ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
2018-2019 УЧ.ГОД

ТЮРНЕВА Т.Г., ДОЦЕНТ

КАФЕДРА ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ ИМЭИ ИГУ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ – МАТЕМАТИЧЕСКАЯ НАУКА, ИЗУЧАЮЩАЯ **ЗАКОНОМЕРНОСТИ** МАССОВЫХ **СЛУЧАЙНЫХ** ЯВЛЕНИЙ.

Детерминистический

Классическая механика

Комплекс условий S → Наступает событие A

Вероятностный

Комплекс условий S → Событие A может произойти или не произойти

ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Предмет изучения ТВ – модели случайных экспериментов.

Случайный эксперимент:

- исход нельзя однозначно определить условиями проведения;
- исходы обладают свойством статистической устойчивости;
- эксперимент м.б. проведен неограниченное количество раз при неизменном комплексе условий S.

ОПР. Исход опыта – событие (или «исход эксперимента»).

ОПР. Множество простейших (неделимых) исходов эксперимента, таких что в каждом опыте происходит ровно один из них, называется пространством элементарных исходов (ПЭИ).

Мощность множества – конечная, счетная, континуум.

ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

События

- Достоверное – происходит при каждом повторении опыта (Ω, U, E)
- Невозможное – никогда не происходит (V,∅)
- Случайное – может произойти или нет (A, B, …)

5 ВЕРОЯТНОСТЬ СОБЫТИЙ

- **Событие** ⟺ **числовая мера** – вероятность события.

ОПР. **Вероятность события P(A) - это числовая характеристика объективной возможности появления события А.**
Определение вероятности – КОВ, ГОВ, СОВ.
КОВ : число всех исходов опыта конечно; исходы равновозможны – КС (классическая схема).

$P(A) = \frac{m}{n}$, n – общее число равновозможных исходов; m – число исходов, благоприятствующих событию А.

$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

ВЕРОЯТНОСТЬ СОБЫТИЙ

- Гипергеометрическая схема (ГГС).

$$P(A) = \frac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$$

Колода карт (52 карты) раздается на четырех игроков. Найти вероятность того, что данный игрок получит четыре туза.

- Обобщенная гипергеометрическая схема (ОГГС).

$$P(A) = \frac{\prod_{i=1}^{k} C_{N_i}^{n_i}}{C_N^n}$$

Колода карт (52 карты) раздается на четырех игроков. Найти вероятность того, что данный игрок получит два короля, два туза и две дамы.

ОПЕРАЦИИ НАД СОБЫТИЯМИ

Операции над событиями аналогичны операциям над множествами.

Сложения
Умножения
Вычитания
Дополнения

Диаграммы Эйлера-Венна

Объединение
Пересечение
Разность
Дополнение

8

Условная вероятность. Независимые события

Условной вероятностью $P(A/B)$ события A при условии, что произошло событие B называют величину $P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

Условная вероятность удовлетворяет всем свойствам безусловной вероятности.

Случайные события A и B называются независимыми, если появление одного из них не меняет вероятности появления другого.

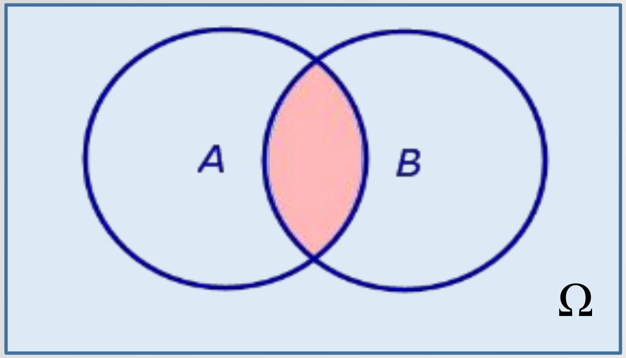
$P(A/B) = P(A); P(B/A) = P(B)$.

Случайные события A и B называются независимыми, если $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$.

Если события **A и B независимы**, то независимы события $\overline{A}$ **и B**, $\overline{B}$ **и A**, $\overline{A}$ **и** $\overline{B}$.

9

ФОРМУЛА УМНОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ



Вероятность произведения независимых событий *A* и *B* вычисляется по формуле:

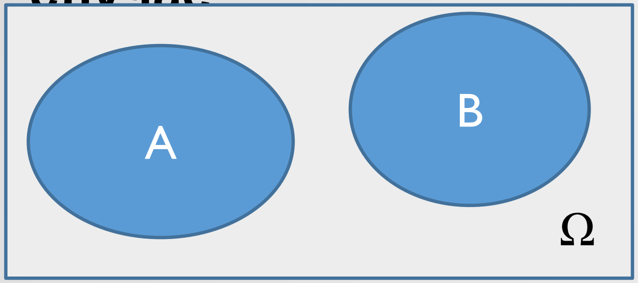
$$\mathbf{P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)}$$

Вероятность ***совместного появления двух зависимых событий*** равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность второго, вычисленную при условии, что первое событие произошло, т.е.

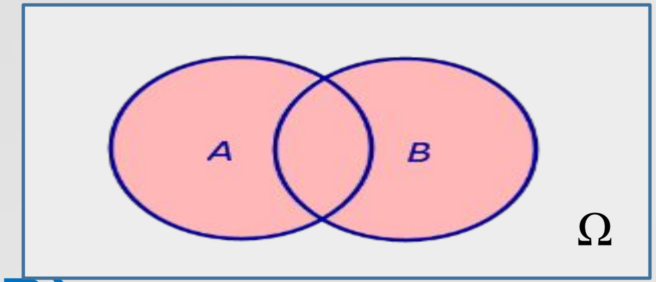
$$P(AB) = P(B)P(A \mid B) = P(A)P(B \mid A)$$

10 ФОРМУЛА СЛОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СОВМЕСТНЫЕ И НЕСОВМЕСТНЫЕ СОБЫТИЯ

- **ОПР.** **События совместны, если они могут появиться одновременно в одном опыте, и несовместны – в противном случае**



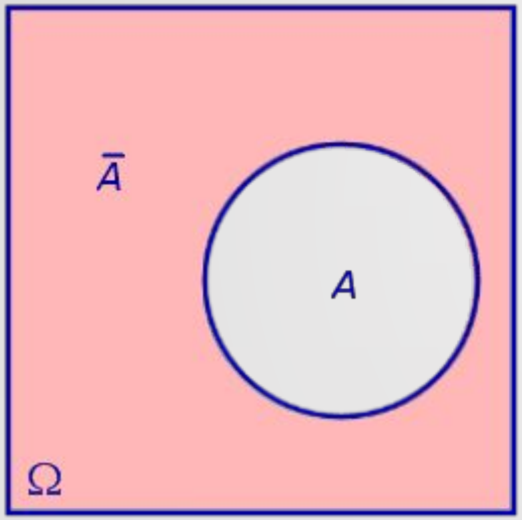
$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$



$$P(A+B)=P(A)+P(B) - P(A \cdot B)$$

11

ПРОТИВОПОЛОЖНОЕ СОБЫТИЕ



Вероятность противоположного события можно вычислить по формуле: $P(\bar{A})=1-P(A)$

Событие $\bar{A}$ называется событием, противоположным событию A, если оно происходит, когда не происходит событие A.

ФОРМУЛА ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ ФОРМУЛА БАЙЕСА

Пусть $H_1, H_2, \ldots H_k$ — полная группа событий. Тогда вероятность любого события A может быть вычислена по формуле:

$$P(A) = \sum_{k=1}^{n} P(H_k) P(A/H_k)$$ **Формула полной вероятности**

Формула Байеса