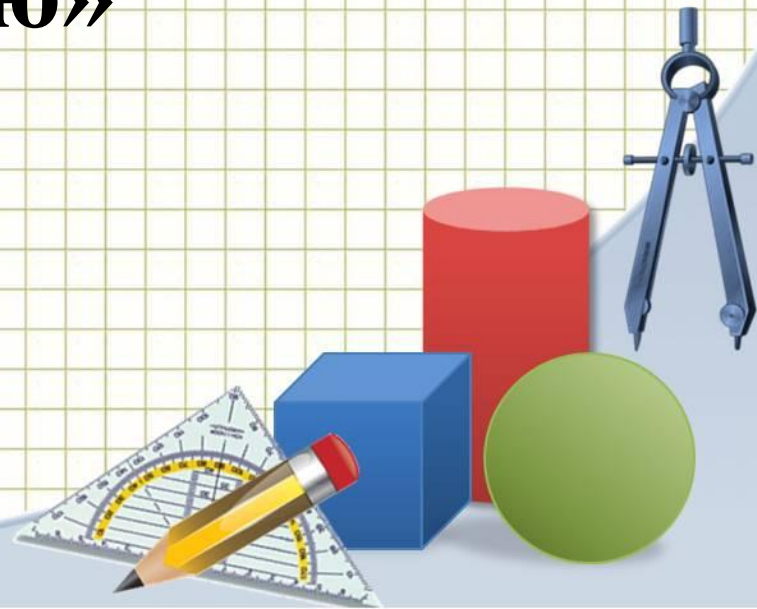


# Показательные уравнения и неравенства



Разгадайте фамилию известного  
французского математика, автора  
крылатого выражения  
**«Мыслью, следовательно  
существую»**





**Мыслью, следовательно существую.**

$$2^x = 64$$

$$8^x = 0,125$$

$$3^x = 81$$

$$2^x \cdot 3^x = 36$$

$$4^x = \frac{1}{64}$$

$$5^x \cdot 2^x = 100$$

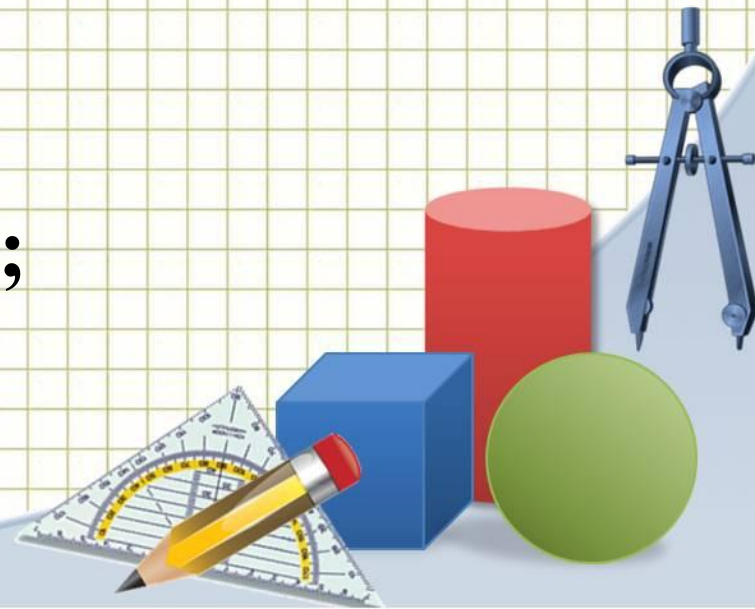
$$5^x = \frac{1}{125}$$

$$13^x = 1$$

$$2^x = 0,5$$

$$\left(\frac{1}{7}\right)^x = -49;$$

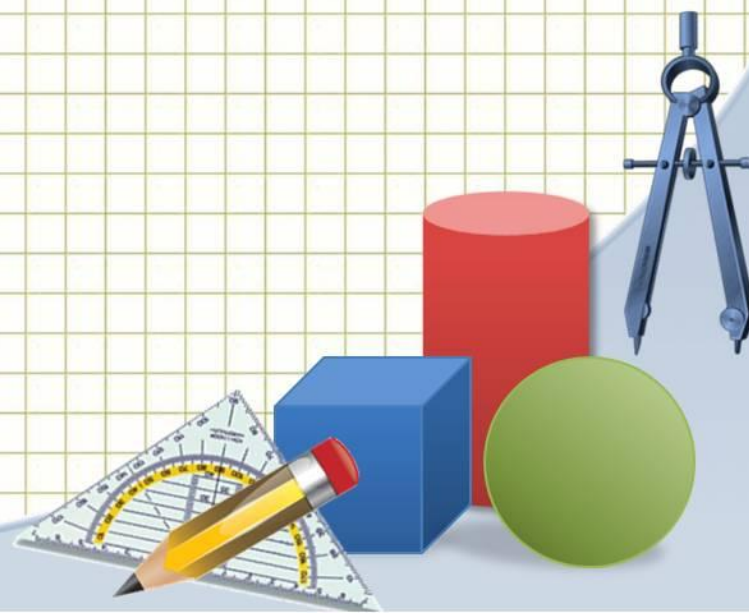
$$4^x = 0,25$$



# Сопоставить ответы с буквами

1	2	3	4	5	6	7
5 – Д	4 – Е	3 – О	-3 – Е	-1 – Д	-1 – Е	1 – Й
6 – Р	3 – Ж	-3 Н	3 – Н	1 – Н	2 – А	- 1 – К

8	9	10	11
-2 – М	2 – Р	1 – Н	-2 – 2
2 – А	- 2 – А	0 – Т	<del>0</del> - 5





# Мысль, следовательно существую.

Рене Декарт

$$2^x = 64 \quad 6 \text{ (P)}$$

$$3^x = 81 \quad 4 \text{ (E)}$$

$$4^x = \frac{1}{64} - 3 \text{ (H)}$$

$$5^x = \frac{1}{125} - 3 \text{ (E)}$$

$$2^x = 0,5 - 1 \text{ (Д)}$$

$$4^x = 0,25 - 1 \text{ (E)}$$

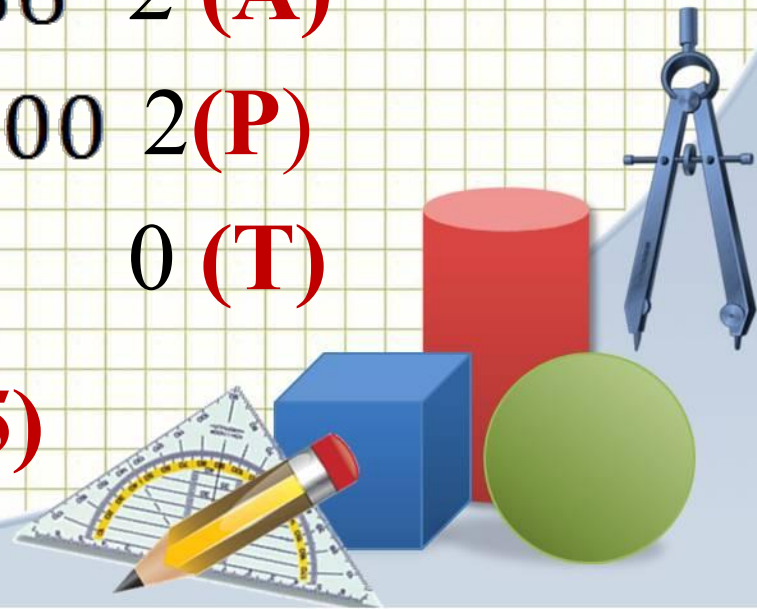
$$8^x = 0,125 - 1 \text{ (К)}$$

$$2^x \cdot 3^x = 36 \quad 2 \text{ (A)}$$

$$5^x \cdot 2^x = 100 \quad 2 \text{ (P)}$$

$$13^x = 1 \quad 0 \text{ (T)}$$

$$\left(\frac{1}{7}\right)^x = -49; \quad \text{⊘} \text{ (5)}$$



Какие из перечисленных функций являются возрастающими, а какие убывающими?

1.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  ;

2.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  ;

3.  $y = 2^x$  ;

4.  $y = 2^{-x}$  .

5)  $y = 5^x$

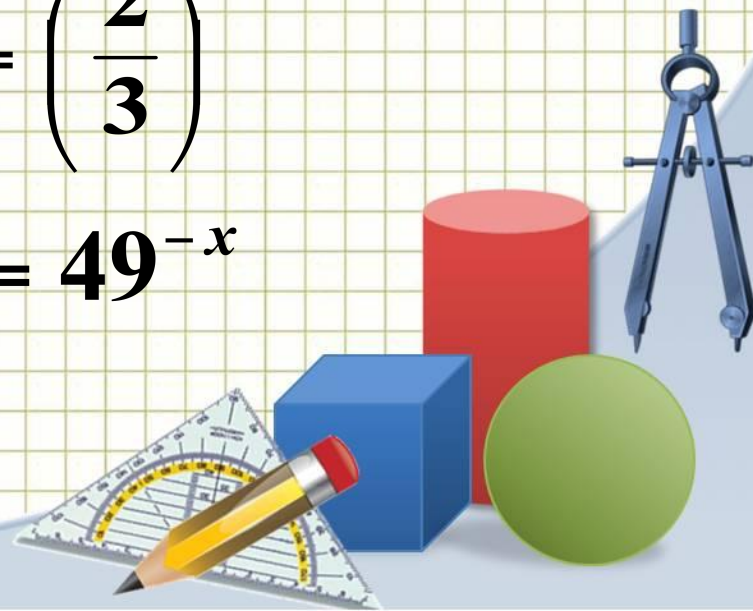
6)  $y = 0,5^{-x}$

7)  $y = 10^x$

8)  $y = \pi^x$

9)  $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$

10)  $y = 49^{-x}$





**Какие из перечисленных функций являются возрастающими, а какие убывающими?**

3.  $y = 2^x$ ;

5)  $y = 5^x$

6)  $y = 0,5^{-x}$

7)  $y = 10^x$

8)  $y = \pi^x$

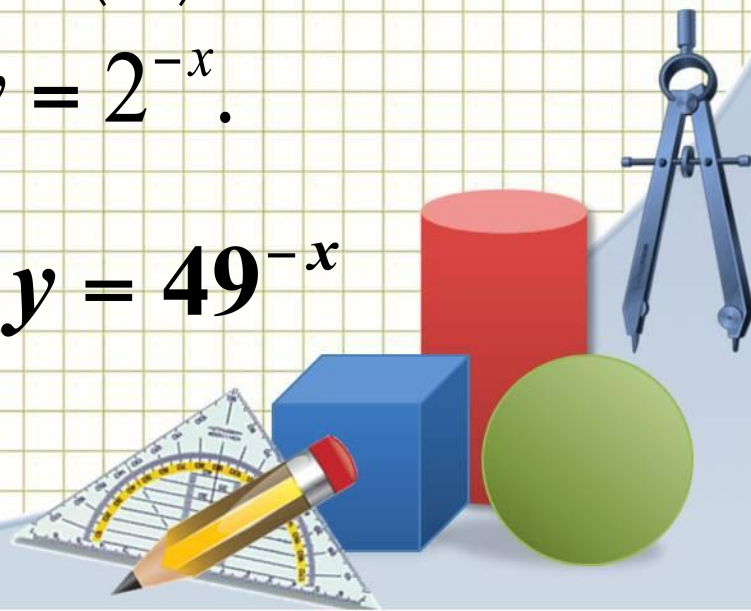
9)  $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$

1.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ;

2.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ;

4.  $y = 2^{-x}$ .

10)  $y = 49^{-x}$



Какие функций являются возрастающими,  
а какие убывающими?

**Возрастающие**

**Убывающие**

**Основание**

**Основание**

**больше**

**больше нуля**

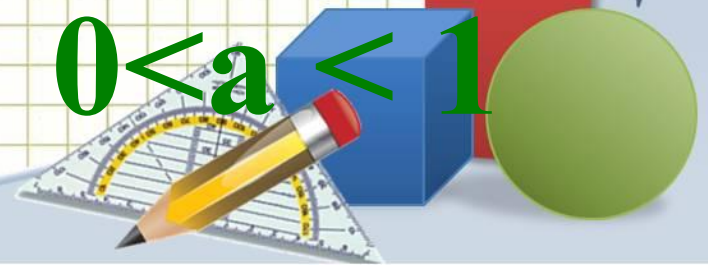
**единицы**

**и меньше**

**$a > 1$**

**единицы**

**$0 < a < 1$**





# Сравнить

$$4^{13} < 4^{20} \text{ Функция } \uparrow$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} < \left(\frac{1}{5}\right)^{-5} \text{ Функция } \downarrow$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 > \left(\frac{2}{3}\right)^6 \text{ Функция } \downarrow$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{10} < \left(\frac{5}{4}\right)^{11} \text{ Функция } \uparrow$$

$$1,5^{\frac{2}{5}} < 1,5^{\frac{3}{5}} \text{ Функция } \uparrow$$

$$20^{-3} > 20^{-4}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-5} < \left(\frac{2}{3}\right)^3 \text{ Функция } \downarrow$$

Функция  $\uparrow$



**При  $a > 1$  функция возрастает**

$$a^x < a^{x_0}$$

$$a^x > a^{x_0}$$

$$x < x_0$$

$$x > x_0$$

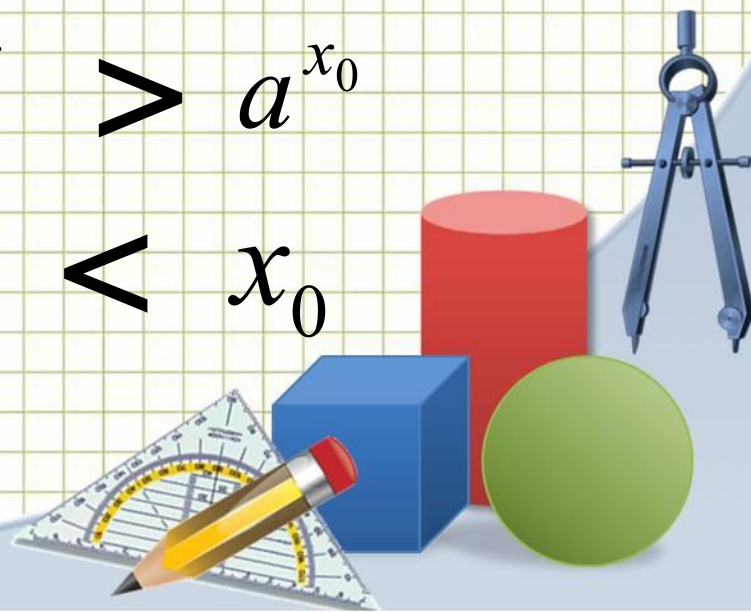
**При  $0 < a < 1$  функция убывает**

$$a^x < a^{x_0}$$

$$a^x > a^{x_0}$$

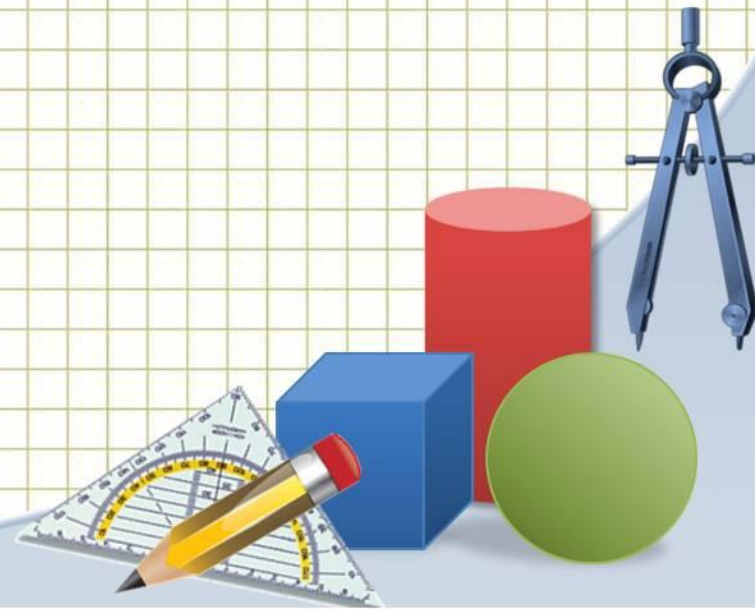
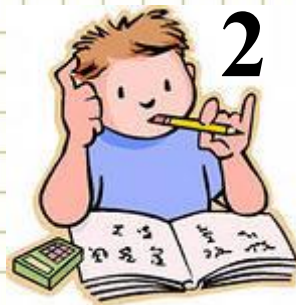
$$x > x_0$$

$$x < x_0$$





# Показательные неравенства



# Определение

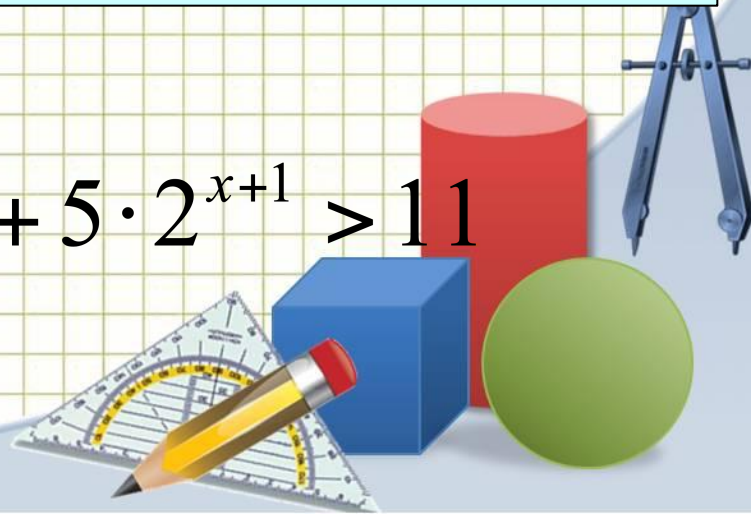
Показательные неравенства —

это неравенства, в которых  
неизвестное содержится в показателе  
степени.

Примеры:

$$3^x \leq 9;$$

$$2^x + 5 \cdot 2^{x+1} > 11$$





Простейшие показательные  
неравенства – это неравенства вида:

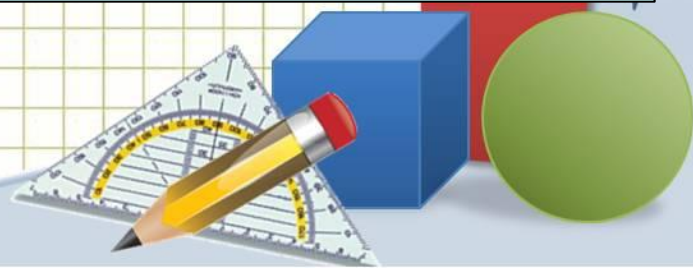
$$a^x > a^b$$

$$a^x \geq a^b$$

$$a^x < a^b$$

$$a^x \leq a^b$$

где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b$  – любое число.



# Решение простейших показательных неравенств $a > 0, a \neq 1$

*При решении простейших неравенств используют свойства возрастания или убывания показательной функции.*

$$a^{f(x)} > a^{g(x)}$$

$$a > 1$$

$$f(x) > g(x)$$

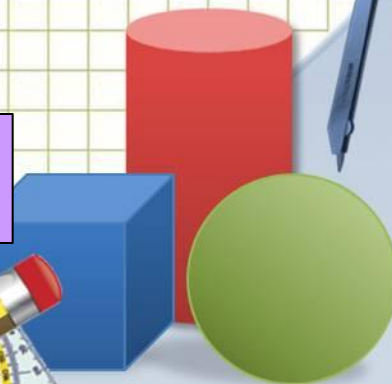
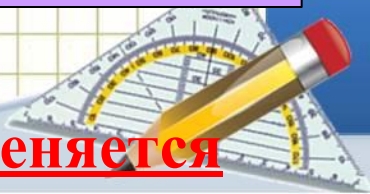
$$0 < a < 1$$

$$f(x) < g(x)$$

Знак неравенства

Сохраняется

Меняется





# Решения показательных неравенств:

1. Способ уравнивания показателей.
2. Разложения на множители.
3. Введения новой переменной.



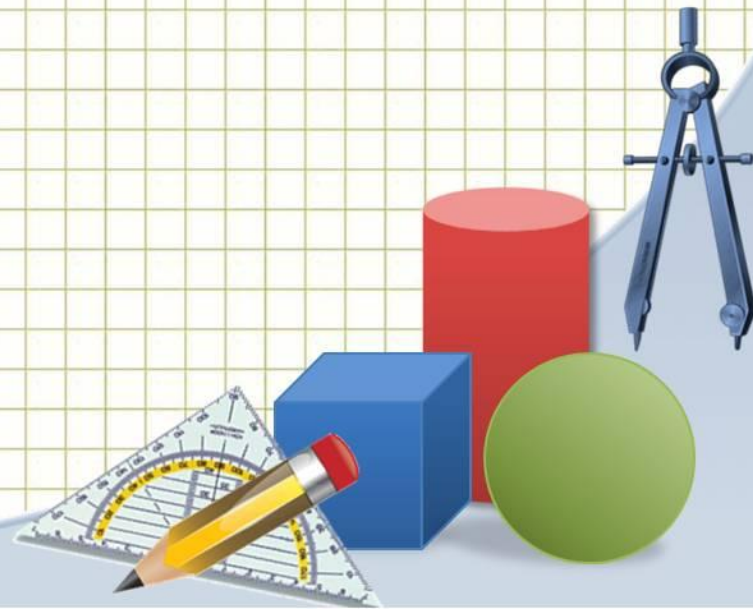
Решите неравенство:

$$3^x > 81$$

$$3^x > 3^4 \quad \text{т.к. } 3 > 1, \text{ функция } \uparrow$$

$$x > 4$$

$$x \in (4; +\infty)$$





# Решите неравенство:

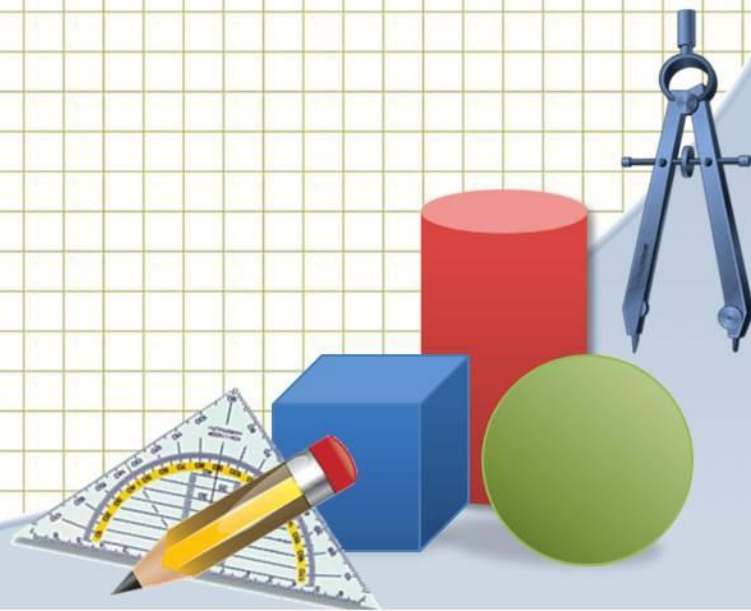
$$2^{-3x} \geq \frac{1}{2};$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x} \geq \left(\frac{1}{2}\right) \quad \text{т.к. } 0 < \frac{1}{2} < 1, \text{ то функция } \downarrow$$

$$3x \leq 1$$

$$x \leq \frac{1}{3}$$

$$x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$$



## Способ 2. Разложение на множители

$$3^{x-3} + \frac{1}{3} \cdot 3^x > 10$$

$$\frac{3^x}{3^3} + \frac{1}{3} \cdot 3^x > 10$$

$$3^x \left( \frac{1}{27} + \frac{1}{3} \right) > 10$$

$$3^x \cdot \frac{10}{27} > 10 \quad | \quad : \frac{10}{27}$$

$$3^x > 27$$

$$3^x > 3^3$$

$3 > 1$ , ф-ция  $\uparrow$

$$x > 3$$

$$x \in (3; +\infty)$$





### Способ 3. Введение новой переменной

$$9^x - 10 \cdot 3^x < -9$$

$$3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 9 < 0$$

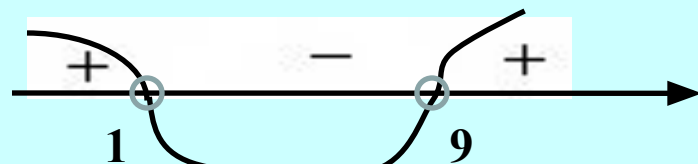
$$3^x = t \quad (t > 0)$$

$$t^2 - 10t + 9 < 0$$

$$D = 10^2 - 4 \cdot 9 = 100 - 36 = 64 = 8^2$$

$$t_1 = \frac{10 + 8}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$t_2 = \frac{10 - 8}{2} = \frac{2}{2} = 1$$



$$1 < t < 9$$

$$1 < 3^x < 9$$

$$3^x < 3^2; \quad 3^x > 3^0;$$

**3 > 1, то ф-ция ↑**

$$x < 2$$

$$x > 0.$$

**Ответ:  $0 < x < 2$ .**

# Показательные неравенства

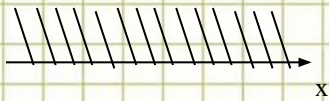




# Решите неравенства

$$8^x > -3$$

$$x \in D(f)$$



$$\text{Ответ: } x \in D(f)$$

$$8^x < -3$$

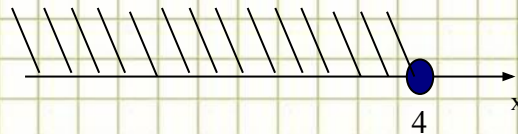
$$x \in \{\emptyset\}$$

Ответ:  $\emptyset$

$$3^x \leq 81$$

$$3^x \leq 3^4 \quad 3 > 1 \text{ ф-ия } \uparrow$$

$$x \leq 4$$



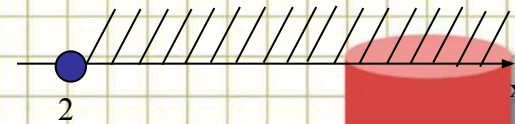
$$x \in (-\infty; 4]$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x \leq \frac{4}{9}$$

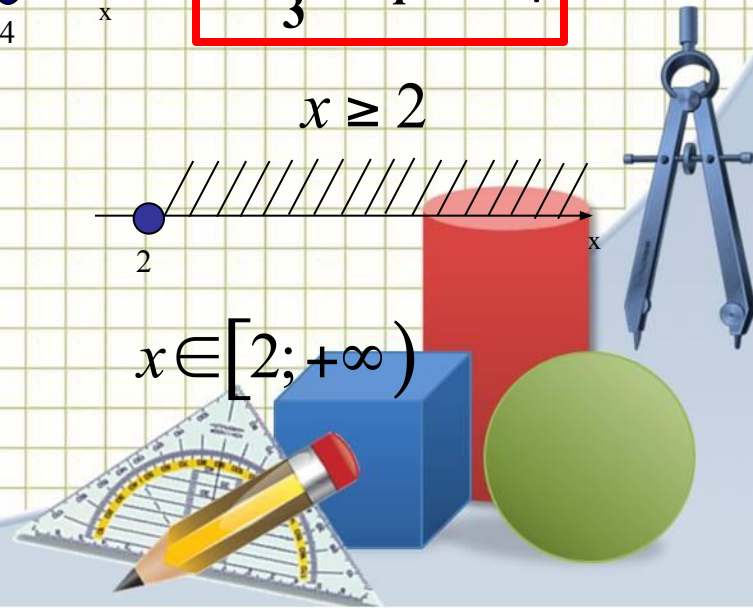
$$\left(\frac{2}{3}\right)^x \leq \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$0 < \frac{2}{3} < 1 \text{ ф-ия } \downarrow$$

$$x \geq 2$$



$$x \in [2; +\infty)$$



# Решите неравенство

$$25^{-x+3} \geq \left(\frac{1}{5}\right)^{3x-1}$$

$$(5^2)^{-x+3} \geq (5^{-1})^{3x-1}$$

$$5^{-2x+6} \geq 5^{-3x+1}$$

$$-2x+6 \geq -3x+1$$

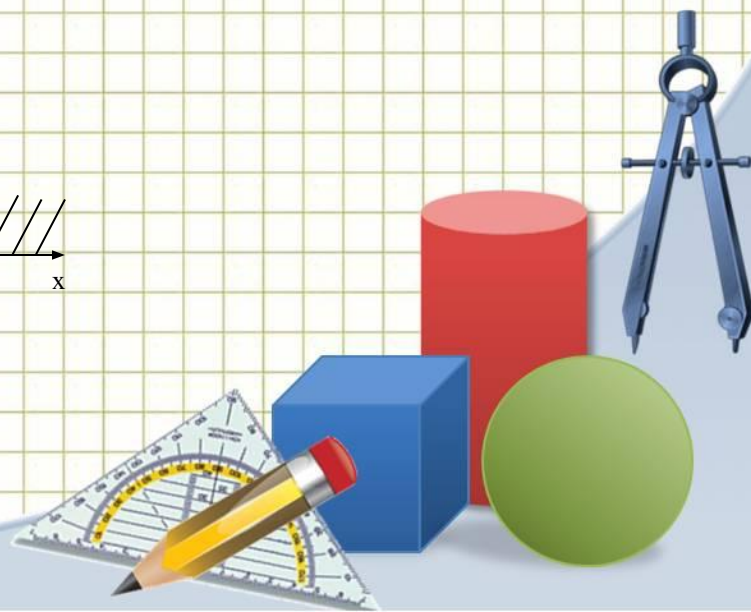
$$-2x+3x \geq 1-6$$

$$x \geq -5$$



$$x \in [-5; +\infty)$$

**5 > 1 ф-ия ↑**





# Решите неравенство

$$7^{x^2-5x} < \left(\frac{1}{7}\right)^6$$

$$7^{x^2-5x} < 7^{-6}$$

$$x^2 - 5x < -6$$

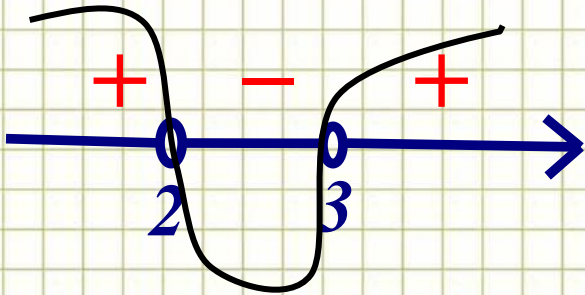
**7 > 1 ф-ия ↑**

$$x^2 - 5x + 6 < 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 3$$

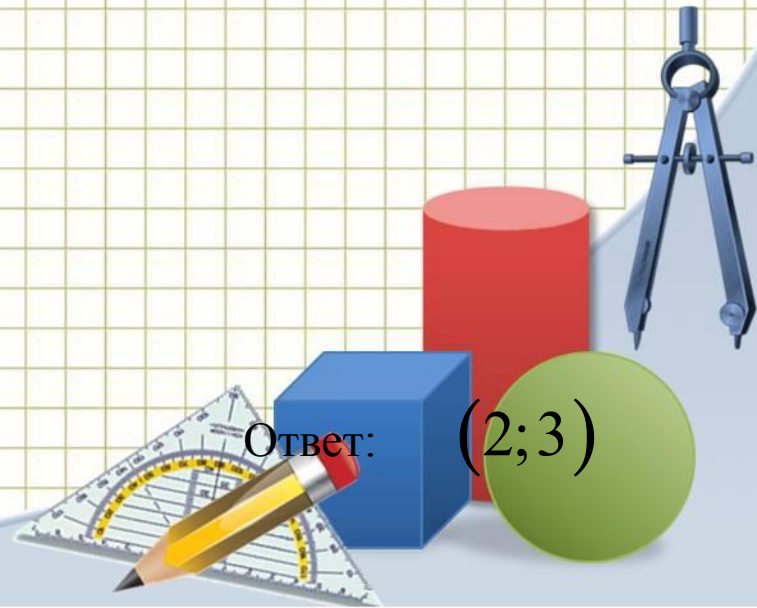
$$2 < x < 3$$

$$x \in (2; 3)$$



Ответ:

(2; 3)



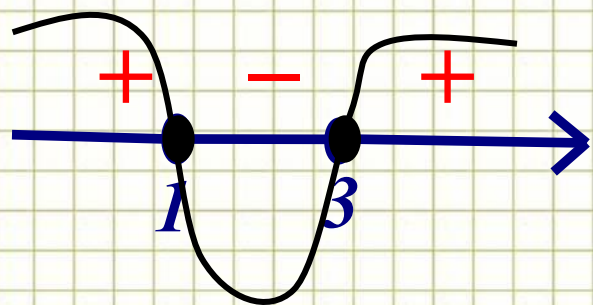
# Решите неравенство

$$3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 \leq 0$$

$$3^x = y$$

$$y^2 - 4y + 3 \leq 0$$

$$y = 3; 1$$



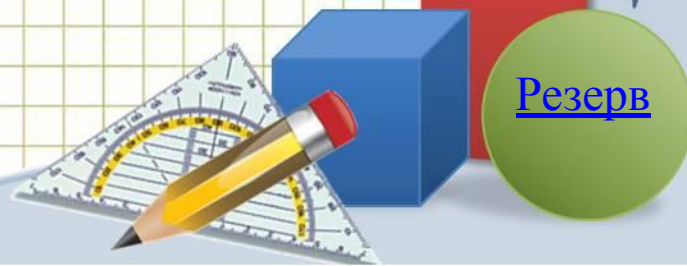
$$1 \leq y \leq 3$$

$$1 \leq 3^x \leq 3$$

$$3^0 \leq 3^x \leq 3$$

$3 > 1$  ф-ция  $\uparrow$

$$0 \leq x \leq 1$$





# Домашние задание

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 27$$

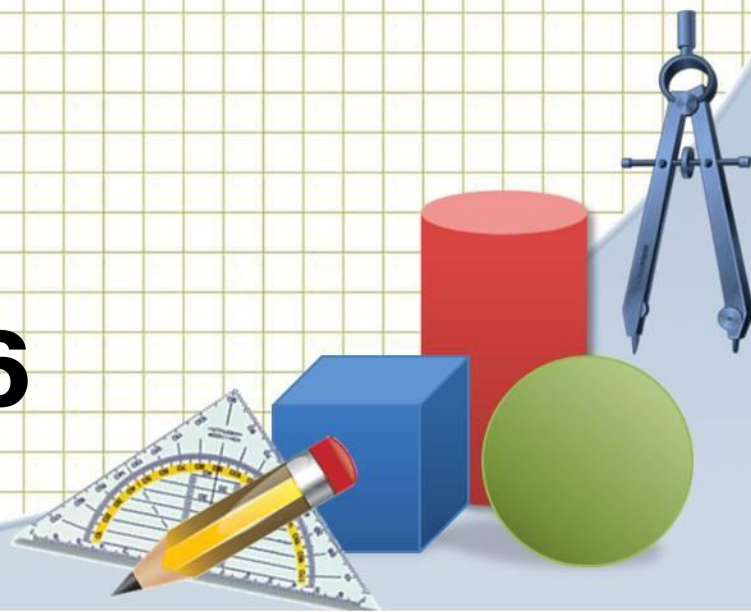
$$6^{x^2+2x} > 216$$

$$0,2^x \leq \frac{1}{25}$$

$$4^{5-2x} \leq 0,25$$

$$0,4^{2x+1} > 0,16$$

Рефлексия





- Решите неравенство:

$$\frac{1}{7} \leq 7^{x-3} < 49$$

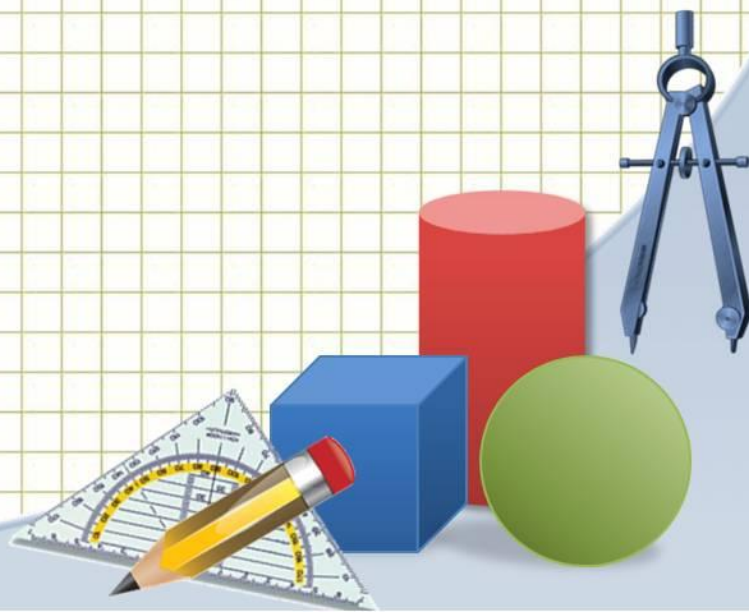
$$7^{-1} \leq 7^{x-3} < 7^2$$

**т. к.  $7 > 1$  ф-ия  $\uparrow$**

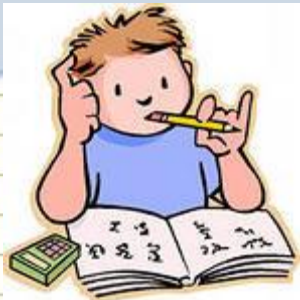
$$-1 \leq x - 3 < 2$$

$$2 \leq x < 5$$

Д.з







- Решите неравенство:

$$32^{2x+3} < 0,25$$

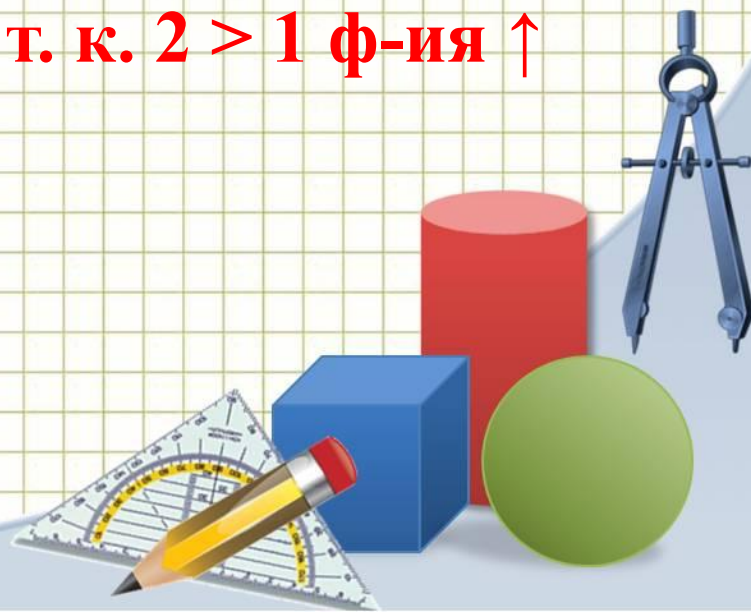
$$(2^5)^{2x+3} < \frac{1}{4}$$

$$2^{10x+15} < 2^{-2} \quad \text{т. к. } 2 > 1 \text{ ф-ия } \uparrow$$

$$10x + 15 < -2$$

$$x < -1,7$$

Д.з



- Решите неравенство:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{2+4x} \geq 0,75^{1-8x}$$

$$0,75^{2+4x} \geq 0,75^{1-8x}$$

**т. к.  $0 < 0,75 < 1$  ф – ия ↓**

$$2 + 4x \leq 1 - 8x$$

$$12x \leq -1$$

$$x \leq -\frac{1}{12}$$

$$x \in \left(-\infty; -\frac{1}{12}\right]$$

Д.з





# Сегодня на занятии

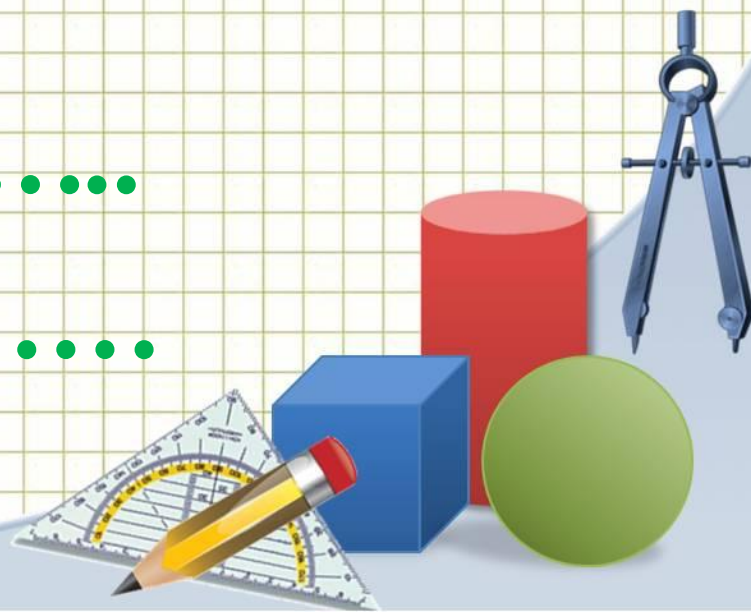
*Я вспомнил.....*

*Я сделал .....*

*Я изучил.....*

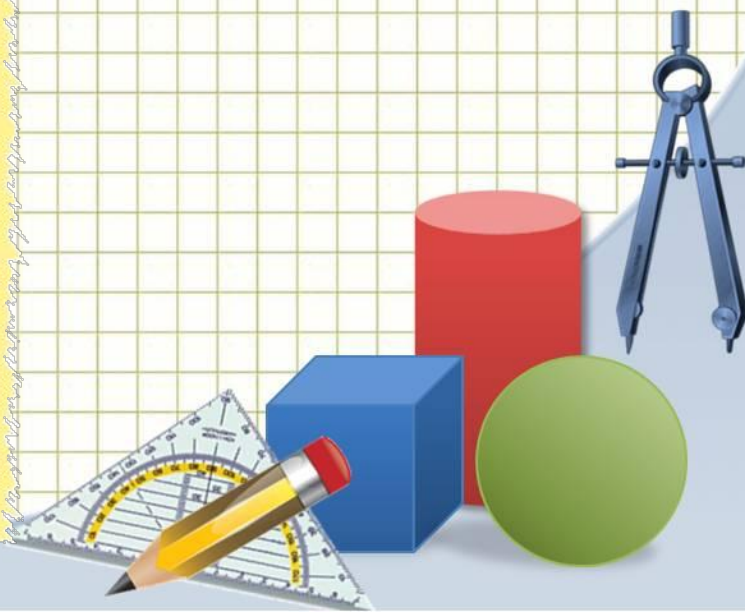
*Я запомнил .....*

*Я могу сделать .....*



*Мыслю, следовательно  
существую.*

Рене Декарт





# Интернет-ресурсы

Циркуль: <http://www.daviddarling.info/images/compasses.jpg>

Карандаш:

<http://www.proshkolu.ru/content/media/pic/std/3000000/2240000/2239093-7acd9447b354cc7e.gif>

Угольник-транспортир:

[http://p.alejka.pl/i2/p\\_new/25/38/duza-ekierka-geometryczna-z-uchwytem-rotring-14-cm\\_0\\_b.jpg](http://p.alejka.pl/i2/p_new/25/38/duza-ekierka-geometryczna-z-uchwytem-rotring-14-cm_0_b.jpg)

Фон «тетрадная клетка»:

<http://radikal.ua/data/upload/49112/4efc3/3bd0a3d6bb.jpg>



**Спасибо за внимание!**

