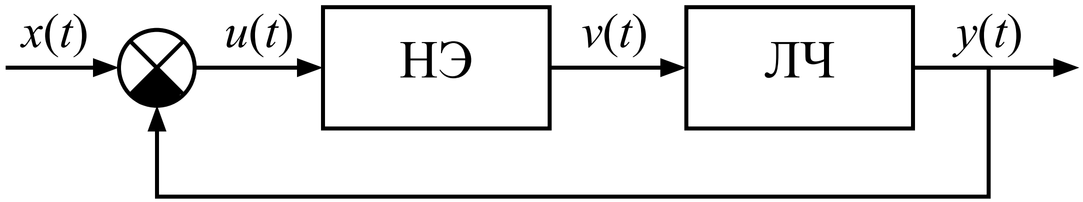
РАДИОАВТОМАТИКА

Лекция 12

МЕТОД ГАРМОНИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ
МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ

МЕТОД ГАРМОНИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ

Метод позволяет определить условия существования и параметры автоколебаний в нелинейных системах с разделяющимися нелинейным элементом НЭ и линейной частью ЛЧ.

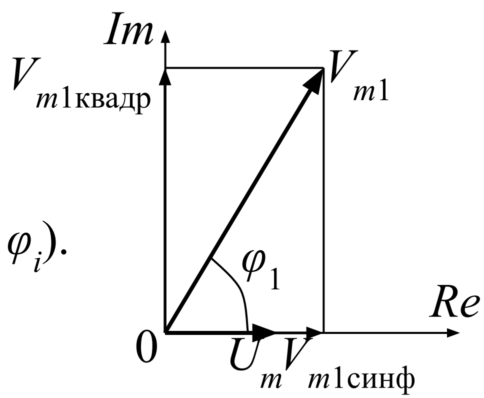


Линейная часть узкополосна и пропускает только первую гармонику периодического колебания $v(t)$.

$$u(t) = U_m \sin\omega t,$$

$$v = f(u),$$

$$v(t) = \sum_{i=0}^{\infty} V_{mi} \sin(i\omega t + \varphi_i).$$



$$V_{m1синф} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(U_m \sin\omega t)\sin\omega t\, d(\omega t),$$

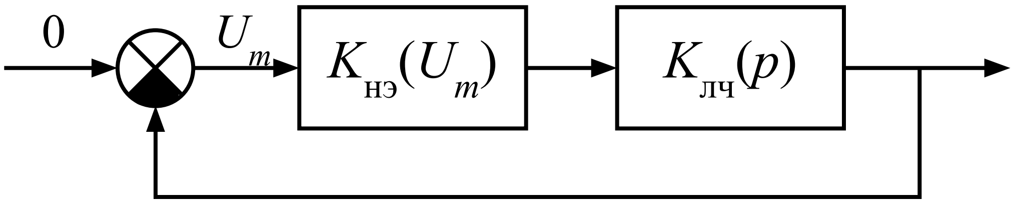
$$V_{m1квадр} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(U_m \sin\omega t)\cos\omega t\, d(\omega t)$$

$$V_{m1} = \sqrt{V_{m1синф}^2 + V_{m1квадр}^2} \qquad \varphi_1 = arctg\,\frac{V_{m1квадр}}{V_{m1синф}}.$$

Нелинейный элемент заменяется линейным с коэффициентом передачи, равным отношению комплексной амплитуды первой гармоники на выходе нелинейного элемента к амплитуде входного сигнала

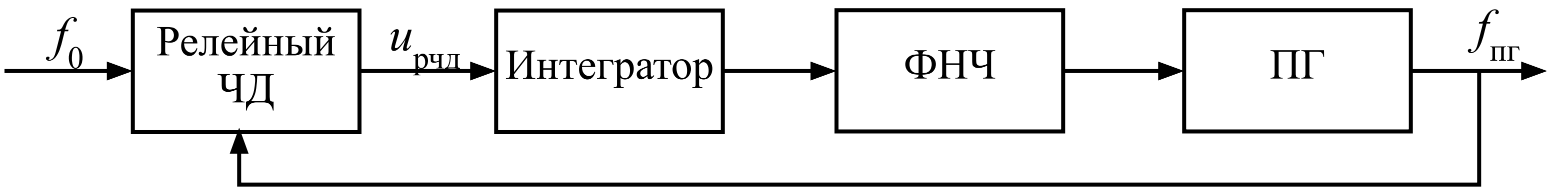
$$K_{нэ}(U_m) = \frac{V_{m1}e^{j\varphi_1}}{U_m}.$$

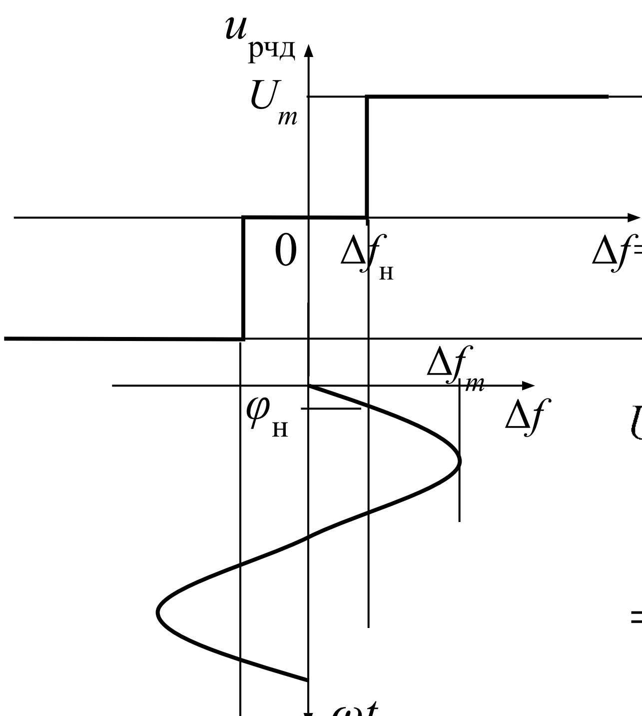
Математическая модель линеаризованной системы



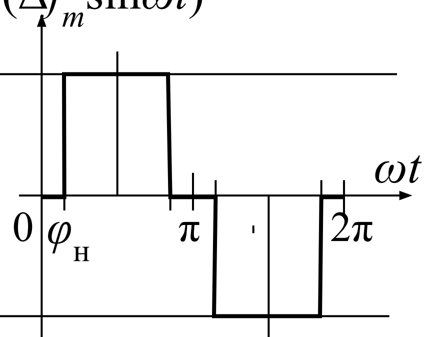
Согласно критерию Найквиста линейная система будет находиться на грани устойчивости, если $K_{нэ}(U_m)K_{нч}(j\omega) = -1$.

Пример: релейная система АПЧ.





$U_{рчд} = f(\Delta f_m \sin\omega t)$



$$\Delta f = \Delta f_m \sin\omega t$$

$$\varphi_н = \arcsin(\Delta f_н / \Delta f_m)$$

$$U_{m1синф} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(\Delta f_m \sin\omega t)\sin\omega t d(\omega t) = \frac{4}{\pi}\int_{\varphi_н}^{\pi/2} U_m \sin\varphi d\varphi =$$

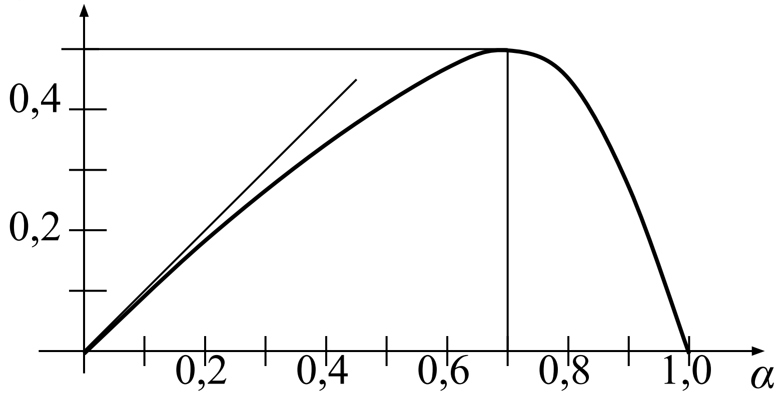
$$= \frac{4U_m}{\pi}(-\cos\varphi)_{\varphi_н}^{\pi/2} = \frac{4U_m}{\pi}\cos(\arcsin(\frac{\Delta f_н}{\Delta f_m})) = \frac{4U_m}{\pi}\sqrt{1-\left(\frac{\Delta f_н}{\Delta f_m}\right)^2}$$

$$U_{m1квадр} = 0$$

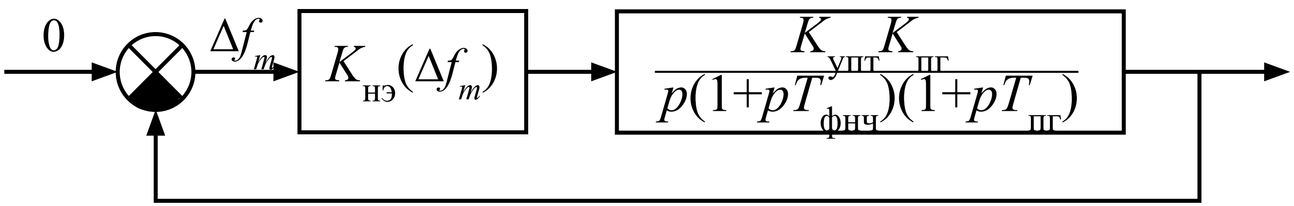
$$K_{нэ}(\Delta f_m) = \frac{U_{m1синф}}{\Delta f_m} = \frac{4U_m}{\pi \Delta f_m}\sqrt{1-\left(\frac{\Delta f_н}{\Delta f_m}\right)^2} = \frac{4U_m}{\pi \Delta f_н}\alpha\sqrt{1-\alpha^2}.$$

Здесь $\alpha = \dfrac{\Delta f_н}{\Delta f_m}$.

$f(\alpha) = \alpha\sqrt{1-\alpha^2}$



Математическая модель линеаризованной релейной системы АПЧГ.



Условие возникновения автоколебаний:

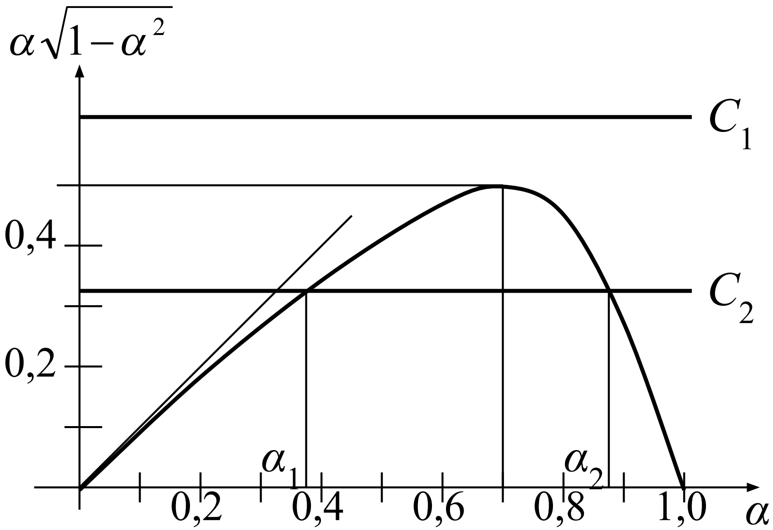
$$\frac{K_{нэ}(\Delta f_m)\,K_{упт}K_{пг}}{j\omega(1+j\omega T_{фнч})(1+j\omega T_{пг})} = -1$$

$$K_{нэ}(\Delta f_m)\,K_{упт}K_{пг} = j\omega^3 T_{фнч}T_{пг} + \omega^2(T_{фнч} + T_{пг}) - j\omega$$

Равенство мнимых частей: $0 = \omega^3 T_{фнч}T_{пг} - \omega;$ $\omega_1 = 0,\ \omega_2 = \dfrac{1}{\sqrt{T_{фнч}T_{пг}}}.$

Равенство вещественных частей: $K_{нэ}(\Delta f_m) K_{упт} K_{пг} = \omega^2 (T_{фнч} + T_{пг})$,

$$\frac{4U_m K_{упт} K_{пг}}{\pi \Delta f_н} \alpha \sqrt{1-\alpha^2} = \frac{T_{фнч} + T_{пг}}{T_{фнч} T_{пг}}, \qquad \alpha \sqrt{1-\alpha^2} = \frac{\pi \Delta f_н}{4U_m K_{упт} K_{пг}} \frac{T_{фнч} + T_{пг}}{T_{фнч} T_{пг}} = C.$$



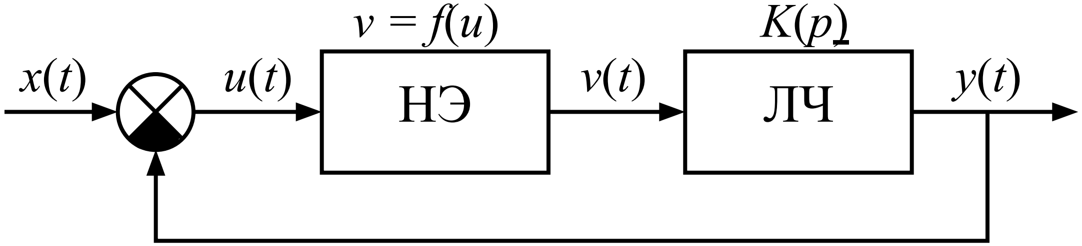
При $C = C_1$ решения уравнения не существует и автоколебания в системе невозможны.

При $C > 0{,}5$ устанавливается режим работы без автоколебаний.

При $C = C_2$ существует два решения уравнения: α_1 и α_2. Одно из них (α_1) соответствует устойчивому режиму работы, другое (α_2) – неустойчивому.

Амплитуда автоколебаний определится из выражения $\alpha = \alpha_1$: $\Delta f_m = \Delta f_н / \alpha_1$.

МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ

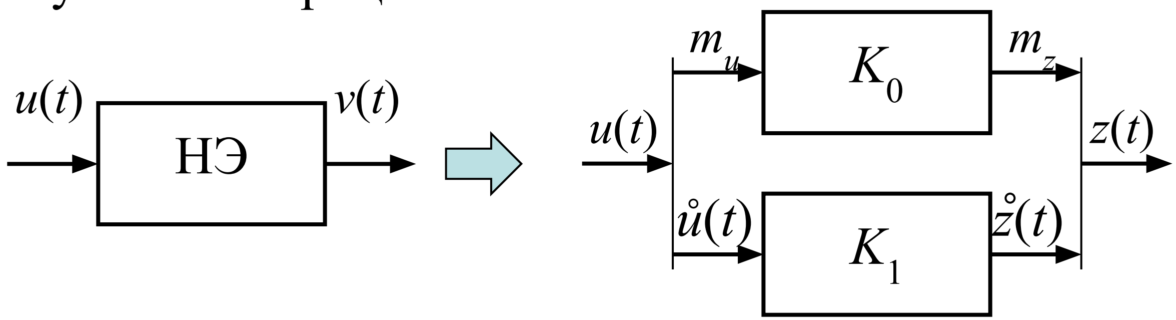


Случайный процесс представляется в виде суммы математического ожидания и центрированного случайного процесса.

$$u(t) = m_u + \mathring{u}(t)$$

$$v(t) = m_v + \mathring{v}(t)$$

$$z(t) = m_z + \mathring{z}(t)$$



Критерии эквивалентности замены нелинейного элемента линейным:

1) равенство математических ожиданий и дисперсий процессов $v(t)$ и $z(t)$,

2) минимум среднеквадратического отклонения процессов $v(t)$ и $z(t)$.

1) $$m_v = m_z = K_0 m_u.$$

$$K_0 = \frac{m_v}{m_u}. \qquad K_0 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f(u)w(u)du}{\int_{-\infty}^{\infty} uw(u)du}$$

$$\sigma_v^2 = \sigma_z^2 = K_1^2 \sigma_u^2$$

$$K_1 = \sqrt{\frac{\sigma_v^2}{\sigma_u^2}} = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left(f(u) - m_v\right)^2 w(u)du}{\int_{-\infty}^{\infty} (u - m_u)^2 w(u)du}}.$$

2) $\overline{\left(v(t) - z(t)\right)^2} = \sigma^2 = \min$

$$\sigma^2 = \overline{(m_v + \mathring{v}(t) - K_0 m_u - K_1 \mathring{u}(t))^2} =$$

$$\overline{(m_v^2 + \mathring{v}^2(t) + K_0^2 m_u^2 + K_1^2 \mathring{u}^2(t) + 2m_v \mathring{v}(t) - 2m_v K_0 m_u - 2m_v K_1 \mathring{u}(t) - 2\mathring{v}(t) K_0 m_u -}$$

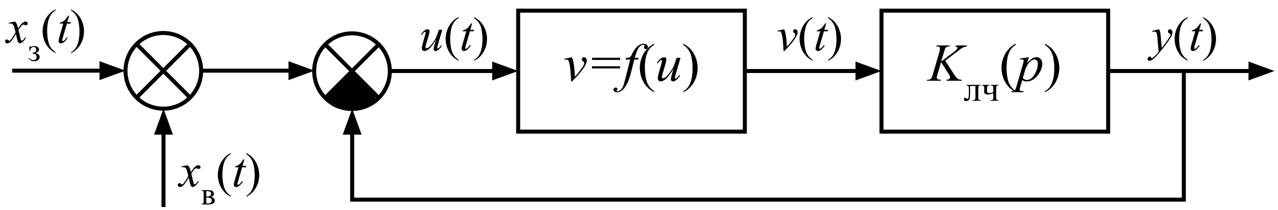
$$\overline{- 2\mathring{v}(t) K_1 \mathring{u}(t) + 2K_0 m_u K_1 \mathring{u}(t)} = m_v^2 + \sigma_v^2 + K_0^2 m_u^2 + K_1^2 \sigma_u^2 - 2K_0 m_v m_u - 2K_1 \overline{\mathring{v}(t)\mathring{u}(t)}$$

Минимум σ^2 по K_0: $\dfrac{d\sigma^2}{dK_0} = 0.$ $\quad 2K_0 m_u^2 - 2m_v m_u = 0 \qquad K_0 = \dfrac{m_v}{m_u}.$

Минимум σ^2 по K_1: $\dfrac{d\sigma^2}{dK_1} = 0.$ $\quad 2K_1 \sigma_u^2 - 2\overline{\mathring{v}(t)\mathring{u}(t)} = 0. \quad K_1 = \dfrac{K_{vu}(0)}{\sigma_u^2}$

$$K_1 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left(f(u) - m_v\right)\left(u - m_u\right) w(u)du}{\int_{-\infty}^{\infty} (u - m_u)^2 w(u)du}.$$

Составим уравнения для расчета ошибок для следующей модели.

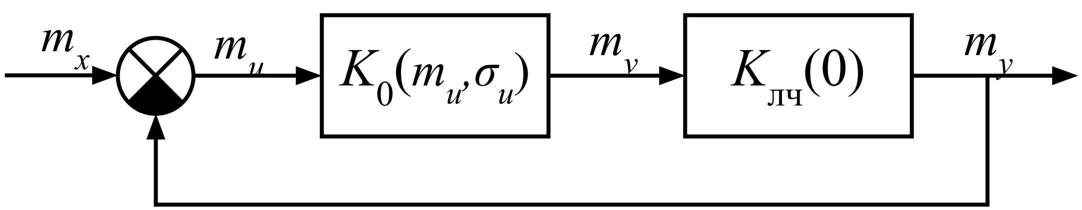


$x_з(t)$ – постоянное задающее воздействие: $x_з(t) = m_x$,

$x_в(t)$ – нормальный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием $x_в(t) = \overset{\circ}{x}(t)$ и спектральной плотностью $S_x(\omega)$.

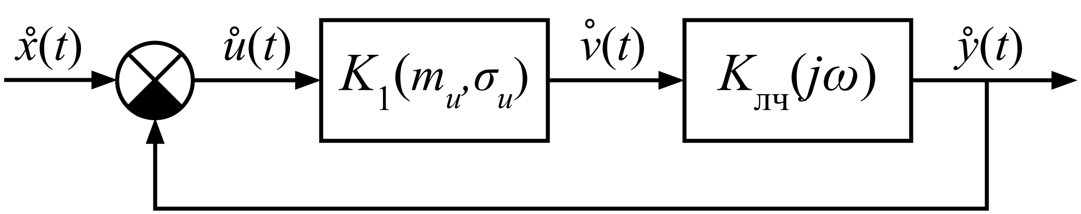
Для нормального случайного процесса $u(t)$ коэффициенты $K_0 = K_0(m_u, \sigma_u)$, $K_1 = K_1(m_u, \sigma_u)$.

Модель для математических ожиданий.



$$m_u = m_x \frac{1}{1 + K_0(m_u, \sigma_u) K_{лч}(0)}.$$

Модель для центрированных случайных процессов.



$$\sigma_u^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) \left| \frac{1}{1 + K_1(m_u, \sigma_u) K_{лч}(j\omega)} \right|^2 d\omega.$$