Тема 6. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧАХ КОНТРОЛЯ И ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ОБЪЕКТОВ АВИАЦИОННОГО ОБОРУДОВАНИЯ

6.1 Распознавание технических состояний объектов АО по критерию Неймана-Пирсона

Методы теории решений основаны на проверке статистических гипотез о техническом состоянии объекта контроля (ОК). Правила принятия решений должны учитывать:

– результаты наблюдений за состоянием ОК;
– априорные вероятности различных гипотез о состоянии ОК;
– условные вероятности, характеризующие процесс перехода из одного состояния в другое.

Рассмотрим вероятностные процедуры принятия решений о состоянии ОК по наблюдениям диагностических параметров. Пусть z – наблюдение диагностического параметра ОК. По данному наблюдению необходимо выбрать одну из следующих гипотез:

ϑ_0 – ОК исправен;

ϑ_1 – ОК неисправен.

Для выбора гипотезы необходимо знать пороговое значение наблюдения $z_п$, которое давало бы следующее решение:

$z \le z_п$ наиболее вероятна гипотеза ;

$z > z_п$ наиболее вероятна гипотеза .

При этом значение $z_п$ необходимо выбрать таким образом, чтобы минимизировать ошибочные решения.

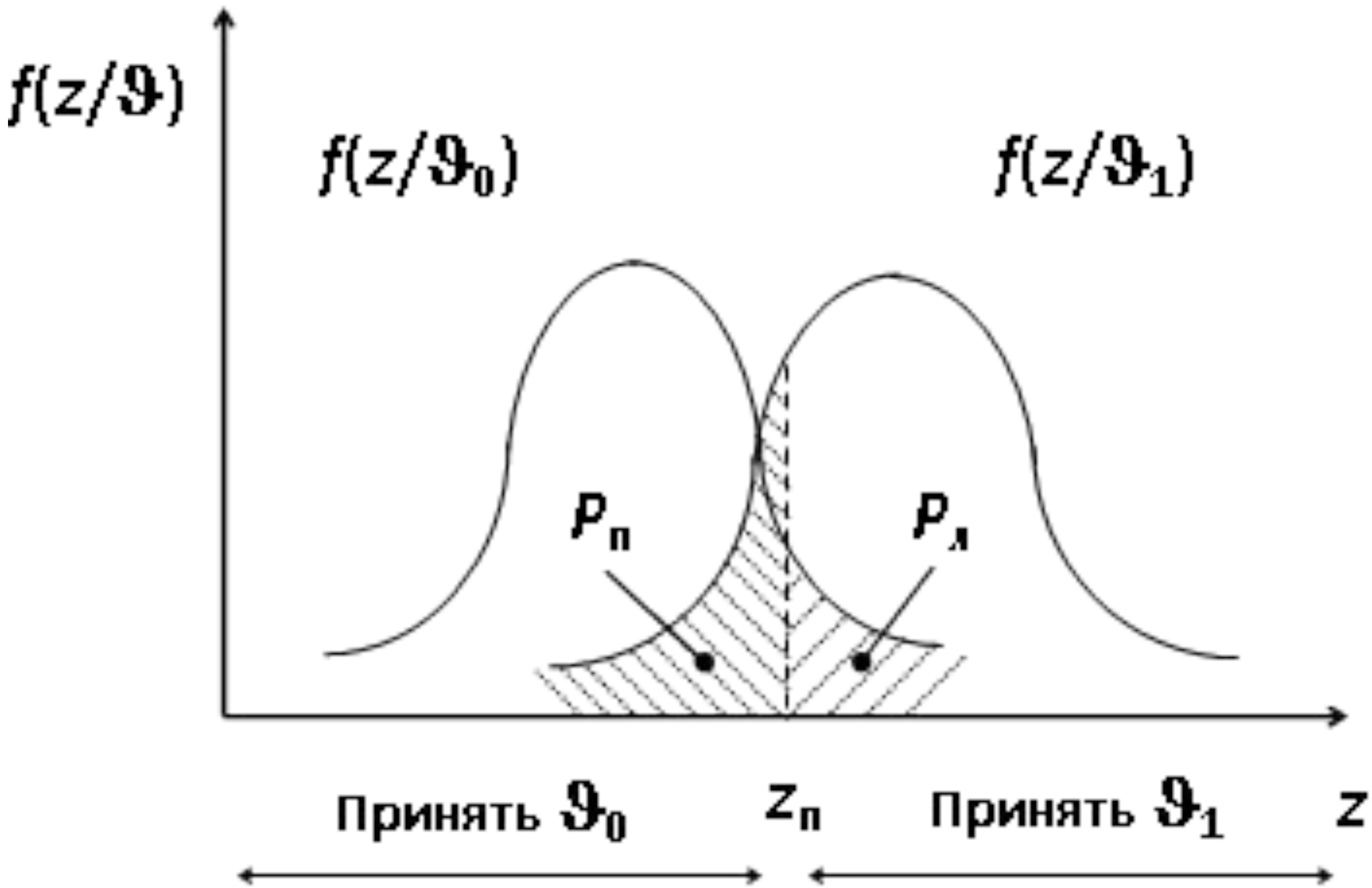
К ошибочным решениям относятся:

– ложная тревога (принята гипотеза ϑ_1, хотя на самом деле верна гипотеза ϑ_0). Вероятность принятия такого ошибочного решения обозначим $P_л$. С ложной тревогой связана ошибка контроля первого рода;

– пропуск отказа (принята гипотеза ϑ_0, хотя на самом деле верна гипотеза ϑ_1). Вероятность принятия такого ошибочного решения обозначим . С пропуском отказа связана ошибка контроля второго рода.

Будем считать, что для гипотезы ϑ_0 в пространстве наблюдений задано распределение с условной плотностью вероятности $f(z/\vartheta_0)$, а для гипотезы ϑ_1 – распределение с условной плотностью вероятности $f(z/\vartheta_1)$.

Цель принятия решения теперь состоит в том, чтобы полученному наблюдению z поставить в соответствие одну из двух указанных плотностей $f(z/\vartheta_0)$ или $f(z/\vartheta_1)$, как наиболее правильно характеризующую вероятностное распределение в пространстве наблюдений. Если наблюдение z является скалярной величиной, то рассматриваемые плотности можно представить так, как показано на рисунке, где $f(z/\vartheta)$ – условная плотность вероятности появления наблюдения z.



$f(z/\vartheta)$
$f(z/\vartheta_0)$
$f(z/\vartheta_1)$
$P_п$
$P_л$
Принять ϑ_0
$z_п$
Принять ϑ_1
z

Рис.6.1

Процедура принятия решения состоит в сравнении наблюдения z с некоторым пороговым значением $z_п$. Причем, если $z \le z_п$, то принимается гипотеза ϑ_0, если $z > z_п$, то принимается гипотеза ϑ_1. Величина z обычно формируется по нескольким наблюдениям. Однако здесь для удобства предположим, что z – скалярная величина.

Тогда, с учетом наших предположений, для вероятности пропуска отказа можно записать

$$P_п = \int_{-\infty}^{z_п} f(z / \vartheta_1) dz \qquad (6.1)$$

Аналогично для вероятности ложной тревоги получаем

$$P_{\text{л}} = \int_{z_{\text{п}}}^{\infty} f(z/\vartheta_0)dz = 1 - \int_{-\infty}^{z_{\text{п}}} f(z/\vartheta_0)dz \qquad (6.2)$$

Из выражений (6.1) и (6.2) следует, что, например, вероятность пропуска отказов $P_{\text{п}}$ можно получить сколь угодно малой, если не обращать внимание на вероятность ложной тревоги $P_{\text{л}}$. На практике обычно вероятность ложной тревоги выбирают равной некоторой допустимой величине, а правило принятия решения (т.е. порог $z_{\text{п}}$) выбирают так, чтобы обеспечить минимально возможное значение вероятности пропуска отказа $P_{\text{п}}$.

Критерий Неймана-Пирсона определяет правило принятия решения из условия минимизации вероятности пропуска отказа (ошибки контроля второго рода) при некотором заданном уровне γ вероятности ложной тревоги (ошибки контроля первого рода). Действительно, для обеспечения заданного значения вероятности ложной тревоги необходимо соответствующим образом выбрать и зафиксировать значение порога, что приведет к вполне определенному значению вероятности пропуска отказа.

В реальных случаях, когда имеется несколько наблюдений, оказывается возможным, используя метод множителей Лагранжа, наложить ограничение на вероятность $P_{л}$, не фиксируя одновременно значение вероятности пропуска отказа $P_{п}$. В этом случае путем выбора значения необходимо найти минимум выражения

$$J = P_{п} + \lambda(P_{л} - \gamma) \qquad (6.3)$$

где λ – множитель Лагранжа, а γ – требуемое значение вероятности ложной тревоги.

При оптимальном выборе порогового значения (допуска) для наблюдений производная функционала (6.3) по z в точке $z_п$ равна 0, а именно:

$$\left.\frac{\partial J}{\partial z}\right|_{z=z_п} = 0$$

Подставляя выражения (6.1) и (6.2) для вероятностей $P_п$ и $P_л$ в уравнение (6.3) для функционала J и дифференцируя его, получим

$$f(z_п / \vartheta_1) - \lambda(z_п / \vartheta_0) = 0$$

Тогда выражение для множителя λ будет иметь вид

$$\frac{f(z_{\text{п}} / \vartheta_1)}{f(z_{\text{п}} / \vartheta_0)} = \lambda$$

Обозначим через L отношение правдоподобия

$$L = \frac{f(z_{\text{п}} / \vartheta_1)}{f(z_{\text{п}} / \vartheta_0)}$$

Тогда правило принятия решения о состоянии ОК будет следующим. Если $L > \lambda$ принимается гипотеза ϑ_1 – ОК неисправен, если $L \le \lambda$ принимается гипотеза – ϑ_0 ОК исправен. Параметр λ выбирается из условия

$$P_{\text{л}} \le \gamma \; .$$