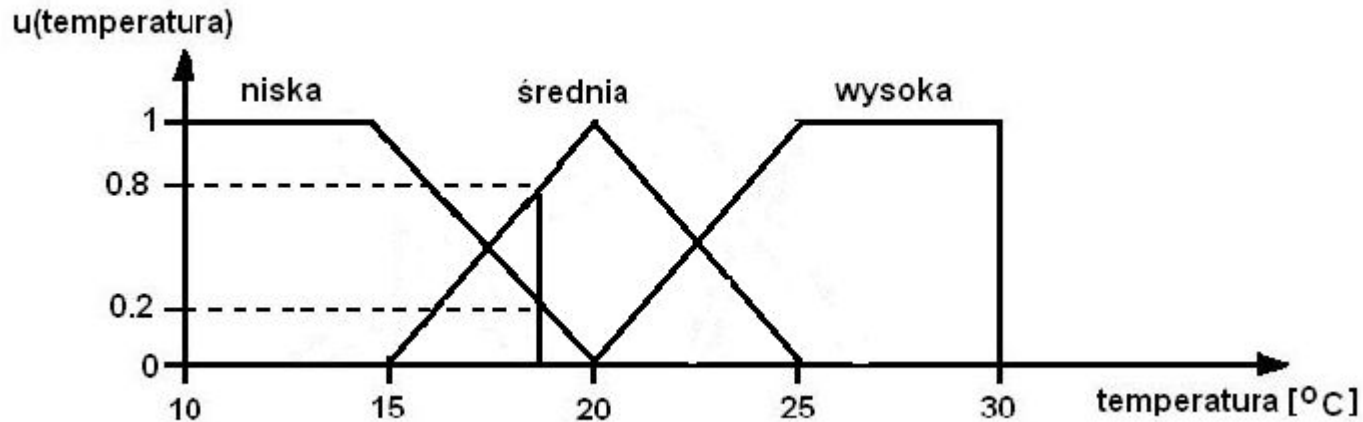
Blok wnioskowania

Na wejściu bloku wnioskowania pojawia się rozmyta wartość wejściowa. Na wyjściu tego bloku pojawia się zbiór rozmyty powstały w wyniku wnioskowania. Wnioskowanie przeprowadza się na podstawie reguł zawartych w bazie reguł.

Rozmyte systemy wnioskujące

Blok wnioskowania - przykład

Rozmyto wartość wejściową „temperatura = 19°”



Wartości funkcji przynależności do kolejnych termów zmiennej lingwistycznej temperatura wynoszą:

$$\mu_{\text{niska}}(\text{temperatura})=0,8$$

$$\mu_{\text{średnia}}(\text{temperatura})=0,2$$

$$\mu_{\text{wysoka}}(\text{temperatura})=0$$

Rozmyte systemy wnioskujące

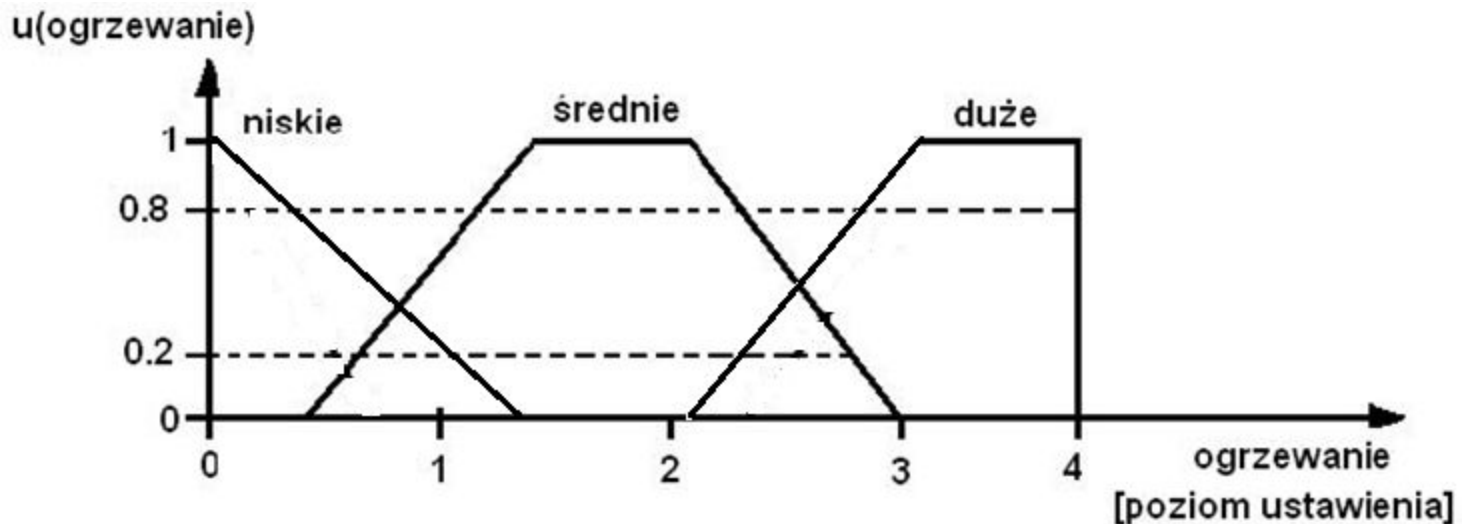
Blok wnioskowania - przykład

W bazie reguł znajdują się następujące reguły, które mogą być wykorzystane do wnioskowania:

R1: Jeżeli temperatura = niska To ogrzewanie = duże

R2: Jeżeli temperatura = średnia To ogrzewanie = średnie

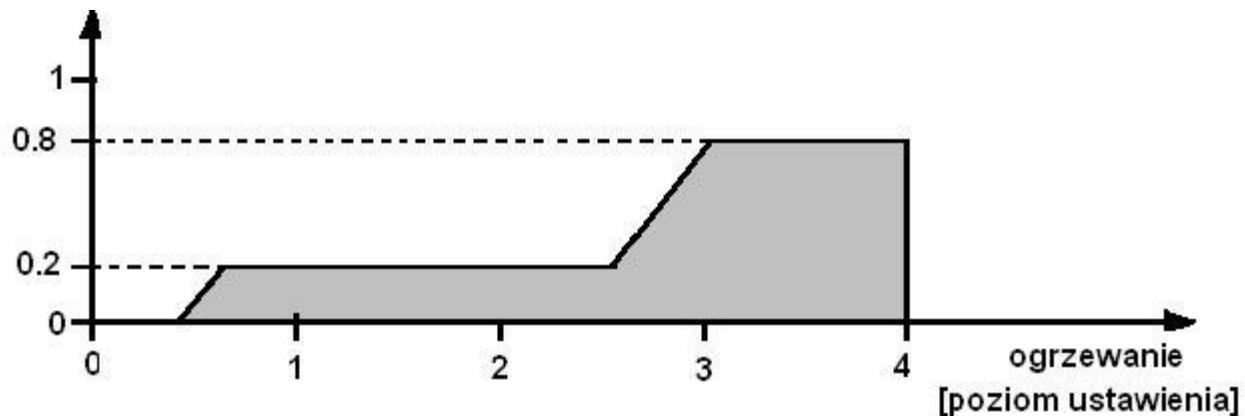
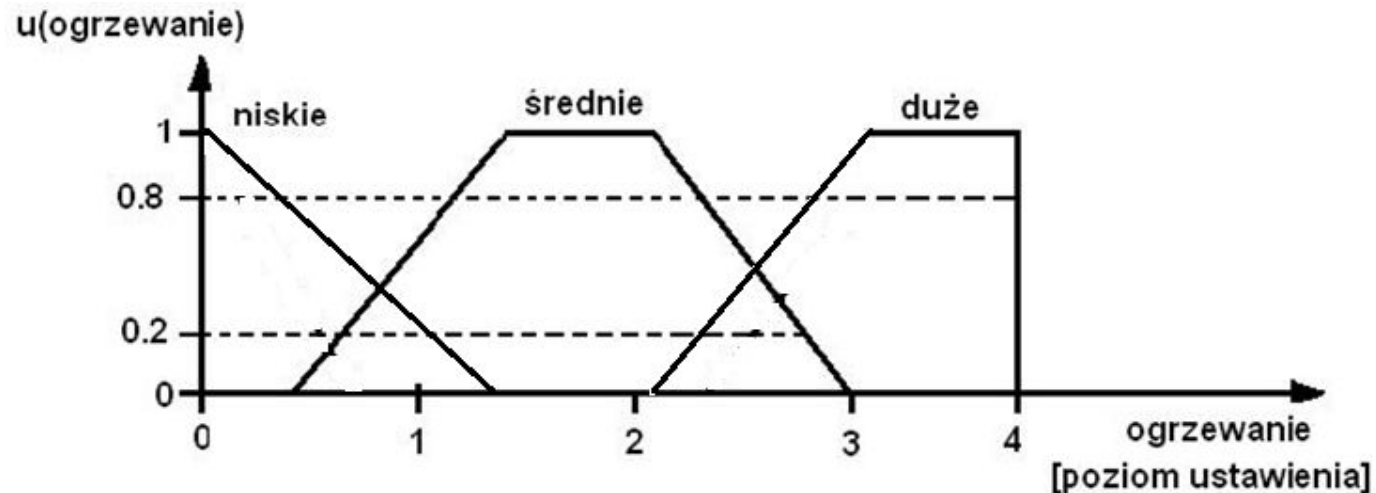
Proces uruchomienia reguł R1 i R2



Rozmyte systemy wnioskujące

Blok wnioskowania - przykład

W wyniku wnioskowania otrzymano zbiór rozmyty będący sumą zbiorów po procesie wnioskowania.



Rozmyte systemy wnioskujące

Blok wyostrzania

Wielkością wyjściową bloku wnioskowania jest N zbiorów rozmytych B_i z funkcjami przynależności $\mu_{B_i}(y)$, $i=1,2,\dots,N$ lub jeden zbiór rozmyty B' z funkcją przynależności $\mu_{B'}(y)$.

Należy odwzorować zbiory rozmyte B_i w jedną wartość $y \in Y$.

Wartość y jest odpowiedzią systemu rozmytego na podaną na jego wejście wartość $x \in X$.

Odwzorowanie to nazywa się wyostrzaniem.

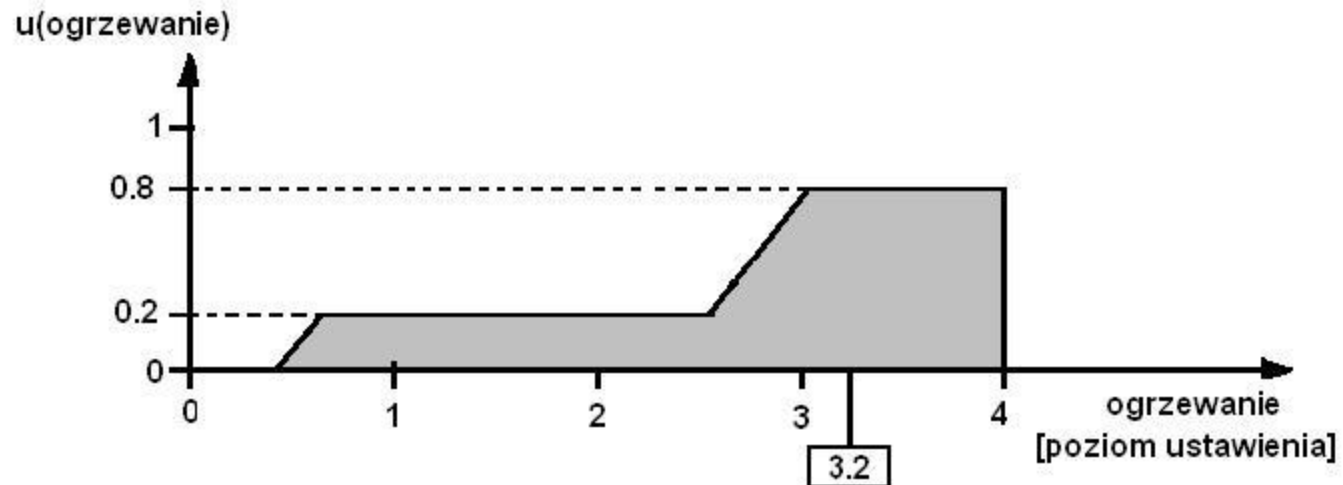
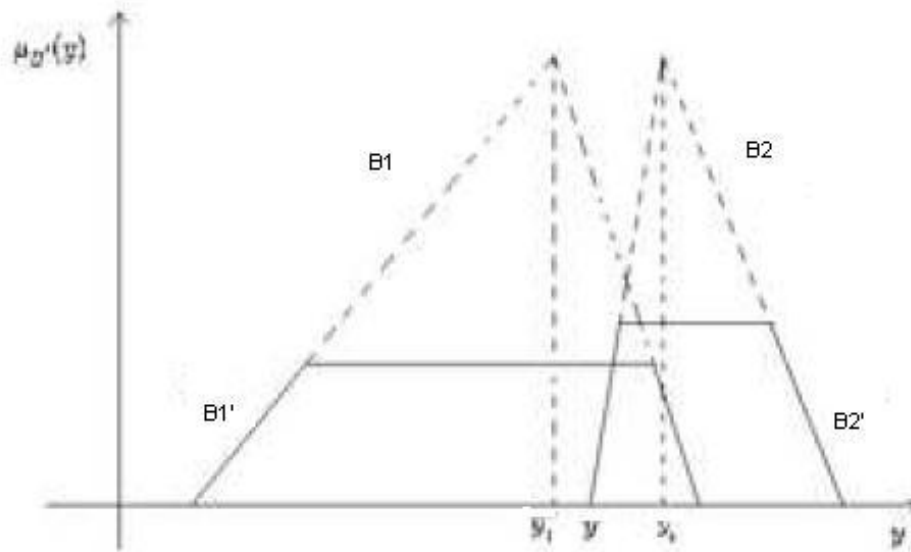
Najbardziej popularna metoda wyostrzania to metoda środka ciężkości. y wyznacza się z zależności:

$$y = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_{B'}(y_k) \cdot y_k}{\sum_{k=1}^N \mu_{B'}(y_k)}$$

gdzie y_k jest punktem, w którym funkcja $\mu_{B'}(y)$ osiąga maksimum.

Rozmyte systemy wnioskujące

Blok wyostrzania



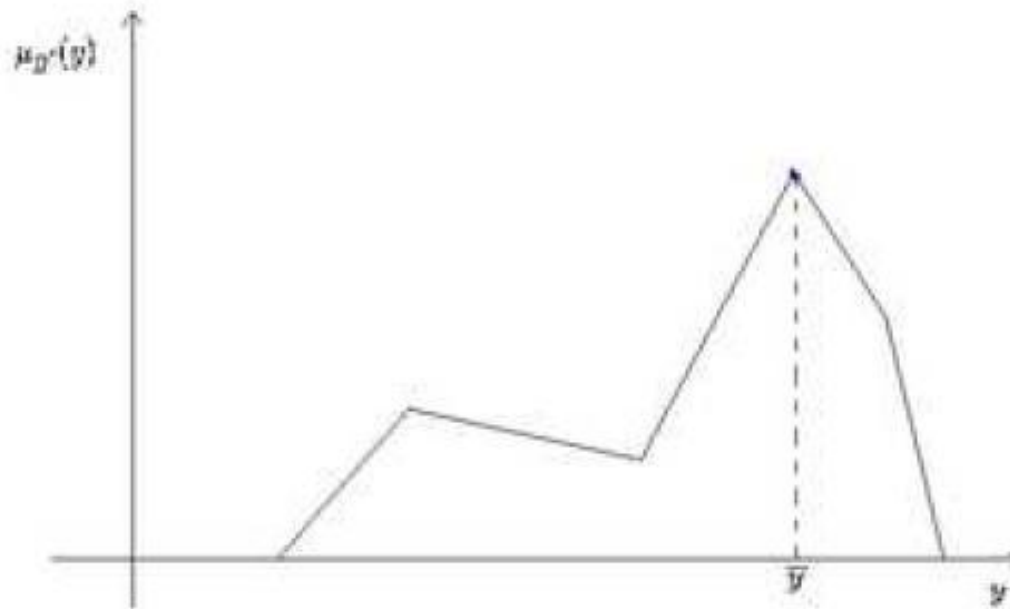
Rozmyte systemy wnioskujące

Blok wyostrzania

Inne metody wyostrzania:

Metoda maksimum

$$\bar{y} = \sup_{y \in Y} \mu_{B'}(y)$$



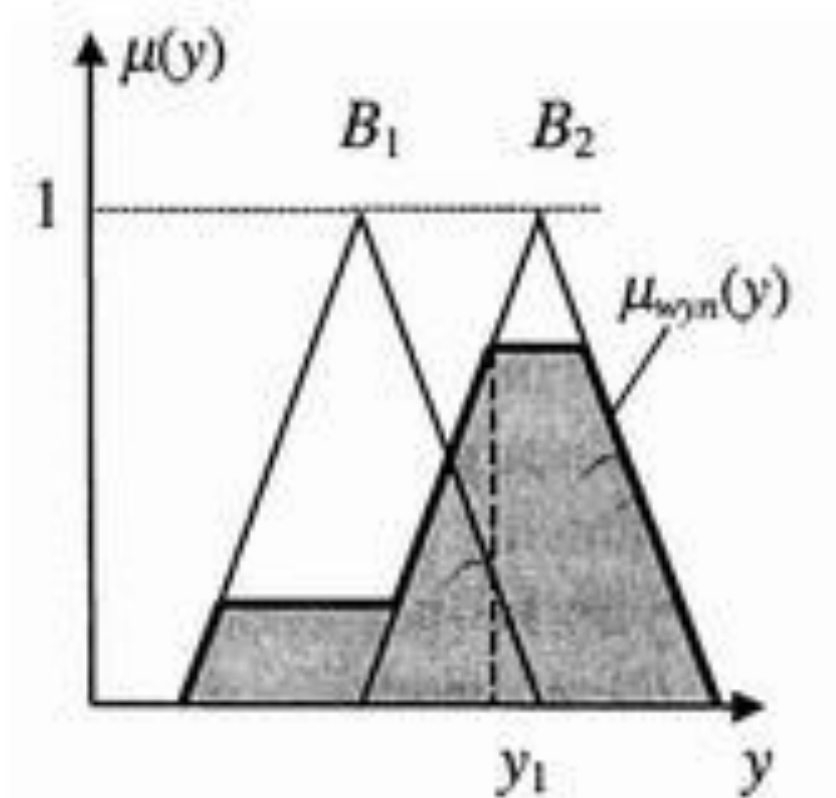
Metoda ta nie bierze pod uwagę kształtu funkcji przynależności wniosku

Rozmyte systemy wnioskujące

Blok wyostrzania

Inne metody wyostrzania:

Metoda pierwszego maksimum



Rozmyte systemy wnioskujące

Blok wyostrzania

Inne metody wyostrzania:

Metoda ostatniego maksimum

