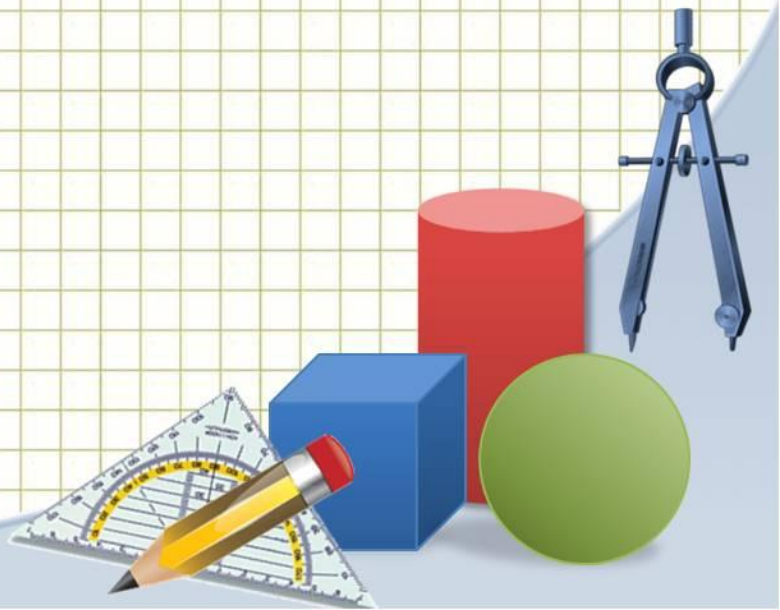
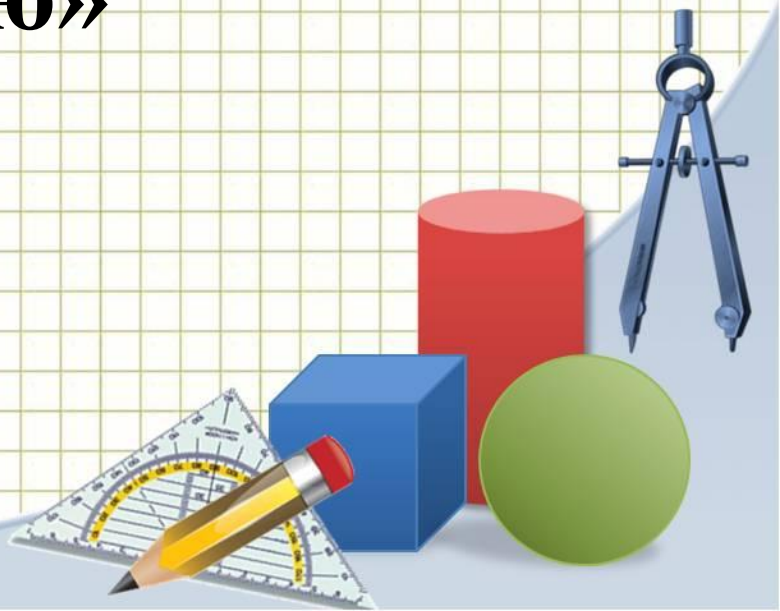
Показательные уравнения и неравенства



Разгадайте фамилию известного французского математика, автора крылатого выражения

«Мыслю, следовательно существую»



Мыслю, следовательно существую.

$2^x = 64$

$3^x = 81$

$4^x = \frac{1}{64}$

$5^x = \frac{1}{125}$

$2^x = 0{,}5$

$4^x = 0{,}25$

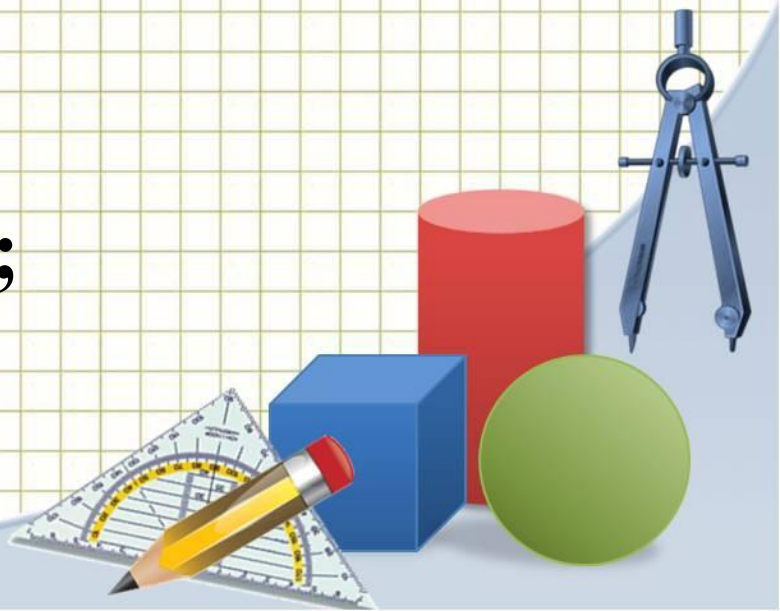
$8^x = 0{,}125$

$2^x \cdot 3^x = 36$

$5^x \cdot 2^x = 100$

$13^x = 1$

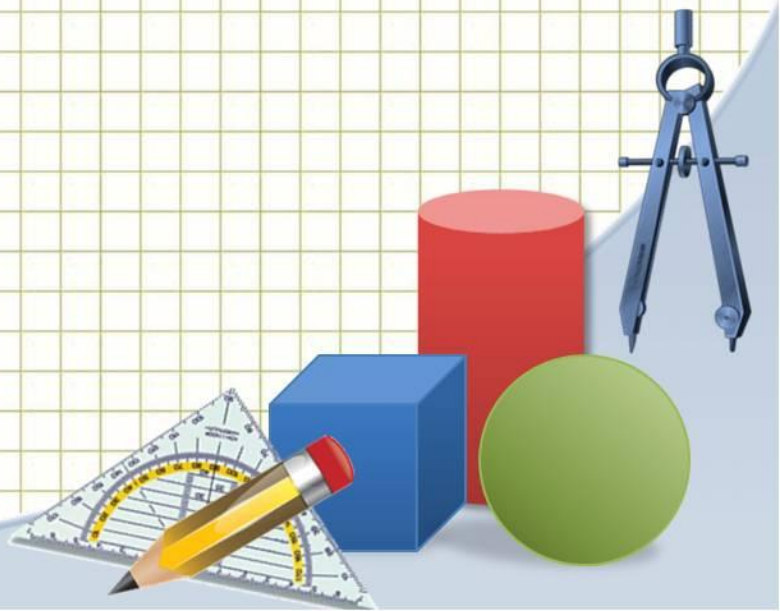
$\left(\frac{1}{7}\right)^x = -49;$



Сопоставить ответы с буквами

1	2	3	4	5	6	7
5 – Д 6 - Р	4 – Е 3 - Ж	3 –О -3 Н	-3 – Е 3 - Н	-1 – Д 1 - Н	-1 – Е 2 - А	1 – Й - 1 - К

8	9	10	11
-2 – М 2 - А	2 – Р - 2 - А	1 – Н 0 - Т	-2 – 2 ∅ - 5



Мыслю, следовательно существую.

Рене Декарт

$2^x = 0{,}5$ - 1 **(Д)**

$2^x = 64$ 6 **(Р)**

$4^x = 0{,}25$ - 1 **(Е)**

$3^x = 81$ 4 **(Е)**

$8^x = 0{,}125$ - 1 **(К)**

$4^x = \frac{1}{64}$ - 3 **(Н)**

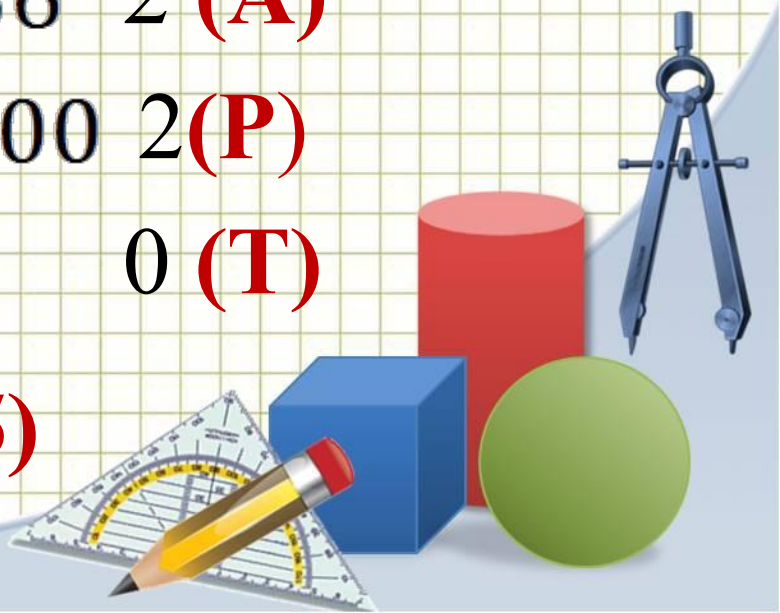
$2^x \cdot 3^x = 36$ 2 **(А)**

$5^x \cdot 2^x = 100$ 2 **(Р)**

$5^x = \frac{1}{125}$ - 3 **(Е)**

$13^x = 1$ 0 **(Т)**

$\left(\frac{1}{7}\right)^x = -49;$ **(5)**



Какие из перечисленных функций являются возрастающими, а какие убывающими?

1. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$;

2. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$;

3. $y = 2^x$;

4. $y = 2^{-x}$.

5) $y = 5^x$

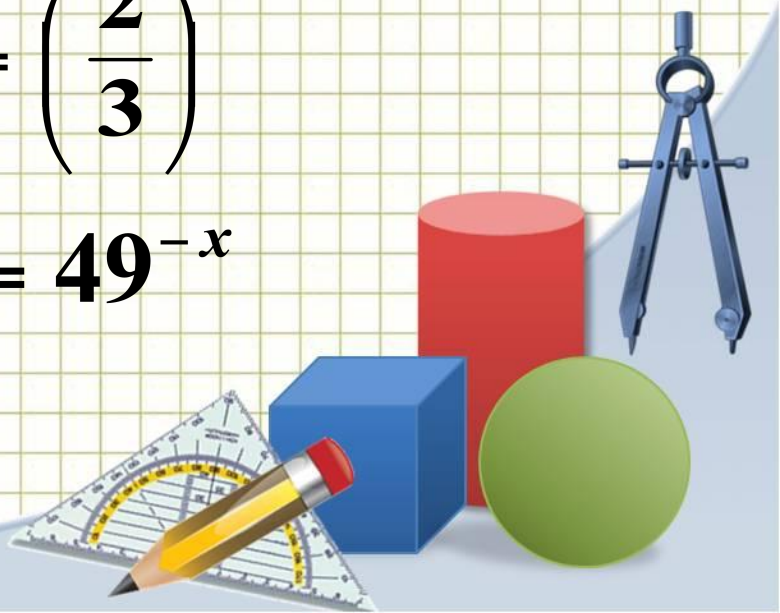
6) $y = 0{,}5^{-x}$

7) $y = 10^x$

8) $y = \pi^x$

9) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$

10) $y = 49^{-x}$



Какие из перечисленных функций являются возрастающими, а какие убывающими?

3. $y = 2^x$;

5) $y = 5^x$

6) $y = 0{,}5^{-x}$

7) $y = 10^x$

8) $y = \pi^x$

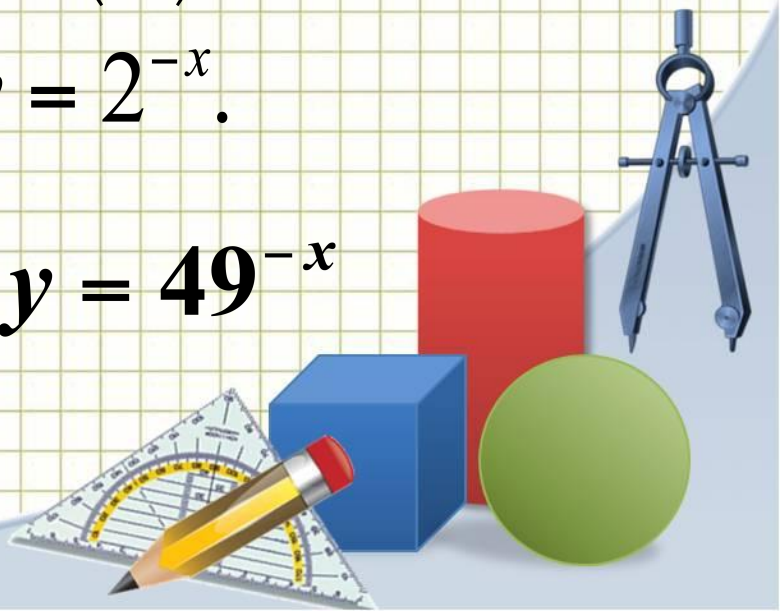
9) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$

1. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$;

2. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$;

4. $y = 2^{-x}$.

10) $y = 49^{-x}$



Какие функций являются возрастающими, а какие убывающими?

Возрастающие	Убывающие
Основание больше единицы $a > 1$	Основание больше нуля и меньше единицы $0<a<1$

Сравнить

$4^{13} < 4^{20}$ Функция ↑

$\left(\frac{2}{3}\right)^{4} > \left(\frac{2}{3}\right)^{6}$ Функция ↓

$1{,}5^{\frac{2}{5}} < 1{,}5^{\frac{3}{5}}$ Функция ↑

$20^{-3} > 20^{-4}$

Функция ↑

$\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} < \left(\frac{1}{5}\right)^{-5}$ Функция ↓

$\left(\frac{5}{4}\right)^{10} < \left(\frac{5}{4}\right)^{11}$ Функция ↑

$\left(\frac{3}{2}\right)^{-5} < \left(\frac{2}{3}\right)^{3}$ Функция ↓

При a>1 функция возрастает

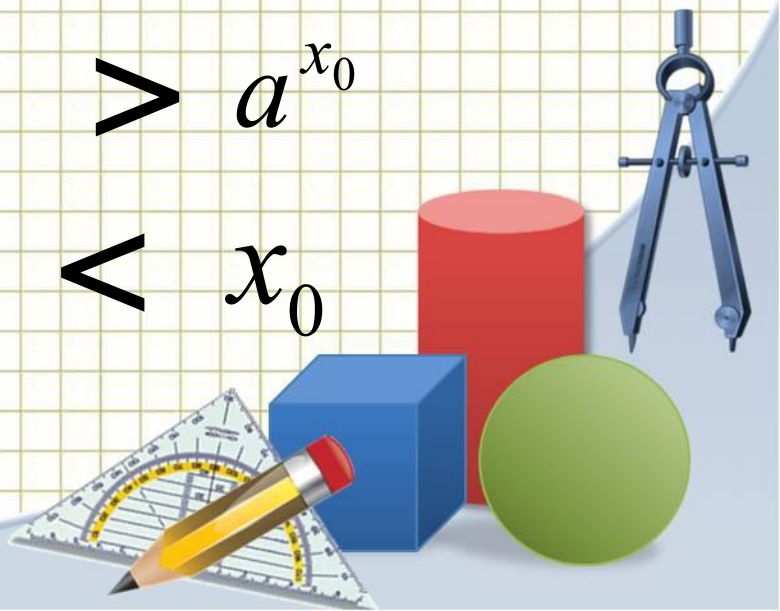
$a^x < a^{x_0}$ $\qquad$ $a^x > a^{x_0}$

$x < x_0$ $\qquad$ $x > x_0$

При 0<a<1 функция убывает

$a^x < a^{x_0}$ $\qquad$ $a^x > a^{x_0}$

$x > x_0$ $\qquad$ $x < x_0$



Показательные неравенства

Определение

Показательные неравенства – *это неравенства, в которых неизвестное содержится в показателе степени.*

Примеры: $3^x \le 9;$ $2^x + 5 \cdot 2^{x+1} > 11$

Простейшие показательные неравенства – это неравенства вида:

$a^x > a^b$	$a^x \geq a^b$
$a^x < a^b$	$a^x \leq a^b$

где $a > 0$, $a \neq 1$, b – *любое число*.

Решение простейших показательных неравенств $a > 0,\ a \neq 1$

При решении простейших неравенств используют свойства возрастания или убывания показательной функции.

$$a^{f(x)} > a^{g(x)}$$

$a > 1$ → $f(x) > g(x)$

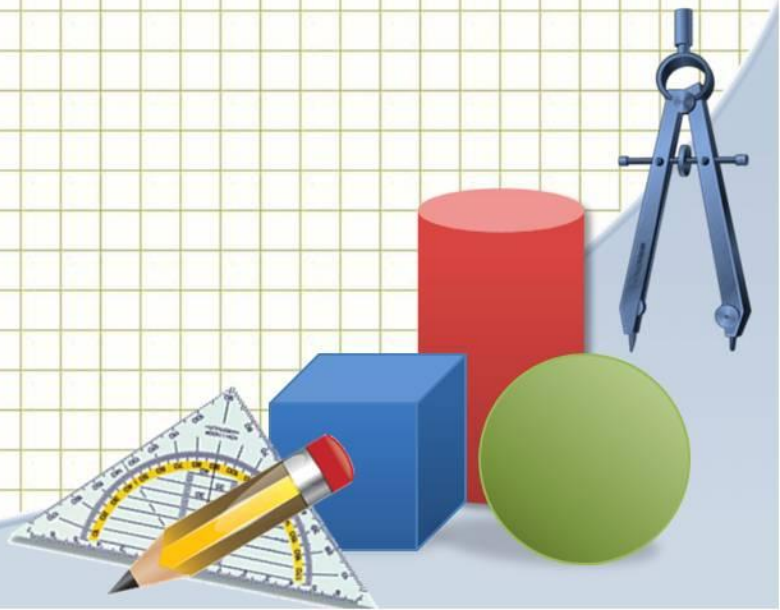
$0 < a < 1$ → $f(x) < g(x)$

Знак неравенства

Сохраняется | **Меняется**

Решения показательных неравенств:

1. Способ уравнивания показателей.
2. Разложения на множители.
3. Введения новой переменной.



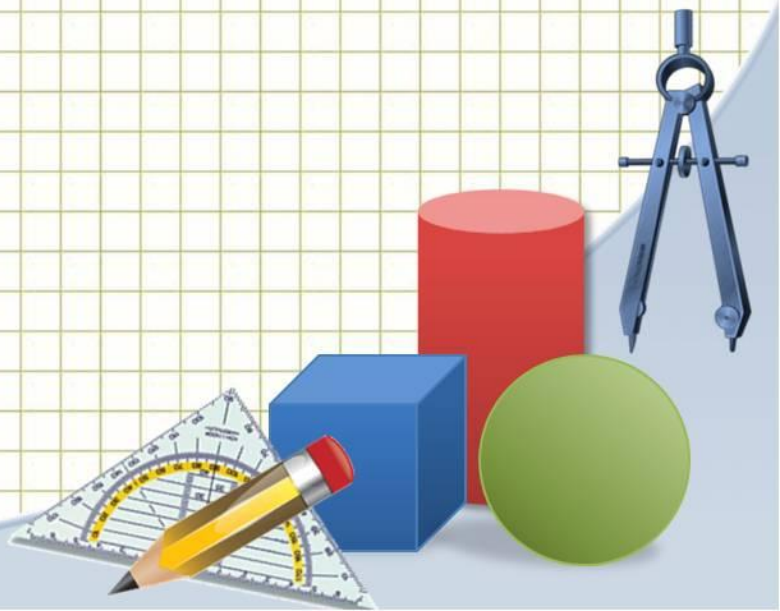
Решите неравенство:

$$3^x > 81$$

$$3^x > 3^4$$ ***т.к.3 > 1, функция ↑***

$$x > 4$$

$$x \in (4;+\infty)$$



Решите неравенство:

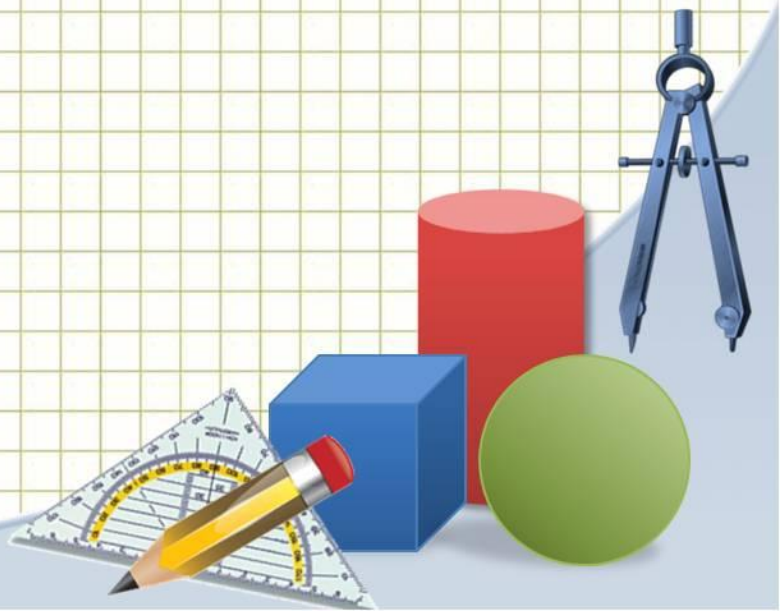
$$2^{-3x} \geq \frac{1}{2};$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x} \geq \left(\frac{1}{2}\right)$$ *т.к.* $0 < \frac{1}{2} < 1$, *то функция* $\downarrow$

$$3x \leq 1$$

$$x \leq \frac{1}{3}$$

$$x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$$



Способ 2. Разложение на множители

$$3^{x-3}+\frac{1}{3}\cdot 3^{x}>10$$

$$\frac{3^{x}}{3^{3}}+\frac{1}{3}\cdot 3^{x}>10$$

$$3^{x}\left(\frac{1}{27}+\frac{1}{3}\right)>10$$

$$3^{x}\cdot\frac{10}{27}>10 \quad \Big| : \frac{10}{27}$$

$$3^{x}>27$$

$$3^{x}>3^{3}$$

3 > 1, ф-ция ↑

$$x>3$$

$$x\in(3;+\infty)$$

Способ 3. Введение новой переменной

$$9^x - 10 \cdot 3^x < -9$$

$$3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 9 < 0$$

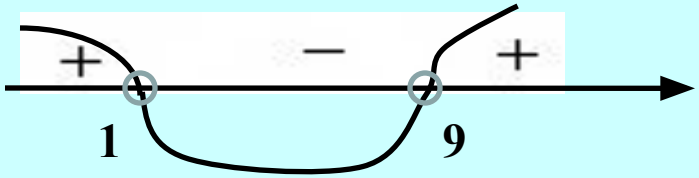
$$3^x = t \quad (t > 0)$$

$$t^2 - 10t + 9 < 0$$

$$D = 10^2 - 4 \cdot 9 = 100 - 36 = 64 = 8^2$$

$$t_1 = \frac{10+8}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$t_2 = \frac{10-8}{2} = \frac{2}{2} = 1$$



$$1 < t < 9$$

$$1 < 3^x < 9$$

$$3^x < 3^2; \qquad 3^x > 3^0;$$

3>1, то ф- ция ↑

$$x < 2 \qquad x > 0.$$

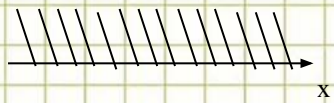
Ответ: **0 < *x* < 2**.

Показательные неравенства

Решите неравенства

$8^x > -3$

x € D (f)



Ответ: x € D (f)

$8^x < -3$

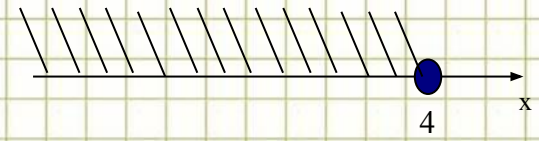
$x \in \{\varnothing\}$

Ответ: $\varnothing$

$3^x \le 81$

$3^x \le 3^4$ **3 > 1 ф-ия ↑**

$x \le 4$



$x \in (-\infty; 4]$

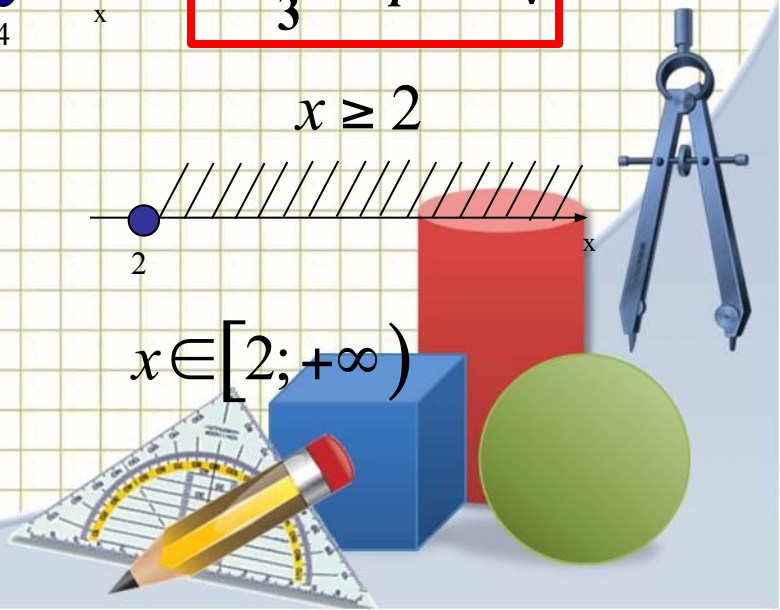
$\left(\frac{2}{3}\right)^x \le \frac{4}{9}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^x \le \left(\frac{2}{3}\right)^2$

$\boxed{0 < \frac{2}{3} < 1 \; ф-ия \downarrow}$

$x \ge 2$

$x \in [2; +\infty)$



Решите неравенство

$$25^{-x+3} \geq \left(\frac{1}{5}\right)^{3x-1}$$

$$\left(5^2\right)^{-x+3} \geq \left(5^{-1}\right)^{3x-1}$$

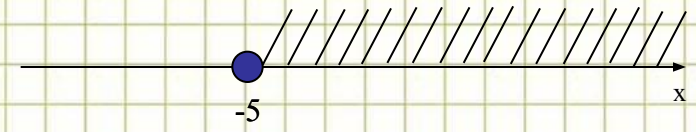
$$5^{-2x+6} \geq 5^{-3x+1}$$

5 >1 ф-ия ↑

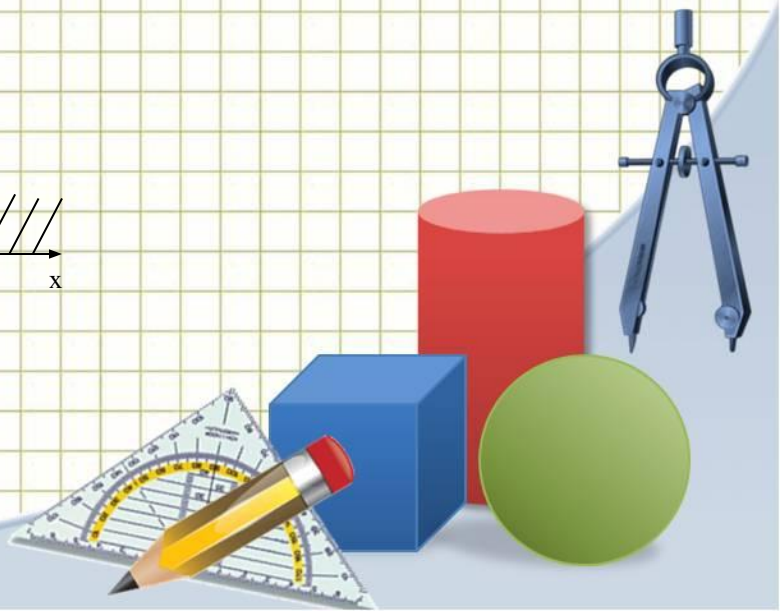
$$-2x+6 \geq -3x+1$$

$$-2x+3x \geq 1-6$$

$$x \geq -5$$



$$x \in [-5; +\infty)$$



Решите неравенство

$$7^{x^2-5x} < \left(\frac{1}{7}\right)^6$$

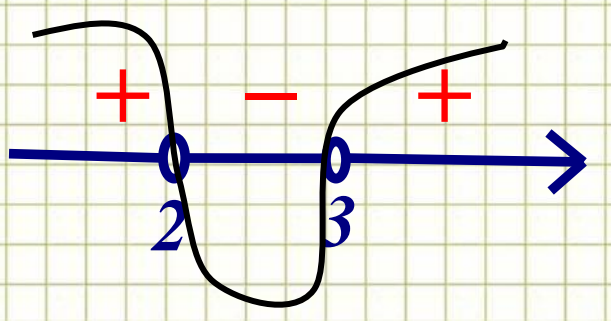
$$7^{x^2-5x} < 7^{-6}$$

7>1 ф-ия ↑

$$x^2 - 5x < -6$$

$$x^2 - 5x + 6 < 0$$

$$\mathbf{x_1 = 2 \quad x_2 = 3}$$



$$2 < x < 3$$

$$x \in (2;3)$$

Ответ: $(2;3)$

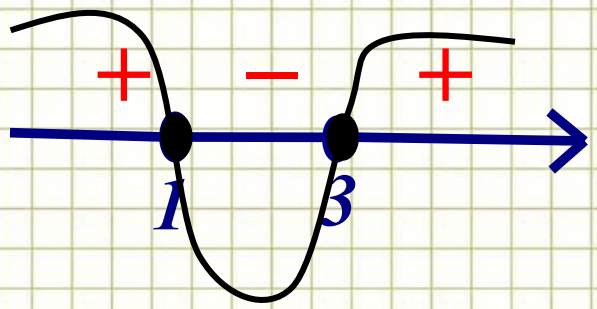
Решите неравенство

$$3^{2x} - 4 \cdot 3^{x} + 3 \le 0$$

$$3^{x} = y$$

$$y^2 - 4y + 3 \le 0$$

$$y = 3;\ 1$$



$$1 \le y \le 3$$

$$1 \le 3^{x} \le 3$$

$$3^{0} \le 3^{x} \le 3$$

3 > 1 ф-ция ↑

$$0 \le x \le 1$$

Резерв

$x \in [0;1]$

Домашние задание

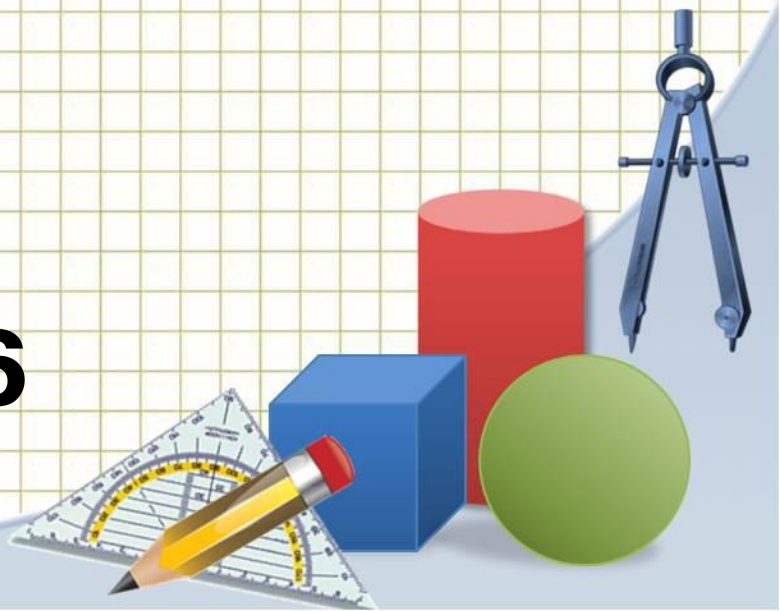
$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x} \geq 27$$

$$6^{x^2+2x} > 216$$

$$0{,}2^{x} \leq \frac{1}{25}$$

$$4^{5-2x} \leq 0{,}25$$

$$0{,}4^{2x+1} > 0{,}16$$



Рефлексия

- Решите неравенство:

$$\frac{1}{7} \leq 7^{x-3} < 49$$

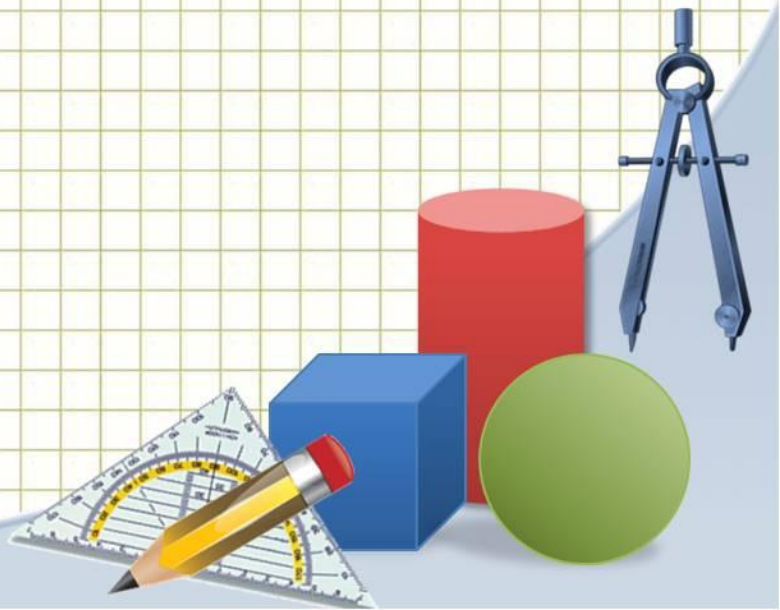
$$7^{-1} \leq 7^{x-3} < 7^{2}$$

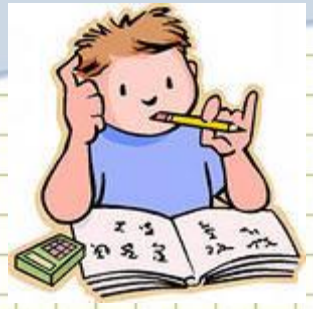
т. к. 7 > 1 ф-ия ↑

$$-1 \leq x - 3 < 2$$

$$2 \leq x < 5$$

Д.з





- Решите неравенство:

$$32^{2x+3} < 0{,}25$$

$$(2^5)^{2x+3} < \frac{1}{4}$$

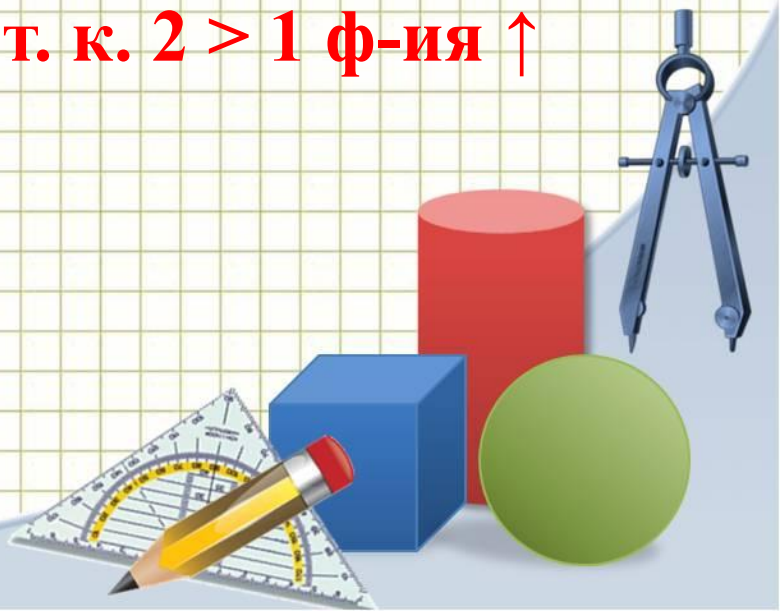
$$2^{10x+15} < 2^{-2}$$

т. к. 2 > 1 ф-ия ↑

$$10x + 15 < -2$$

$$x < -1{,}7$$

Д.з



- Решите неравенство:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{2+4x} \geq 0{,}75^{1-8x}$$

$$0{,}75^{2+4x} \geq 0{,}75^{1-8x}$$

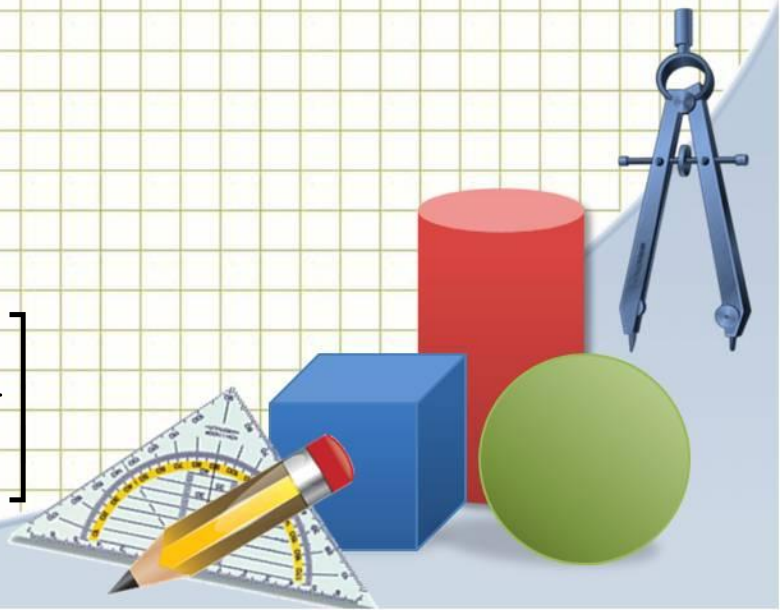
т. к. 0 < 0,75 < 1 ф – ия ↓

$$2 + 4x \leq 1 - 8x$$

$$12x \leq -1$$

$$x \leq -\frac{1}{12} \qquad x \in \left(-\infty; -\frac{1}{12}\right]$$

Д.з



Сегодня на занятии

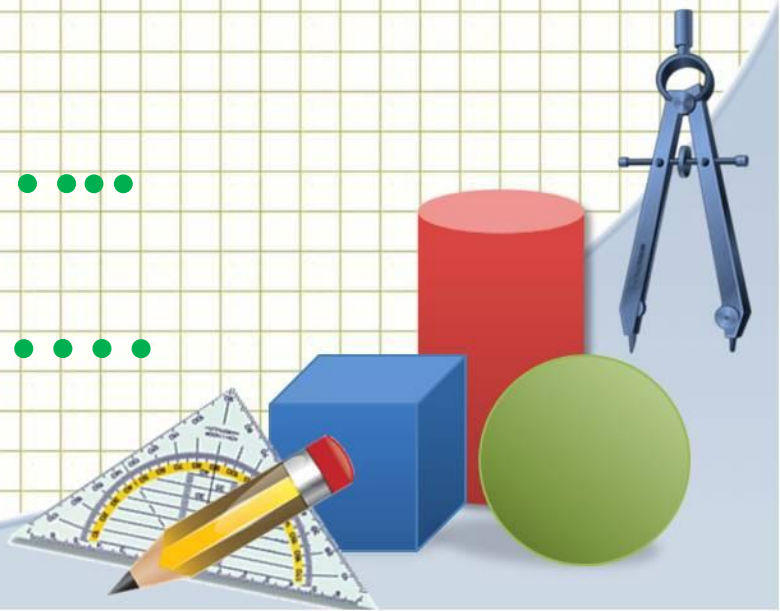
Я вспомнил……..

Я сделал ……

Я изучил……..

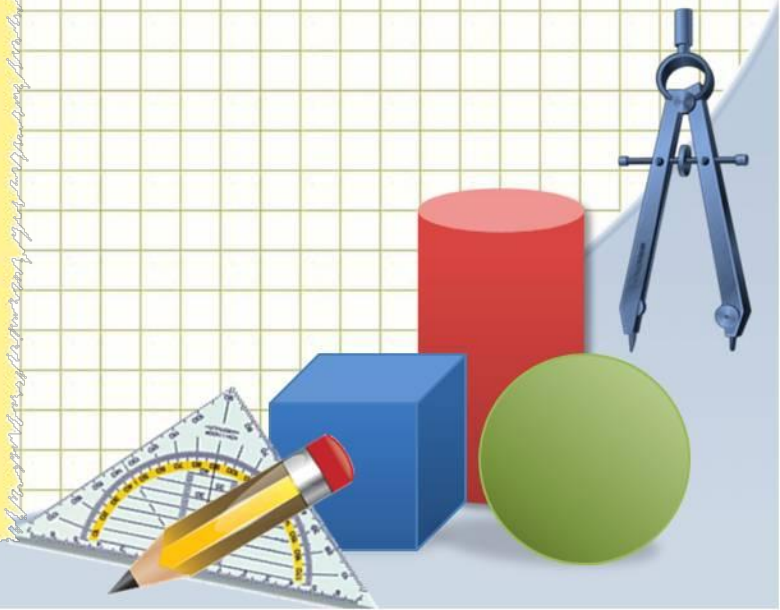
Я запомнил ……..

Я могу сделать ……



Мыслю, следовательно существую.

Рене Декарт



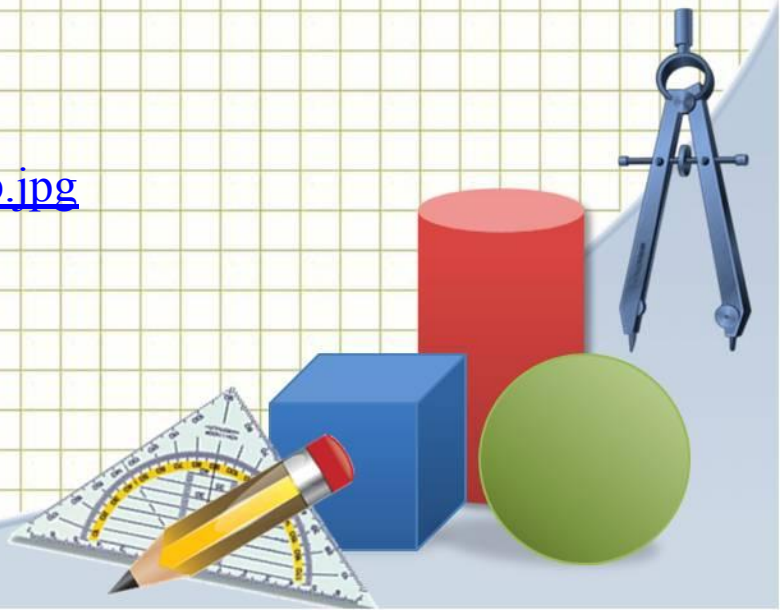
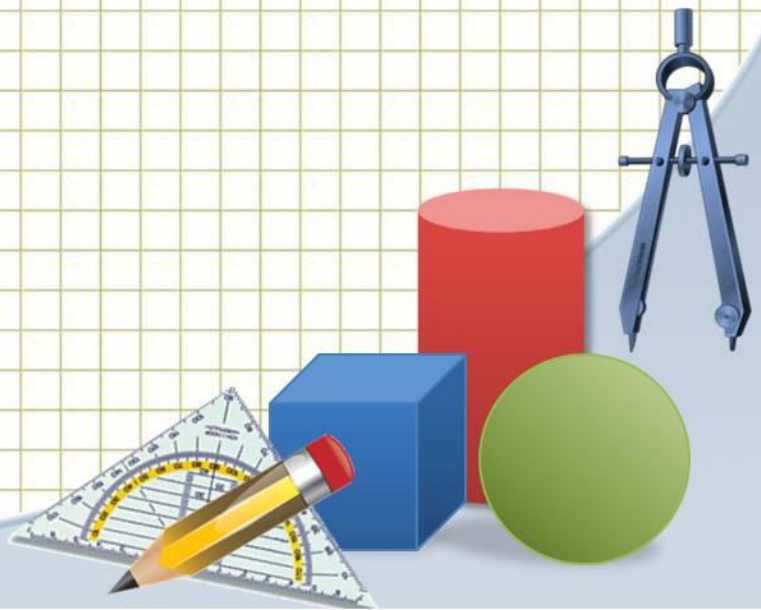
Интернет-ресурсы

Циркуль: http://www.daviddarling.info/images/compasses.jpg

Карандаш:
http://www.proshkolu.ru/content/media/pic/std/3000000/2240000/2239093-7acd9447b354cc7e.gif

Угольник-транспортир:
http://p.alejka.pl/i2/p_new/25/38/duza-ekierka-geometryczna-z-uchwytem-rotring-14-cm_0_b.jpg

Фон «тетрадная клетка»:
http://radikal.ua/data/upload/49112/4efc3/3bd0a3d6bb.jpg



Спасибо за внимание!