

КВАДРАТНЫЕ
УРАВНЕНИЯ.
ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Определение 1: Квадратным уравнением называют уравнение вида $ax^2+bx+c=0$, где коэффициенты a, b, c – любые действительные числа, причем $a \neq 0$.

Многочлен ax^2+bx+c называют **квадратным трехчленом**

a – первый (старший) коэффициент

b – второй коэффициент (коэффициент при x)

c – свободный член

Определение 2: Квадратное уравнение называют **приведенным**, если старший коэффициент равен 1; квадратное уравнение называют **неприведенным**, если старший коэффициент отличен от 1.

$2x^2 - x + 3 = 0$ - неприведенное квадратное уравнение.

$x^2 + 3x - 4 = 0$ - приведенное квадратное уравнение.

Определение 3: Полное квадратное уравнение – это квадратное уравнение, в котором присутствуют все три слагаемых; это уравнение, у которого коэффициенты b , c отличны от нуля.

Неполное квадратное уравнение – это квадратное уравнение, в котором присутствуют не все три слагаемых; это уравнение, у которого хотя бы один из коэффициентов b , c равен нулю.

Определение 4: Корнем квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ называют всякое значение переменной x , при котором квадратный трехчлен ax^2+bx+c обращается в нуль; такое значение переменной x называют **корнем квадратного трехчлена**

Корень квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ - это такое значение переменной x , подстановка которого в уравнение обращает уравнение в верное числовое равенство $0=0$

Решить квадратное уравнение – значит найти все его корни или установить, что корней нет

Пример 1: Решить неполное квадратное уравнение

Если произведение равно нулю, то среди множителей есть хотя бы одно число, которое равно нулю. То есть, вне зависимости от количества множителей, если одно из них равно 0, произведение всегда равно нулю. Это главное свойство такого произведения.

$$a) 2x^2 - 7x = 0;$$

$$x(2x - 7) = 0;$$

$$x = 0; \quad 2x - 7 = 0;$$
$$x = 3,5.$$

$$x_1 = 0, x_2 = 3,5.$$

$$б) -x^2 + 5x = 0;$$

$$-x(x - 5) = 0;$$

$$x_1 = 0, x_2 = 5.$$

$$в) x^2 - 16 = 0;$$

$$(x - 4)(x + 4) = 0$$

$$x_1 = -4, x_2 = 4.$$

$$x_{1,2} = \pm 4.$$

$$г) -2x^2 + 7 = 0;$$

$$x^2 = 3,5;$$

$$x_1 = -\sqrt{3,5}, x_2 = \sqrt{3,5}.$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{3,5}.$$

$$д) 3x^2 + 10 = 0;$$

$$3x^2 = -10;$$

нет действительных корней

$$е) 5x^2 = 0;$$

$$x^2 = 0;$$

$$x = 0.$$

Полным квадратным уравнением называется

уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,

где a , b и c – произвольные числа, причем $a \neq 0$

Числа a , b , c – это

коэффициенты квадратного уравнения

a – первый или **старший** коэффициент;

b – второй коэффициент;

c – свободный член

Определение коэффициентов

Квадратное уравнение	a	b	c
$x^2 - 3x - 40 = 0$	1	- 3	- 40
$2x^2 + 5x - 3 = 0$	2	5	- 3
$3x^2 - 27 = 0$	3	0	- 27
$-x^2 + 7x + 18 = 0$	- 1	7	18
$0,5x^2 - x = 0$	0,5	- 1	0

Решение квадратного уравнения по формуле

Алгоритм решения квадратного уравнения вида

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ где } a \neq 0 \text{ по формуле}$$

1. Находят дискриминант $D = b^2 - 4ac$

2. Если $D > 0$, то $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ (2 корня)

3. Если $D = 0$, то $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$ (1 корень)

4. Если $D < 0$, то (корней нет)

Пример: Решить уравнение $3x^2+8x-11=0$.

Решение:

$$a = 3, \quad b = 8, \quad c = -11,$$

$$D = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-11) = 64 + 132 = 196;$$

$$D > 0:$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-8 + \sqrt{196}}{2 \cdot 3} = \frac{-8 + 14}{6} = 1;$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-8 - \sqrt{196}}{2 \cdot 3} = \frac{-8 - 14}{6} = -\frac{11}{3} = -3\frac{2}{3}.$$

$$1; \quad -3\frac{2}{3}.$$

Примеры: Решить уравнение: а) $x^2 + 3x - 5 = 0$;

Решение:

а) $x^2 + 3x - 5 = 0$;

$$a = 1, b = 3, c = -5,$$

$$D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 9 + 20 = 29;$$

$$D > 0:$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3 + \sqrt{29}}{2}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3 - \sqrt{29}}{2}.$$

б) $-9x^2 + 6x - 1 = 0$;

$$9x^2 - 6x + 1 = 0;$$

$$a = 9, b = -6, c = 1,$$

$$D = b^2 - 4ac = 36 - 36 = 0;$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2 \cdot 9} = \frac{1}{3}.$$

б) $-9x^2 + 6x - 1 = 0$;

в) $2x^2 - x + 3,5 = 0$;

$$9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2;$$

$$(3x - 1)^2 = 0;$$

$$3x - 1 = 0;$$

$$x = \frac{1}{3}.$$

Пример: Решить уравнение:

$$в) 2x^2 - x + 3,5 = 0;$$

$$a = 2, b = -1, c = 3,5,$$

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3,5 = 1 - 28 = -27;$$

$$D < 0:$$

Уравнение корней не имеет

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$D = b^2 - 4ac < 0$ - *КОРНЕЙ НЕТ*

$D = b^2 - 4ac = 0$ $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = -\frac{b}{2a}$ - *ОДИН КОРЕНЬ*

$D = b^2 - 4ac > 0$ - *ДВА КОРНЯ*

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Если в квадратном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$

$$a + b + c = 0, \text{ то } x_1 = 1, \quad x_2 = \frac{c}{a}$$

уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,
-2013 : 3 = -671

где **a, b и c** – произвольные числа, причем **a ≠ 0**

уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,
где **a, b и c** – произвольные числа, причем **a ≠ 0**

Решение по формуле

Решение:

уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,
где a, b и c – произвольные числа, причем $a \neq 0$

$$a = 3, b = 2010, c = -2013$$

$$D = b^2 - 4ac$$

уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,
где a, b и c – произвольные числа, причем $a \neq 0$

уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,
где a, b и c – произвольные числа, причем $a \neq 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,
где a, b и c – произвольные числа, причем $a \neq 0$

уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,
где a, b и c – произвольные числа, причем $a \neq 0$

уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,
где a, b и c – произвольные числа, причем $a \neq 0$

уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,
где a, b и c – произвольные числа, причем $a \neq 0$

уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,
где a, b и c – произвольные числа, причем $a \neq 0$

уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,
где a, b и c – произвольные числа, причем $a \neq 0$

Ответ:

уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,
где a, b и c – произвольные числа, причем $a \neq 0$

Решение квадратного уравнения по свойству

коэффициентов:

Если в квадратном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$

$$a + b + c = 0, \text{ то } x_1 = 1, \quad x_2 = \frac{c}{a}$$

Решите устно квадратные уравнения, используя свойство коэффициентов:

уравнение вида $ax^2 + vx + c = 0$,

где a, v и c – произвольные числа, причем $a \neq 0$

уравнение вида $ax^2 + vx + c = 0$,
где a, v и c – произвольные числа, причем $a \neq 0$

уравнение вида $ax^2 + vx + c = 0$,
где a, v и c – произвольные числа, причем $a \neq 0$

