

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
2018-2019 УЧ.ГОД**

ТЮРНЕВА Т.Г., ДОЦЕНТ

КАФЕДРА ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ ИМЭИ ИГУ

2 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ – МАТЕМАТИЧЕСКАЯ НАУКА, ИЗУЧАЮЩАЯ **ЗАКОНОМЕРНОСТИ** МАССОВЫХ **СЛУЧАЙНЫХ** ЯВЛЕНИЙ.



3

ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Предмет изучения ТВ – модели случайных экспериментов.

Случайный эксперимент:

- исход нельзя однозначно определить условиями проведения;
- исходы обладают свойством статистической устойчивости;
- эксперимент м.б. проведен неограниченное количество раз при неизменном комплексе условий S .

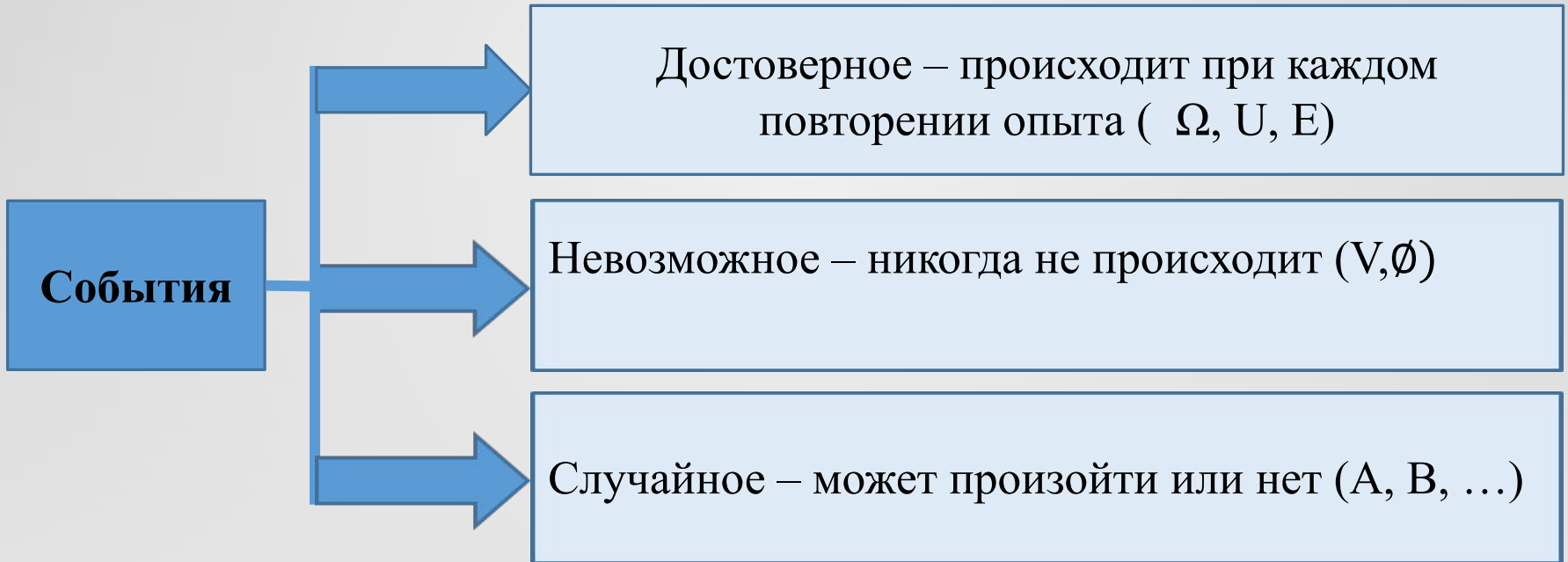
ОПР. Исход опыта – событие (или «исход эксперимента»).

ОПР. Множество простейших (неделимых) исходов эксперимента, таких что в каждом опыте происходит ровно один из них, называется пространством элементарных исходов (ПЭИ).

Мощность множества – конечная, счетная, континуум.

4

ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ



5

ВЕРОЯТНОСТЬ СОБЫТИЙ

- **Событие** \longleftrightarrow **числовая мера** – вероятность события.

ОПР. Вероятность события $P(A)$ - это числовая характеристика объективной возможности появления события A .

Определение вероятности – КОВ, ГОВ, СОВ.

КОВ : число всех исходов опыта конечно; исходы равновозможны – КС (классическая схема).

$P(A) = \frac{m}{n}$, n – общее число равновозможных исходов; m – число исходов, благоприятствующих событию A .

$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

6

ВЕРОЯТНОСТЬ СОБЫТИЙ

- Гипергеометрическая схема (ГГС).

$$P(A) = \frac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$$

Колода карт (52 карты) раздается на четырех игроков. Найти вероятность того, что данный игрок получит четыре туза.

- Обобщенная гипергеометрическая схема (ОГГС).

$$P(A) = \frac{\prod_{i=1}^k C_{N_i}^{n_i}}{C_N^n}$$

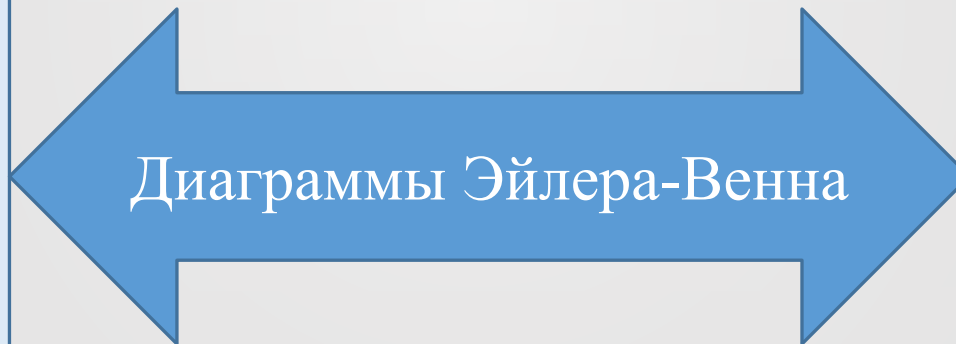
Колода карт (52 карты) раздается на четырех игроков. Найти вероятность того, что данный игрок получит два короля, два туза и две дамы.

7 ОПЕРАЦИИ НАД СОБЫТИЯМИ

Операции над событиями аналогичны операциям над множествами.



Сложения
Умножения
Вычитания
Дополнения



Объединение
Пересечение
Разность
Дополнение

8

Условная вероятность. Независимые события

Условной вероятностью $P(A/B)$ события A при условии, что произошло событие B называют величину $P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

Условная вероятность удовлетворяет всем свойствам безусловной вероятности.

Случайные события A и B называются независимыми, если появление одного из них не меняет вероятности появления другого.

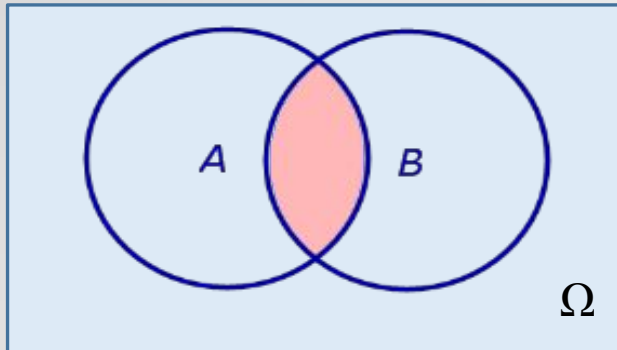
$$P(A/B) = P(A); P(B/A) = P(B).$$

Случайные события A и B называются независимыми, если $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$.

Если события A и B независимы, то независимы события \bar{A} и B , \bar{B} и A , \bar{A} и \bar{B} .

9

ФОРМУЛА УМНОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ



Вероятность произведения независимых событий A и B вычисляется по формуле:

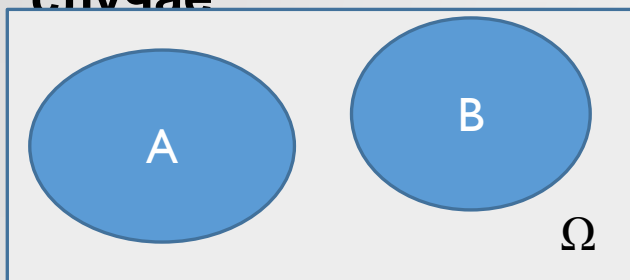
$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

Вероятность **совместного появления двух зависимых событий** равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность второго, вычисленную при условии, что первое событие произошло, т.е.

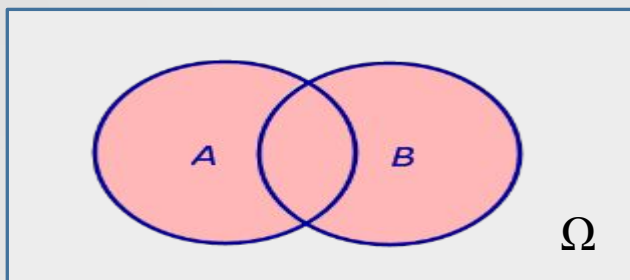
$$P(AB) = P(B)P(A|B) = P(A)P(B|A)$$

10 ФОРМУЛА СЛОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СОВМЕСТНЫЕ И НЕСОВМЕСТНЫЕ СОБЫТИЯ

- **ОПР.** События совместны, если они могут появиться одновременно в одном опыте, и несовместны – в противном случае



$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

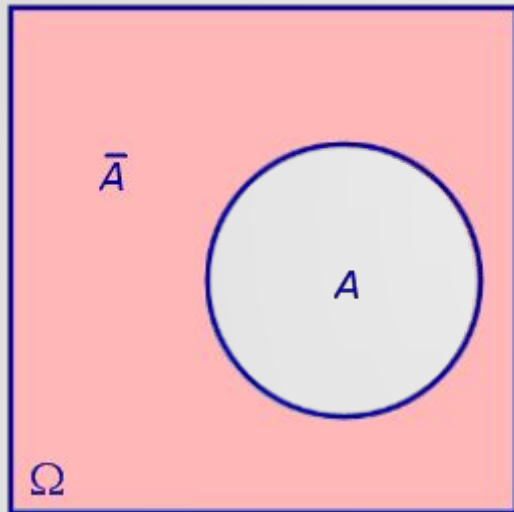


$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$$

B)



ПРОТИВОПОЛОЖНОЕ СОБЫТИЕ



Вероятность противоположного события можно вычислить по формуле: $P(\bar{A})=1-P(A)$

Событие \bar{A} называется событием, противоположным событию A , если оно происходит, когда не происходит событие A .

12

ФОРМУЛА ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ ФОРМУЛА БАЙЕСА

Пусть H_1, H_2, \dots, H_k — полная группа событий. Тогда вероятность любого события A может быть вычислена по формуле:

• $P(A) = \sum_{k=1}^n P(H_k)P(A/H_k)$ Формула полной вероятности

$$\frac{P(H_k)P(A/H_k)}{\sum_{k=1}^n P(H_k)P(A/H_k)}$$

Формула Байеса