

# Подготовка к ЕГЭ 2020

## 2. Системы счисления

Задания 1, 16

# ЕГЭ-01. Двоичное кодирование, системы счисления

Сколько единиц в двоичной записи восьмеричного числа  $6543_8$ ?

$6543_8 \rightarrow 8=2^3 \rightarrow$  правило триад

$110\ 101\ 100\ 011_2 \rightarrow 7$  «1»

**Ответ: 7**

# ЕГЭ-01. Двоичное кодирование, системы счисления

**2019.** Вычислите значение выражения  $9E_{16} - 94_{16}$ .  
В ответе запишите вычисленное значение в десятичной системе счисления.

## Пояснение:

Переведём числа  $9E_{16}$  и  $94_{16}$   
в десятичную систему счисления:

$$9E_{16} = 9 \cdot 16^1 + 14 \cdot 16^0 = 144 + 14 = 158_{10}$$

$$94_{16} = 9 \cdot 16^1 + 4 \cdot 16^0 = 144 + 4 = 148_{10}$$

Найдём разность:  $158 - 148 = 10$ .

**Ответ: 10**

$$A = 10$$

$$B = 11$$

$$C = 12$$

$$D = 13$$

$$E = 14$$

$$F = 15$$

# ЕГЭ-01. Двоичное кодирование, системы счисления

**2020.** Сколько существует натуральных чисел  $x$ , для которых выполняется неравенство  $10011011_2 < x < 10011111_2$ ? В ответе укажите только количество чисел, сами числа писать не нужно.

# ЕГЭ-16. Позиционные системы счисления

- число  $2^N$  в двоичной системе записывается

как единица и  $N$  нулей:  $2^N = \underbrace{10\dots0}_N$

$$2^5 = 100000$$

$$2^7 = 10000000$$

$$2^{10} = 10000000000$$

- число  $2^N-1$  в двоичной системе записывается

как  $N$  единиц:  $2^N - 1 = \underbrace{1\dots1}_N$

$$2^5-1 = 11111$$

$$2^7-1 = 1111111$$

$$2^{10}-1 = 1111111111$$

# ЕГЭ-16. Позиционные системы счисления

- число  $2^N - 2^K$  при  $K < N$  в двоичной системе записывается

как  $N-K$  единиц и  $K$  нулей:  $2^N - 2^K = \underbrace{1\dots1}_{N-K} \underbrace{0\dots0}_K$

$$2^6 - 2^4 = 1000000 - 10000 = 110000$$

$$2^7 - 2^3 = 10000000 - 1000 = 1111000$$

$$2^{10} - 2^5 = 10000000000 - 100000 = 1111100000$$

- число  $3^N$  записывается в **троичной системе**

$$3^N = \underbrace{10\dots0}_N_3$$

- как единица и  $N$  нулей:

- число  $3^N - 3^M = 3^M \cdot (3^{N-M} - 1)$

записывается в **троичной системе**

как  $N-M$  двоек, за которыми следуют  $M$  нулей:

$$3^N - 3^M = \underbrace{2\dots2}_{N-M} \underbrace{0\dots0}_M_3$$

# ЕГЭ-16. Позиционные системы счисления

## ДЛЯ ЛЮБОЙ СИСТЕМЫ

### СЧИСЛЕНИЯ:

- Число  $a^N$  в системе счисления с основанием  $a$  записывается как

$$a^N = 1 \underbrace{0 \dots 0}_N a$$

### единица и $N$ нулей:

- Число  $a^{N-1}$  в системе счисления с основанием  $a$  записывается как  $N$  старших цифр этой системы счисления,  $(a-1)$  есть,

$$a^{N-1} = \underbrace{(a-1) \dots (a-1)}_N a$$

- Число  $a^N - a^M = a^M \cdot (a^{N-M} - 1)$  записывается в системе счисления с основанием  $a$  как  $N-M$  старших цифр этой системы счисления, за которыми стоят  $M$  нулей:

$$a^N - a^M = \underbrace{(a-1) \dots (a-1)}_{N-M} \underbrace{0 \dots 0}_M a$$

## ЕГЭ-16. Позиционные системы счисления

В системе счисления с основанием  $N$  запись числа  $87$  оканчивается на  $2$  и содержит не более двух цифр. Чему равно число  $N$ ? Если у задачи есть несколько решений, выберите наименьшее.

- Если в числе есть цифра  $8$ , то основание системы счисления не меньше  $9$ .
- Если двухзначное число в системе счисления по основанию  $N$  оканчивается на  $2$ , то оно равно  $k \cdot N + 2$ , где  $k=1,2,\dots,N-1$
- $87 = k \cdot n + 2 \Rightarrow k \cdot n = 85$
- Разложим  $85$  на множители:
- $85 = 5 \times 17, N \geq 9 \Rightarrow$
- $N = 17, k = 5$
- Проверка:
- $52_{17} = 5 \cdot 17^1 + 2 \cdot 17^0 = 5 \cdot 17 + 2 \cdot 1 = 85 + 2 = 87$  **Ответ: 17**



# ЕГЭ-16. Позиционные системы счисления

Сколько единиц в двоичной записи числа  $4^{2014} + 2^{2015} - 8$

- 1) Приведём все слагаемые к виду  $2^N$  и расставим в порядке убывания степеней:

$$4^{2014} + 2^{2015} - 8 = 2^{2 \cdot 2014} + 2^{2015} - 2^3 = 2^{4028} + 2^{2015} - 2^3$$

- 2) Первое слагаемое,  $2^{4028}$ , даёт в двоичной записи **одну** единицу и 4028 нулей.

- 3) Вспомним, что число  $2^N - 2^M$  записывается в **двоичной системе** как **N-M** единиц, за которыми стоят **M** нулей.

- 4) Пара  $2^{2015} - 2^3$  даёт  $2015 - 3 = 2012$  единиц

- 5) Суммарное количество единиц =  $1 + 2012 = 2013$

**Ответ: 2013**

# ЕГЭ-16. Позиционные системы счисления

Значение арифметического выражения:  $36^{17} + 6^{15} - 9$  записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» в этой записи?

- 1) Приведём все слагаемые к виду  $6^N$  и расставим в порядке убывания степеней:

$$36^{17} + 6^{15} - 9 = 6^{2 \cdot 17} + 6^{15} - 9 = 6^{34} + 6^{15} - 9$$

- 2) Первое слагаемое,  $6^{34}$ , даёт одну *единицу* и 34 нуля.  
3) Второе слагаемое,  $6^{15}$ , даёт одну *единицу* и 15 нулей.  
4) Переведём число 9 в шестеричную систему:  $9_{10} = 13_6$

- 5) 

0	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	

 каждого:

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	3
---	---

0	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

**Ответ: 13**

# ЕГЭ-16. Позиционные системы счисления

**2019.** Значение арифметического выражения  $9^7 + 3^{21} - 9$  записали в системе счисления с основанием 3. **Сколько «2» содержится в этой записи?**

## РЕШЕНИЕ:

1) Приведём все слагаемые к виду  $3^N$  и расставим в порядке убывания степеней:

$$9^7 + 3^{21} - 9 = 3^{2 \cdot 7} + 3^{21} - 3^2 = 3^{21} + 3^{14} - 3^2$$

2) Первое слагаемое,  $3^{21}$ , даёт в *троичной записи* одну *единицу* – она нас не интересует.

3) Вспомним, что число  $3^N - 3^M$  записывается в *троичной системе* как ***N-M* двоек**, за которыми стоят ***M* нулей**.

$$3^N - 3^M = \underbrace{22\dots2}_{N-M} \underbrace{00\dots0}_M \quad 0_3$$

4) Пара  $3^{14} - 3^2$  даёт  $14 - 2 = 12$  двоек

**ОТВЕТ: 12**

# ЕГЭ-16. Позиционные системы счисления

**2020.** Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения:  $4^8 + 2^8 - 8$ ?