



				<b>п</b>	у	т	ь				
	у	с	к	о	<b>р</b>	е	н	и	е		
			с	к	<b>о</b>	р	о	с	т	ь	
л	е	й	б	н	<b>и</b>	ц					
			ф	и	<b>з</b>	и	к	а			
				д	<b>в</b>	и	ж	е	н	и	е
	н	ь	ю	т	<b>о</b>	н					
	к	о	о	р	<b>д</b>	и	н	а	т	а	
	м	е	х	а	<b>н</b>	и	к	а			
				<b>а</b>	л	г	е	б	р	а	
	в	р	е	м	<b>я</b>						

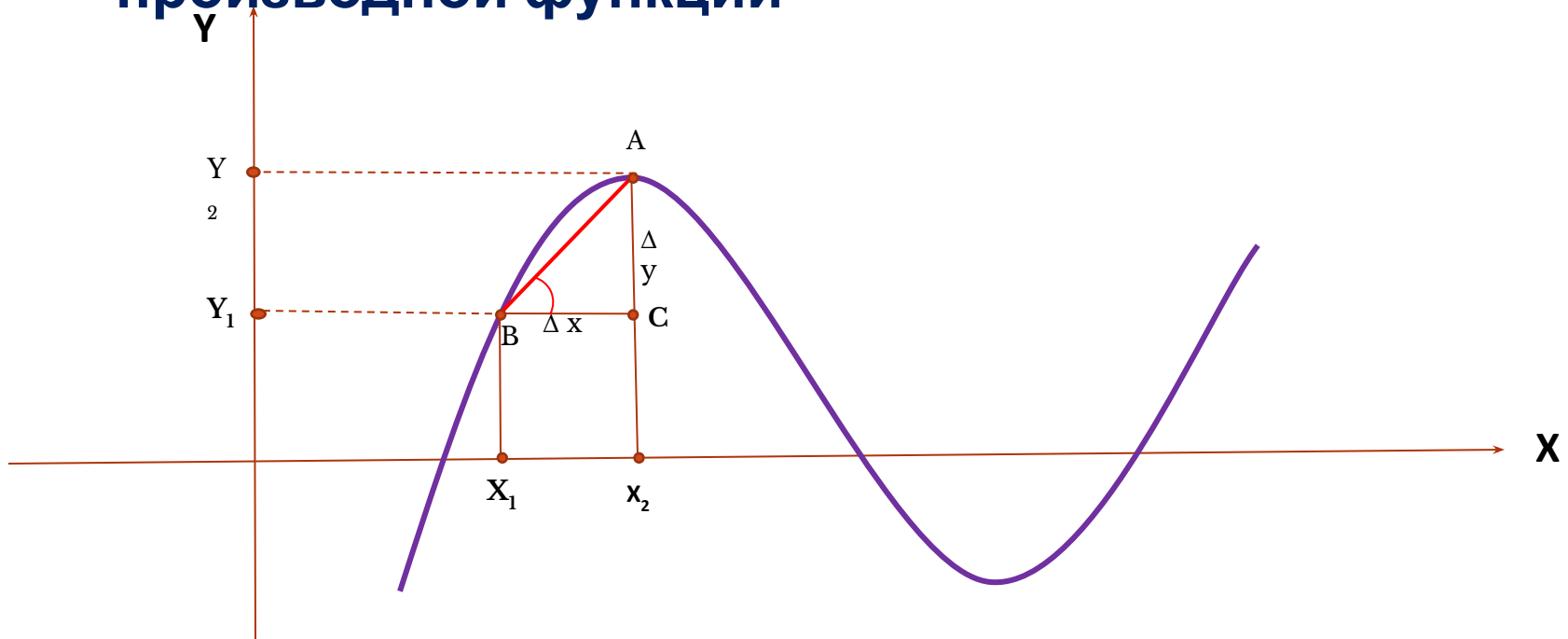
# Интегрированный урок по теме «Применение производной при решении физических задач»

Преподаватель: Кива М.Н.

2019

г.

Рассмотрите чертеж и дайте определение производной функции



$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

# **Производная используется при решении следующих заданий:**

**Вычислить производную**

**Вычислить производную в заданной точке**

**Все задания на построение касательной к графику функции**

**Нахождение промежутков возрастания и убывания функции**

**Нахождение точек экстремума**

**Нахождение скорости тела в момент времени**

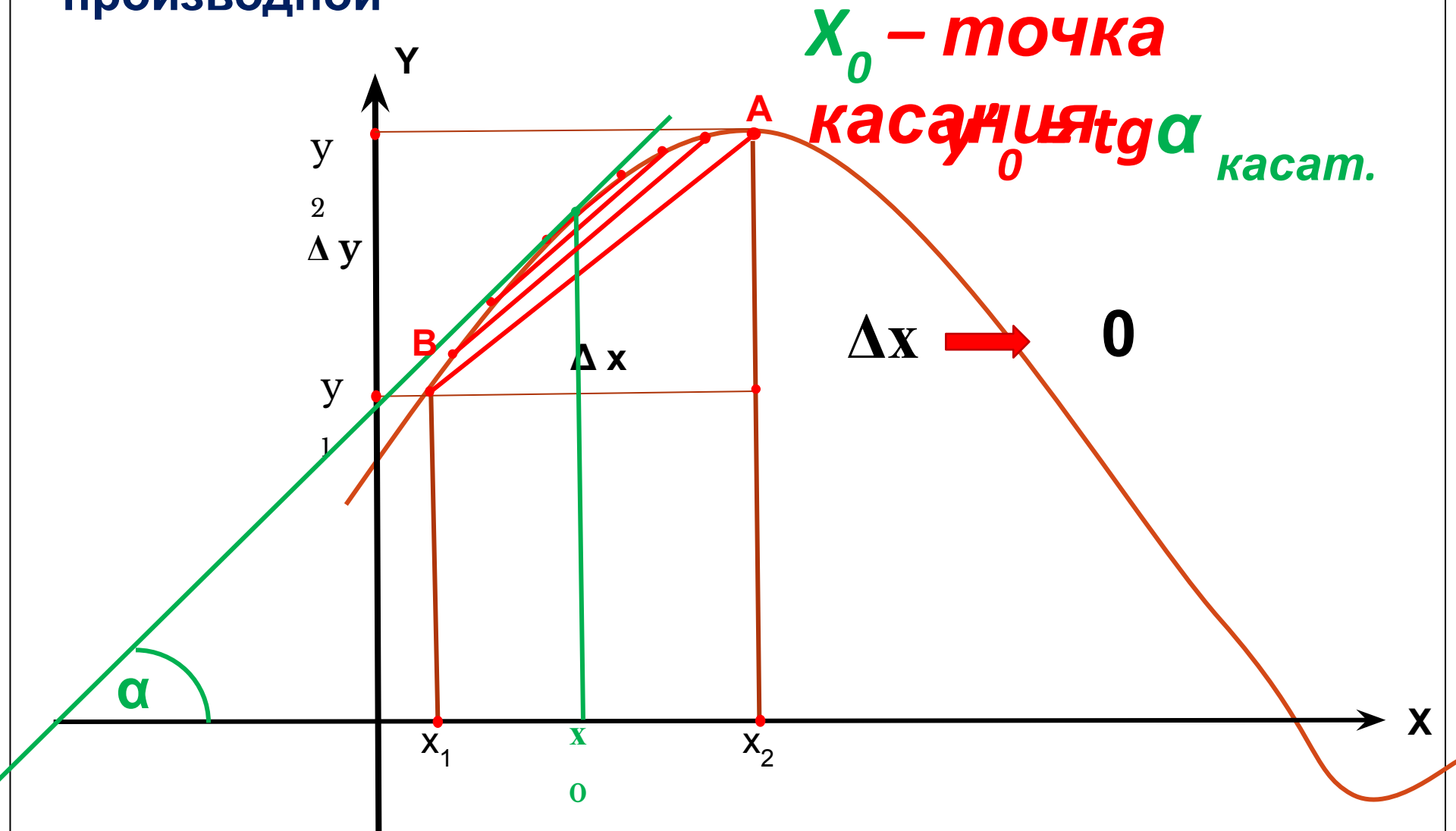
**Нахождение наименьшего или наибольшего значения функции**

**Построение графиков с помощью производной**

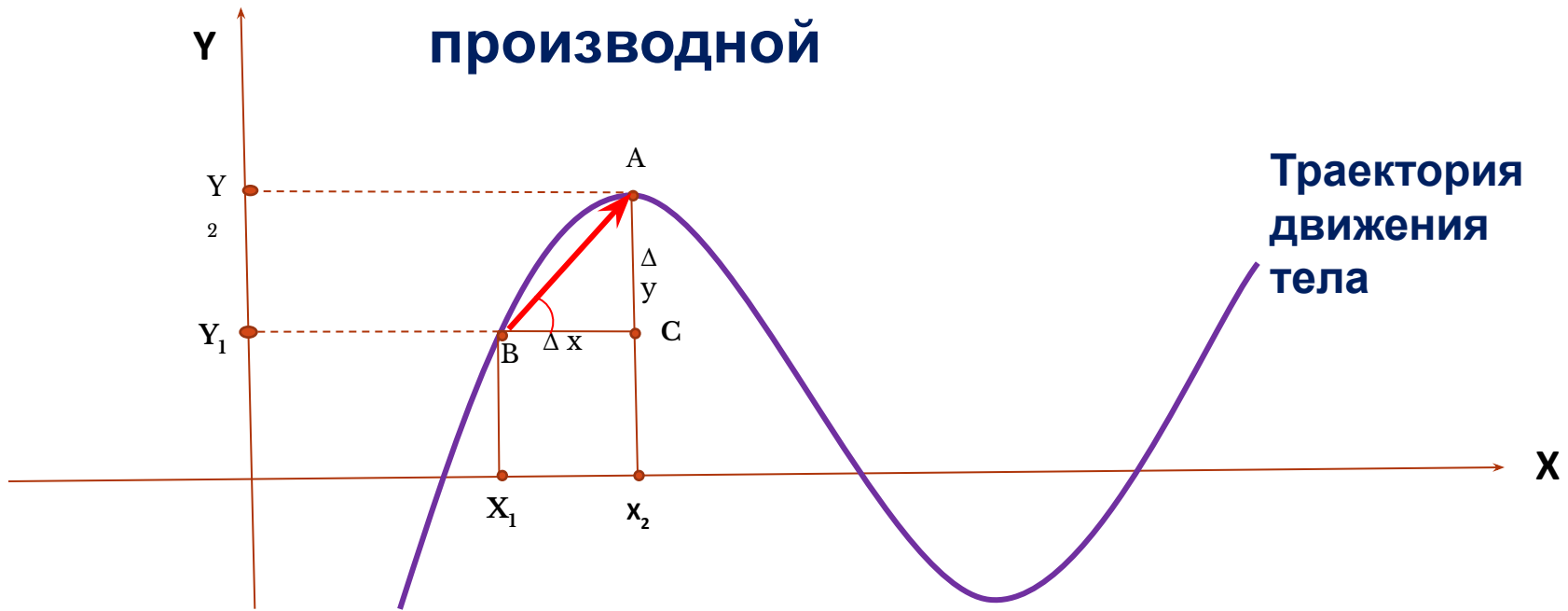
**Исследование функции**

**Решение задач методом математического моделирования**

# Геометрический смысл производной



## Физический смысл производной



$\Delta x$  – промежуток времени  
 $\Delta y$  -изменение перемещения

$$v_{\text{ср.}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$v_{\text{мгн.}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

# Механический смысл второй производной

*Ускорение прямолинейного движения тела в данный момент равно второй производной пути по времени, вычисленной для данного момента.*

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = v' = s''$$



$$\mathbf{v}(\mathbf{t}) = \mathbf{S}'(\mathbf{t})$$

$$\mathbf{a}(\mathbf{t}) = \mathbf{V}'(\mathbf{t})$$

$$x(t) = x_0 + v * t$$

$$s_x'(t) = v_x(t)$$

$$x(t) = x_0 + v_{0x} * t + a * t^2 / 2$$

$$v_x(t) = v_{0x} + a_x * t$$

$$s_x(t) = v_{0x} * t + a_x * t^2 / 2$$

$I = q' (t)$	Сила тока
$\omega = \phi' (t)$	Угловая скорость
$F = m a$	Сила
$E = mv^2 / 2$	Кинетическая энергия
$P = mv$	Импульс

1) Мощность есть производная работы по времени

$$N = A' (t)$$

2) Пусть дан неоднородный стержень длиной  $l$  и массой  $m(l)$ , начало которого в точке  $l = 0$ . Тогда производная функции массы стержня по его длине  $l$  есть линейная плотность стержня в данной точке:

$$\rho(l) = m' (l)$$

3) Теплоёмкость есть производная теплоты по температуре:

$$C(t) = Q' (t)$$

4) Сила тока есть производная заряда по времени:

$$I = q' (t)$$

# Задача 1

Дано уравнение прямолинейного движения тела:

$S = 3t^2 - 5t + 2$ , где  $S$  - путь, пройденный телом, м;  $t$  - время, с.

Найдите скорость тела в момент времени  $t = 4$  с.

## Задача 2

Точка движется по закону

$$S = \frac{1}{4}t^4 + \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 2$$

Найти скорость и ускорение через 4 с после начала движения (движение считать прямолинейным).

## Задача 3

Пусть  $q = 3t^2 - 5t + 8$  - количество электричества, протекающее через поперечное сечение проводника за время .  
Найти силу тока в данный момент времени  $t = 3$  с.

## Задача 4

Пусть дан неоднородный стержень длины, масса неоднородного стержня меняется по закону:  $m = 3x^2 - 5x + 12$ .

Найти линейную плотность стержня в данной точке  $x = 4$



## Задача 5 (экономический смысл производной)

Выбрать оптимальный объем производства  $N$  фирмой, функция прибыли которой может быть смоделирована зависимостью:  $F(q) = q^2 - 8q + 10$ .

Решение: Оптимальный объём производства есть производная от функции прибыли, т.е.  $N = F(q)$   
 $F'(q) = R'(q) - C'(q) = 2q - 8 = 0 \rightarrow q_{\text{extr}} = 4$

При  $q < q_{\text{extr}} = 4 \rightarrow F'(q) < 0$  и прибыль убывает

При  $q > q_{\text{extr}} = 4 \rightarrow F'(q) > 0$  и прибыль возрастает

При  $q = 4$  прибыль принимает минимальное значение.

## Задача 5 (экономический смысл производной)

Прибыль фирмы задана зависимостью:

$$F(q) = 5q^2 - 5q + 12.$$

Найти оптимальный объём производства  $N$  фирмы.

- 1. Тело движется по закону  $x(t)=2t^3 -2,5t^2 + 3t +1$ . Найти скорость тела при  $t=1$ с.**
- 2. Тело движется по закону  $x(t)= 3t^4 -3t^3 + 4t + 2$ . Найти скорость тела при  $t=1$ с.**
- 3. Заряд  $q$  изменяется по закону  $q(t)= 0,4t^2/$ , найти силу тока при  $t=10$ с.**
- 4. Угол поворота тела вокруг оси изменяется по закону  $\phi(t)= 0,3t^2 - 0,5t + 0,4$ . Найти угловую скорость при  $t= 10$ с.**
- 5. Температура тела  $T$  изменяется по закону  $T(t)=4t^3 -7t+4$ . Какова скорость изменения температуры при  $t=2$ с?**

# Самостоятельная работа

## Вариант 1.

1. Материальная точка движется по закону  $s(t)=12t+3t^3$ . Найдите ее скорость и ускорение в момент времени  $t=2$ с.

2. Тело, масса которого 5кг, движется прямолинейно по закону  $S=1-t+t^2$ , где  $S$  - измеряется в метрах, а  $t$  в секундах.

Найти кинетическую энергию тела через 10с после начала движения.

## Вариант 2.

1. Материальная точка движется по закону  $s(t)=16t+2t^3$ . Найдите ее скорость и ускорение в момент времени  $t=2$  с.

2. В тонком неоднородном стержне длиной 25см его масса (в г) распределена по закону  $m=2l^2 + 3l$ , где  $l$  – длина стержня, отсчитавшая от его начала.

Найти линейную плотность в точке:

- отстоящей от начала стержня на 3см;
- в конце стержня.

# Взаимопроверка

## Вариант 1.

1.  $v(t) = s'(t) = 12 + 9t^2$ ;  
 $v(2) = 12 + 36 = 48$  (м/с);  
 $a(t) = v'(t) = 18t$ ;  
 $a(2) = 18 \cdot 2 = 36$  (м/с<sup>2</sup>).

2. Ответ: 902,5 Дж.

## Вариант 2.

1.  $v(t) = s'(t) = 16 + 6t^2$ ;  
 $v(2) = 40$  (м/с);  
 $a(t) = v'(t) = 12t$ ;  
 $a(2) = 24$  (м/с<sup>2</sup>).

2. Ответ: 15г/см; 103г/см.

## ФОРМУЛЫ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

1.  $(c)' = 0$

2.  $(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$

3.  $(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$

4.  $(\frac{1}{u})' = -\frac{1}{u^2} \cdot u'$

5.  $(a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$

6.  $(e^u)' = e^u \cdot u'$

7.  $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$

8.  $(\log_a u)' = \frac{1}{u \cdot \ln a} \cdot u'$

9.  $(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$

10.  $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$

11.  $(\operatorname{tg} u)' = \frac{1}{(\cos u)^2} \cdot u'$

12.  $(\operatorname{ctg} u)' = -\frac{1}{(\sin u)^2} \cdot u'$

**Спасибо за внимание!**