

				п	у	т	ь				
	у	с	к	о	р	е	н	и	е		
			с	к	о	р	о	с	т	ь	
л	е	й	б	н	и	ц					
			ф	и	з	и	к	а			
				д	в	и	ж	е	н	и	е
	н	ь	ю	т	о	н					
	к	о	о	р	д	и	н	а	т	а	
	м	е	х	а	н	и	к	а			
				а	л	г	е	б	р	а	
	в	р	е	м	я						

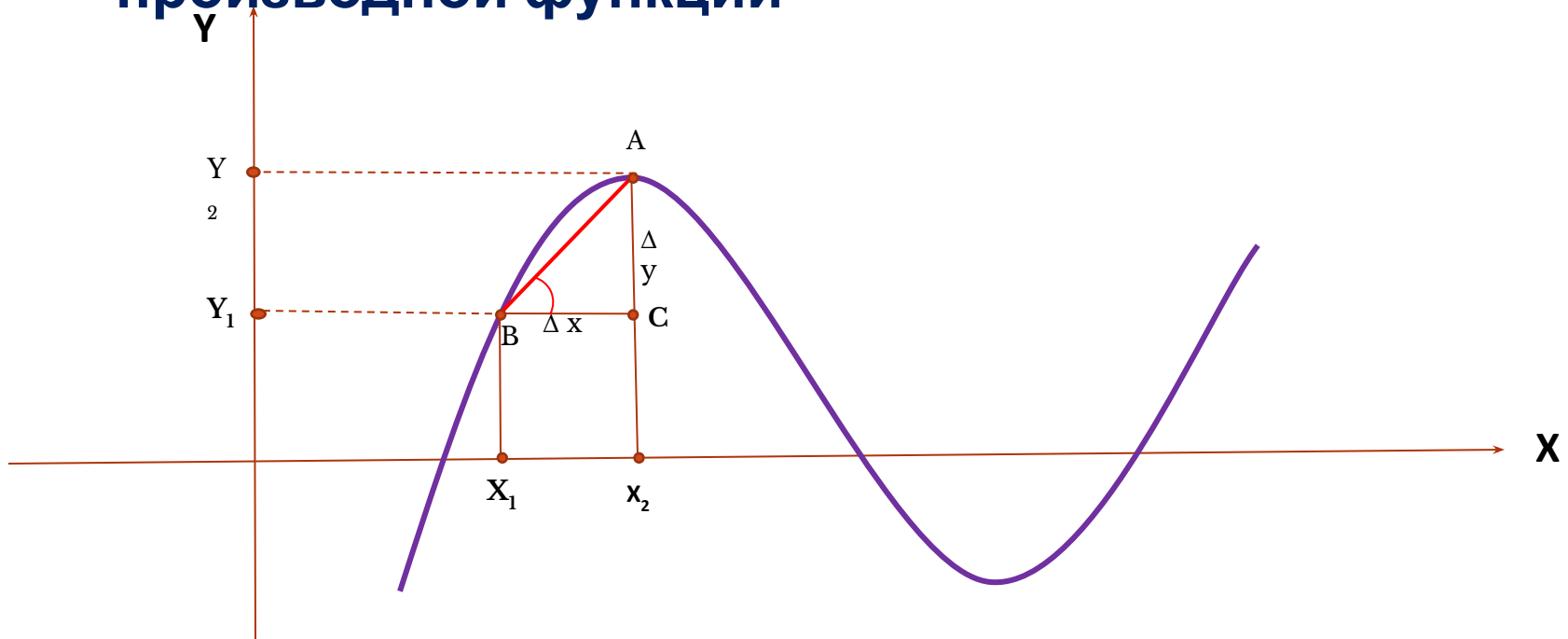
Интегрированный урок по теме «Применение производной при решении физических задач»

Преподаватель: Кива М.Н.

2019

г.

Рассмотрите чертеж и дайте определение производной функции



$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Производная используется при решении следующих заданий:

Вычислить производную

Вычислить производную в заданной точке

Все задания на построение касательной к графику функции

Нахождение промежутков возрастания и убывания функции

Нахождение точек экстремума

Нахождение скорости тела в момент времени

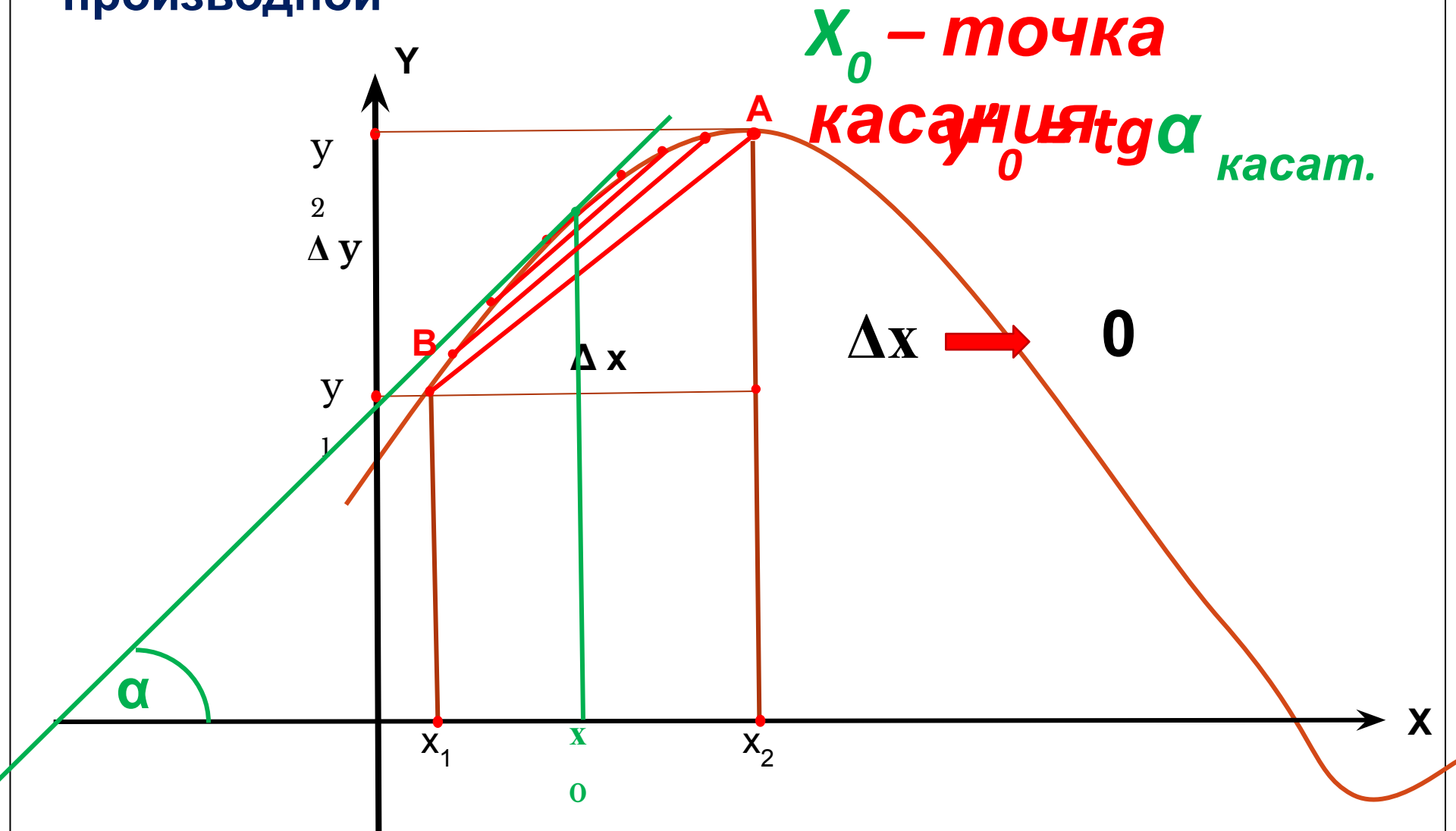
Нахождение наименьшего или наибольшего значения функции

Построение графиков с помощью производной

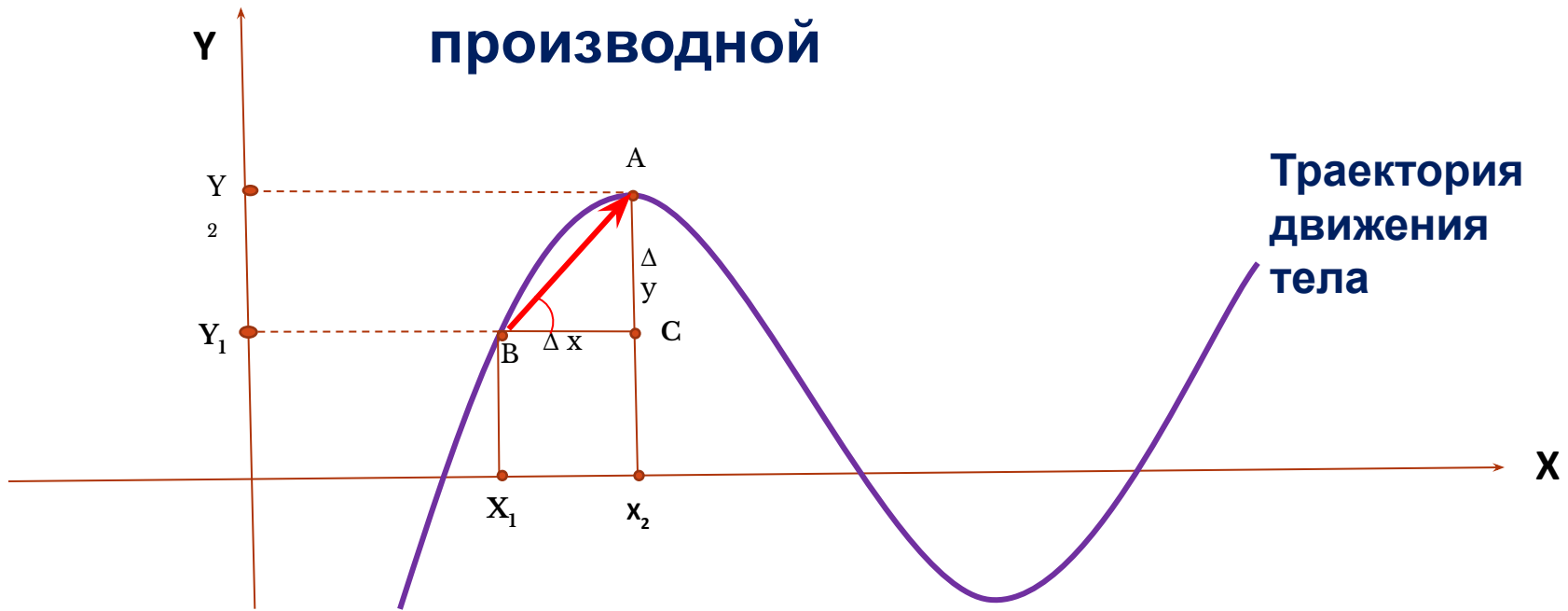
Исследование функции

Решение задач методом математического моделирования

Геометрический смысл производной



Физический смысл производной



Δx – промежуток времени

Δy -изменение перемещения

$$v_{\text{ср.}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$v_{\text{мгн.}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Механический смысл второй производной

Ускорение прямолинейного движения тела в данный момент равно второй производной пути по времени, вычисленной для данного момента.

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = v' = s''$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{t}) = \mathbf{S}'(\mathbf{t})$$

$$\mathbf{a}(\mathbf{t}) = \mathbf{V}'(\mathbf{t})$$

$$x(t) = x_0 + v * t$$

$$s_x'(t) = v_x(t)$$

$$x(t) = x_0 + v_{0x} * t + a * t^2 / 2$$

$$v_x(t) = v_{0x} + a_x * t$$

$$s_x(t) = v_{0x} * t + a_x * t^2 / 2$$

$$I = q' (t)$$

Сила тока

$$\omega = \phi' (t)$$

Угловая скорость

$$F = m a$$

Сила

$$E = mv^2 / 2$$

Кинетическая энергия

$$P = mv$$

Импульс

1) Мощность есть производная работы по времени

$$N = A' (t)$$

2) Пусть дан неоднородный стержень длиной l и массой $m(l)$, начало которого в точке $l = 0$. Тогда производная функции массы стержня по его длине l есть линейная плотность стержня в данной точке:

$$\rho(l) = m' (l)$$

3) Теплоёмкость есть производная теплоты по температуре:

$$C(t) = Q' (t)$$

4) Сила тока есть производная заряда по времени:

$$I = q' (t)$$

Задача 1

Дано уравнение прямолинейного движения тела:

$S=3t^2-5t+2$, где S - путь, пройденный телом, м; t - время, с.

Найдите скорость тела в момент времени $t=4$ с.

Задача 2

Точка движется по закону

$$S = \frac{1}{4}t^4 + \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 2$$

Найти скорость и ускорение через 4 с после начала движения (движение считать прямолинейным).

Задача 3

Пусть $q = 3t^2 - 5t + 8$ - количество электричества, протекающее через поперечное сечение проводника за время .
Найти силу тока в данный момент времени $t = 3$ с.

Задача 4

Пусть дан неоднородный стержень длины, масса неоднородного стержня меняется по закону: $m = 3x^2 - 5x + 12$.

Найти линейную плотность стержня в данной точке $x = 4$

Задача 5 (экономический смысл производной)

Выбрать оптимальный объем производства N фирмой, функция прибыли которой может быть смоделирована зависимостью: $F(q) = q^2 - 8q + 10$.

Решение: Оптимальный объём производства есть производная от функции прибыли, т.е. $N = F(q)$
 $F'(q) = R'(q) - C'(q) = 2q - 8 = 0 \rightarrow q_{\text{extr}} = 4$

При $q < q_{\text{extr}} = 4 \rightarrow F'(q) < 0$ и прибыль убывает

При $q > q_{\text{extr}} = 4 \rightarrow F'(q) > 0$ и прибыль возрастает

При $q = 4$ прибыль принимает минимальное значение.

Задача 5 (экономический смысл производной)

Прибыль фирмы задана зависимостью:

$$F(q) = 5q^2 - 5q + 12.$$

Найти оптимальный объём производства N фирмы.

1. Тело движется по закону $x(t)=2t^3 -2,5t^2 + 3t +1$. Найти скорость тела при $t=1$ с.
2. Тело движется по закону $x(t)= 3t^4 -3t^3 + 4t + 2$. Найти скорость тела при $t=1$ с.
3. Заряд q изменяется по закону $q(t)= 0,4t^2/$, найти силу тока при $t=10$ с.
4. Угол поворота тела вокруг оси изменяется по закону $\phi(t)= 0,3t^2 - 0,5t + 0,4$. Найти угловую скорость при $t= 10$ с.
5. Температура тела T изменяется по закону $T(t)=4t^3 -7t+4$. Какова скорость изменения температуры при $t=2$ с?

Самостоятельная работа

Вариант 1.

1. Материальная точка движется по закону $s(t)=12t+3t^3$. Найдите ее скорость и ускорение в момент времени $t=2$ с.

2. Тело, масса которого 5кг, движется прямолинейно по закону $S=1-t+t^2$, где S - измеряется в метрах, а t в секундах.

Найти кинетическую энергию тела через 10с после начала движения.

Вариант 2.

1. Материальная точка движется по закону $s(t)=16t+2t^3$. Найдите ее скорость и ускорение в момент времени $t=2$ с.

2. В тонком неоднородном стержне длиной 25см его масса (в г) распределена по закону $m=2l^2 + 3l$, где l – длина стержня, отсчитавшая от его начала.

Найти линейную плотность в точке:

- отстоящей от начала стержня на 3см;
- в конце стержня.

Взаимопроверка

Вариант 1.

1. $v(t) = s'(t) = 12 + 9t^2$;
 $v(2) = 12 + 36 = 48$ (м/с);
 $a(t) = v'(t) = 18t$;
 $a(2) = 18 \cdot 2 = 36$ (м/с²).

2. Ответ: 902,5 Дж.

Вариант 2.

1. $v(t) = s'(t) = 16 + 6t^2$;
 $v(2) = 40$ (м/с);
 $a(t) = v'(t) = 12t$;
 $a(2) = 24$ (м/с²).

2. Ответ: 15г/см; 103г/см.

ФОРМУЛЫ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

1. $(c)' = 0$

2. $(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$

3. $(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$

4. $(\frac{1}{u})' = -\frac{1}{u^2} \cdot u'$

5. $(a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$

6. $(e^u)' = e^u \cdot u'$

7. $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$

8. $(\log_a u)' = \frac{1}{u \cdot \ln a} \cdot u'$

9. $(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$

10. $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$

11. $(\operatorname{tg} u)' = \frac{1}{(\cos u)^2} \cdot u'$

12. $(\operatorname{ctg} u)' = -\frac{1}{(\sin u)^2} \cdot u'$

Спасибо за внимание!