

# **Тема 6. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧАХ КОНТРОЛЯ И ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ОБЪЕКТОВ АВИАЦИОННОГО ОБОРУДОВАНИЯ**

## **6.1 Распознавание технических состояний объектов АО по критерию Неймана-Пирсона**

Методы теории решений основаны на проверке статистических гипотез о техническом состоянии объекта контроля (ОК). Правила принятия решений должны учитывать:

- результаты наблюдений за состоянием ОК;
- априорные вероятности различных гипотез о состоянии ОК;
- условные вероятности, характеризующие процесс перехода из одного состояния в другое.

Рассмотрим вероятностные процедуры принятия решений о состоянии ОК по наблюдениям диагностических параметров. Пусть  $z$  – наблюдение диагностического параметра ОК. По данному наблюдению необходимо выбрать одну из следующих гипотез:

$\vartheta_0$  – ОК исправен;

$\vartheta_1$  – ОК неисправен.

Для выбора гипотезы необходимо знать пороговое значение наблюдения  $Z_{\Pi}$ , которое давало бы следующее решение:

$Z \leq Z_{\Pi}$  наиболее вероятна гипотеза ;

$Z > Z_{\Pi}$  наиболее вероятна гипотеза .

При этом значение  $Z_{\Pi}$  необходимо выбрать таким образом, чтобы минимизировать ошибочные решения.

К ошибочным решениям относятся:

— ложная тревога (принята гипотеза  $\vartheta_1$ , хотя на самом деле верна гипотеза  $\vartheta_0$ ). Вероятность принятия такого ошибочного решения обозначим  $P_{\Pi}$ . С ложной тревогой связана ошибка контроля первого рода;

— пропуск отказа (принята гипотеза  $\vartheta_0$ , хотя на самом деле верна гипотеза  $\vartheta_1$ ). Вероятность принятия такого ошибочного решения обозначим  $P_{\text{II}}$ . С пропуском отказа связана ошибка контроля второго рода.

Будем считать, что для гипотезы  $\vartheta_0$  в пространстве наблюдений задано распределение с условной плотностью вероятности  $f(z/\vartheta_0)$ , а для гипотезы  $\vartheta_1$  – распределение с условной плотностью вероятности  $f(z/\vartheta_1)$ .

Цель принятия решения теперь состоит в том, чтобы полученному наблюдению  $z$  поставить в соответствие одну из двух указанных плотностей  $f(z/\vartheta_0)$  или  $f(z/\vartheta_1)$ , как наиболее правильно характеризующую вероятностное распределение в пространстве наблюдений. Если наблюдение  $z$  является скалярной величиной, то рассматриваемые плотности можно представить так, как показано на рисунке, где  $f(z/\vartheta)$  – условная плотность вероятности появления наблюдения  $z$ .

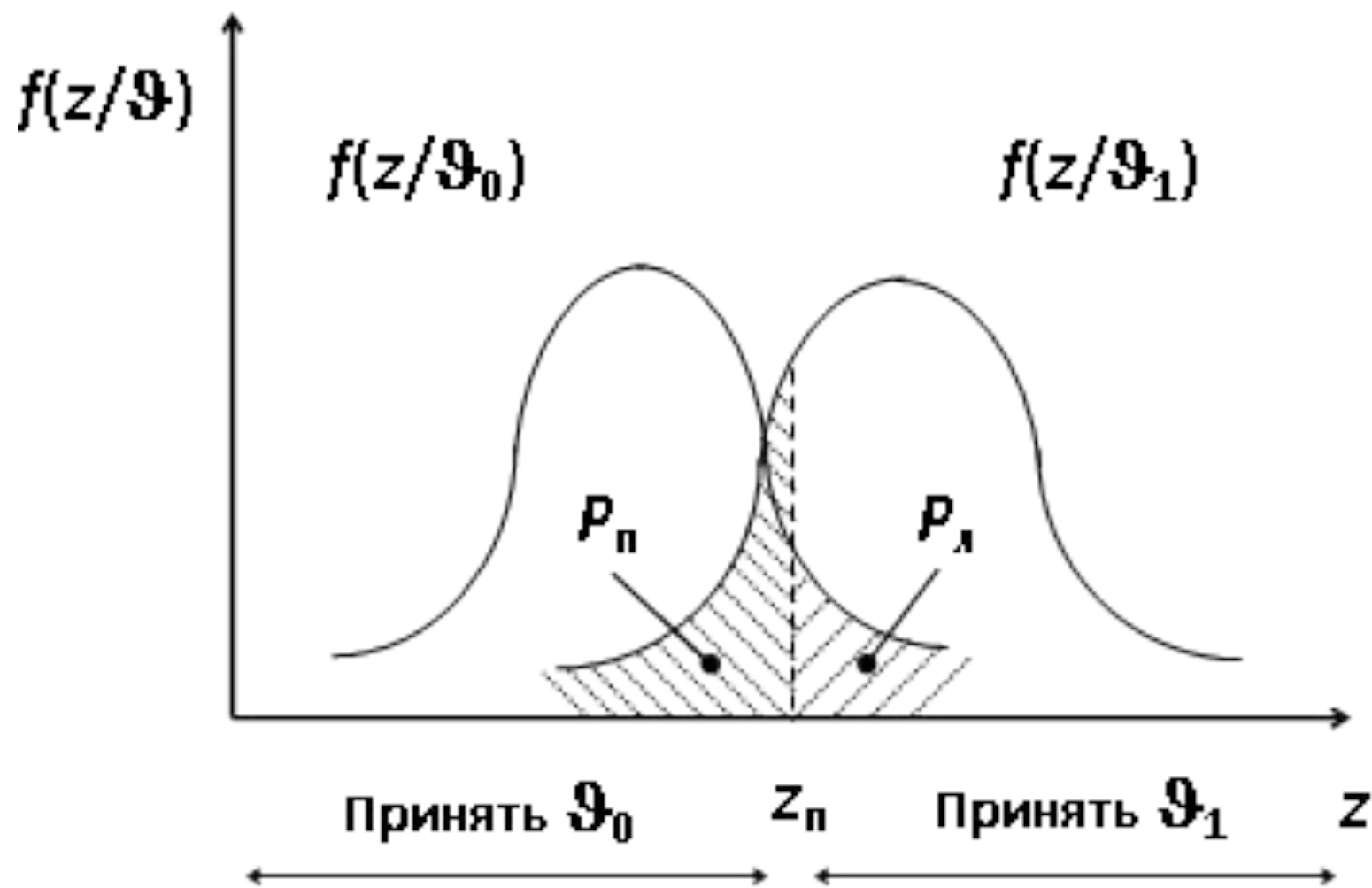


Рис.6.1

Процедура принятия решения состоит в сравнении наблюдения  $z$  с некоторым пороговым значением  $z_{\Pi}$ . Причем, если  $z \leq z_{\Pi}$ , то принимается гипотеза  $\vartheta_0$ , если  $z > z_{\Pi}$ , то принимается гипотеза  $\vartheta_1$ . Величина  $z$  обычно формируется по нескольким наблюдениям. Однако здесь для удобства предположим, что  $z$  – скалярная величина.

Тогда, с учетом наших предположений, для вероятности пропуска отказа можно записать

$$P_{\Pi} = \int_{-\infty}^{z_{\Pi}} f(z / \vartheta_1) dz \quad (6.1)$$

Аналогично для вероятности ложной тревоги получаем

$$P_{\text{л}} = \int_{z_{\text{п}}}^{\infty} f(z / \vartheta_0) dz = 1 - \int_{-\infty}^{z_{\text{п}}} f(z / \vartheta_0) dz \quad (6.2)$$

Из выражений (6.1) и (6.2) следует, что, например, вероятность пропуска отказов  $P_{\text{п}}$  можно получить сколь угодно малой, если не обращать внимание на вероятность ложной тревоги  $P_{\text{л}}$ . На практике обычно вероятность ложной тревоги выбирают равной некоторой допустимой величине, а правило принятия решения (т.е. порог  $z_{\text{п}}$ ) выбирают так, чтобы обеспечить минимально возможное значение вероятности пропуска отказа  $P_{\text{п}}$ .

Критерий Неймана-Пирсона определяет правило принятия решения из условия минимизации вероятности пропуска отказа (ошибки контроля второго рода) при некотором заданном уровне  $\gamma$  вероятности ложной тревоги (ошибки контроля первого рода). Действительно, для обеспечения заданного значения вероятности ложной тревоги необходимо соответствующим образом выбрать и зафиксировать значение порога, что приведет к вполне определенному значению вероятности пропуска отказа.



В реальных случаях, когда имеется несколько наблюдений, оказывается возможным, используя метод множителей Лагранжа, наложить ограничение на вероятность  $P_{\text{л}}$ , не фиксируя одновременно значение вероятности пропуска отказа  $P_{\text{п}}$ . В этом случае путем выбора значения необходимо найти минимум выражения

$$J = P_{\text{п}} + \lambda(P_{\text{л}} - \gamma) \quad (6.3)$$

где  $\lambda$  – множитель Лагранжа, а  $\gamma$  – требуемое значение вероятности ложной тревоги.

При оптимальном выборе порогового значения (допуска) для наблюдений производная функционала (6.3) по  $z$  в точке  $z_{\Pi}$  равна 0, а именно:

$$\left. \frac{\partial J}{\partial z} \right|_{z=z_{\Pi}} = 0$$

Подставляя выражения (6.1) и (6.2) для вероятностей  $P_{\Pi}$  и  $P_{\bar{\Pi}}$  в уравнение (6.3) для функционала  $J$  и дифференцируя его, получим

$$f(z_{\Pi} / \vartheta_1) - \lambda(z_{\Pi} / \vartheta_0) = 0$$

Тогда выражение для множителя  $\lambda$  будет иметь вид

$$\frac{f(z_{\text{п}} / \vartheta_1)}{f(z_{\text{п}} / \vartheta_0)} = \lambda$$

Обозначим через  $L$  отношение правдоподобия

$$L = \frac{f(z_{\text{п}} / \vartheta_1)}{f(z_{\text{п}} / \vartheta_0)}$$

Тогда правило принятия решения о состоянии ОК будет следующим. Если  $L > \lambda$  принимается гипотеза  $\vartheta_1$  – ОК неисправен, если  $L \leq \lambda$  принимается гипотеза  $\vartheta_0$  – ОК исправен. Параметр  $\lambda$  выбирается из условия

$$P_{\text{п}} \leq \gamma$$