

Подготовка к ЕГЭ 2020

2. Системы счисления

Задания 1, 16

ЕГЭ-01. Двоичное кодирование, системы счисления

Сколько единиц в двоичной записи восьмеричного числа 6543_8 ?

$6543_8 \rightarrow 8=2^3 \rightarrow$ правило триад

$110\ 101\ 100\ 011_2 \rightarrow 7$ «1»

Ответ: 7

ЕГЭ-01. Двоичное кодирование, системы счисления

2019. Вычислите значение выражения $9E_{16} - 94_{16}$.
В ответе запишите вычисленное значение в десятичной системе счисления.

Пояснение:

Переведём числа $9E_{16}$ и 94_{16}

в десятичную систему счисления:

$$9E_{16} = 9 \cdot 16^1 + 14 \cdot 16^0 = 144 + 14 = 158_{10}$$

$$94_{16} = 9 \cdot 16^1 + 4 \cdot 16^0 = 144 + 4 = 148_{10}$$

Найдём разность: $158 - 148 = 10$.

Ответ: 10

A = 10

B = 11

C = 12

D = 13

E = 14

F = 15

ЕГЭ-01. Двоичное кодирование, системы счисления

2020. Сколько существует натуральных чисел x , для которых выполняется неравенство $10011011_2 < x < 10011111_2$? В ответе укажите только количество чисел, сами числа писать не нужно.

ЕГЭ-16. Позиционные системы счисления

- число 2^N в двоичной системе записывается

как единица и N нулей: $2^N = \underbrace{10\dots0}_N$

$$2^5 = 100000$$

$$2^7 = 10000000$$

$$2^{10} = 10000000000$$

- число 2^N-1 в двоичной системе записывается

как N единиц: $2^N - 1 = \underbrace{1\dots1}_N$

$$2^5-1 = 11111$$

$$2^7-1 = 1111111$$

$$2^{10}-1 = 1111111111$$

ЕГЭ-16. Позиционные системы счисления

- число $2^N - 2^K$ при $K < N$ в двоичной системе записывается

как $N-K$ единиц и K нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1\dots1}_{N-K} \underbrace{0\dots0}_K$

$$2^6 - 2^4 = 1000000 - 10000 = 110000$$

$$2^7 - 2^3 = 10000000 - 1000 = 1111000$$

$$2^{10} - 2^5 = 10000000000 - 100000 = 1111100000$$

- число 3^N записывается в **троичной системе**

$$3^N = \underbrace{10\dots0}_N_3$$

- как единица и N нулей:

- число $3^N - 3^M = 3^M \cdot (3^{N-M} - 1)$

записывается в **троичной системе**

как $N-M$ двоек, за которыми следуют M нулей:

$$3^N - 3^M = \underbrace{2\dots2}_{N-M} \underbrace{0\dots0}_M_3$$

ЕГЭ-16. Позиционные системы счисления

ДЛЯ ЛЮБОЙ СИСТЕМЫ

СЧИСЛЕНИЯ:

- Число a^N в системе счисления с основанием a записывается как

$$a^N = \underbrace{10 \dots 0}_N a$$

единица и N нулей:

- Число a^{N-1} в системе счисления с основанием a записывается как N старших цифр этой системы счисления, $(a-1)$ есть,

$$a^{N-1} = \underbrace{(a-1)(a-1)\dots(a-1)}_N a$$

- Число $a^N - a^M = a^M \cdot (a^{N-M} - 1)$ записывается в системе счисления с основанием a как $N-M$ старших цифр этой системы счисления, за которыми стоят M нулей:

$$a^N - a^M = \underbrace{(a-1)\dots(a-1)}_{N-M} \underbrace{0\dots0}_M a$$

ЕГЭ-16. Позиционные системы счисления

В системе счисления с основанием N запись числа **87** оканчивается на **2** и содержит не более двух цифр. Чему равно число N ? Если у задачи есть несколько решений, выберите наименьшее.

- Если в числе есть цифра 8, то основание системы счисления не меньше 9.
- Если двухзначное число в системе счисления по основанию N оканчивается на 2, то оно равно $k \cdot N + 2$, где $k=1,2,\dots,N-1$
- $87 = k \cdot n + 2 \Rightarrow k \cdot n = 85$
- Разложим 85 на множители:
- $85 = 5 \times 17$, $N \geq 9 \Rightarrow$
- $N = 17$, $k = 5$
- Проверка:
- $52_{17} = 5 \cdot 17^1 + 2 \cdot 17^0 = 5 \cdot 17 + 2 \cdot 1 = 85 + 2 = 87$ **Ответ: 17**

ЕГЭ-16. Позиционные системы счисления

Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2014} + 2^{2015} - 8$

- 1) Приведём все слагаемые к виду 2^N и расставим в порядке убывания степеней:

$$4^{2014} + 2^{2015} - 8 = 2^{2 \cdot 2014} + 2^{2015} - 2^3 = 2^{4028} + 2^{2015} - 2^3$$

- 2) Первое слагаемое, 2^{4028} , даёт в двоичной записи **одну** единицу и 4028 нулей.

- 3) Вспомним, что число $2^N - 2^M$ записывается в **двоичной системе** как **N-M** единиц, за которыми стоят **M** нулей.

- 4) Пара $2^{2015} - 2^3$ даёт $2015 - 3 = 2012$ единиц

- 5) Суммарное количество единиц = $1 + 2012 = 2013$

Ответ: 2013

ЕГЭ-16. Позиционные системы счисления

Значение арифметического выражения: $36^{17} + 6^{15} - 9$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» в этой записи?

- 1) Приведём все слагаемые к виду 6^N и расставим в порядке убывания степеней:

$$36^{17} + 6^{15} - 9 = 6^{2 \cdot 17} + 6^{15} - 9 = 6^{34} + 6^{15} - 9$$

- 2) Первое слагаемое, 6^{34} , даёт одну *единицу* и 34 нуля.
 3) Второе слагаемое, 6^{15} , даёт одну *единицу* и 15 нулей.
 4) Переведём число 9 в шестеричную систему: $9_{10} = 13_6$

- 5)

0	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	

 каждого:

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	3
---	---

0	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответ: 13

ЕГЭ-16. Позиционные системы счисления

2019. Значение арифметического выражения $9^7 + 3^{21} - 9$ записали в системе счисления с основанием 3. **Сколько «2» содержится в этой записи?**

РЕШЕНИЕ:

1) Приведём все слагаемые к виду 3^N и расставим в порядке убывания степеней:

$$9^7 + 3^{21} - 9 = 3^{2 \cdot 7} + 3^{21} - 3^2 = 3^{21} + 3^{14} - 3^2$$

2) Первое слагаемое, 3^{21} , даёт в *троичной записи* одну *единицу* – она нас не интересует.

3) Вспомним, что число $3^N - 3^M$ записывается в *троичной системе* как ***N-M* двоек**, за которыми стоят ***M* нулей**.

$$3^N - 3^M = \underbrace{22\dots 2}_{N-M} \underbrace{00\dots 0}_M \quad 0_3$$

4) Пара $3^{14} - 3^2$ даёт $14 - 2 = 12$ двоек

ОТВЕТ: 12

ЕГЭ-16. Позиционные системы счисления

2020. Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения: $4^8 + 2^8 - 8$?