

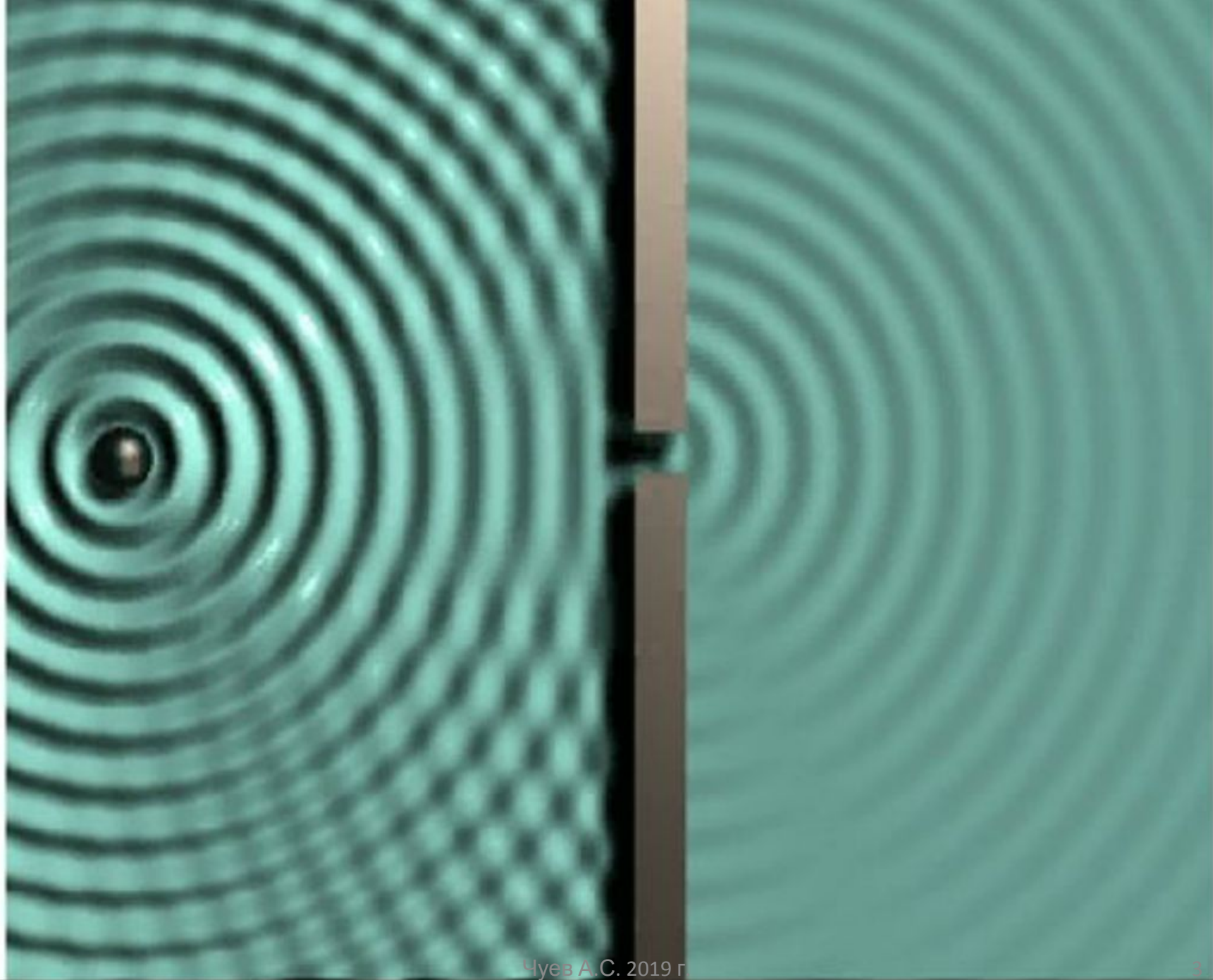
Лекции 14-15. Дифракция света

1. Принцип Гюйгенса-Френеля.
2. Метод зон Френеля.
3. Дифракция от круглого отверстия и от круглого диска.
4. Дифракция Фраунгофера от щели.
5. Предельный переход от волновой оптики к геометрической.
6. Дифракционная решетка.
7. Спектральные характеристики дифракционных решеток.

Дифракция – наблюдаемое отклонение лучей волнового движения от прямолинейного или сферического распространения и захождение их в область тени.

Луч - это прямая или кривая линия, вдоль которой распространяется энергия светового поля.

Волновой фронт - это поверхность равной фазы



Чуев А.С. 2019 г

3

Схема дифракции волн от края экрана по Юнгу

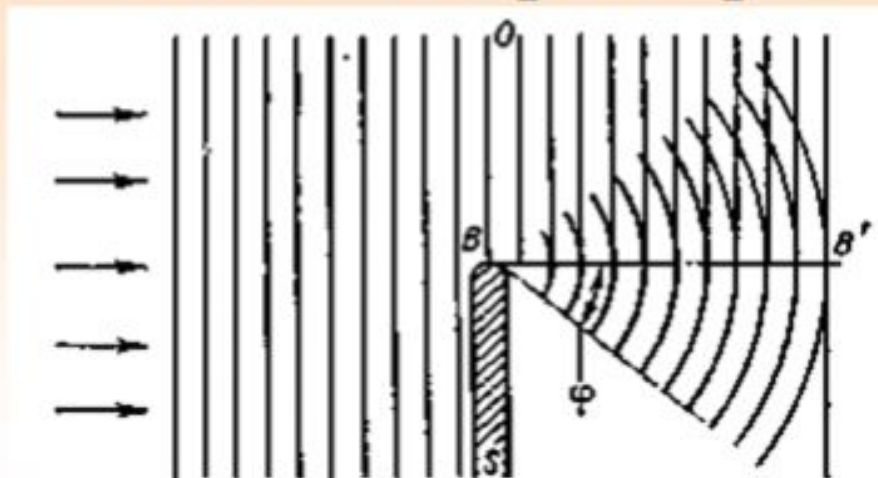
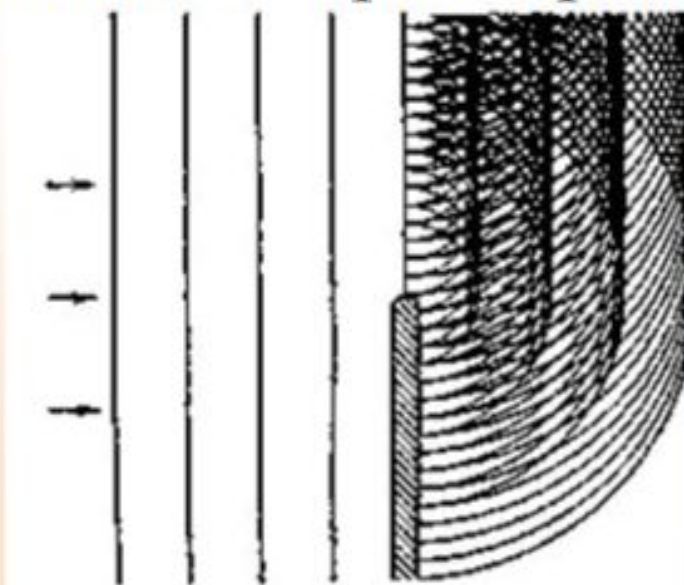
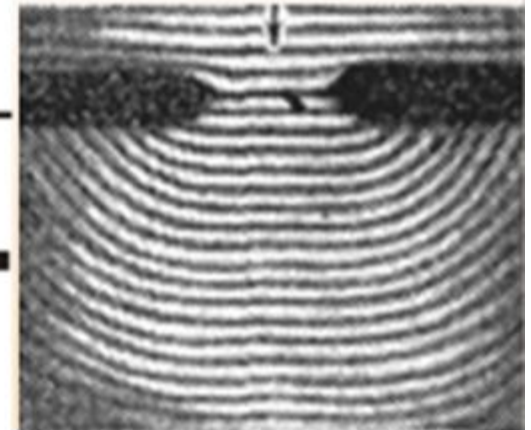
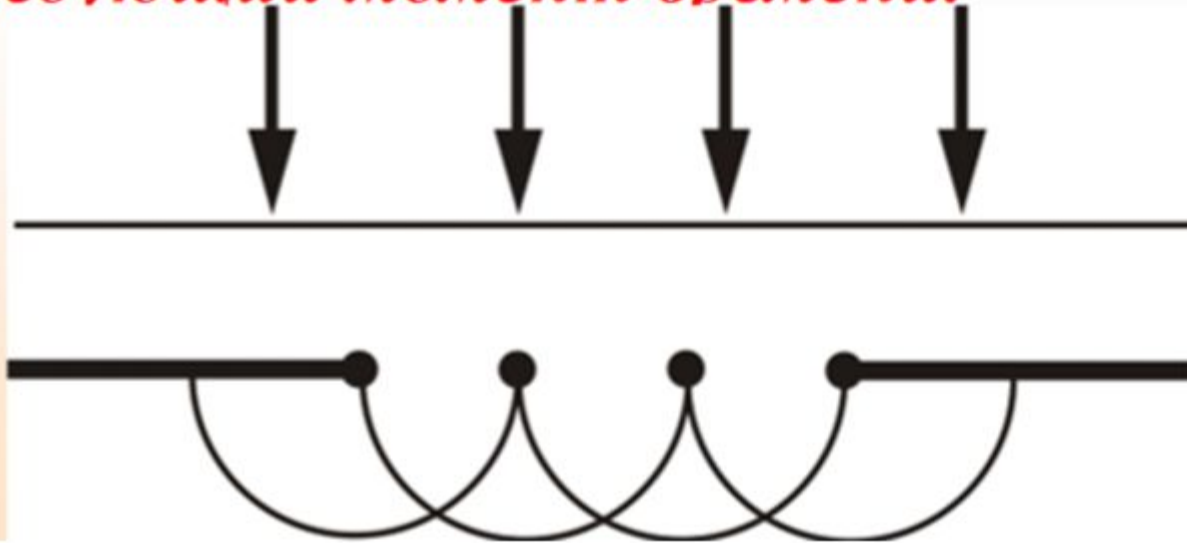


Схема дифракции волн от края экрана по Френелю



Принцип Гюйгенса-Френеля

Явление дифракции объясняется с помощью **принципа Гюйгенса**, согласно которому *каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн задает положение волнового фронта в следующий момент времени.*

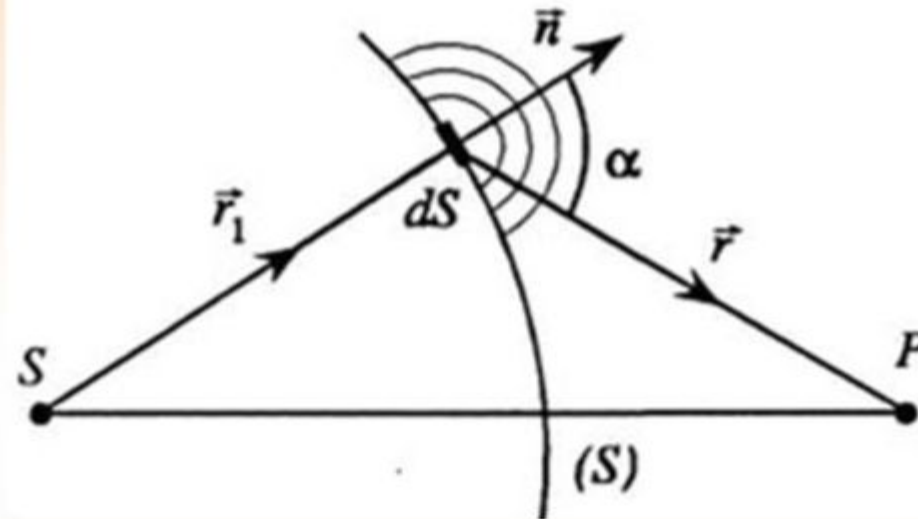


Явление дифракции объяснённое с помощью *принципа Гюйгенса*, *не дает никакой информации об амплитуде (интенсивности) волн*, распространяющихся в различных направлениях.

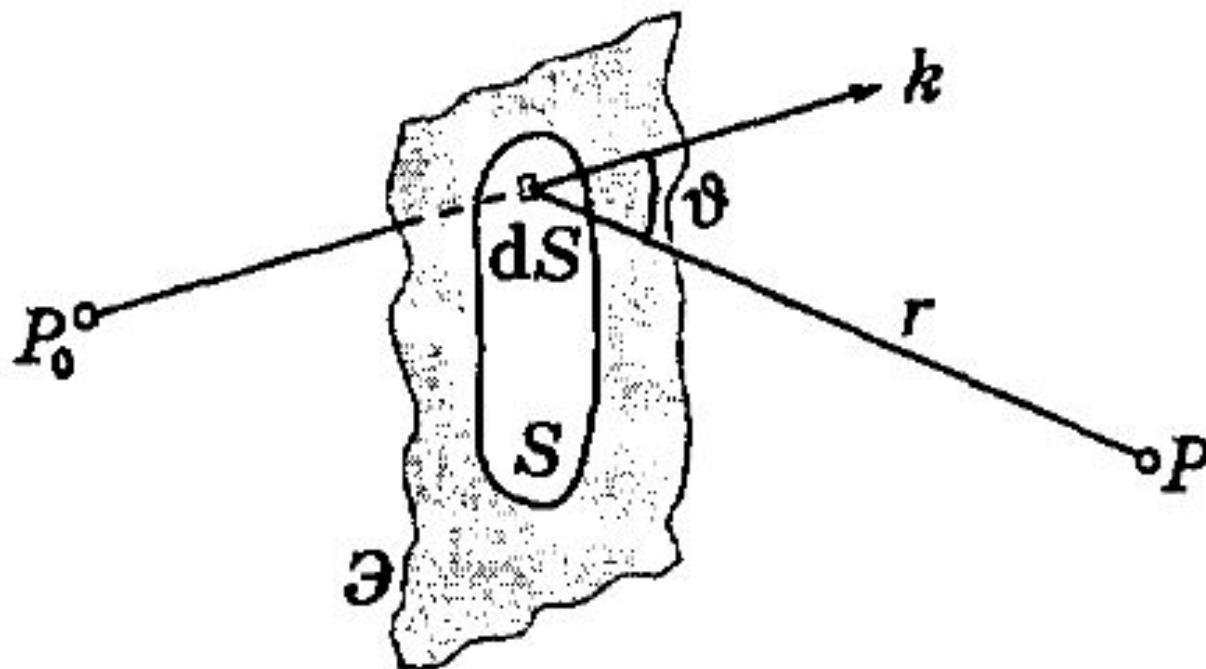
Френель дополнил принцип Гюйгенса представлением об *интерференции вторичных волн*. Учет фаз и амплитуд вторичных волн позволяет определить амплитуду результирующей волны во всех точках пространства.

Принцип Гюйгенса – Френеля

- ***1 Каждую точку фронта волны можно рассматривать как источник вторичных волн.***
- ***2. Все вторичные источники фронта волны, исходящей из одного источника, когерентны между собой.***
- ***3. Равные по площади участки волновой поверхности излучают равные интенсивности.***
- ***4. Каждый вторичный источник излучает свет преимущественно в направлении внешней нормали к волновой поверхности в этой точке.***
- ***5. Для вторичных источников справедлив принцип суперпозиции.***



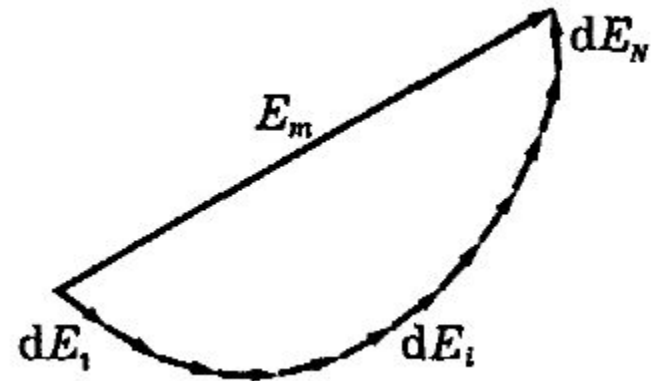
Каждый элемент волновой поверхности S служит *источником вторичной сферической волны*, амплитуда которого пропорциональна величине элемента dS

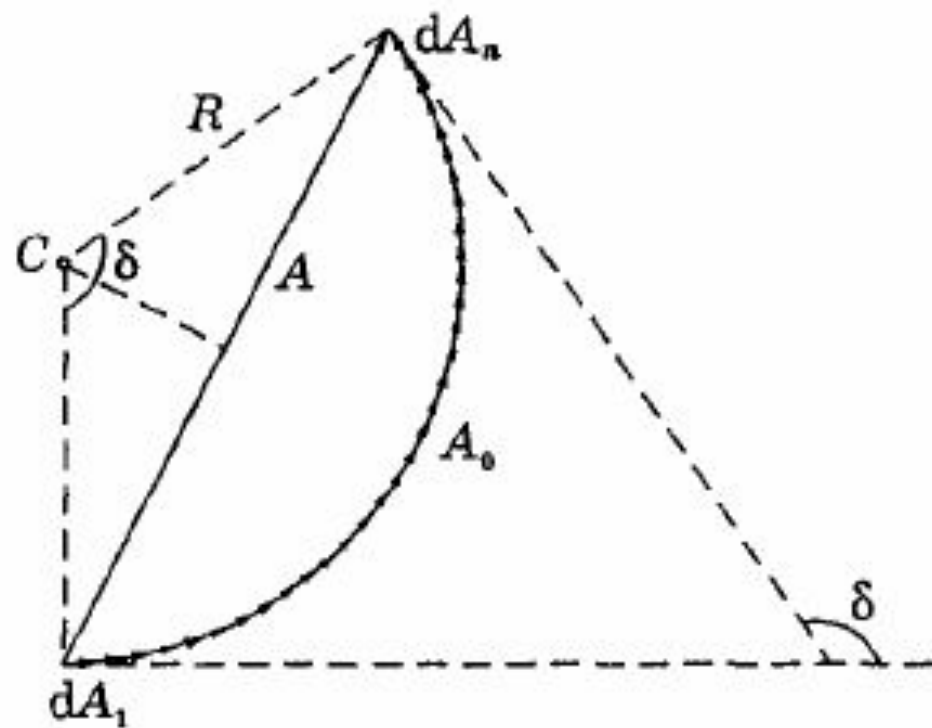


$$E_m = \int_S K(\vartheta) \frac{a_0}{r} \cos(kr + \alpha) dS,$$

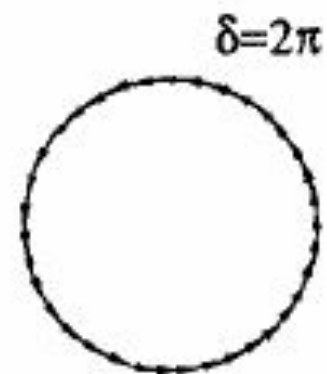
Интеграл выражает собой математическую формулировку принципа Гюйгенса-Френеля. Суть этого принципа в следующем: для определения амплитуды колебания в точке P , лежащей перед некоторой поверхностью S , надо найти амплитуды колебаний, приходящих в эту точку от всех элементов dS поверхности S и затем сложить их с учетом амплитуд и фаз. При этом предполагается, что все элементы поверхности S взаимно когерентны — это необходимое условие для интерференции вторичных волн.

Векторная фазовая диаграмма:
 Повернуть на 45°



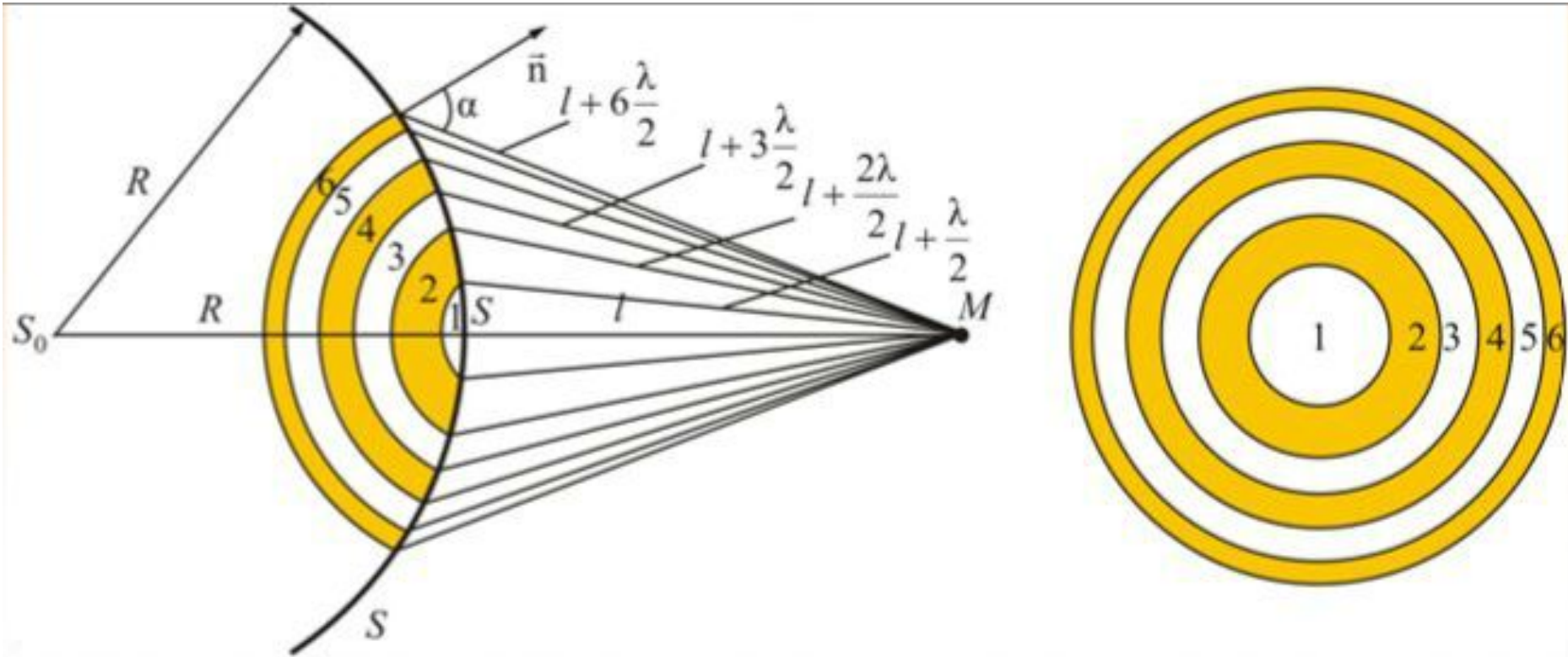


a)

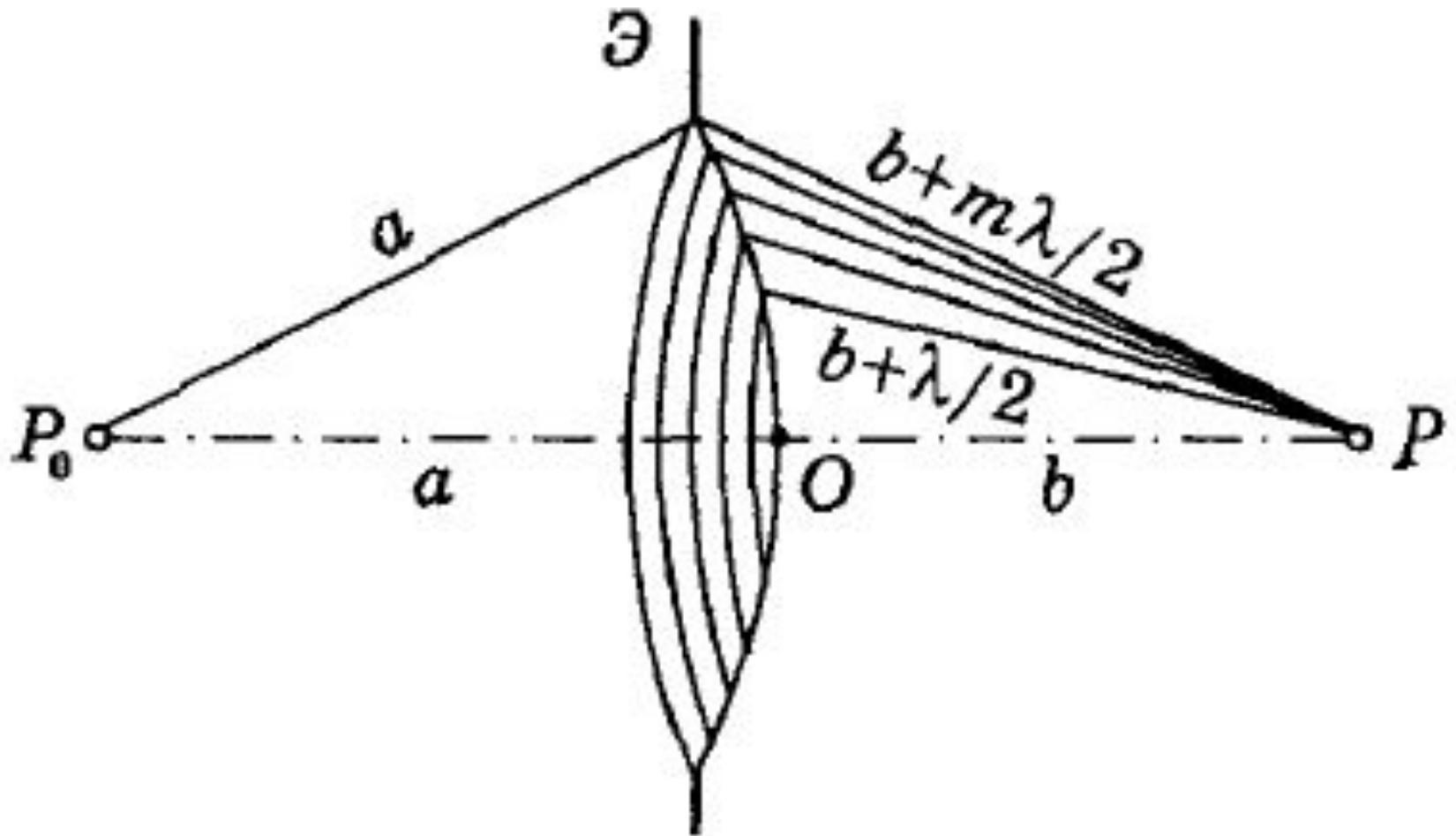


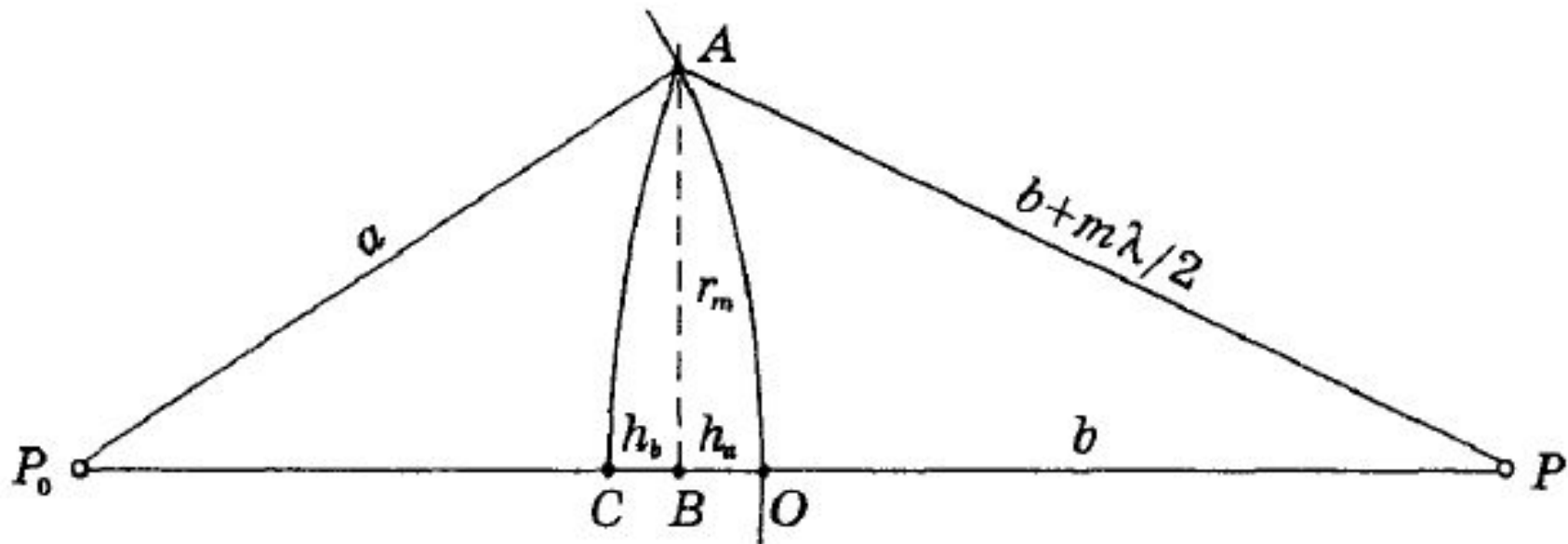
b)

МЕТОД ЗОН ФРЕНЕЛЯ



МЕТОД ЗОН ФРЕНЕЛЯ





отрезок CO равен $h_a + h_b = m\lambda/2$.)*

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_a)^2$$

$$r_m^2 = (2a - h_a) h_a$$

когда $h_a \ll 2a$,

$$h_a = r_m^2 / 2a.$$

аналогично для правой части рис.

$$r_m^2 = (b + m\lambda/2)^2 - (b + m\lambda/2 - h_b)^2 = (2b + m\lambda - h_b) h_b$$

так же приходим к выводу, что

$$h_b = r_m^2 / 2b.$$

Подставляя полученные значения h_a и h_b в формулу \quad)*

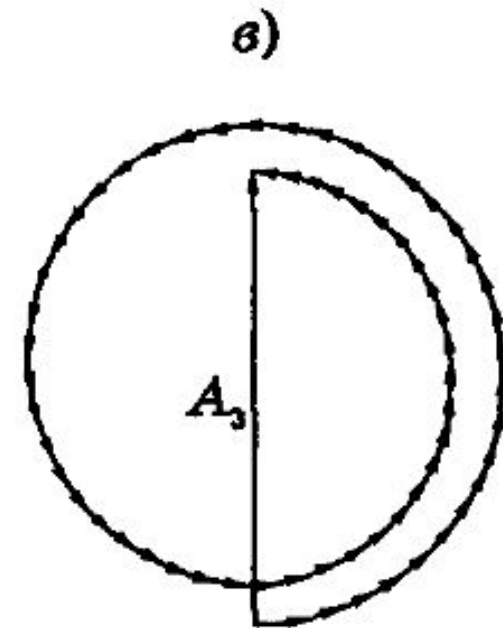
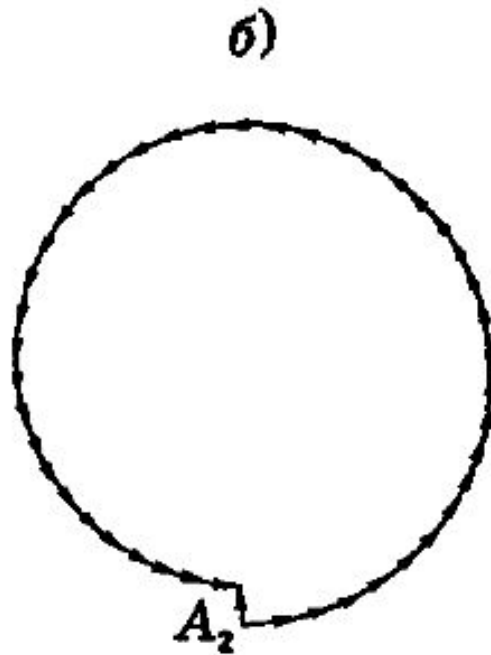
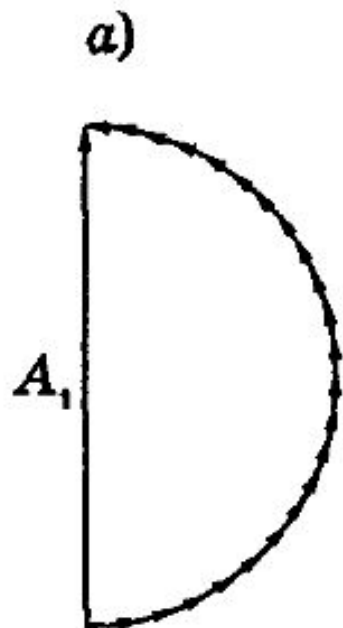
определяем, что внешний радиус m -й зоны Френеля

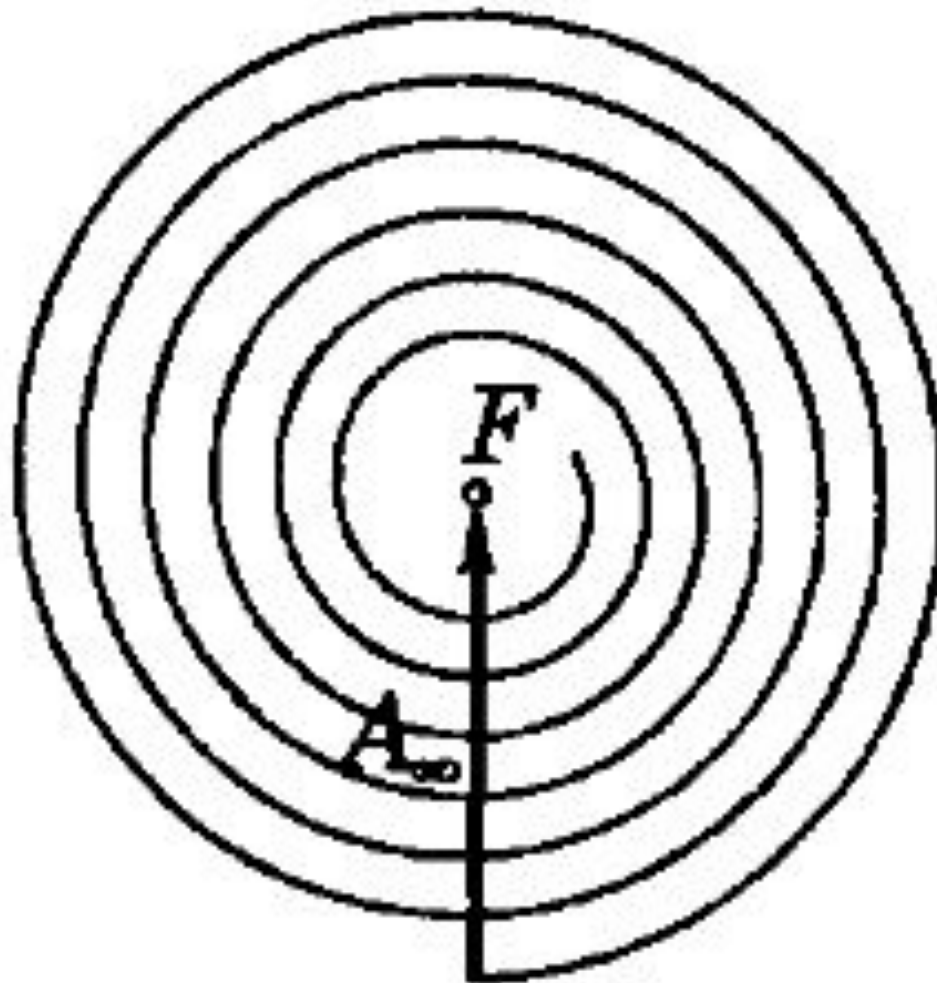
$$r_m = \sqrt{m\lambda \frac{ab}{a+b}}.$$

Если падающая волна плоская ($a \rightarrow \infty$), то

$$r_m = \sqrt{m\lambda b}.$$

ВЕКТОРНАЯ ДИАГРАММА ФРЕНЕЛЯ





Открыто бесконечно большое число зон Френеля

Дифракционная картина от круглого отверстия



Открыто четное
число зон

Открыто нечетное
число зон

Варианты отверстий и определение суммарной амплитуды диаграммы Френеля в точке наблюдения

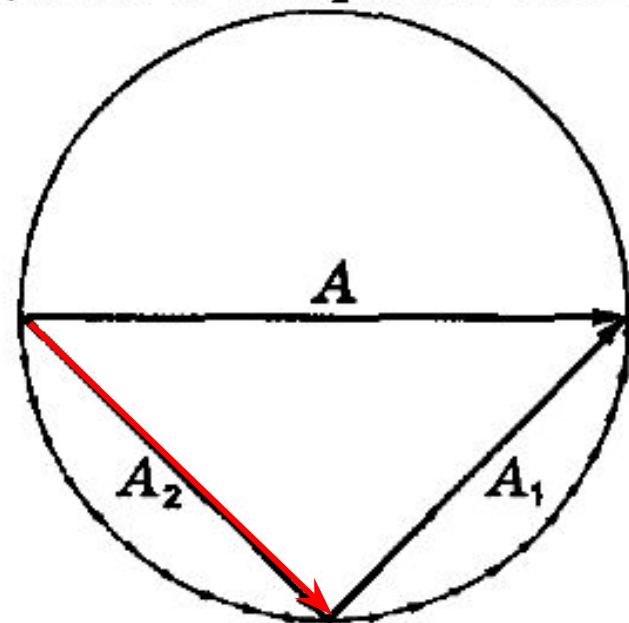
Примеры на доске:

Варианты отверстий и определение суммарной амплитуды диаграммы Френеля в точке наблюдения

Плоская световая волна интенсивности I_0 падает нормально на экран, в котором для точки наблюдения P открыты только внутренняя половина 1-й зоны Френеля и вторая (внешняя) половина 2-й зоны Френеля. Найдем интенсивность света в точке P .

Принимая первый виток спирали Френеля за окружность, построим соответствующие векторы A_1 и A_2 (см. рис.), и ответ очевиден:

$A = 2A_0$, откуда $I = 4I_0$.



Плоская световая волна с $\lambda = 0,64$ мкм и интенсивностью I_0 падает нормально на круглое отверстие радиуса $r = 1,2$ мм. Найти интенсивность в центре дифракционной картины на экране, отстоящем от отверстия на расстояние $b = 1,5$ м.

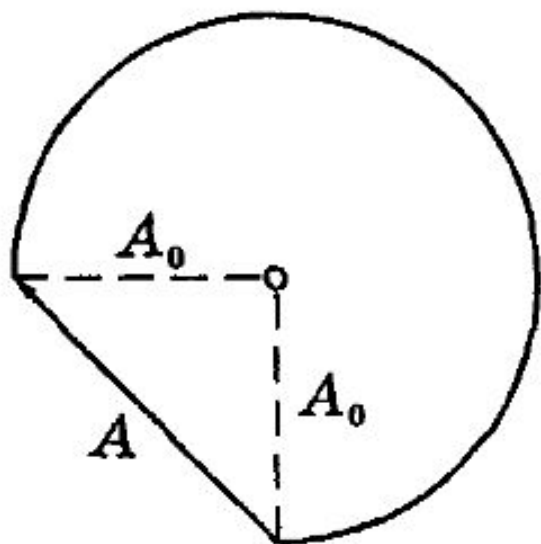


Рис. 5.36

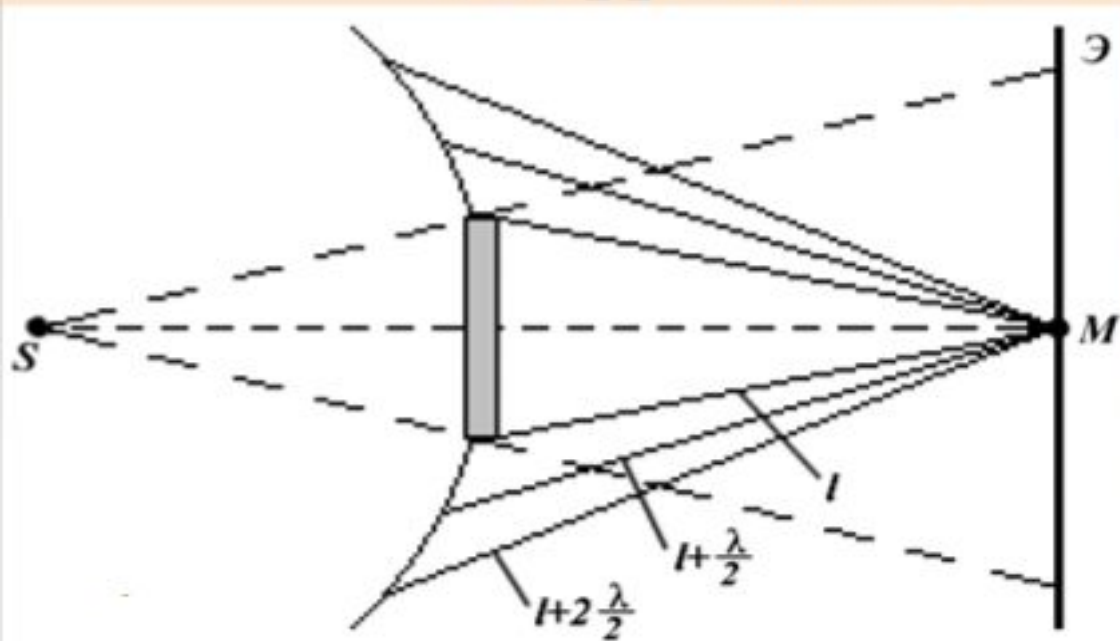
Решение. Прежде всего вычислим число m зон Френеля, укладывающихся в данном отверстии. Согласно формуле (5.6)

$$m = r^2 / \lambda b = 1,5.$$

Это значение m соответствует вектору A на рис. 5.36, где приведена «действующая» часть первого витка спирали Френеля. Из этого рисунка сразу видно, что $A \approx \sqrt{2}A_0$, а значит интенсивность $I = 2I_0$.

Дифракция от диска

Дифракция от диска



Если диск закрывает четное количество зон, то освещенность в точке M будет такой же, как и в отсутствие экрана. Вследствие симметрии **центральная светлая точка** будет окружена кольцами света и тени (вне границ геометрической тени).

«Пятно Пуассона»

Дифракция от круглого диска. Поместим между источником света S и точкой наблюдения P непрозрачный круглый диск радиуса

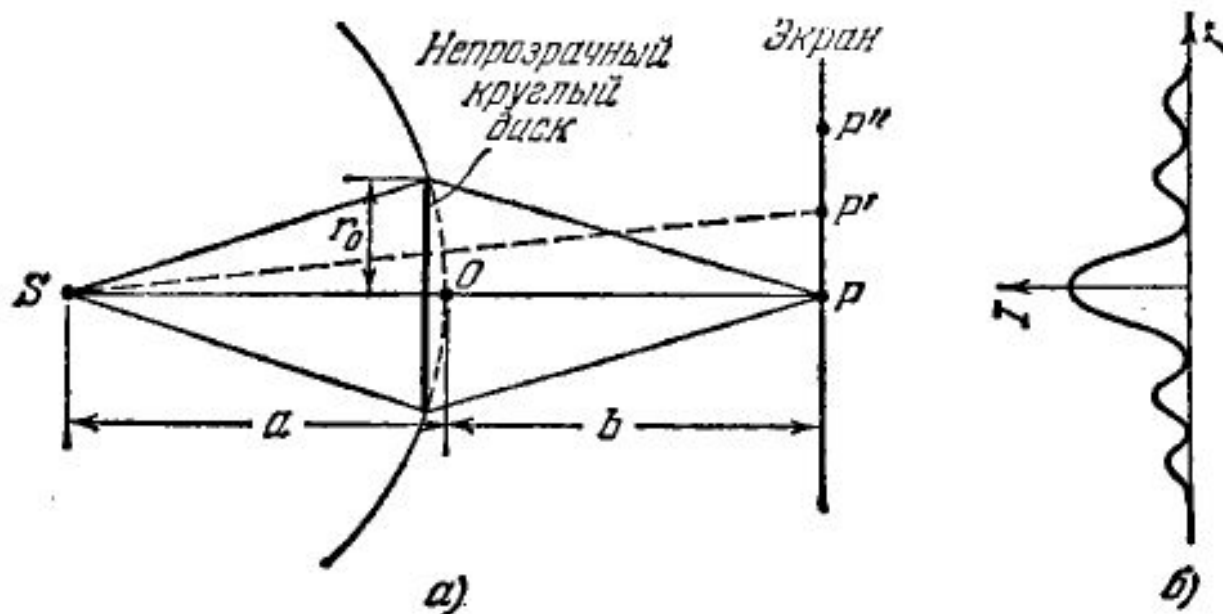


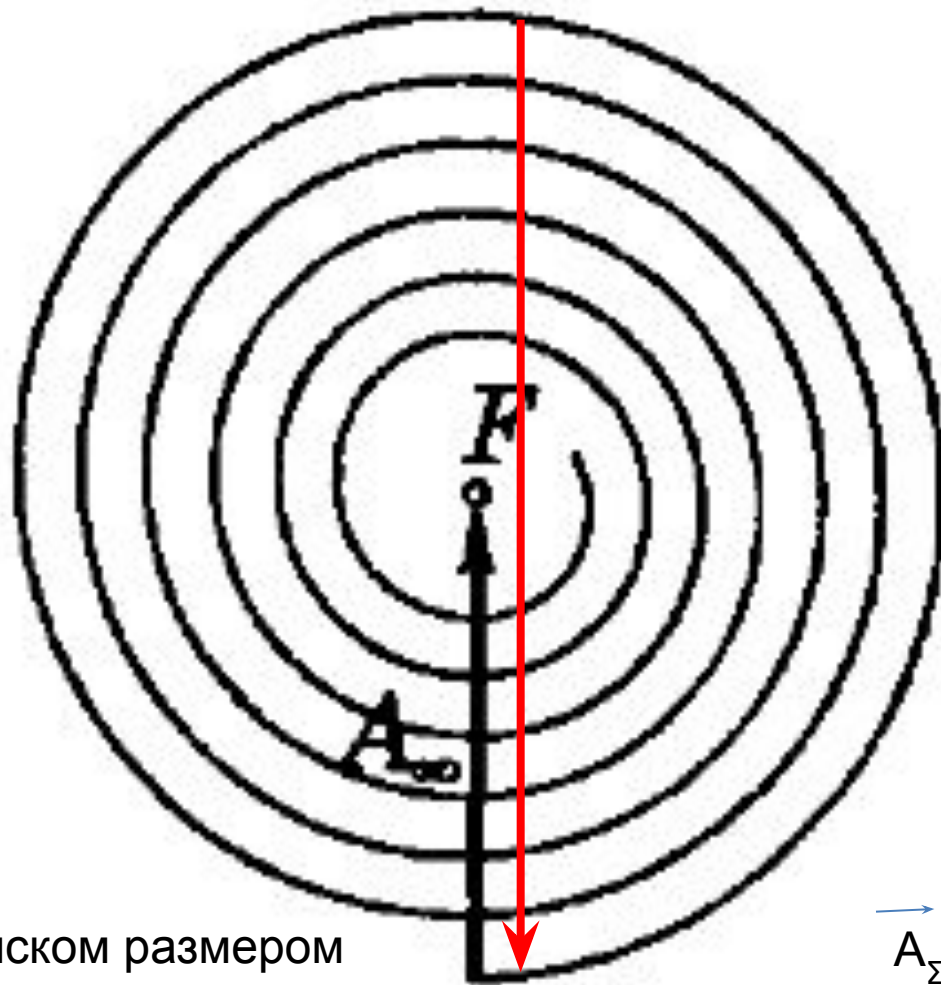
Рис. 128.4.

r_0 (рис. 128.4). Если диск закроет m первых зон Френеля, амплитуда в точке P будет равна

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots$$

Выражения, стоящие в скобках, можно положить равными нулю, следовательно,

$$A = A_{m+1}/2.$$

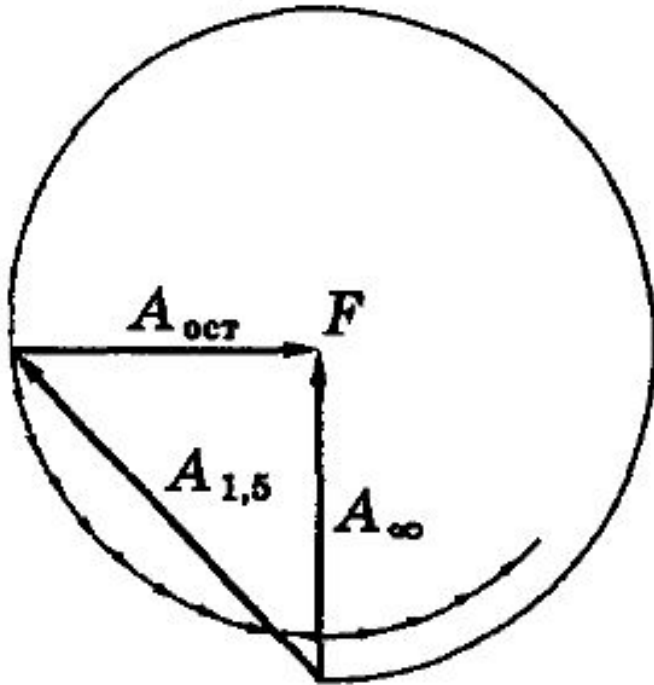


К примеру с диском размером
в первую зону

$$\vec{A}_{\Sigma} = \vec{A}_{\infty} + \vec{A}_1$$

Френеля

Диск закрывает 1,5 первые зон Френеля



$$A_\infty = A_{1,5} + A_{ост}$$

Варианты отверстий и определение суммарной амплитуды диаграммы Френеля в точке наблюдения

открыто $3/4$ волновой поверхности,



а) от каждой зоны Френеля будет действовать только $3/4$ ее части, следовательно, амплитуда в точке P будет $A = (3/4)A_0$ и интенсивность $I = (3/4)^2 I_0$.

Варианты отверстий и определение суммарной амплитуды диаграммы Френеля в точке наблюдения

закругленная часть экрана является границей 1-й зоны Френеля для точки P .



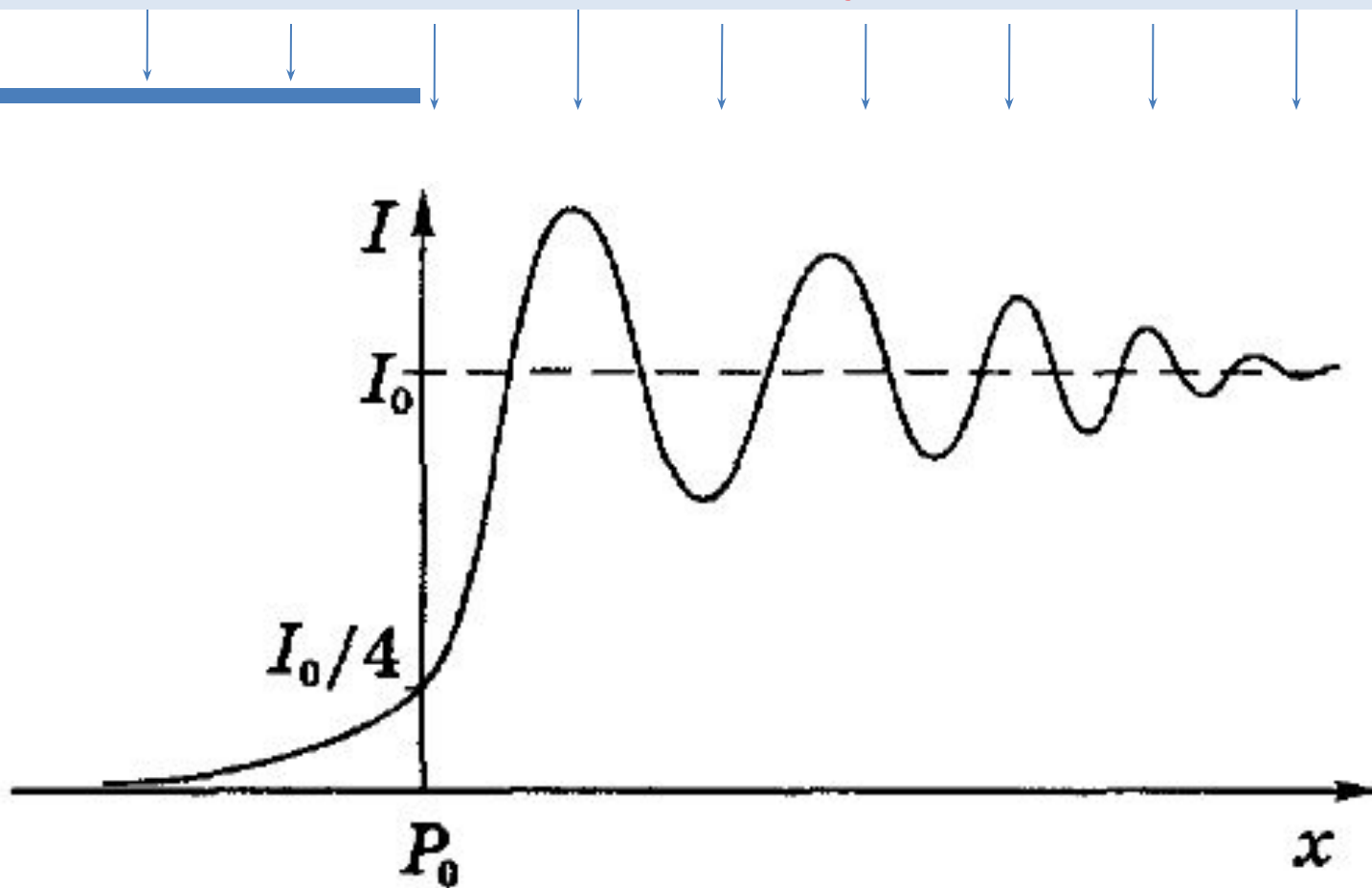
б) результирующая амплитуда A в точке P будет равна разности амплитуды от первой зоны Френеля A_1 и амплитуды от всех остальных зон $(3/4)A_{\text{ост}}$, где $A_{\text{ост}} \approx A_{\infty}$.

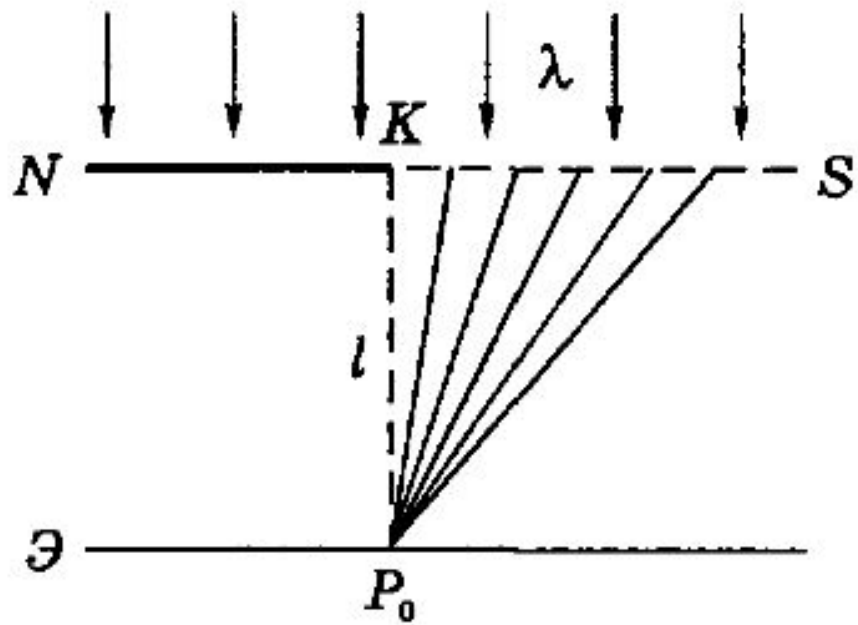
результующая амплитуда в точке P равна

$$A = A_1 - (3/4)A_{\text{ост}} = 2A_{\infty} - (3/4)A_{\infty} = (5/4)A_{\infty}.$$

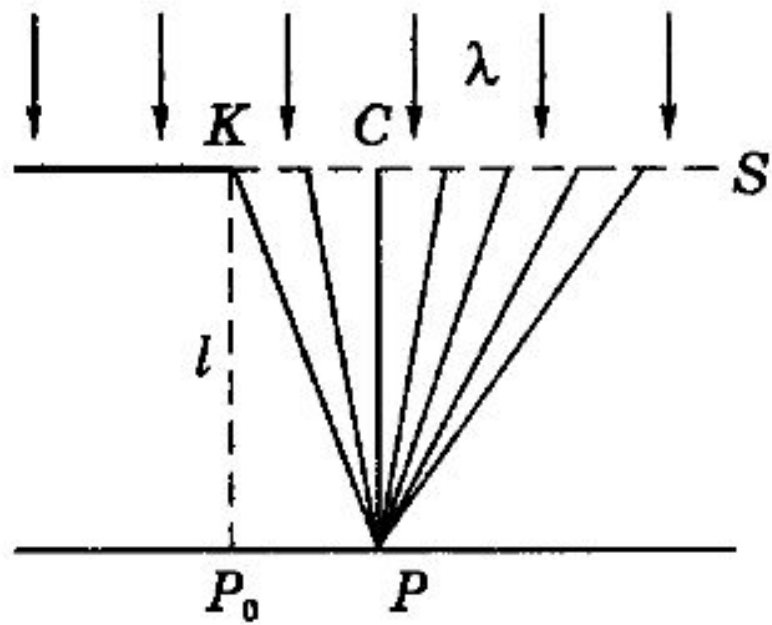
Отсюда интенсивность $I = (5/4)^2 I_0$.

Дифракция от полуплоскости

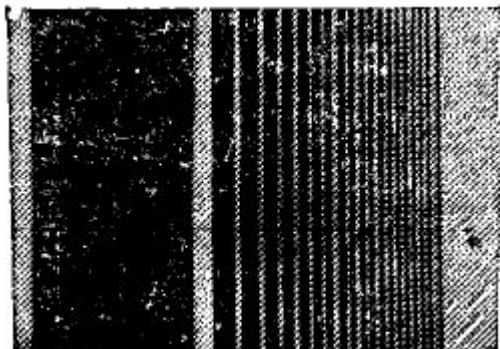




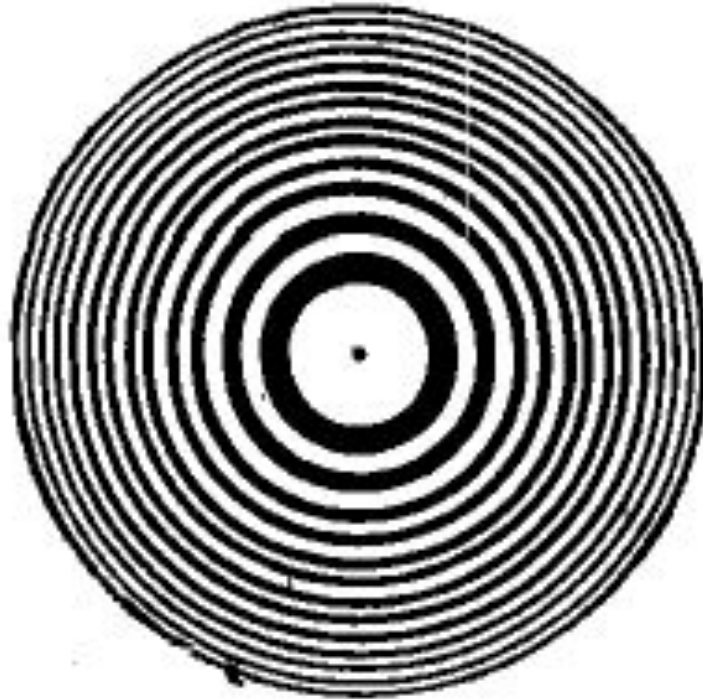
a)



b)



Зонная пластинка



Амплитудные и фазовые пластинки

Следующие три слайда рассмотрение
задачи

Плоская световая волна с $\lambda = 0,60$ мкм падает нормально на достаточно большую стеклянную пластинку, на обратной стороне которой сделана круглая выемка (рис. 5.37). Для точки наблюдения P она представляет собой первые полторы зоны Френеля. Найти глубину h выемки, при которой интенсивность света в точке P будет:

- максимальной;
- минимальной.

Решение. Прежде всего изобразим на первом витке спирали Френеля интересующие нас векторы *в отсутствие* выемки (рис. 5.38), где изображенные векторы соответствуют амплитудам колебаний: от всей волновой поверхности (A_∞), от первых полутора зон Френеля ($A_{1,5}$) и от всех остальных ($A_{\text{ост}}$). Видно, что $A_\infty = A_{1,5} + A_{\text{ост}}$.

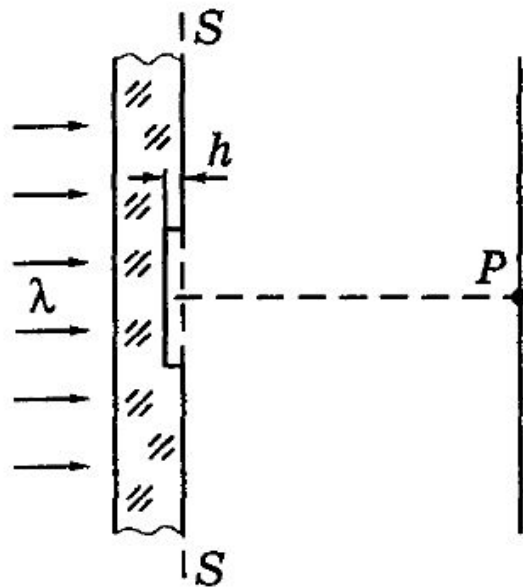


Рис. 5.37

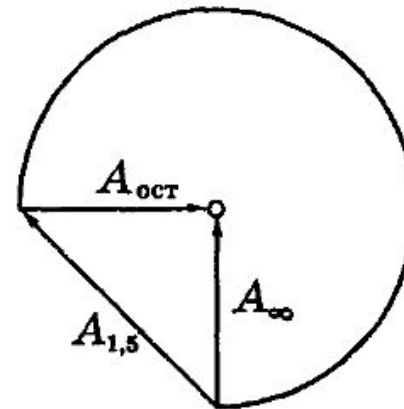
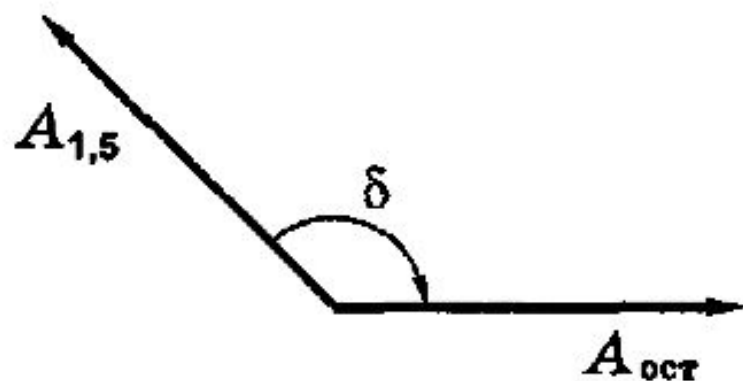
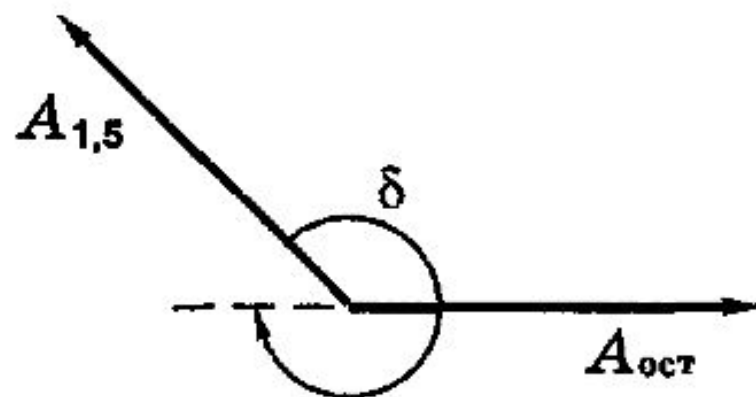


Рис. 5.38

Теперь представим себе, что мы начали постепенно делать выемку — увеличивать h . Это приведет к тому, что колебания, проходящие через выемку, начнут *опережать* по фазе, поскольку их оптический путь уменьшится на $\Delta = h(n - 1)$, что соответствует сдвигу по фазе на $\delta = 2\pi\Delta/\lambda$ и повороту вектора $A_{1,5}$ на этот угол *по* часовой стрелке. Напомним, что *отставание* по фазе мы условились характеризовать поворотом *против* часовой стрелки, значит *опережение* — *по* часовой стрелке.



a)



b)

Рис. 5.39

а) Для получения максимума интенсивности, а значит и амплитуды, надо, чтобы вектор $A_{1,5}$ оказался сонаправленным с вектором $A_{\text{ост}}$. Для этого его следует повернуть, как показано на рис. 5.39, а, на угол $\delta = (3/4)\pi + 2\pi m$, где $m = 0, 1, \dots$. Итак, из условия $\delta = 2\pi\Delta/\lambda$ получим

$$\frac{3}{4}\pi + 2\pi m = 2\pi \frac{h(n-1)}{\lambda},$$

откуда следует, что

$$h = \frac{\lambda}{n-1} \left(m + \frac{3}{8} \right).$$

б) Для получения минимума нужно, чтобы вектор $A_{1,5}$ оказался противоположно направленным вектору $A_{\text{ост}}$. Из рис. 5.39, б видно, что для этого его надо повернуть на угол $\delta = (7/4)\pi + 2\pi m$, $m = 0, 1, 2, \dots$. Следовательно,

$$\frac{7}{4}\pi + 2\pi m = 2\pi \frac{h(n-1)}{\lambda},$$

откуда искомая глубина выемки

$$h = \frac{\lambda}{n-1} \left(m + \frac{7}{8} \right).$$

Количественный критерий определения вида дифракции:

Характер дифракции зависит от значения параметра

$$\frac{b^2}{l\lambda} \begin{cases} \ll 1 - \text{дифракция Фраунгофера} \\ \sim 1 - \text{дифракция Френеля} \\ \gg 1 - \text{геометрическая оптика} \end{cases}$$

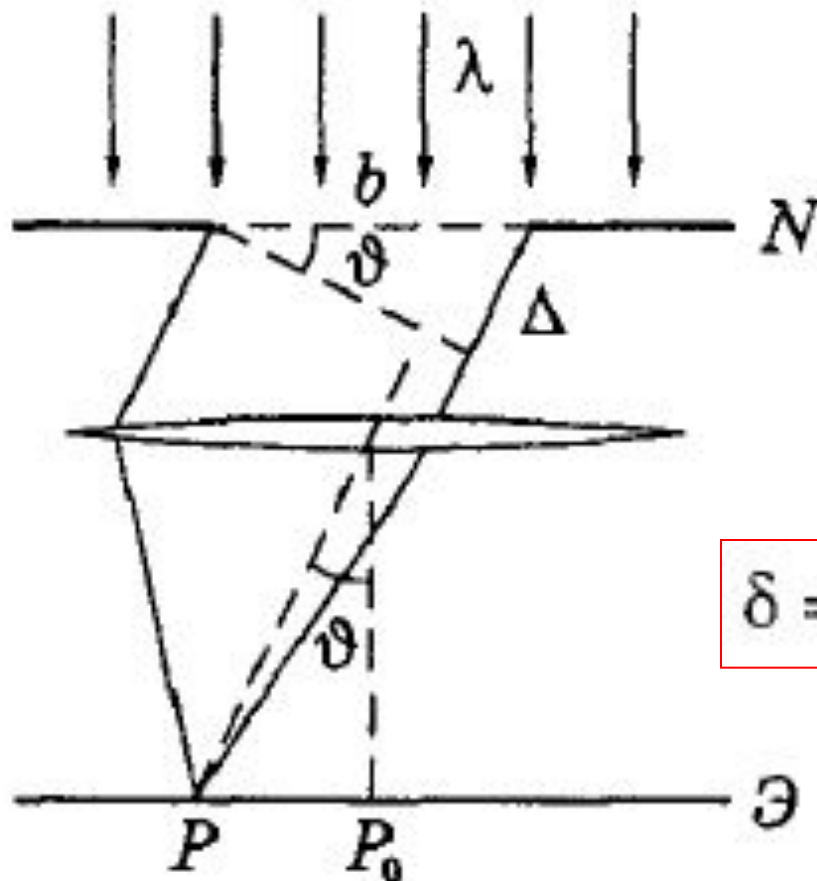
b - ширина щели;

l - расстояние от щели до экрана;

λ - длина волны.

Конец материала лекции 14

Дифракция света на одной щели

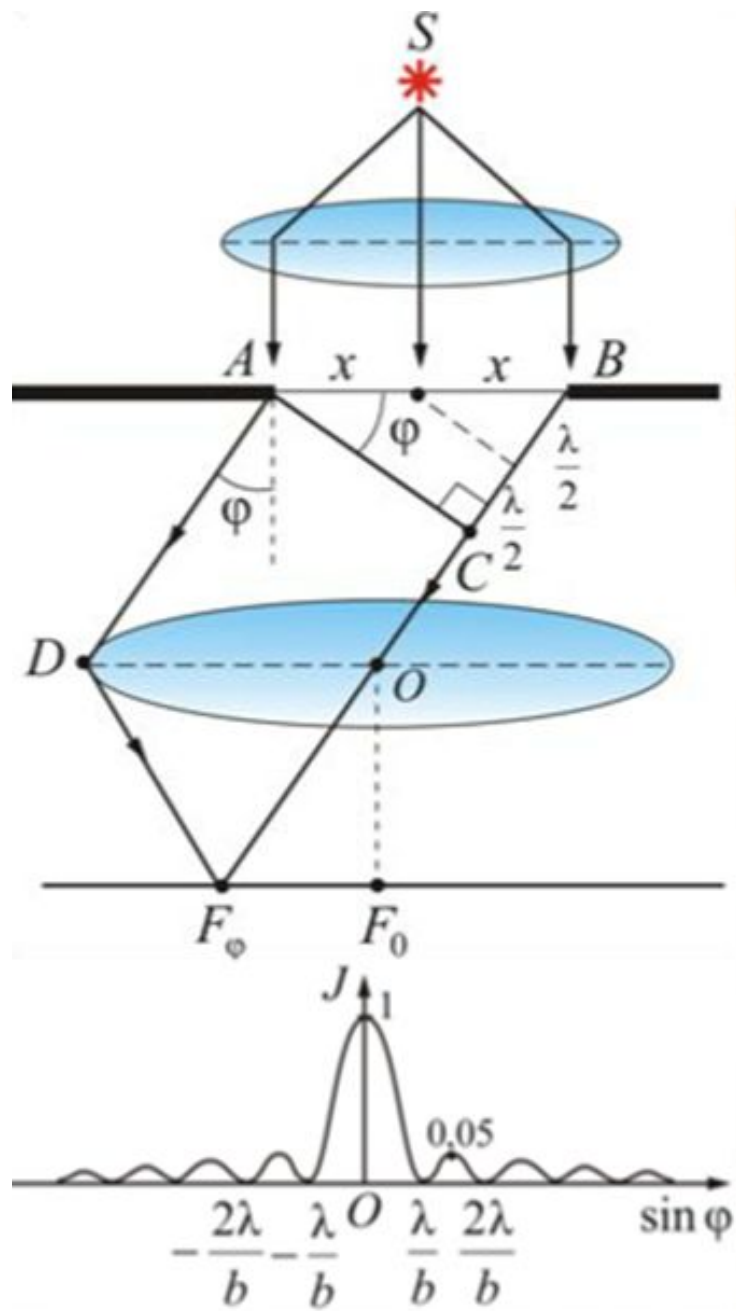


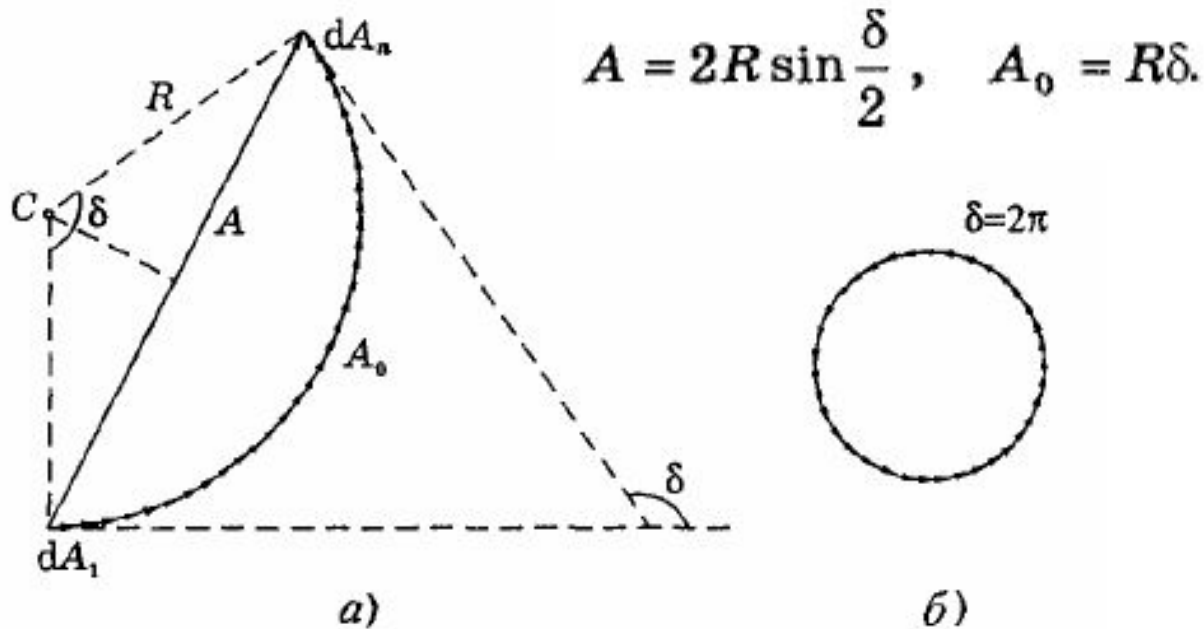
$$\frac{\Delta}{\lambda} = \frac{\delta}{2\pi}$$

$$\Delta = b \sin \vartheta$$

$$\delta = 2\pi b \sin \vartheta / \lambda$$

δ - разность фаз на оптической разности хода





Разность фаз δ связана с разностью хода Δ соотношением

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$$

Так как $\Delta = b \sin \vartheta$ и в минимуме $\delta = 2\pi m$,

Условие для минимумов от одной щели

$b \sin \vartheta_m = \pm m\lambda,$	$m=1, 2, \dots$	$m \neq 0,$
--------------------------------------	-----------------	-------------

Распределение интенсивности света от **одной** щели

Из рисунка на слайде 40:

$$A = 2R \sin \frac{\delta}{2}, \quad A_0 = R\delta.$$

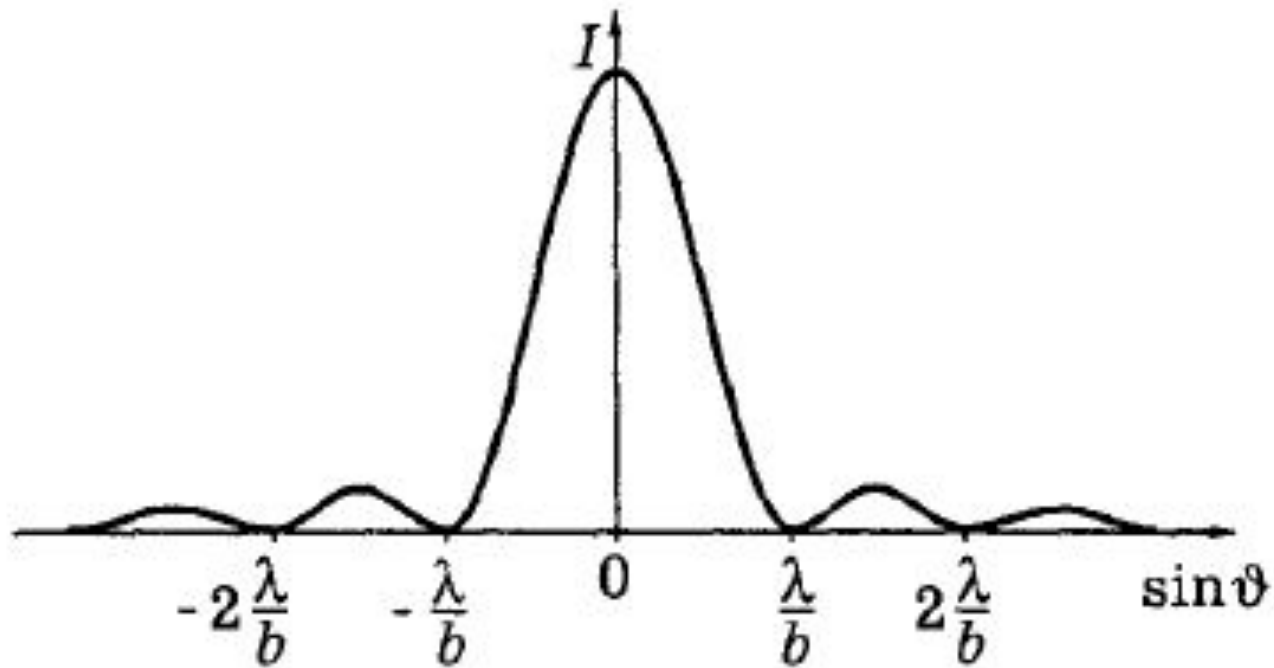
Исключив R
получим:

$$A = A_0 \frac{\sin(\delta/2)}{\delta/2}$$

А так как $I \propto A^2$, то

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2}$$

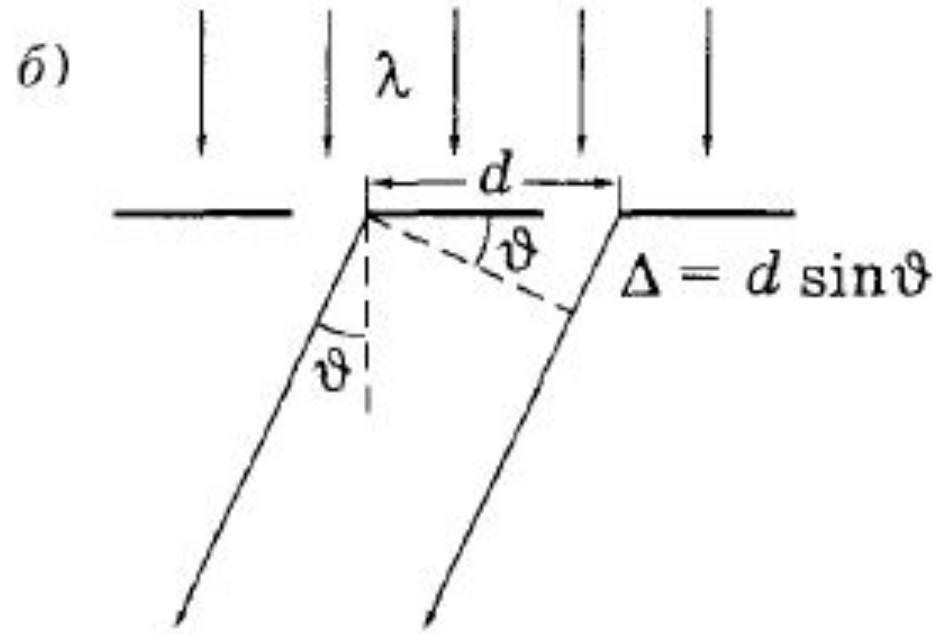
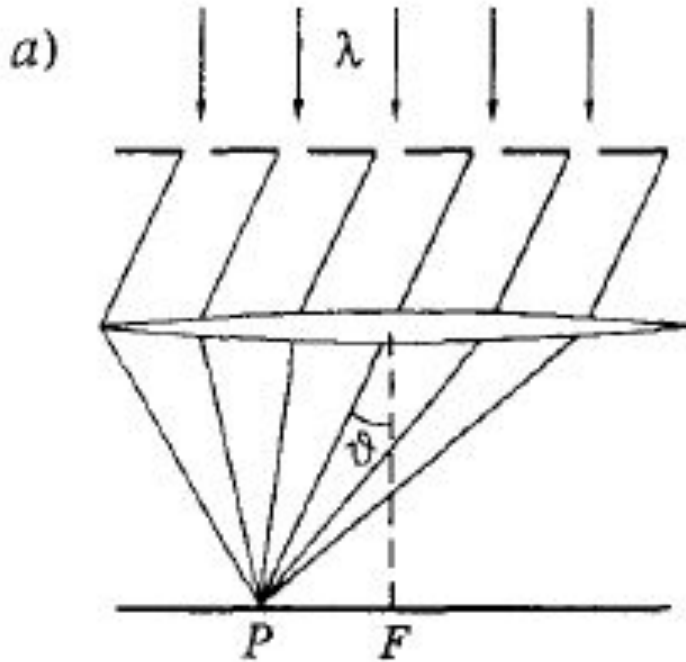
Распределение интенсивности света от **одной** щели



В центральном максимуме сосредоточена основная доля светового потока, проходящего через щель:

$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 : \dots = 1 : 0,05 : 0,02 : 0,008 : \dots$$

Дифракционная решетка



d – период решетки

Главные максимумы

Для главных максимумов $A = A_1 N$, $I = I_1 N^2$.

Условие главных максимумов m -го порядка:

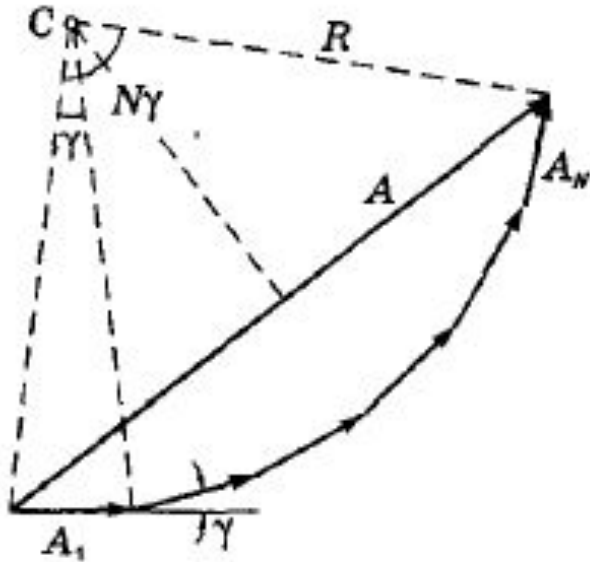
$$d \sin \vartheta_m = \pm m \lambda, \quad m=0, 1, 2, \dots,$$

В направлениях ϑ_m , определяемых этим уравнением, возникают максимумы, интенсивность которых в N^2 раз превосходит интенсивность от каждой щели в том же направлении. Их называют *главными максимумами* m -го порядка, а уравнение — *условием главных максимумов*.

Они представляют практический интерес.

Интерференционные минимумы.

γ - угловой сдвиг по фазе волн света между соседними щелями



a)



b)

$$\gamma = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = 2\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda}$$

$$\gamma = 2\pi d \sin \theta / \lambda$$

Условие последнего замыкания векторов

$$N\gamma = 2\pi m'$$

где m' принимает целочисленные значения, кроме $0, N, 2N, \dots$, при которых цепочка распрямляется, и мы получаем главные максимумы.

Из двух предыдущих формул в рамках следует:

$$d \sin \vartheta = \pm \frac{m'}{N} \lambda$$

**))

Это выражение представляет собой *условие для интерференционных минимумов* (при целочисленных значениях m' , кроме $0, N, 2N, \dots$).

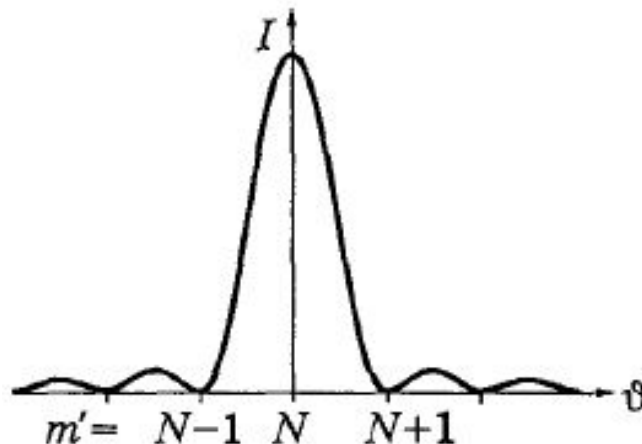
Это же выражение и будет и условием для главных максимумов при $m' = 0, N, 2N, \dots$

кроме интерференционных минимумов, необходимо иметь в виду и *дифракционные минимумы*, определяемые условием

$$b \sin \vartheta_m = \pm m \lambda, \quad m = 1, 2, \dots,$$

где b — ширина каждой щели.

Выражение ******) позволяет определять угловую ширину главных максимумов



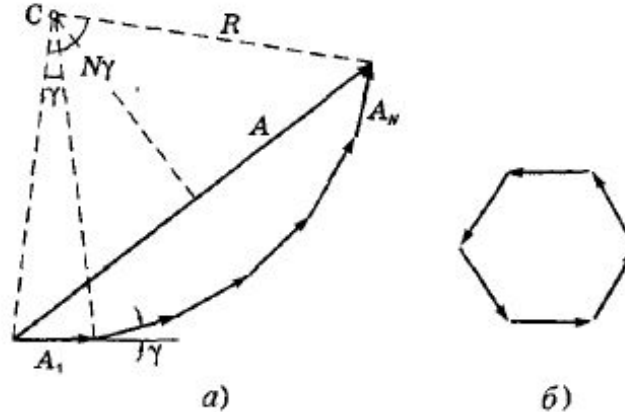
Взяв дифференциал этого выражения и учитывая, что при переходах между соседними главными максимумами m' меняется на единицу ($\delta m' = 1$).

Тогда $d \cos \vartheta \delta \vartheta = \lambda / N$, определим:

$$\delta \vartheta = \frac{\lambda}{N d \cos \vartheta} = \frac{\lambda}{h \cos \vartheta}$$

Интенсивность главных максимумов

$$\frac{\gamma}{\pi} = \frac{\Delta}{\lambda}$$



$$\gamma = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = 2\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda}$$

Из рисунка слайда 45 следует, что для дифракционной решетки со многими щелями результирующая амплитуда:

$$A = 2R \sin(N\gamma/2),$$

Амплитуда от одной щели

$$A_1 = 2R \sin(\gamma/2).$$

Исключив $2R$ из последних двух формул, получим:

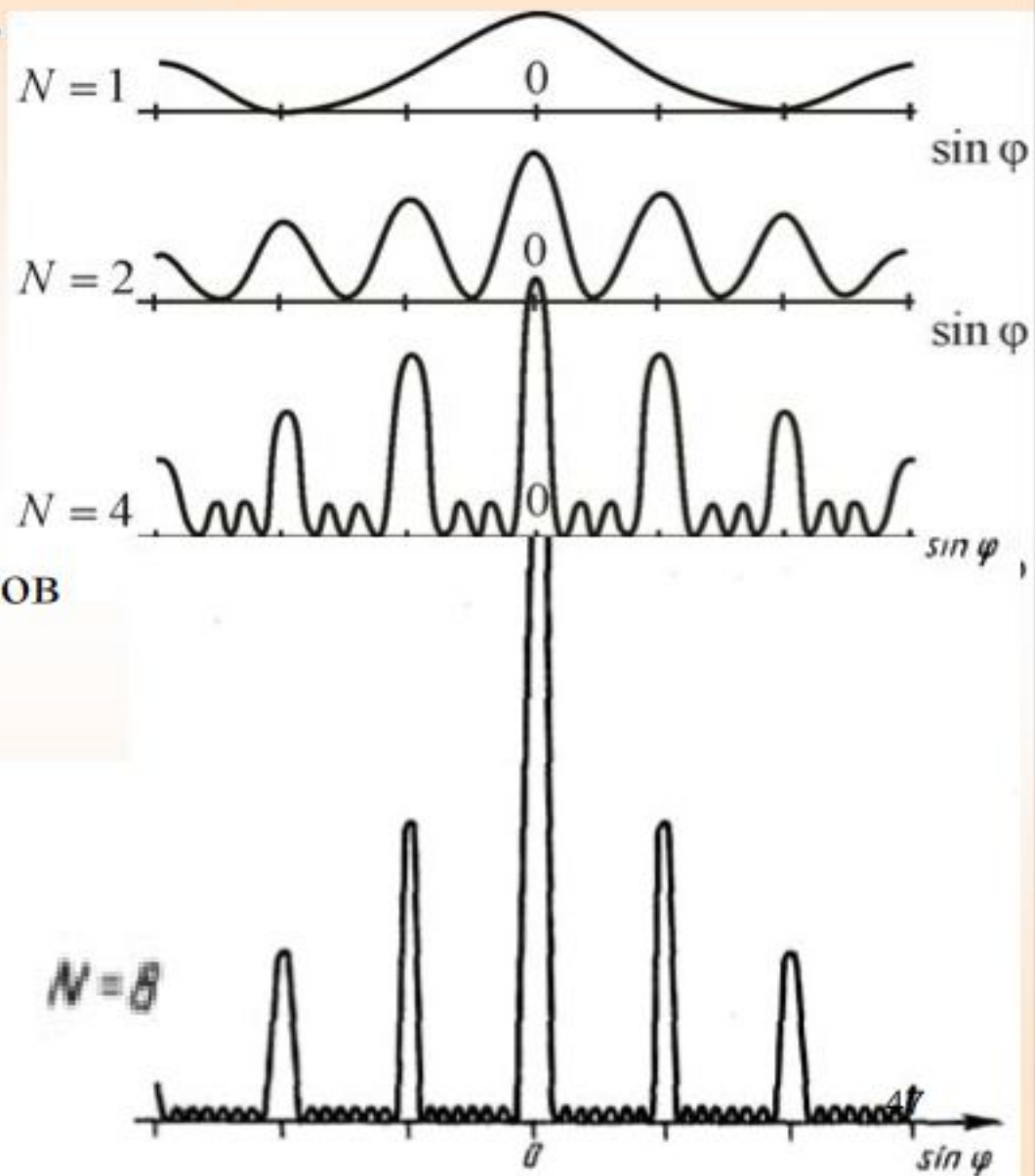
$$A = A_1 \frac{\sin(N\gamma/2)}{\sin(\gamma/2)} .$$

Учитывая $I \propto A^2$ и выражение для A_1 (слайд 40)

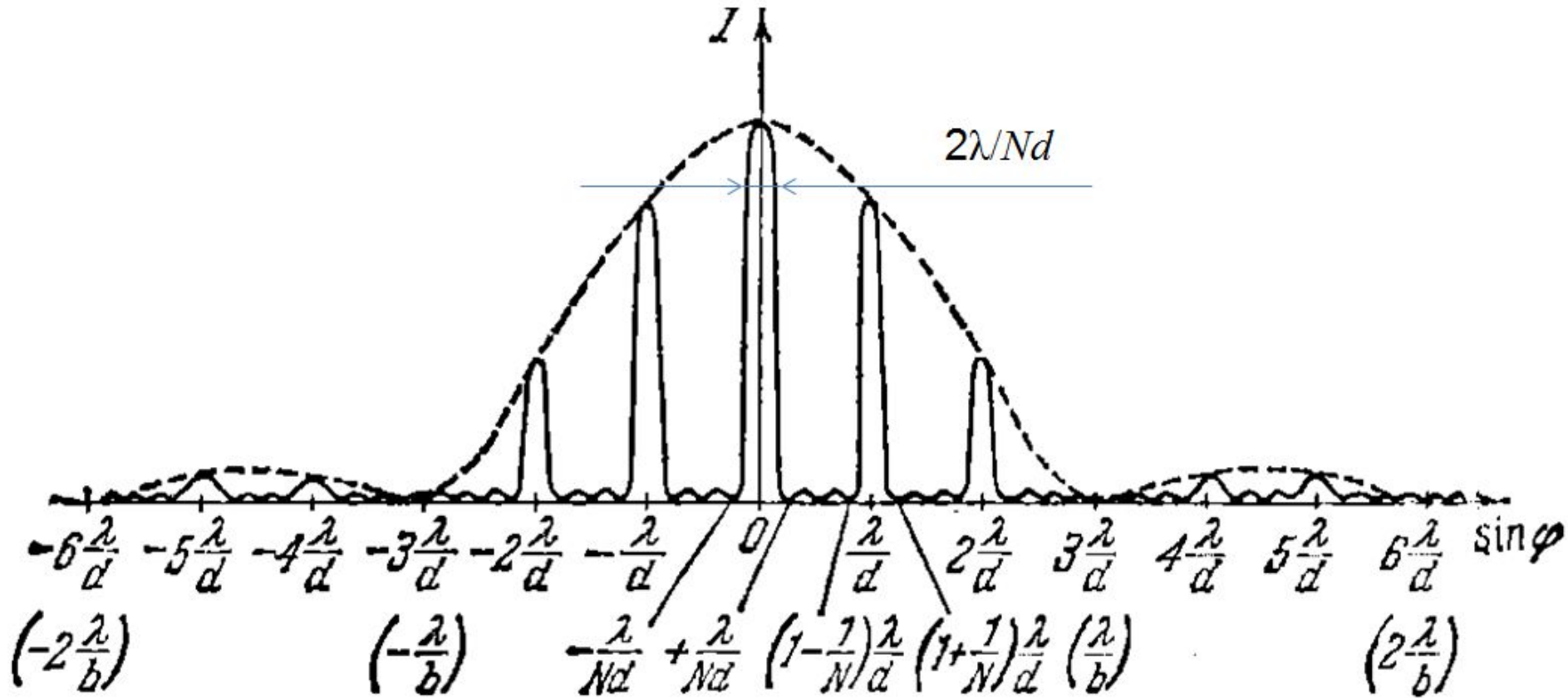
$$I = I_0 \frac{\sin^2(\delta/2)}{(\delta/2)^2} \cdot \frac{\sin^2(N\gamma/2)}{\sin^2(\gamma/2)} .$$

Количество щелей определяет световой поток через решетку:

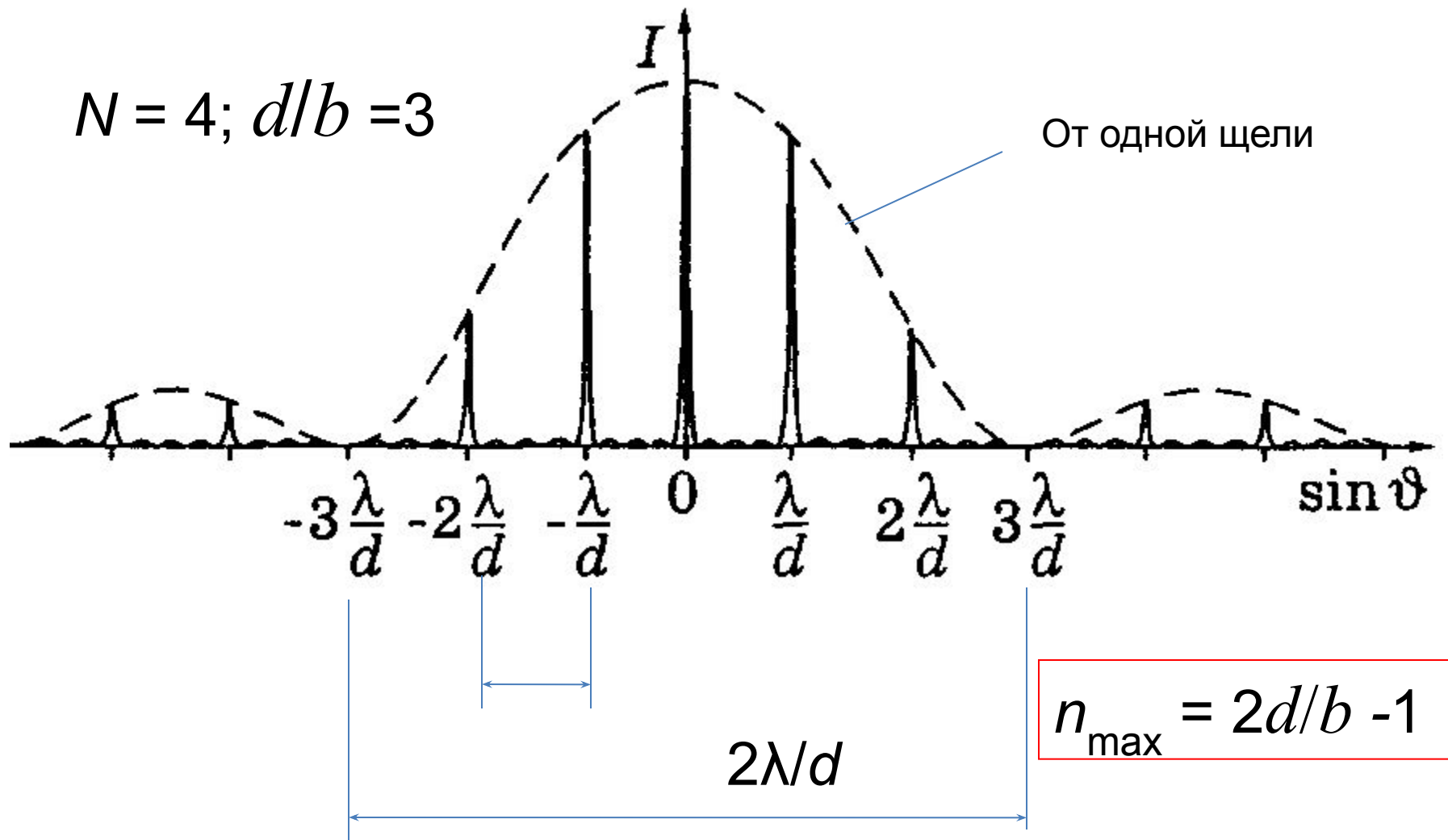
Чем больше щелей N , тем большее количество световой энергии пройдет через решетку, тем больше минимумов образуется между соседними главными максимумами.



Распределение интенсивности света от дифракционной решетки



Распределение интенсивности света от дифракционной решетки

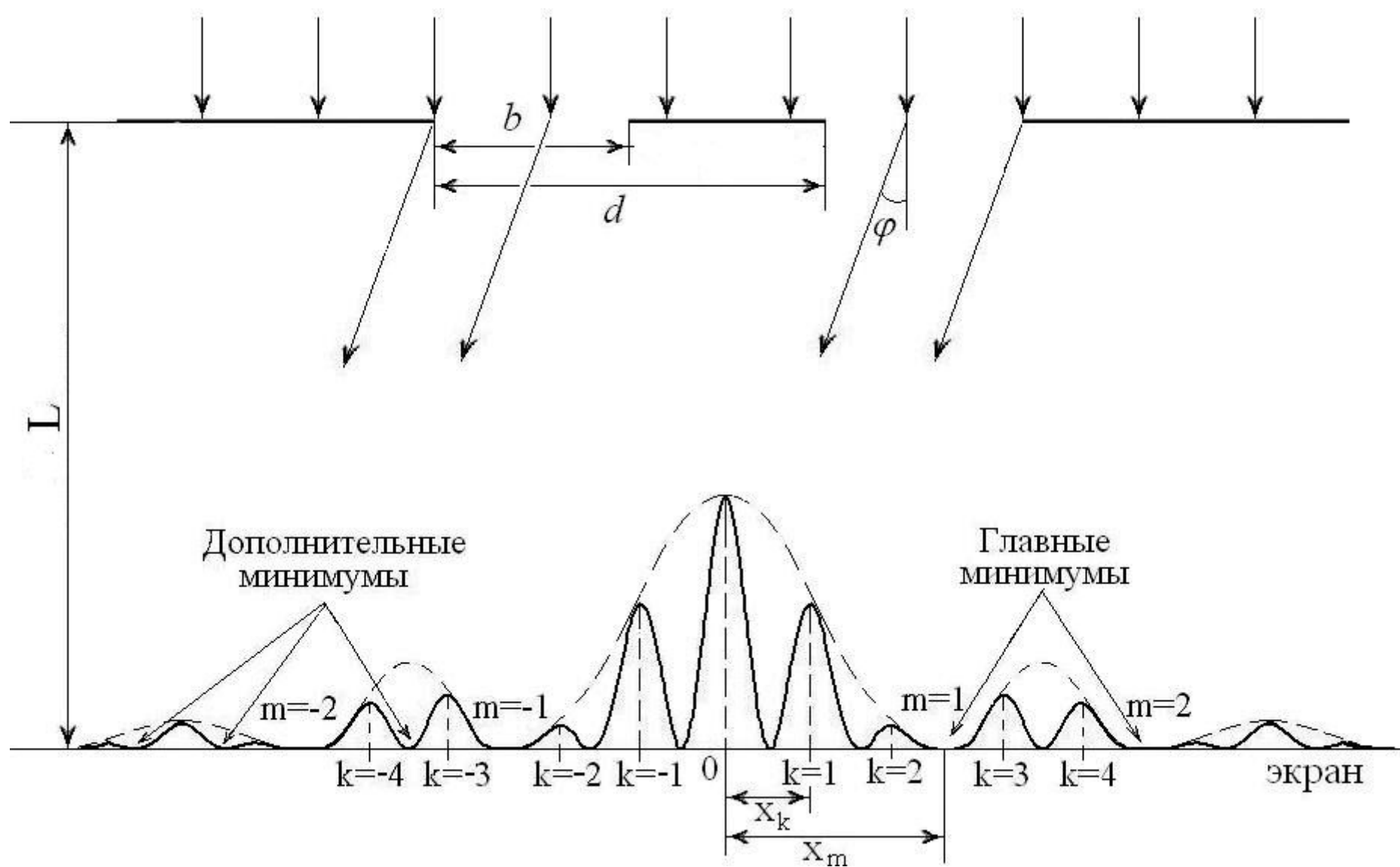


в промежутках между соседними главными максимумами имеется по $(N - 1)$ -му добавочному минимуму. Эти минимумы возникают в тех направлениях, для которых колебания от отдельных щелей взаимно погашают друг друга. Направления добавочных минимумов определяются условием:

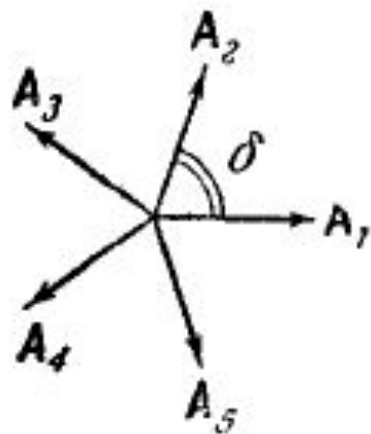
$$d \sin \varphi = \pm \frac{k'}{N} \lambda$$

$$(k' = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots, 2N-1, 2N+1, \dots)$$

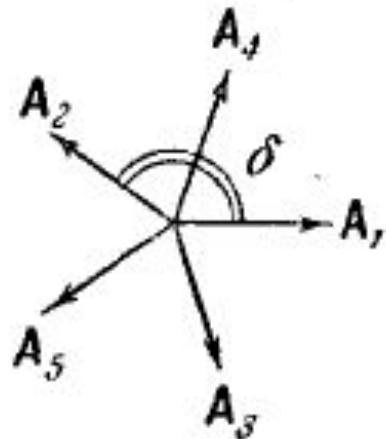
$[k'$ принимает все целочисленные значения, кроме $0, N, 2N, \dots$



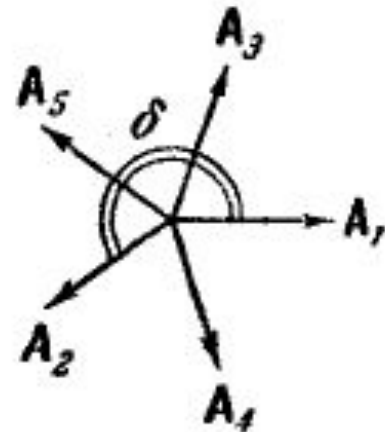
Вариант пяти щелей



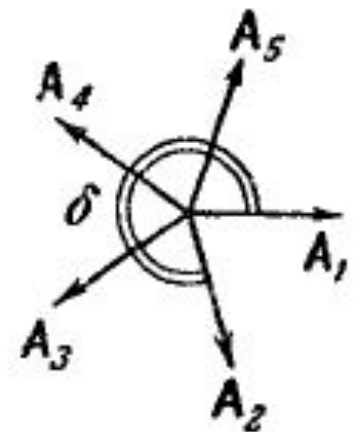
$$k' = 1, 6, 11, \dots$$



$$k' = 2, 7, 12, \dots$$

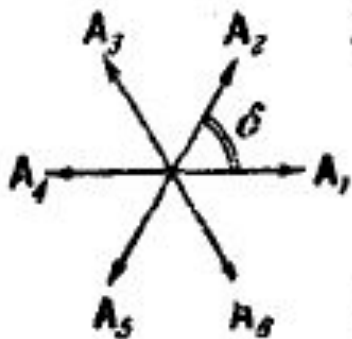


$$k' = 3, 8, 13, \dots$$

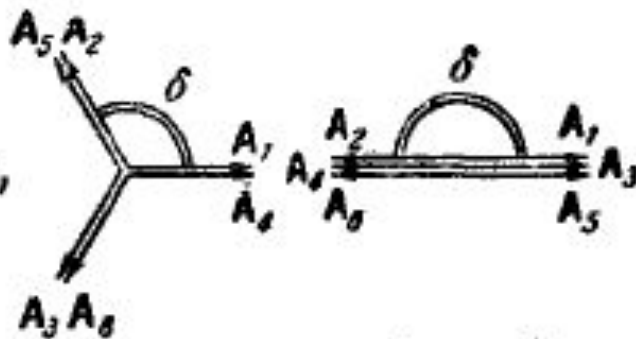


$$k' = 4, 9, 14, \dots$$

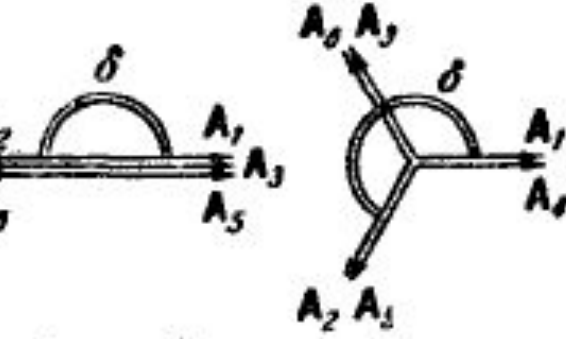
Вариант шести щелей



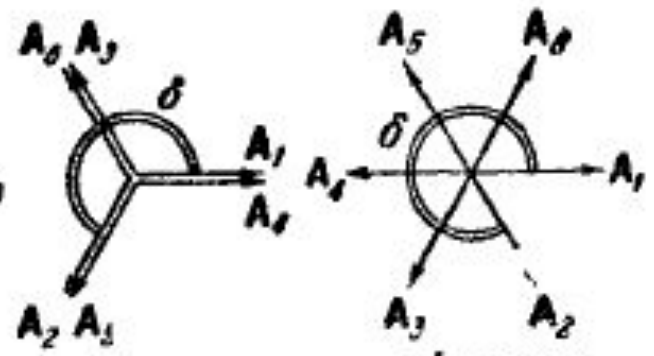
$$k' = 1, 7, 13, \dots$$



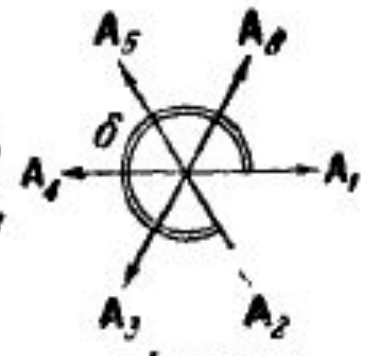
$$k' = 2, 8, 14, \dots$$



$$k' = 3, 9, 15, \dots$$

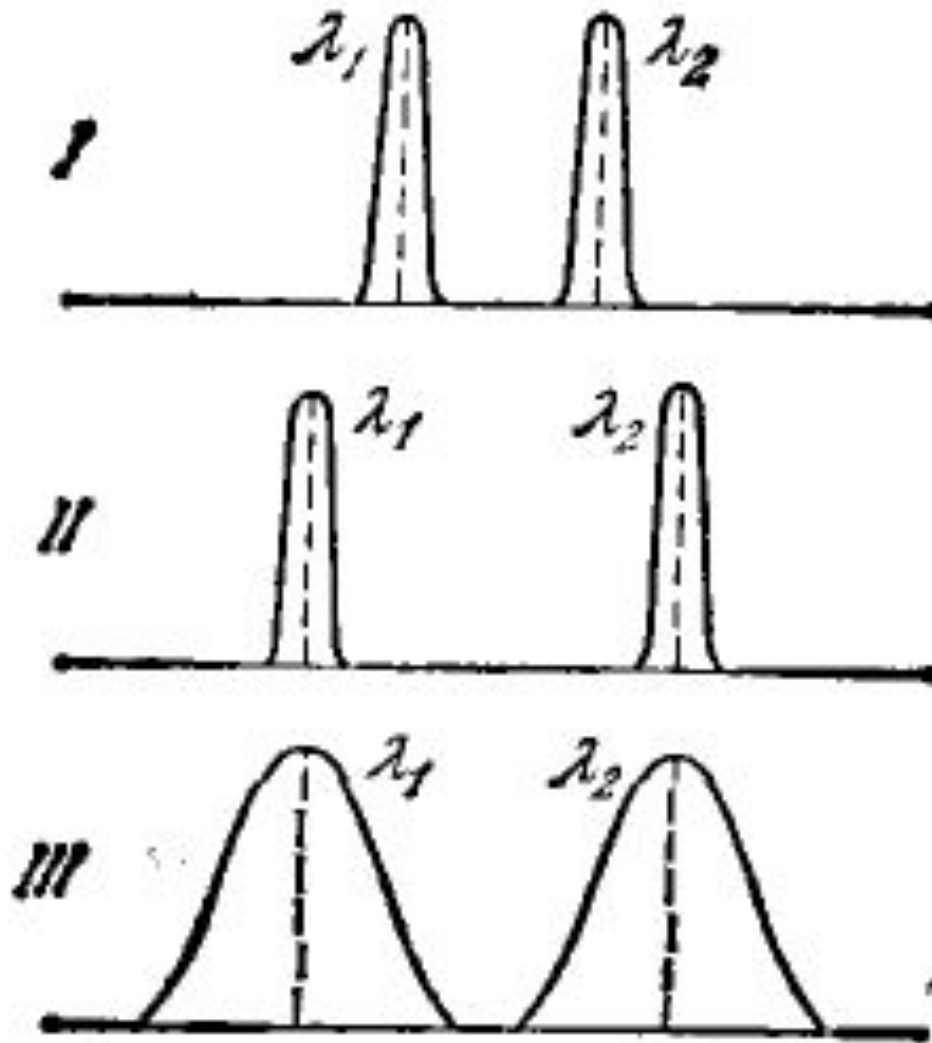


$$k' = 4, 10, 16, \dots$$



$$k' = 5, 11, 17, \dots$$

Влияние параметров дифракционной решетки

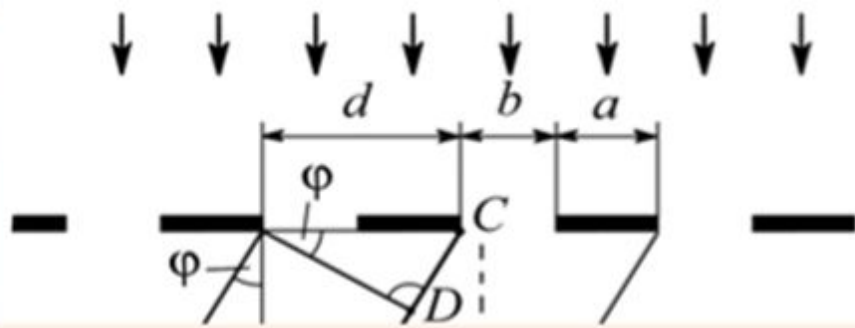


$$R_2 = R_1$$
$$N_2 = N_1/2$$
$$d_2 = d_1/2$$

$$d_3 = d_2$$
$$N_3 = N_2/2$$

следовательно

$$R_3 = R_2/2$$

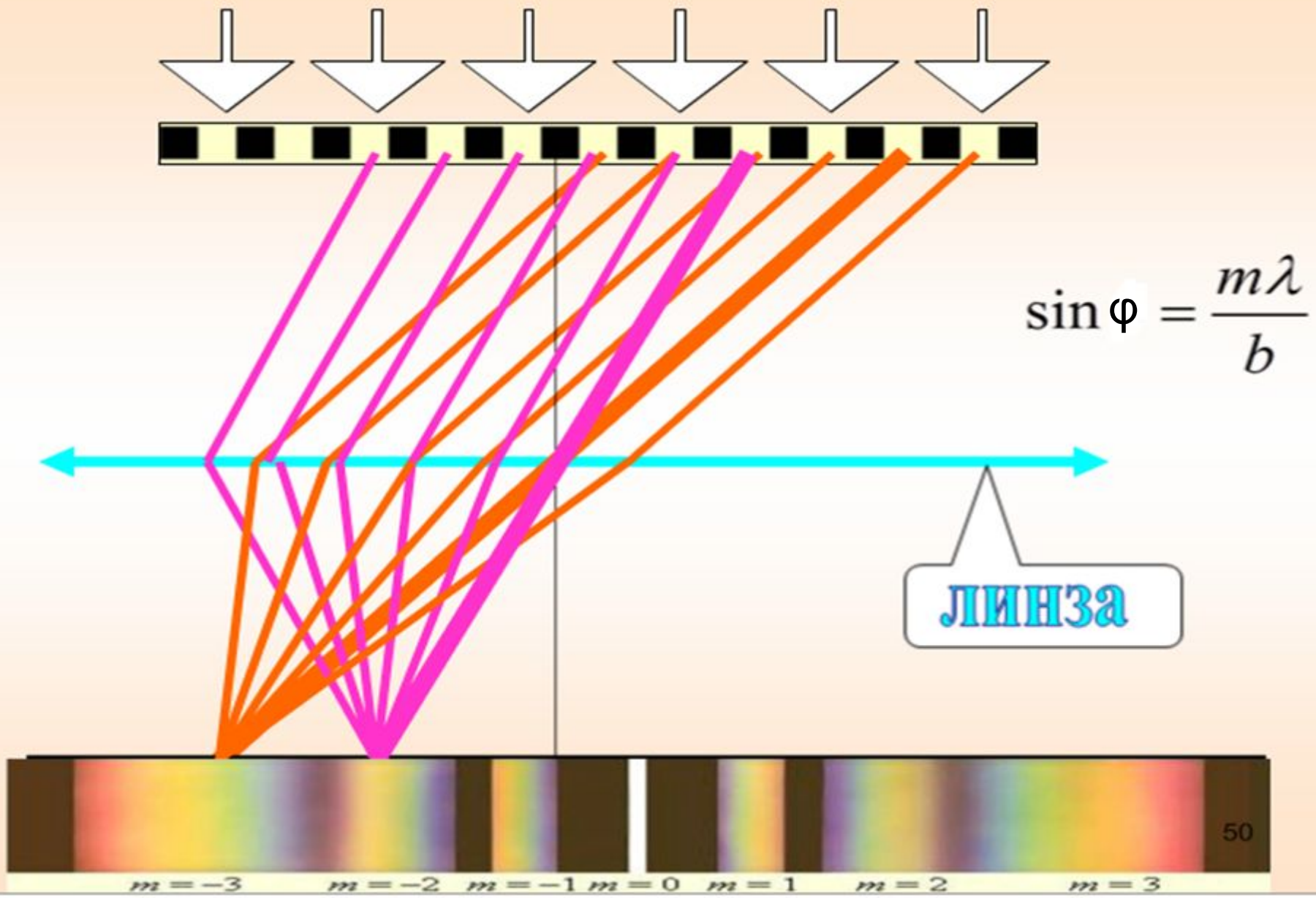


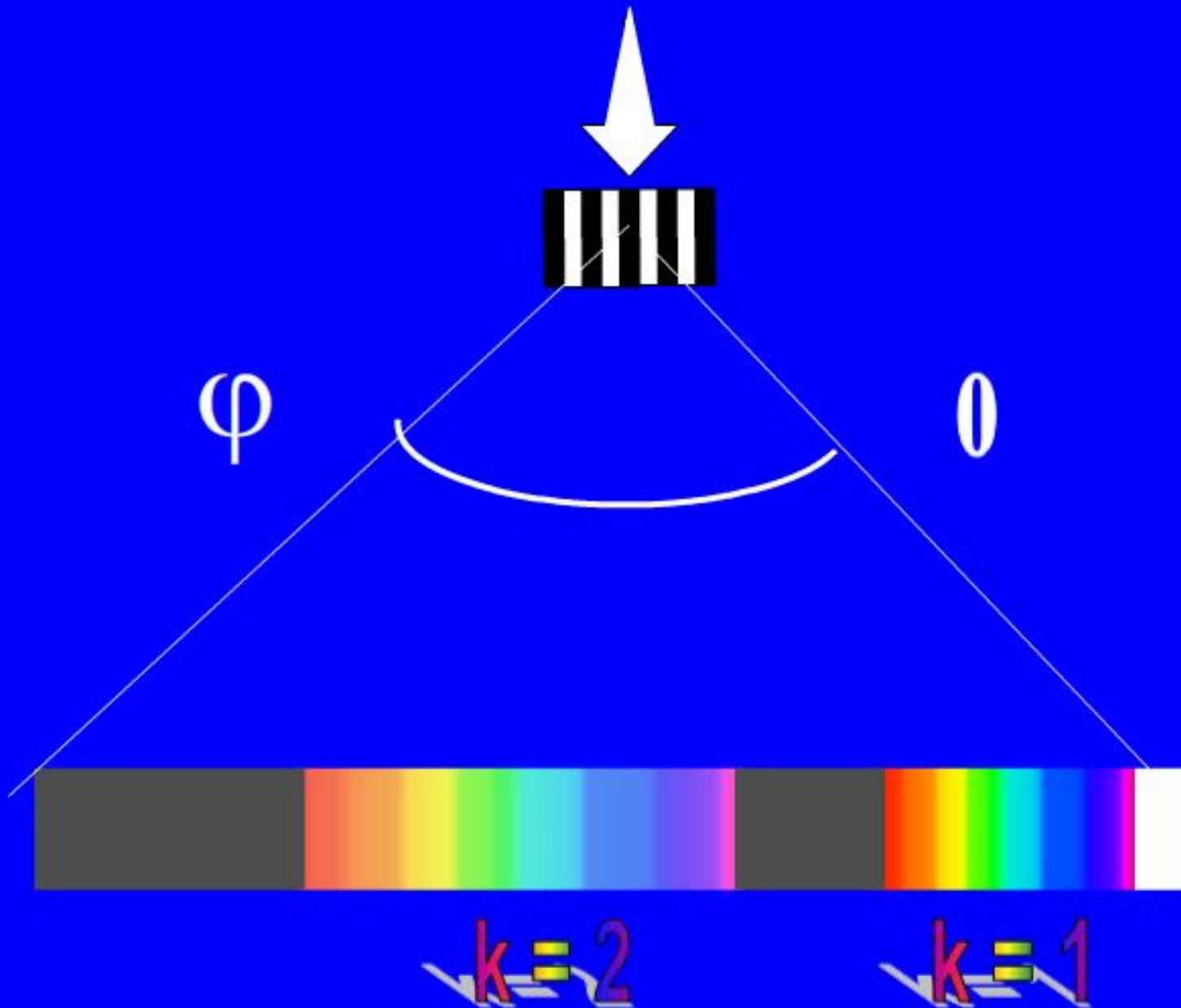
$$\sin \varphi = \frac{m\lambda}{b}$$

Дифракционная решетка разлагает белый свет на составляющие, причем из формулы $\sin \varphi = \frac{m\lambda}{b}$ видно, что свет с большей длиной волны

(красный) отклоняется на больший угол, в отличие от призмы, где все происходит наоборот:







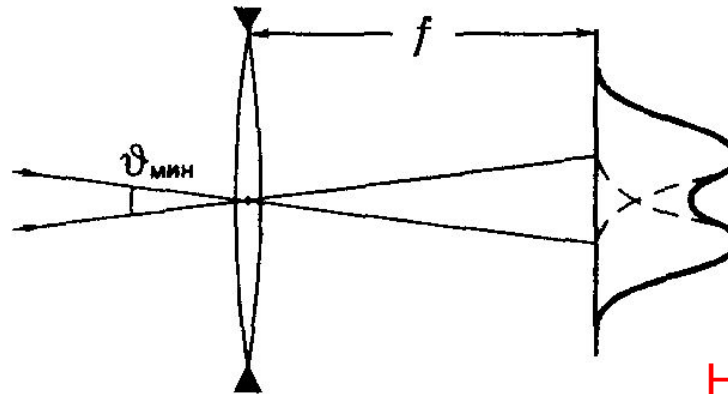
Критерий разрешения по Рэлею

Согласно критерию Рэлея,

два точечных некогерентных источника считаются разрешенными, если центр дифракционного пятна от одного из них совпадает с ближайшим к центру минимумом дифракционной картины от другого. Это соответствует минимальному угловому расстоянию между источниками, определяемому формулой :

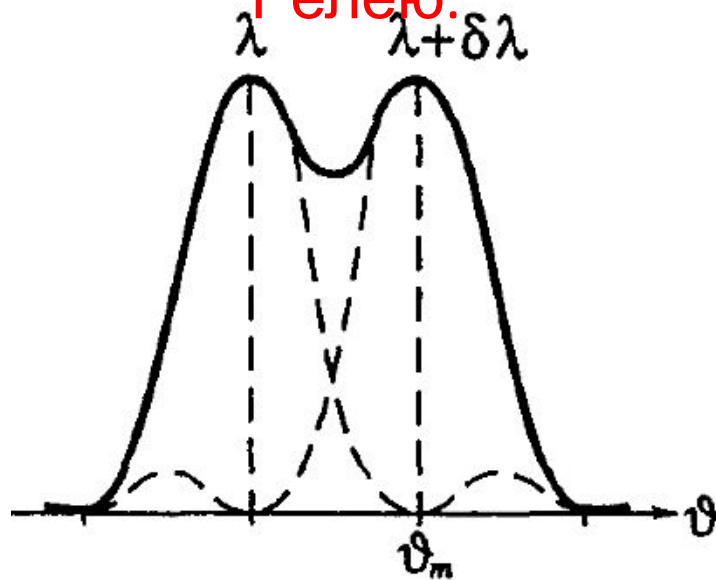
$$\vartheta_{\text{мин}} = 1,22 \frac{\lambda}{D} .$$

Результирующая картина показана на рис. где провал составляет около 25% от максимума интенсивности.



Не конспектировать

Критерий разрешения по Релею.



согласно критерию Рэлея необходимо, чтобы максимум m -го порядка ($m' = mN$) линии с длиной волны $\lambda + \delta\lambda$ совпадал по направлению с первым минимумом линии λ ($m' = mN + 1$), т. е.

$$d \sin \vartheta_m = m(\lambda + \delta\lambda) = \left(m + \frac{1}{N} \right) \lambda$$

$$mN(\lambda + \delta\lambda) = (mN + 1)\lambda$$

$$mN\delta\lambda = \lambda$$

Отсюда следует, что

$$\lambda/\delta\lambda = mN.$$

Это есть формула **разрешающей способности**
ДР

Область дисперсии $\Delta\lambda$ — это ширина спектрального интервала, при которой еще нет перекрытия спектров соседних порядков. Если спектры соседних порядков перекрываются, то спектральный аппарат становится *непригодным* для исследования соответствующего участка спектра.

Длинноволновый конец спектра m -го порядка совпадает с коротковолновым концом спектра $(m + 1)$ -го порядка, если $m(\lambda + \Delta\lambda) = (m + 1)\lambda$, откуда следует, что область дисперсии

$$\Delta\lambda = \lambda/m.$$

Значит, область дисперсии $\Delta\lambda$ обратно пропорциональна порядку спектра m . При работе со спектрами низких порядков (обычно второго или третьего) дифракционная решетка пригодна для исследования излучения, занимающего достаточно широкий спектральный интервал. В этом главное преимущество дифракционных решеток перед интерференционными спектральными приборами, например, интерферометром Фабри–Перо, у которого из-за высоких порядков m область дисперсии очень мала.

Спектр атома

В О Д О Р О Д а



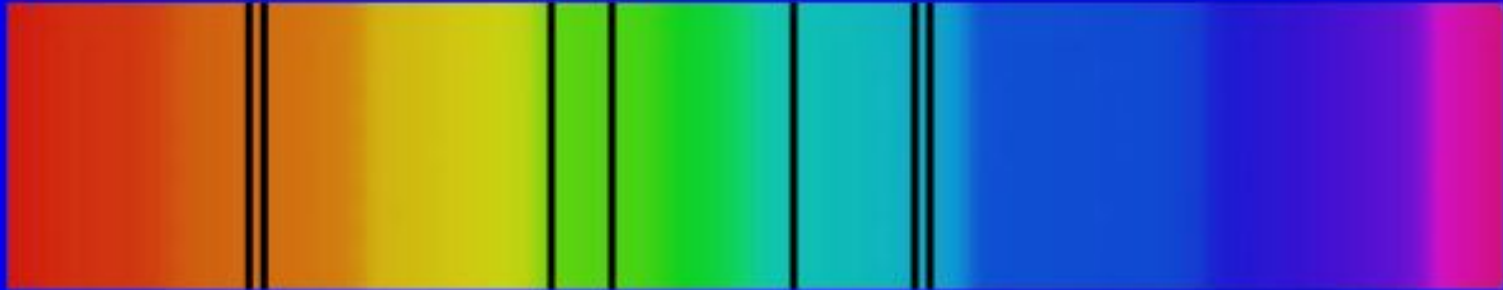
H_{α}

H_{β}

H_{γ}

H_{δ}

**Линейчатый спектр
позволяет определить
химический состав
звезды**



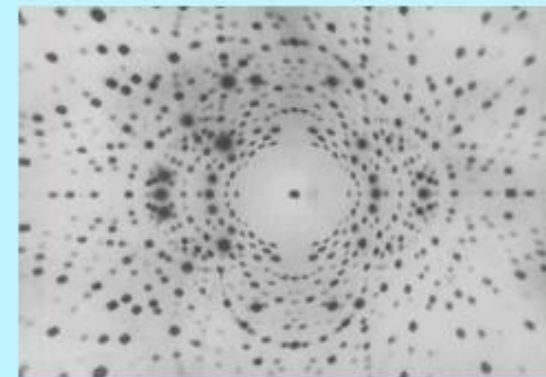
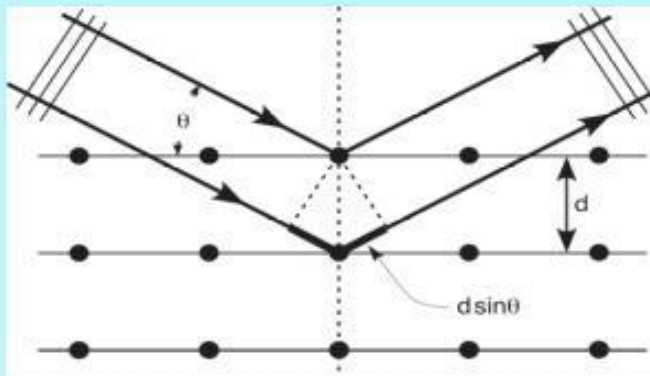
Пространственной или **трехмерной**
дифракционной решеткой называется такая
оптически неоднородная среда, в которой
неоднородности периодически повторяются при
изменении всех трех пространственных
координат.

Дифракция рентгеновских лучей

Макс фон Лауэ высказал гипотезу, что правильное расположение атомов в кристаллической решётке (период кристаллической решетки $d \sim 10^{-8}$ см сравним с длиной волны рентгеновских лучей 10^{-6} см - 10^{-10} см) можно использовать для наблюдения интерференции рентгеновских лучей. Для этого надо взять кристалл в качестве дифракционной решётки.



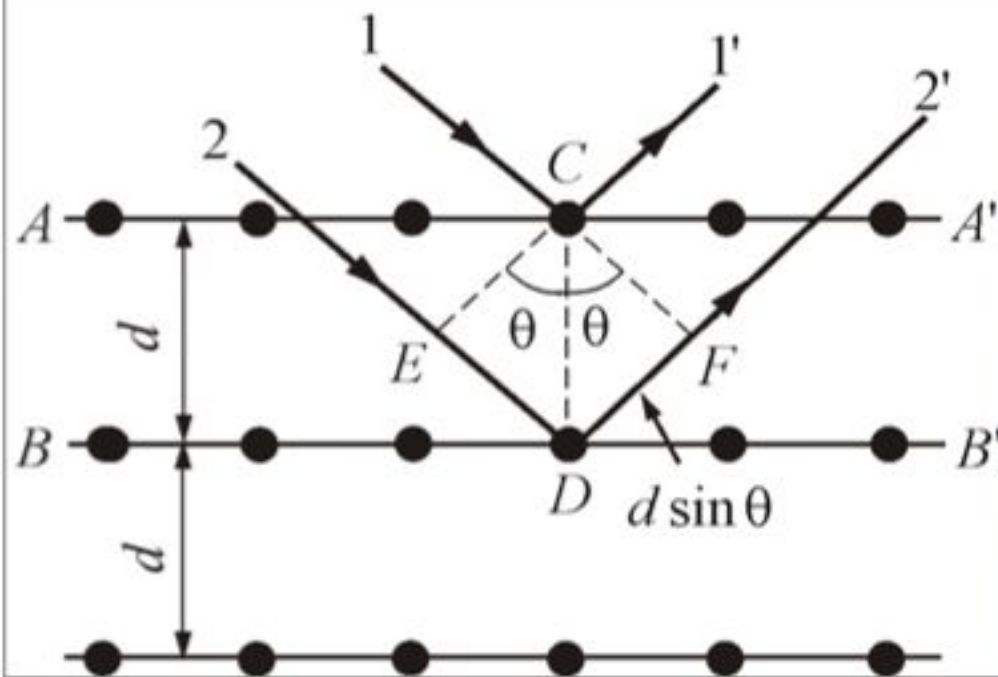
Макс фон Лауэ
(Max von Laue)
(1879-1960 гг.)



$n \lambda = 2d \sin \theta$ - формула Брэгга-Вульфа

Рентгенограмма ориентированного монокристалла берилла

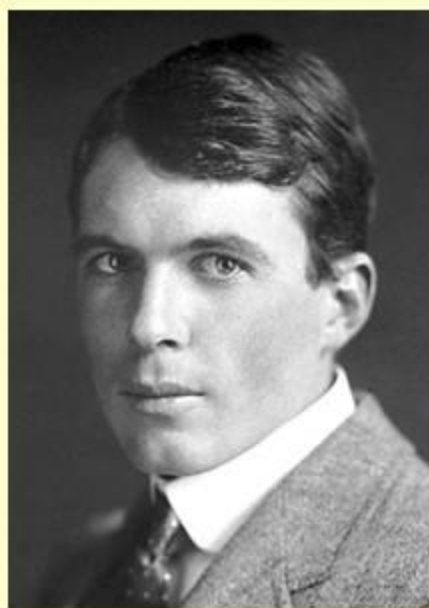
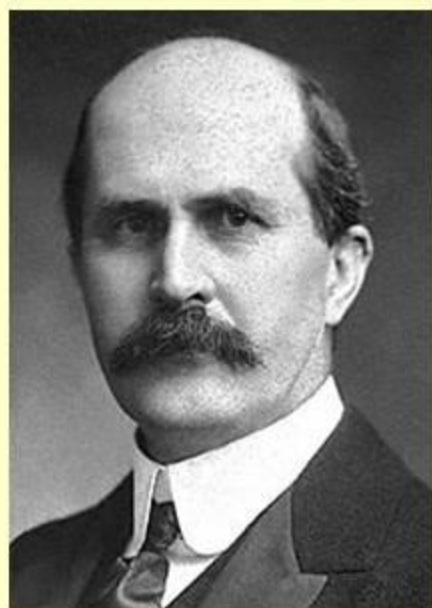
В 1913 г. русский физик Г.В. **Вульф** и английские ученые отец и сын Генри и Лоуренс **Брэгги**, независимо друг от друга, предложили простой метод расчета дифракции рентгеновских лучей в кристаллах, как *результат отражения рентгеновских лучей от плоскостей кристалла.*



Интерференционные максимумы должны удовлетворять *условию Вульфа-Брэггов :*

$$2d \sin \theta = m\lambda$$

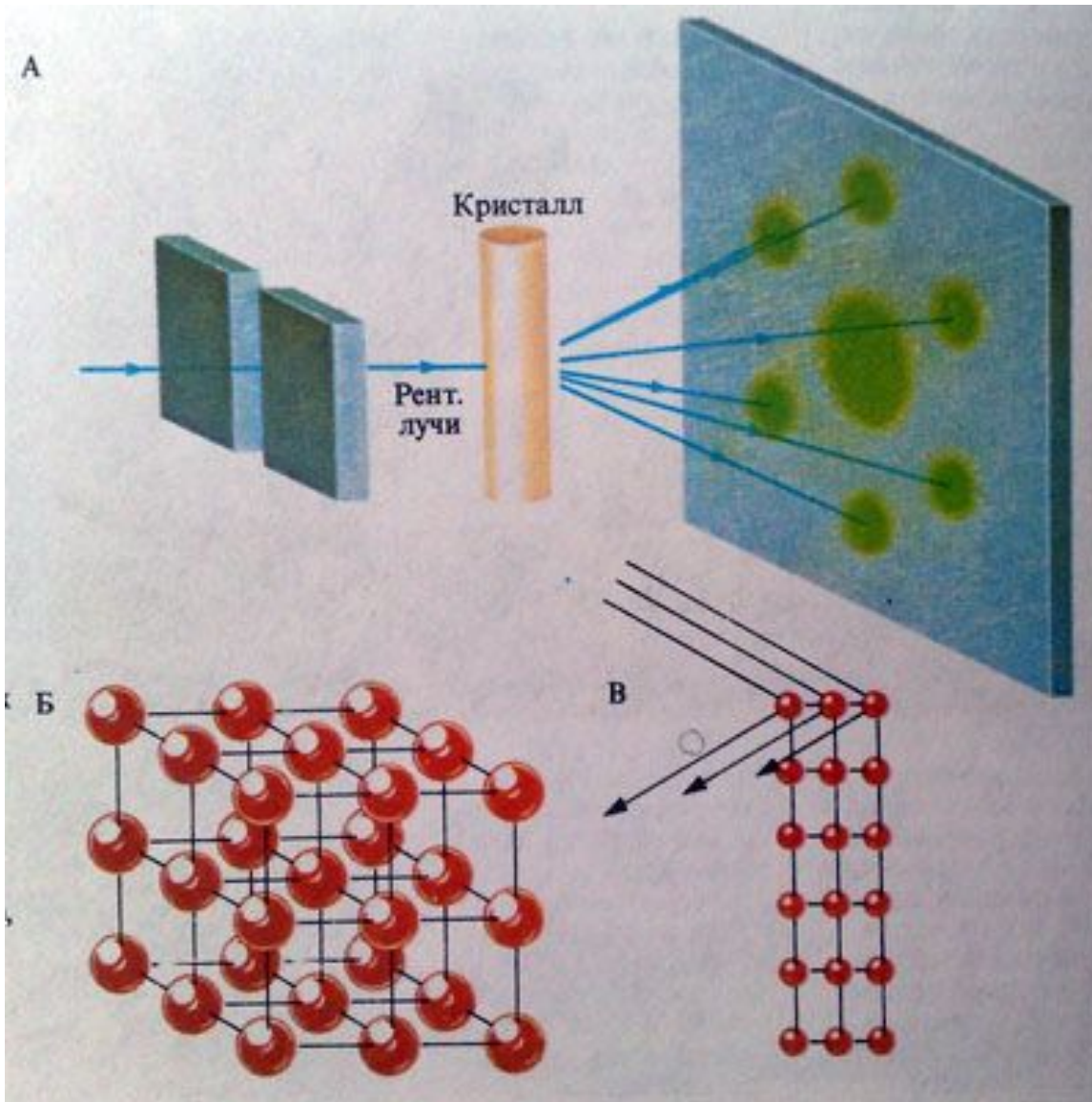
Исследование дифракции рентгеновских лучей. Первые шаги



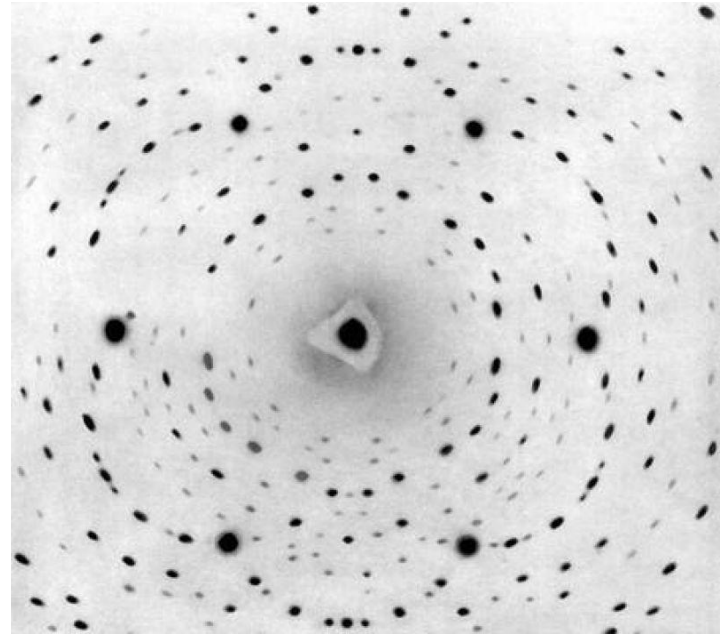
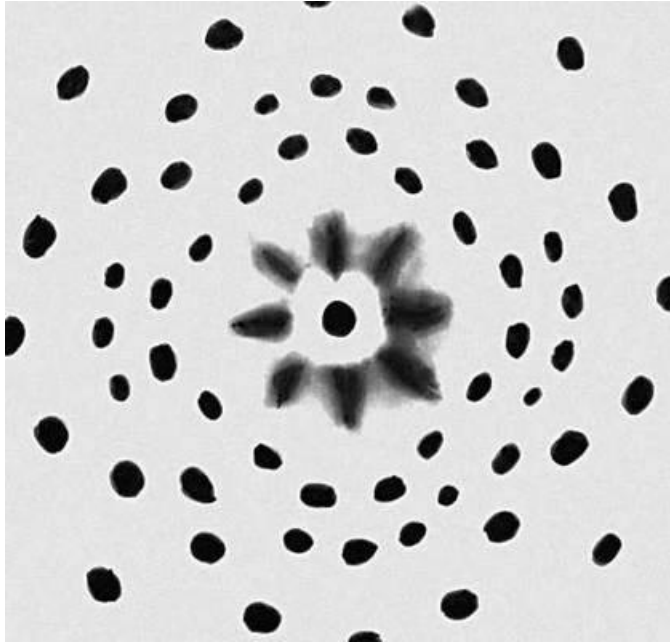
- У.Г. Брэгг, У.Л. Брэгг, (1913).

Первые расшифровки структур кристаллов (NaCl, алмаз, сфалерит ZnS и др.), **начало рентгеноструктурного анализа** .

Нобелевская премия по физике, 1915.



Луэграммы



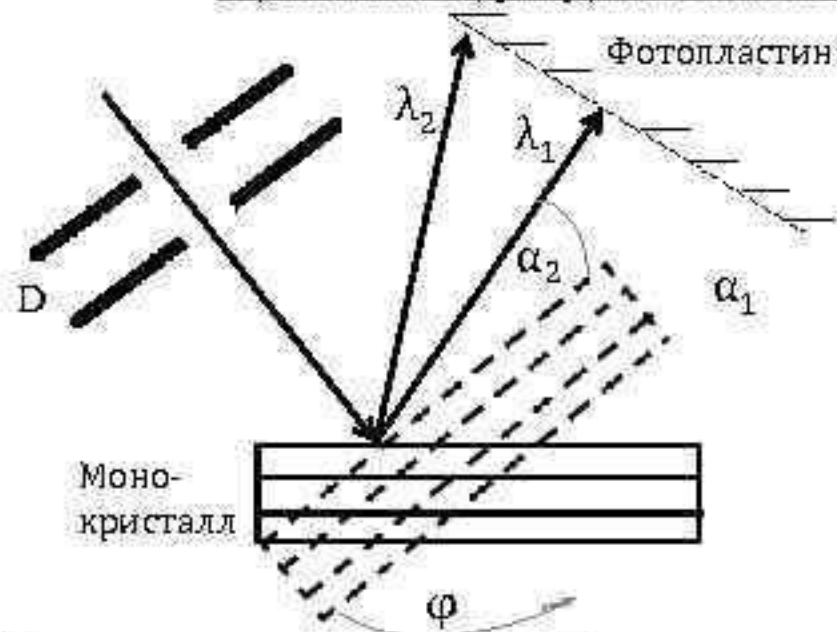
Применение дифракции рентгеновских лучей.

Дифракция рентгеновских лучей получила развитие в двух прикладных направлениях:

- Рентгеноскопия (т.е. исследование спектрального состава этого излучения);
- Рентгеноструктурный анализ (т.е. изучение кристаллических структур веществ).

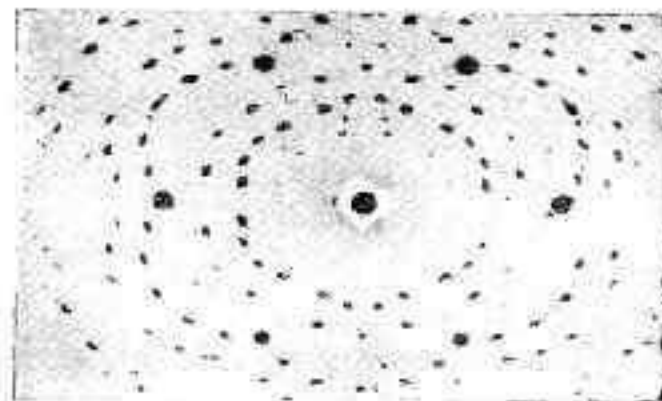
Спектральный состав излучения (т.е. измерение его длин волн) можно установить с помощью формулы Вульфа-Бреггов, найдя направления на максимумы при дифракции на кристалле с известной структурой (α).

В рентгеноструктурном анализе разработаны два основных метода:



1. Метод Лауэ, в котором узкий пучок немонохромного рентгеновского излучения направляется на исследуемый монокристалл. Для каждой системы кристаллических плоскостей в излучении найдется такая длина волны λ , при которой выполняется условие Вульфа-Бреггов.

«Лауэграмма»



Кристалл поворачивают своей гранью по отношению к падающему пучку и исследуют соответствующие засветки на фотопластине (система пятен-максимумов – это так называемая лауэграмм).

Конец лекции 15