КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Определение 1: *Квадратным уравнением называют уравнение вида* $ax^2+bx+c=0$*, где коэффициенты* a, b, c *– любые действительные числа, причем* $a\neq 0$.

Многочлен ax^2+bx+c *называют квадратным трехчленом*

a *– первый (старший) коэффициент*

b *– второй коэффициент (коэффициент при x)*

c *– свободный член*

Определение 2: *Квадратное уравнение называют приведенным, если старший коэффициент равен 1; квадратное уравнение называют непривиденным, если старший коэффициент отличен от 1.*

$2x^2 - x + 3 = 0$ - *неприведенное квадратное уравнение.*

$x^2 + 3x - 4 = 0$ - *приведенное квадратное уравнение.*

Определение 3: *Полное квадратное уравнение – это квадратное уравнение, в котором присутствуют все три слагаемых; это уравнение, у которого коэффициенты* b, *c отличны от нуля.*

Неполное квадратное уравнение – это квадратное уравнение, в котором присутствуют не все три слагаемых; это уравнение, у которого хотя бы один из коэффициентов b, *c равен нулю.*

Определение 4: *Корнем квадратного уравнения* $ax^2+bx+c=0$ *называют всякое значение переменной* x, *при котором квадратный трехчлен* ax^2+bx+c *обращается в нуль; такое значение переменной* x *называют корнем квадратного трехчлена*

Корень квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ *- это такое значение переменной* x, *подстановка которого в уравнение обращает уравнение в верное числовое равенство* $0=0$

Решить квадратное уравнение – значит найти все его корни или установить, что корней нет

Пример 1: Решить неполное квадратное уравнение

Если **произведение равно нулю**, то среди **множителей** есть хотя бы одно число, **которое равно нулю**. То есть, вне зависимости от количества **множителей**, если одно из них **равно 0**, **произведение** всегда **равно нулю**. Это главное **свойство** такого **произведения**.

а) $2x^2 - 7x = 0;$

$x(2x - 7) = 0;$

$x = 0; \qquad 2x - 7 = 0;$

$x = 3{,}5.$

$\boxed{x_1 = 0,\ x_2 = 3{,}5.}$

б) $-x^2 + 5x = 0;$

$-x(x - 5) = 0;$

$\boxed{x_1 = 0,\ x_2 = 5.}$

в) $x^2 - 16 = 0;$

$(x - 4)(x + 4) = 0$

$\boxed{x_1 = -4,\ x_2 = 4.}$ $\boxed{x_{1,2} = \pm 4.}$

г) $-2x^2 + 7 = 0;$

$x^2 = 3{,}5;$

$\boxed{x_1 = -\sqrt{3{,}5},\ x_2 = \sqrt{3{,}5}.}$ $\boxed{x_{1,2} = \pm\sqrt{3{,}5}.}$

д) $3x^2 + 10 = 0;$

$3x^2 = -10;$

$\boxed{\textit{нет действительных корней}}$

е) $5x^2 = 0;$

$x^2 = 0;$

$\boxed{x = 0.}$

Определение

Полным квадратным уравнением называется

уравнение вида $ax^2 + вx + c = 0$,

где **а, в** и **с** – произвольные числа, причем $a \neq 0$

Числа **а, в, с** – это

коэффициенты квадратного уравнения

а – первый или старший коэффициент;

в – второй коэффициент;

с – свободный член

Определение коэффициентов

Квадратное уравнение	а	в	с
$x^2 - 3x - 40 = 0$	1	- 3	- 40
$2x^2 + 5x - 3 = 0$	2	5	- 3
$3x^2 - 27 = 0$	3	0	- 27
$-x^2 + 7x + 18 = 0$	- 1	7	18
$0{,}5x^2 - x = 0$	0,5	- 1	0

Решение квадратного уравнения по формуле

Алгоритм решения квадратного уравнения вида

$$ax^2+bx+c=0$$, где $a \neq 0$ по формуле

1.Находят дискриминант $D=b^2-4ac$

2.Если $D>0$, то $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$ (2 корня)

3. Если $D=0$, то $x_1=x_2=\dfrac{-b}{2a}$ (1 корень)

4. Если $D<0$, то (корней нет)

Пример: Решить уравнение $3x^2+8x-11=0$.

Решение:

$$a=3,\ b=8,\ c=-11,$$

$$D=b^2-4ac=8^2-4\cdot 3\cdot(-11)=64+132=196;$$

$$D>0:$$

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-8+\sqrt{196}}{2\cdot 3}=\frac{-8+14}{6}=1;$$

$$x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-8-\sqrt{196}}{2\cdot 3}=\frac{-8-14}{6}=-\frac{11}{3}=-3\frac{2}{3}.$$

$$\boxed{1;\quad -3\frac{2}{3}.}$$

Примеры: Решить уравнение:

$$а)\ x^2+3x-5=0;$$

$$б)\ -9x^2+6x-1=0;$$

$$в)\ 2x^2-x+3,5=0;$$

Решение:

$$а)\ x^2+3x-5=0;$$

$$a=1,\ b=3,\ c=-5,$$

$$D=b^2-4ac=3^2-4\cdot 1\cdot(-5)=9+20=29;$$

$$D>0:$$

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-3+\sqrt{29}}{2};\quad x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-3-\sqrt{29}}{2}.$$

$$б)\ -9x^2+6x-1=0;$$

$$9x^2-6x+1=0;$$

$$a=9,\ b=-6,\ c=1,$$

$$D=b^2-4ac=36-36=0;$$

$$x=\frac{-b}{2a}=\frac{6}{2\cdot 9}=\frac{1}{3}.$$

$$9x^2-6x+1=(3x-1)^2;$$

$$(3x-1)^2=0;$$

$$3x-1=0;$$

$$x=\frac{1}{3}.$$

Пример: Решить уравнение:

$$в)\ \ 2x^2 - x + 3,5 = 0;$$

$$a = 2,\ \ b = -1,\ \ c = 3,5,$$

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3,5 = 1 - 28 = -27;$$

$$D < 0:$$

Уравнение корней не имеет

$$\boxed{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

$D = b^2 - 4ac < 0$ - КОРНЕЙ НЕТ

$D = b^2 - 4ac = 0$ $\quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = -\frac{b}{2a}$ - ОДИН КОРЕНЬ

$D = b^2 - 4ac > 0$ - ДВА КОРНЯ

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Решение квадратного уравнения по свойству **коэффициентов:**

Если в квадратном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$

$a + b + c = 0$, *то* $x_1 = 1,\quad x_2 = \dfrac{c}{a}$

уравнение вида $ax^2 + вx + c = 0,$

$1 \qquad -2013 : 3 = -671$

где а, в и с – произвольные числа, причем а ≠ 0

уравнение вида $ax^2 + вx + c = 0,$
где а, в и с – произвольные числа, причем а ≠ 0

Решение:

уравнение вида $ax^2 + вx + c = 0$,
где **а, в и с** – произвольные числа, причем $а \neq 0$

а = *3*, в = 2010, с = - 2013

$$D = b^2 - 4ac$$

уравнение вида $ax^2 + вx + c = 0$,
где **а, в и с** – произвольные числа, причем $а \neq 0$

уравнение вида $ax^2 + вx + c = 0$,
где **а, в и с** – произвольные числа, причем $а \neq 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

уравнение вида $ax^2 + вx + c = 0$,
где **а, в и с** – произвольные числа, причем $а \neq 0$

уравнение вида $ax^2 + вx + c = 0$,
где **а, в и с** – произвольные числа, причем $а \neq 0$

уравнение вида $ax^2 + вx + c = 0$,
где **а, в и с** – произвольные числа, причем **а**

уравнение вида $ax^2 + вx + c = 0$,
где **а, в и с** – произвольные числа, причем $а \neq 0$

уравнение вида $ax^2 + вx + c = 0$,
где **а, в и с** – произвольные числа, причем $а \neq 0$

уравнение вида $ax^2 + вx + c = 0$,
где **а, в и с** – произвольные числа, причем **а ≠ (**

Ответ:

уравнение вида $ax^2 + вx + c = 0$,
где **а, в и с** – произвольные числа, причем $а \neq 0$

Решение квадратного уравнения по свойству **коэффициентов:**

$$\textit{Если в квадратном уравнении } \; ax^2+bx+c=0$$

$$a+b+c=0\,, \quad \textit{то} \quad x_1=1, \quad x_2=\frac{c}{a}$$

Решите устно квадратные уравнения, используя свойство коэффициентов:

уравнение вида **а**x^2 **+ в**x **+с = 0,**
где **а, в и с** – произвольные числа, причем **а** $\neq$ **0**

уравнение вида **а**x^2 **+ в**x **+с = 0,**
где **а, в и с** – произвольные числа, причем **а** $\neq$ **0**

уравнение вида **а**x^2 **+ в**x **+с = 0,**
где **а, в и с** – произвольные числа, причем **а** $\neq$ **0**