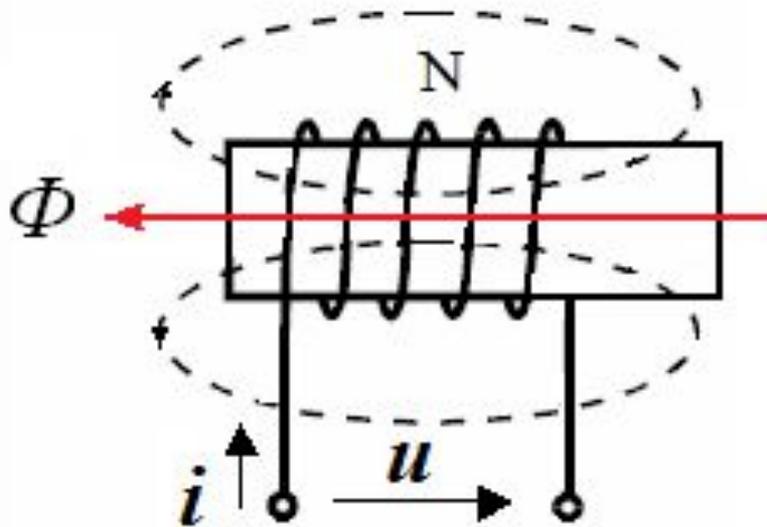


# **Теоретические основы электротехники**

---

## **Индуктивно связанные электрические цепи**

# Индуктивно связанные цепи



# Индуктивно связанные цепи

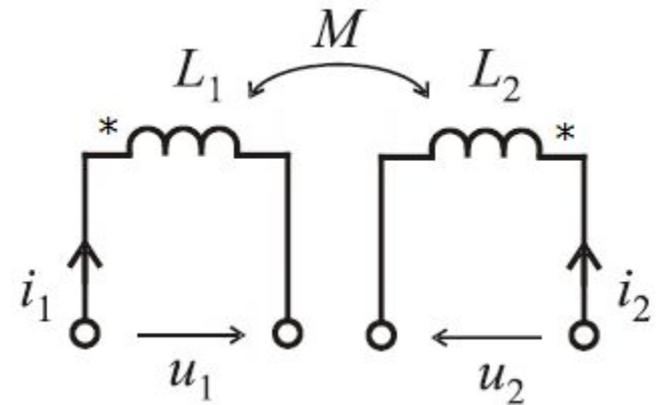
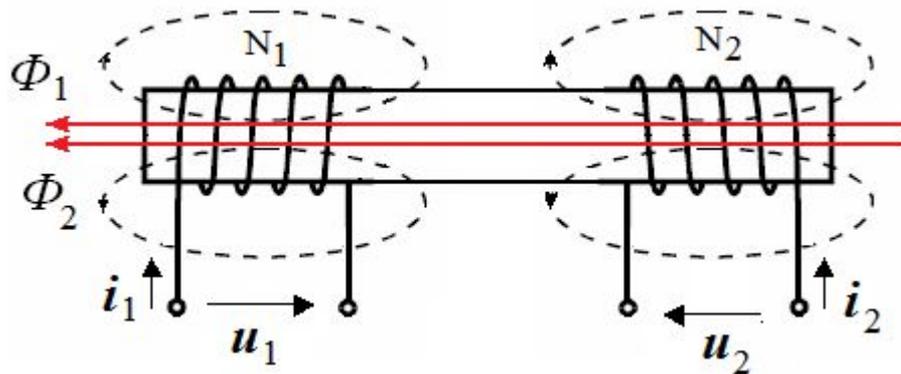
В том случае, когда изменение тока в одном из элементов цепи приводит к появлению ЭДС в другом элементе цепи, говорят, что эти два элемента индуктивно связаны, а возникающую ЭДС называют ЭДС взаимной индукции.

$$e_{M1} = - d\Psi_{12} / dt = - N_1 d\Phi_{12} / dt = - d[M_{12} i_2] / dt = - M_{12} d i_2 / dt, \quad [B].$$

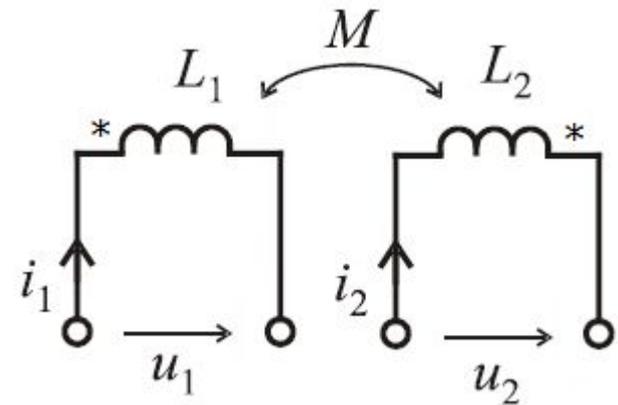
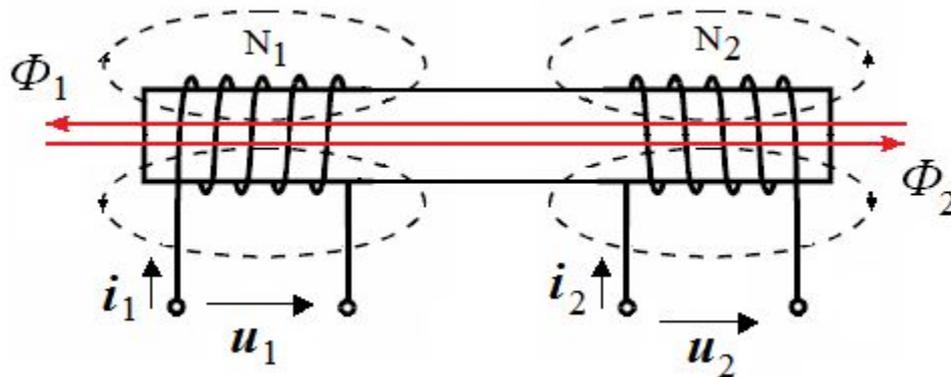
**Индуктивно связанные цепи - электрические цепи, в которых возбуждаются ЭДС взаимной индукции.**

# Индуктивно связанные цепи

## Согласное включение



## Встречное включение



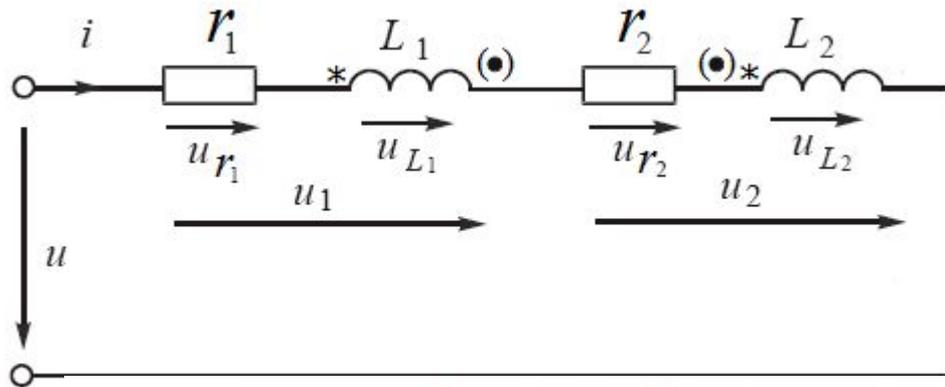
# Индуктивно связанные цепи

При согласном включении индуктивно связанных катушек условно-положительные токи катушек одинаково ориентированы относительно одноименных зажимов (\*). В противном случае, катушки включены встречно.

$$e_{1\text{согл}} = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M_{12} \frac{di_2}{dt}, \quad [\text{В}].$$

$$e_{1\text{встр}} = -L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt}, \quad [\text{В}].$$

# Последовательное соединение индуктивно связанных катушек



$$i = I_m \sin \omega t,$$

$$u = u_1 + u_2,$$

$$u = r_1 i + L_1 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt} + r_2 i + L_2 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt}.$$

В комплексной форме:  $\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2,$

$$\underline{U} = r_1 \underline{I} + j\omega L_1 \underline{I} \pm j\omega M \underline{I} + r_2 \underline{I} + j\omega L_2 \underline{I} \pm j\omega M \underline{I},$$

$$\underline{U} = [r_1 + r_2 + (j\omega L_1 + j\omega L_2 \pm j2\omega M)] \underline{I},$$

$j\omega M = \underline{Z}_M$  - комплексное сопротивление взаимной индукции.

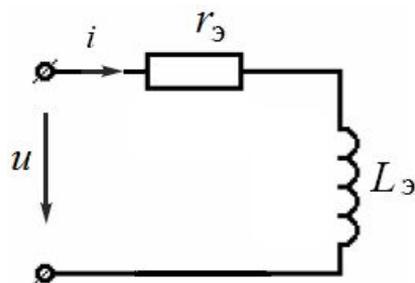
# Последовательное соединение индуктивно связанных катушек

Взаимосвязь между током в цепи и напряжением на её входе можно представить в виде:

$$\underline{U} = (r_{\text{Э}} + jX_{\text{Э}}) \underline{I} = \underline{Z}_{\text{ВХ}} \underline{I},$$

где  $\underline{Z}_{\text{ВХ}} = r_{\text{Э}} + j\omega L_{\text{Э}}$  - комплексное входное сопротивление цепи, содержащей последовательное соединение индуктивно связанных катушек.

**Эквивалентная схема замещения** цепи имеет вид:



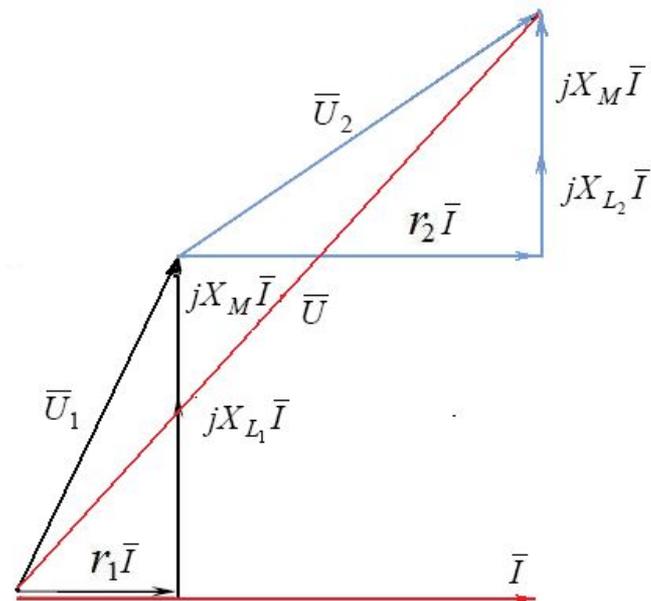
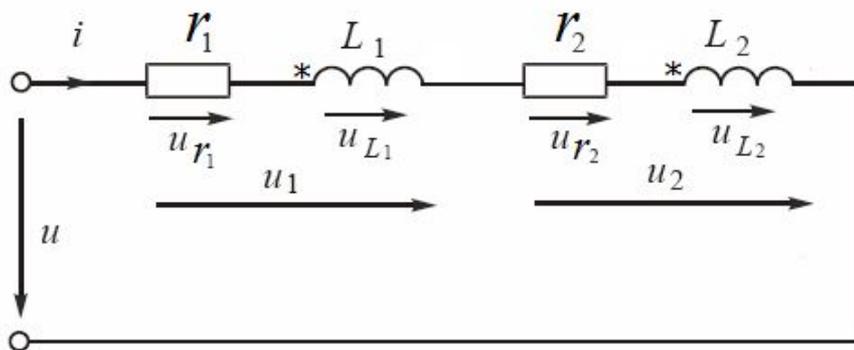
$$r_{\text{Э}} = r_1 + r_2 ;$$
$$L_{\text{Э}} = L_1 + L_2 \pm 2M .$$

# Последовательное соединение индуктивно связанных катушек

Векторные диаграммы.

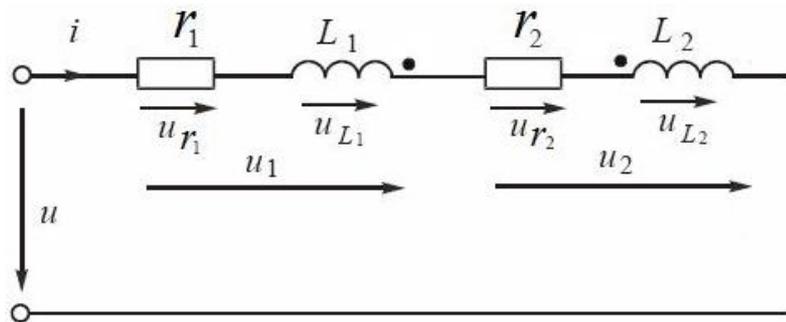
Согласное

соединение



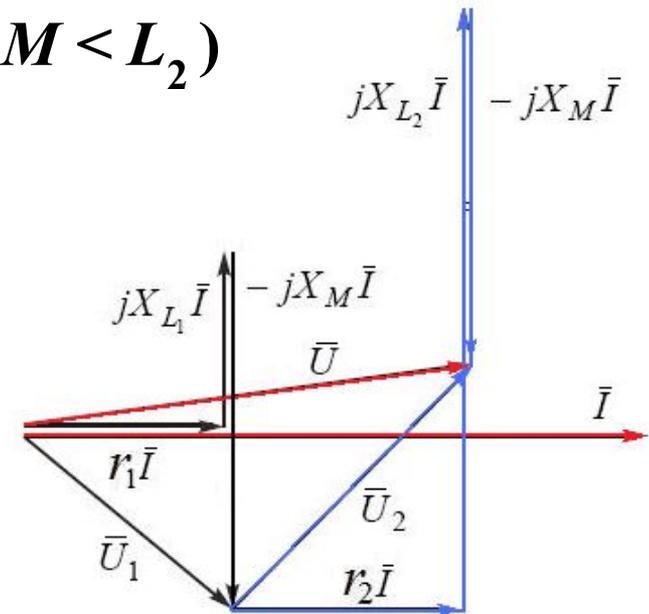
# Последовательное соединение индуктивно связанных катушек

## Встречное включение ( $L_1 < M < L_2$ )

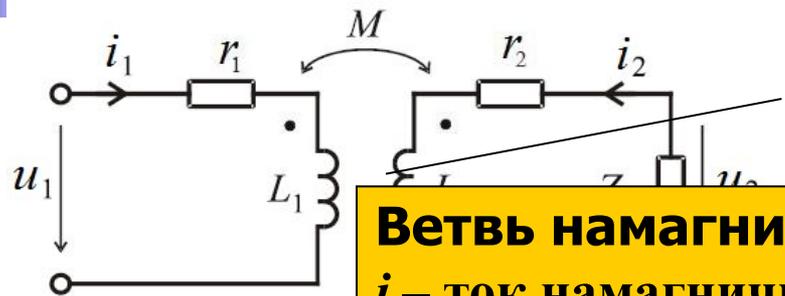


На участке цепи может наблюдаться емкостный эффект, если  $M > L$ .

Реактивное сопротивление всей цепи в целом имеет индуктивный характер, так как  $M$  не может быть одновременно больше  $L_1$  и  $L_2$ ,  $L_1 + L_2 \geq 2M$ .



# Воздушный (линейный) трансформатор



**Ветвь намагнич**  
*i* – ток намагнич

**Трансформатор** – устройство, передачи  
 Степень связи между контурами оценивается коэффициентом связи

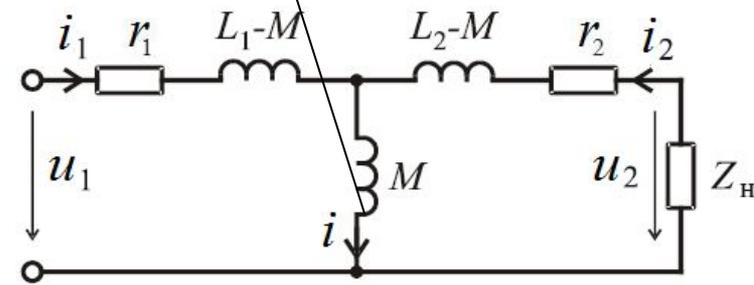
$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

$$\underline{U}_1 = \underline{r}_1 \underline{I}_1 + j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2;$$

$$\underline{U}_2 = \underline{r}_2 \underline{I}_2 + j\omega L_2 \underline{I}_2 + j\omega M \underline{I}_1.$$

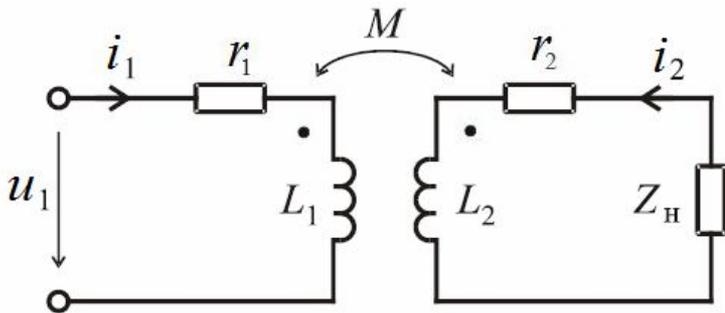
$$\underline{U}_1 = \underline{r}_1 \underline{I}_1 + j\omega(L_1 - M) \underline{I}_1 + j\omega M (\underline{I}_1 + \underline{I}_2);$$

$$\underline{U}_2 = \underline{r}_2 \underline{I}_2 + j\omega(L_2 - M) \underline{I}_2 + j\omega M (\underline{I}_1 + \underline{I}_2).$$



# Воздушный (линейный) трансформатор

Определим входное сопротивление трансформатора, нагруженного на комплексное сопротивление  $\underline{Z}_H$ .



$$\underline{U}_1 = \underline{r}_1 \underline{I}_1 + j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2;$$
$$0 = (\underline{Z}_H + \underline{r}_2 + j\omega L_2) \underline{I}_2 + j\omega M \underline{I}_1.$$

Из последнего уравнения:

$$\underline{I}_2 = - \frac{j\omega M}{\underline{Z}_H + \underline{r}_2 + j\omega L_2} \underline{I}_1.$$

Входное напряжение:

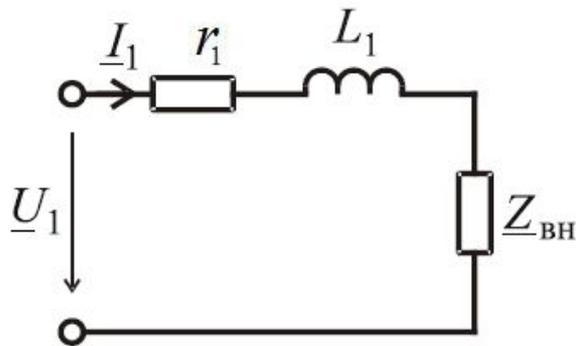
$$\underline{U}_1 = (\underline{r}_1 + j\omega L_1) \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2 = \left( \underline{r}_1 + j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{\underline{Z}_H + \underline{r}_2 + j\omega L_2} \right) \underline{I}_1.$$

# Воздушный (линейный) трансформатор

Входное сопротивление трансформатора

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = r_1 + j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{\underline{Z}_{\text{н}} + r_2 + j\omega L_2}.$$

Величина  $\underline{Z}_{\text{вн}} = \frac{(\omega M)^2}{\underline{Z}_{\text{н}} + R_2 + j\omega L_2}$  - вносимое сопротивление

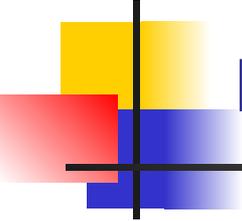


В режиме х.х. вторичная обмотка разомкнута, ток вторичной обмотки равен нулю.

Ток в первичной обмотке:

$$\underline{I}_{1\text{хх}} = \frac{\underline{U}_1}{r_1 + j\omega L_1}.$$

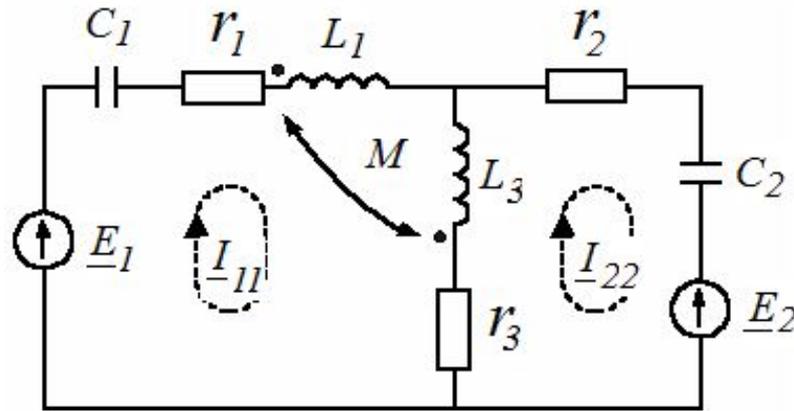
# Расчет электрических цепей при наличии взаимоиндуктивности



---

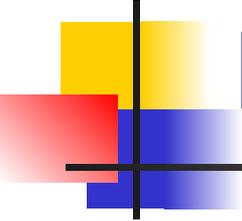
При **наличии взаимной индуктивности** токи в ветвях зависят от токов других ветвей, поэтому для расчета можно использовать только **методы непосредственного использования законов Кирхгофа и контурных токов**, в которых эти зависимости учитываются.

# Расчет электрических цепей при наличии взаимной индуктивности



Составим уравнения по методу контурных токов

$$\underline{I}_{11} \left( \underline{r}_1 - j \frac{1}{\omega C} + j \omega L_1 + j \omega L_3 + \underline{r}_3 - j 2 \omega M \right) - \underline{I}_{22} (j \omega L_3 + \underline{r}_3 - j \omega M) = \underline{E}_1;$$
$$- \underline{I}_{11} (j \omega L_3 + \underline{r}_3 - j \omega M) + \underline{I}_{22} \left( j \omega L_3 + \underline{r}_3 - j \frac{1}{\omega C} + \underline{r}_2 \right) = - \underline{E}_2.$$



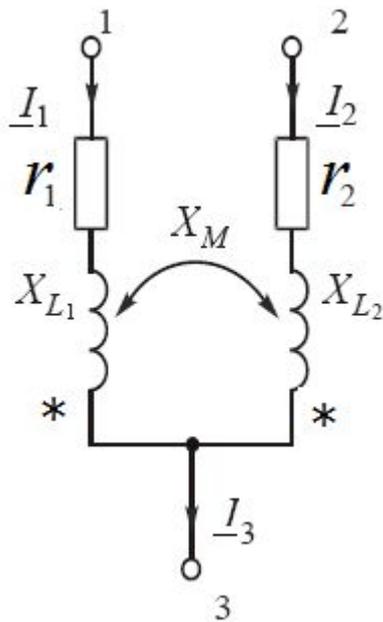
# Развязка магнитных связей

---

Для устранения ограничений, накладываемых на методы расчета, прибегают к развязке магнитных связей, к замене цепи с взаимной индуктивностью ей эквивалентной, но без магнитных связей.

Магнитная развязка применима для узлов, в которых сходятся не более трех ветвей.

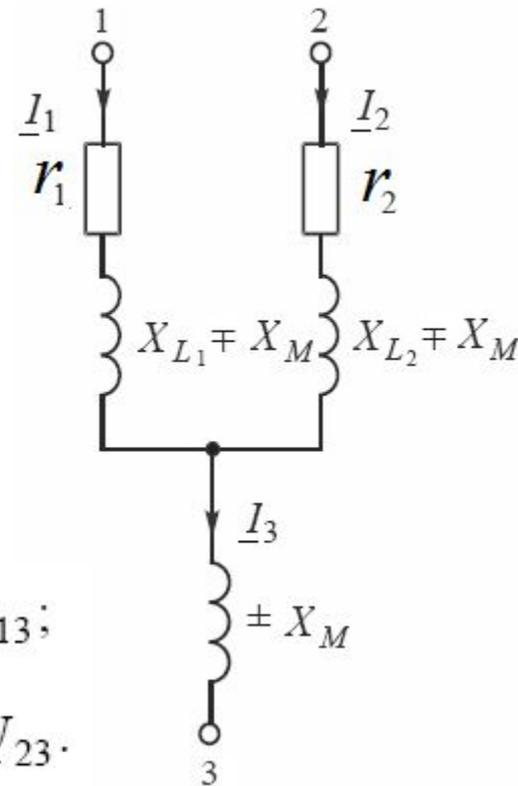
# Развязка магнитных связей

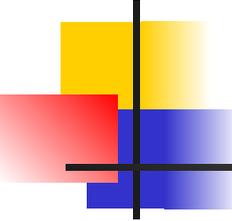


$$\begin{cases} \underline{I}_1 + \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 0; \\ r_1 \underline{I}_1 + jX_{L_1} \underline{I}_1 \pm jX_M \underline{I}_2 = \underline{U}_{13}; \\ r_2 \underline{I}_2 + jX_{L_2} \underline{I}_2 \pm jX_M \underline{I}_1 = \underline{U}_{23}. \end{cases}$$



$$\begin{cases} r_1 \underline{I}_1 + j(X_{L_1} \mp X_M) \underline{I}_1 \pm jX_M \underline{I}_3 = \underline{U}_{13}; \\ r_2 \underline{I}_2 + j(X_{L_2} \mp X_M) \underline{I}_2 \pm jX_M \underline{I}_3 = \underline{U}_{23}. \end{cases}$$





# Развязка магнитных связей

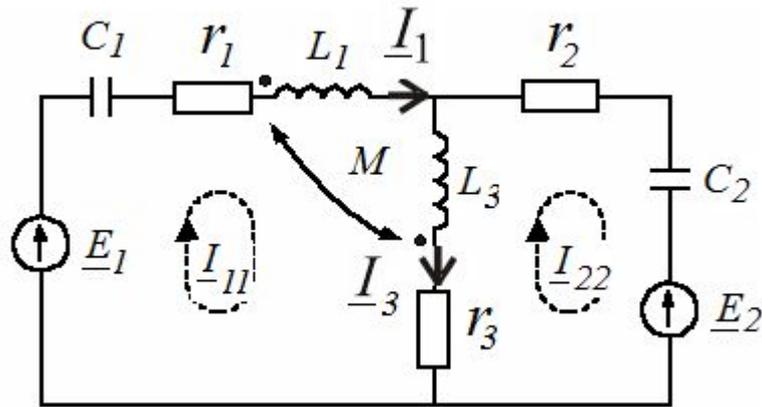
---

## Правило развязки:

если в узле сходятся три ветви и две из них индуктивно связаны, то для развязки в первые две ветви добавляют индуктивный элемент с сопротивлением  $\mp X_M$ , а в третью ветвь – элемент с сопротивлением  $\pm X_M$ .

**Верхние знаки относятся к случаю, когда в узле соединены одноименные зажимы индуктивно связанных элементов.**

# Мощность потребляемая индуктивно связанными элементами



Мощность потребляемая первой катушкой:

$$\check{S}_{K1} = \underline{U}_{K1} \underline{I}_1^* = \left[ (r_1 + jX_L) \underline{I}_1 - jX_M \underline{I}_3 \right] \underline{I}_1^*$$