

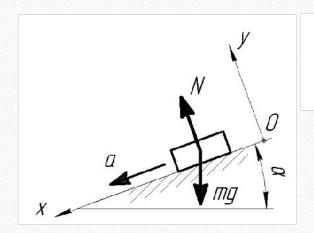
Дифференциальные уравнения движения точки



Задача 1.

Деталь массой m = 0.5 кг скользит вниз по лотку. Под каким углом к горизонтальной плоскости должен располагаться лоток, для того чтобы деталь двигалась с ускорением a = 2 м/с2? Угол выразить в градусах.

Решение.



На основе основного уравнения динамики $m\vec{a} = \sum \vec{F_i}$ для условия данной задачи запишем: $m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g}$.

Спроецируем это уравнение на ось
$$X$$
: $F_X = mx$
 $OX: ma_X = mg \cdot \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{ma_X}{mg} = \frac{a_X}{g} = \frac{2}{9.81} = 0.2038 \Rightarrow \alpha = \arcsin 0.2038 = 11.76^{\circ}$.





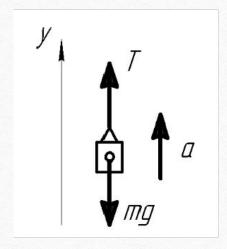




Задача 2.

Тело массой т = 50 кг, подвешенное на тросе, поднимается вертикально с ускорением a = 0.5 м/с2. Определить силу натяжения троса.

Решение.



Запишем основное уравнение динамики:

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_i$$
. Для условия данной задачи запишем: $m\vec{a} = \vec{T} + m\vec{g}$.

Спроецируем это уравнение на ось Y:

OY:
$$ma_v = -mg + T \implies$$

$$F_x = m X$$

$$F_{x} = m X$$
, $F_{y} = m X$, $F_{z} = m X$

$$F_z = m$$

$$T = mg + ma_y = m \cdot (g + a_y) = 50 \cdot (9.81 + 0.5) = 515,5 \ H.$$

Ответ:
$$T = 515,5 H$$
.



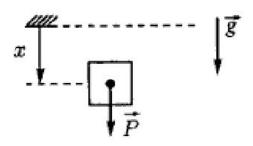






Задача 3.

Камень падает в шахту без начальной скорости. Звук от удара камня о дно шахты услышан через 6,5 с от момента начала его падения. Скорость звука равна 330 м/с. Найти глубину шахты.



Решение. Расчетная схема движения камня — на рис. 27.1.1. Согласно 2-му закону Ньютона в проекции на ось x, дифференциальное уравнение движения камня: $m\ddot{x} = P$, где P = mg. Интегрирование этого уравнения с нулевыми начальными условиями дает закон движения камня: $x = gt^2/2$. Отсюда время падения камня $t_1 = \sqrt{2h/g}$, где h — глубина шахты.

Рис. 27.1.1

Время движения звука $t_2 = h/v_{3B}$. Итак,

$$\sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v_{\scriptscriptstyle 3B}} = t_1 + t_2 \Longrightarrow \sqrt{\frac{2h}{9.8}} + \frac{h}{330} = 6.5 \Longrightarrow h \approx 175 \text{ m}.$$









Задача 4.

Принимая в первом приближении сопротивление откатника постоянным, определить продолжительность отката ствола полевой пушки, если начальная скорость отката равна 10 м/с, а средняя длина отката равна 1 м.

Решение. Расчетная схема — на рис. 27.6.1. Уравнение движения ствола пушки вдоль оси x:

$$m\ddot{x} = -F_{
m conp} \Longrightarrow \ddot{x} = a = rac{-F_{
m conp}}{m}.$$

Интегрирование дает: $\dot{x} = at + v_0$. Если $v = \dot{x} = 0$, то $a = -v_0/t_1$. При дальнейшем интегрировании получаем:

$$x = \frac{at^2}{2} + v_0t = -\frac{v_0}{2t_1}t^2 + v_0t.$$

В момент t_1 x = s, следовательно, имеем

$$\vec{a}$$
 \vec{F}_{comp}
 \vec{F}_{comp}

Рис. 27.6.1

$$s = +\frac{v_0}{2}t_1 \Longrightarrow t_1 = \frac{2s}{v_0} = \frac{2\cdot 1}{10} = 0.2 \text{ c.}$$







Найти наибольшую скорость падения шара массы 10 кг и радиуса r=8 см, принимая, что сопротивление воздуха равно $R=k\sigma v2$,

где v — скорость движения,

σ — площадь проекции тела на плоскость, перпендикулярную направлению его движения,

k — численный коэффициент, зависящий от формы тела и имеющий для шара значение 0,24 H*c2/м4.

