

**ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ СТАТИКИ  
АТМОСФЕРЫ. БАРОМЕТРИЧЕСКИЕ  
ФОРМУЛЫ**



# Определение давления

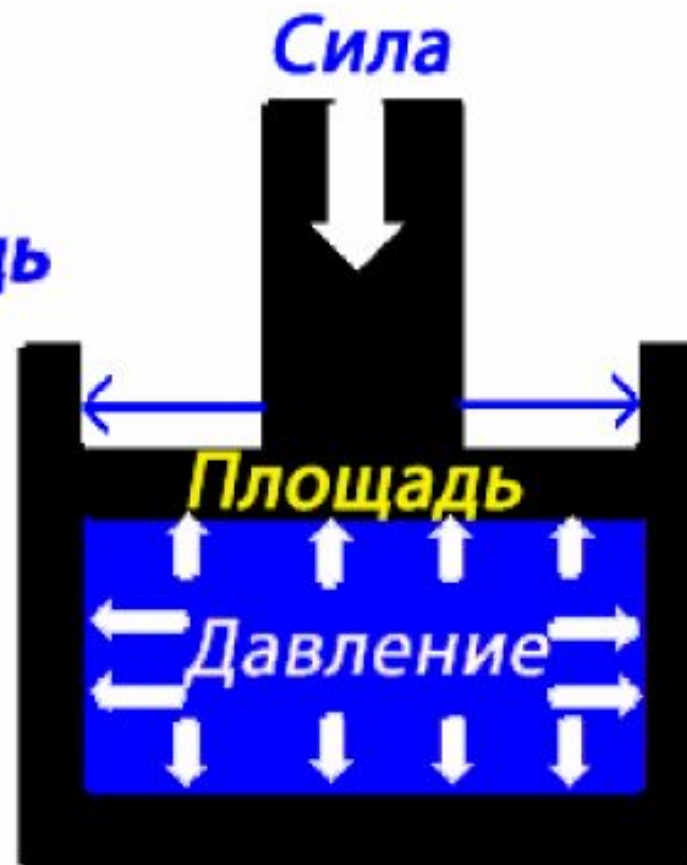
$$\text{Давление} = \frac{\text{Сила}}{\text{Площадь}}$$

Давление - скаляр

Оно имеет значение, но не имеет направления!

$$P = \frac{F[N]}{S[m^2]}$$

$$1 \text{ Па} = 1 \text{ н} / 1 \text{ м}^2$$



Давление действует перпендикулярно граничной поверхности



# Соотношение разных единиц измерения давления

$$\underline{1 \text{ мм рт. ст.} = 133 \text{ Па} = 1,33 \text{ гПа} = 0,133 \text{ кПа}}$$

$$\underline{1 \text{ Па} = 0.0075 \text{ мм рт. ст.}}$$

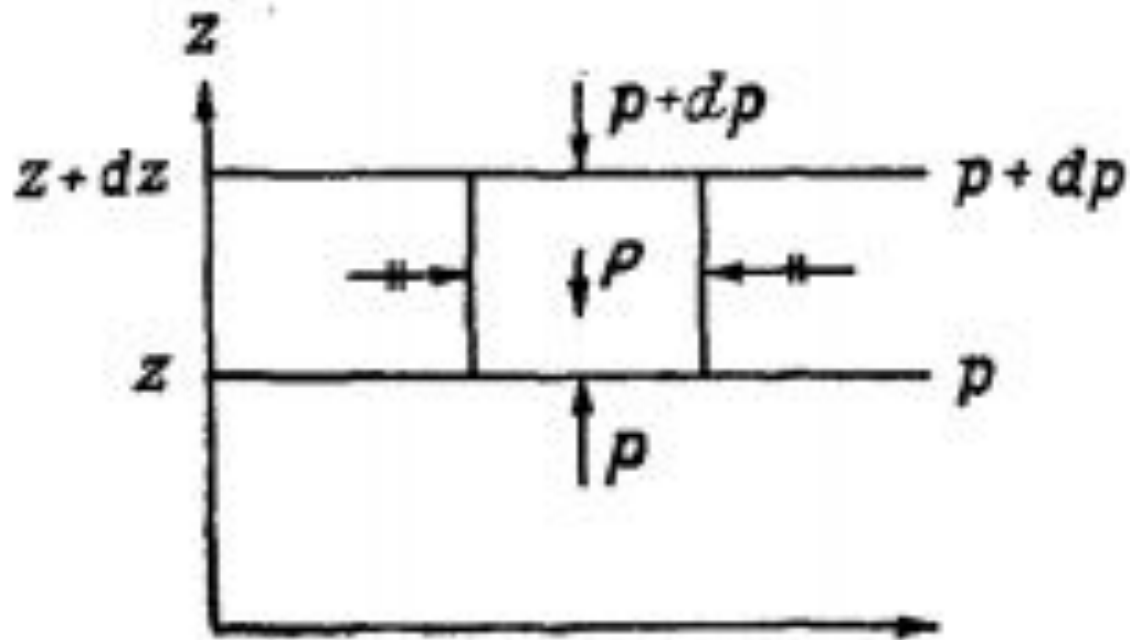
$$\underline{1 \text{ гПа} = 1 \text{ мб} = 0,75 \text{ мм.рт.ст.}}$$

$$\underline{1 \text{ кПа} = 7,5 \text{ мм рт.ст.}}$$

$$\underline{\text{Среднее атмосферное давление: } 1 \text{ атм.} = 101300 \text{ Па} = 1013 \text{ гПа} = 101,3 \text{ кПа} = 760 \text{ мм рт.ст.}}$$



# К ВЫВОДУ ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ СТАТИКИ АТМОСФЕРЫ



## СИЛА ТЯЖЕСТИ

$$P = g \cdot \rho \cdot dz$$



СУММА ПРОЕКЦИЙ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА  
ВЫДЕЛЕННЫЙ ОБЪЕМ ВОЗДУХА

$$p - (p + dp) - P$$



УСЛОВИЕ РАВНОВЕСИЯ

$$p - (p + dp) - P = 0$$



$$-dp - \rho \cdot g \cdot dz = 0$$

$$-dp = \rho \cdot g \cdot dz$$





ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ СТАТИКИ АТМОСФЕРЫ  
ВЫРАЖАЕТ УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ ДВУХ СИЛ:  
ВЕРТИКАЛЬНОГО ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ И СИЛЫ  
ТЯЖЕСТИ

$$-\frac{dp}{dz} = \rho \cdot g$$



## ВЕРТИКАЛЬНЫЙ ГРАДИЕНТ ДАВЛЕНИЯ

$$-\frac{dp}{dz} = G$$



# ВЫВОДЫ ИЗ ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ СТАТИКИ

## Вывод №1.

Если  $dz > 0$ , то  $dp < 0$

*В атмосфере давление всегда убывает с увеличением высоты*



## Вывод №2.

ВЕС ВЕРТИКАЛЬНОГО СТОЛБА ВОЗДУХА

$$Q = \int_z^{z_a} \rho \cdot g \cdot dz$$



$$\int_p^0 -dp = \int_z^{z_a} \rho \cdot g \cdot dz$$

$$p = Q$$

**Вывод №2.** *АТМОСФЕРНОЕ ДАВЛЕНИЕ ИЛИ ДАВЛЕНИЕ ВОЗДУХА, НА КАЖДОМ УРОВНЕ РАВНО ВЕСУ СТОЛБА ВОЗДУХА ЕДИНИЧНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ И ВЫСОТОЙ ОТ ДАННОГО УРОВНЯ ДО ВЕРХНЕЙ ГРАНИЦЫ АТМОСФЕРЫ.*



## Вывод №3.

- *При увеличении высоты на одно и то же значение относительно некоторой изобарической поверхности понижение давления в более холодной воздушной массе больше, чем в теплой массе, т.е. в холодной массе давление убывает с высотой быстрее, чем в более теплой воздушной массе.*



# **БАРОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ**



Интегралы основного уравнения статики, полученные при различных предположениях относительно изменения температуры и плотности воздуха с высотой называются *барометрическими формулами*.

$$T = T(z)$$

$$\rho = \rho(z)$$





$$\int_{p_0}^p -dp = \int_z^{z_a} \rho \cdot g \cdot dz$$

$$-p + p_0 = \int_z^{z_a} \rho \cdot g \cdot dz$$



$$p = p_0 - \int_z^{z_a} \rho \cdot g \cdot dz$$



## УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ВЛАЖНОГО ВОЗДУХА:

$$P = \rho R_c T_v$$

где виртуальная температура:

$$T_v = T(1 + 0,608s)$$



$$-dp = \frac{p}{R_c T_\theta} \cdot g \cdot dz$$

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = - \int_z^{z_a} \frac{g \cdot dz}{R_c T_\theta}$$

$$\ln p - \ln p_0 = \frac{g \cdot (z_a - z)}{R_c T_\theta}$$



## БАРОМЕТРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА

$$\ln p = \ln p_0 \left( -\frac{g \cdot (z_a - z)}{R_c T_\theta} \right)$$

$$p = p_0 \cdot \exp \left( -\frac{g \cdot (z_a - z)}{R_c T_\theta} \right)$$



# Барическая ступень

Плотность воздуха непосредственно не измеряется; она вычисляется с помощью уравнения состояния газов

$$\rho = p/RT$$

(через температуру и давление)

Подставив это значение для  $\rho$  в уравнение

$$dp = -\rho g dz,$$

получим

$$dp = -\frac{pg}{RT} dz,$$

- Возьмем величину, обратную вертикальному барическому градиенту  $dp/dz$  т.е. давление аргумент, а высота функция :

$$- dz/dp$$

- это прирост высоты, при котором атмосферное давление падает на единицу

**Уравнение статики примет вид:**

$$dz = (RT/g p) dp$$

Величина  $dh = RT/g p$

- ✓ показывает насколько метров нужно подняться вверх, чтобы давление упало на 1 гПа
- ✓ Она называется барической ступенью

# $dz/dp$ - это барическая ступень (или барометрическая).

**Барическая ступень** — величина, обратная вертикальному барическому градиенту  $-dp/dz$ , составляющая *прирост высоты, при котором атмосферное давление падает на единицу.*

Из формулы

$$dh = RT/gp$$

**видно, что барическая ступень обратно пропорциональна величине давления и прямо пропорциональна температуре воздуха.**

Чем больше высота и чем, следовательно, ниже давление, тем больше барическая ступень.

- На высоте около 5 км, где давление близко к 500 гПа, барическая ступень уже около 16 м (при той же температуре 0°).

**При одном и том же давлении барическая ступень больше при более высокой температуре, чем при более низкой.**

- С ростом температуры на каждый градус барическая ступень растет на 0,4%.



- Величина обратная барической ступени, ***вертикальный барический градиент*** – падение давления на единицу прироста высоты:  $-(dp/dz)$ , единица измерения гПа/100 м.
- Всю атмосферу можно представить пронизанной системой ***изобарических поверхностей***, огибающих земной шар. Эти поверхности пересекаются с уровнями под очень малыми углами.



# ВЫСОТА РАСПОЛОЖЕНИЯ ИЗОБАРИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ:

- 1000 гПа – над уровнем моря,
- 700 гПа – 3 км,
- 500 гПа – 5 км,
- 300 гПа – 9 км,
- 200 гПа – 12 км,
- 100 гПа – 16 км,
- 50 гПа – 20 км.



## ЗАВИСИМОСТЬ ВЕЛИЧИНЫ БАРИЧЕСКОЙ СТУПЕНИ ОТ АТМОСФЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ (ПРИ ТЕМПЕРАТУРЕ 0°C)

Давление, гПа	Барическая ступень, м/гПа
1000	8
800	10
600	13,3
400	20



- На практике для изображения распределения давления на высоте пользуются картами барической топографии (барического рельефа), показывающими положение в пространстве той или иной изобарической поверхности.
- **Карта барической топографии** - это карта, на которую нанесены высоты или геопотенциалы той или иной изобарической поверхности над уровнем моря (*карта абсолютной барической топографии*) или над уровнем нижележащей изобарической поверхности (*карта относительной барической топографии*).
- На карты барической топографии иногда наносят и другие элементы: температуру и ветер на данной поверхности, термический ветер для слоя между двумя изобарическими поверхностями (карты относительной барической топографии).



# КАРТА БАРИЧЕСКОЙ ТОПОГРАФИИ

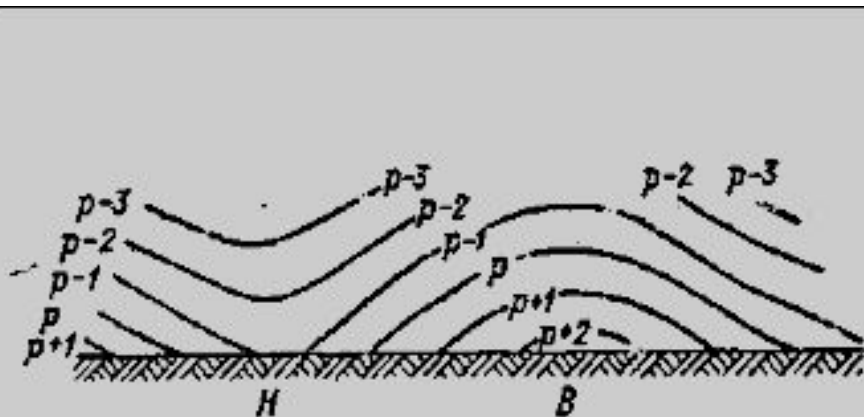


Рисунок 46 – Изобарические поверхности в циклоне (H) и в антициклоне (B) в вертикальном разрезе

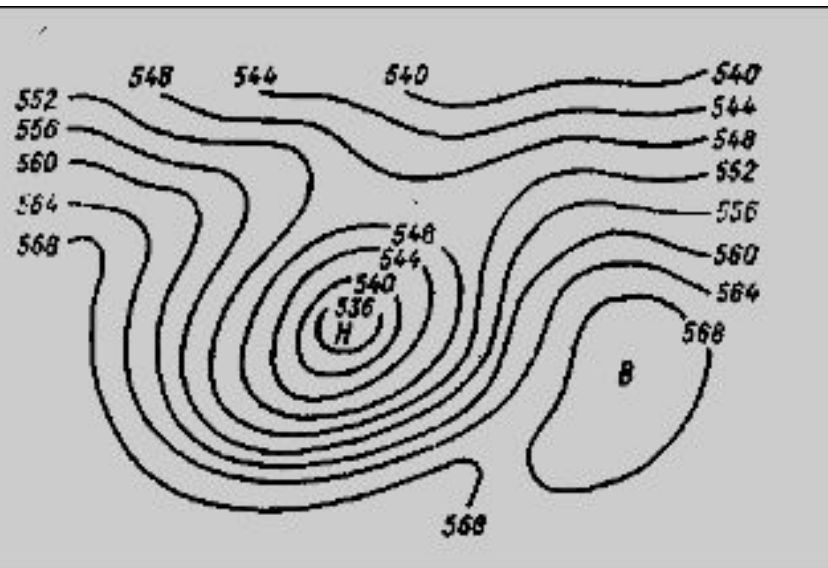


Рисунок 47 – Циклон (H) и антициклон (B) на карте абсолютной топографии изобарической поверхности 500 гПа  
Цифры – высоты в геопотенциальных деkamетрах. В циклоне изобарическая поверхность лежит ближе к уровню моря, чем в антициклоне

# С ПОМОЩЬЮ БАРОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМУЛЫ МОЖНО РЕШАТЬ ТРИ ЗАДАЧИ:

- 1) приведение давления одного уровня к другому (известны давление на одном уровне и перепад высот, средняя температура слоя, найти давление на другом уровне)
- 2) барометрическое нивелирование (известны давление на двух уровнях, средняя температура столба воздуха, найти перепад высот)
- 3) определение средней температуры слоя (известны давление на двух уровнях и перепад высот, найти среднюю температуру слоя).



Измерение атмосферного давления является основой барометрического нивелирования.

Превышение между двумя точками определяется в этом случае по упрощенной формуле, вывод которой принадлежит французскому метеорологу Бабине:

$$h = \frac{16000 (P_1 - P_2)}{(P_1 + P_2)} (1 + \alpha t)$$

**$h$**  – превышение между двумя точками в м;  **$P_1$**  и  **$P_2$**  – давление в гПа на нижнем и верхнем уровнях;

**$\alpha = 0,00366$**  – коэффициент температурного расширения газов;

**$t$**  – средняя температура слоя между уровнями, °С.

# ОДНОРОДНАЯ АТМОСФЕРА





# БАРОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ПРИ ПОСТОЯННОЙ ПЛОТНОСТИ (ОДНОРОДНАЯ АТМОСФЕРА)

$$\rho = \rho_0 = \text{const},$$

$$P(z) = P_0 - \rho_0 g z,$$

$$T(z) = T_0 - \frac{g}{R_c} z,$$



## ВЫСОТА ОДНОРОДНОЙ АТМОСФЕРЫ

$$\rho = \text{const} \Rightarrow \int_0^{\infty} \rho dz = M = \frac{P_0}{g} \Rightarrow M = \rho H = \frac{P_0}{g}$$

$$H = \frac{P_0}{\rho g} = \frac{RT}{g} \Rightarrow H(T = 273^{\circ} \text{K}) \approx 8000 \text{ м}$$

**Эта высота атмосферы 8000 м называется  
высотой однородной атмосферы.**

В действительности плотность воздуха с высотой убывает, и потому истинная высота атмосферы равняется многим тысячам километров.

Плотность воздуха уменьшается с высотой



# БАРОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ПРИ ПОСТОЯННОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ (ИЗОТЕРМИЧЕСКАЯ АТМОСФЕРА)

$$T = T_0 = \text{const} ,$$

$$P(z) = P_0 e^{-\frac{gz}{R_c T}} ,$$

$$\rho(z) = \rho_0 e^{-\frac{gz}{R_c T}} ,$$



# БАРОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ПРИ ПОСТОЯННОМ ТЕМПЕРАТУРНОМ ГРАДИЕНТЕ (ПОЛИТРОПНАЯ АТМОСФЕРА)

$$T = T_0 - \gamma z ,$$

$$P(z) = P_0 \left( 1 - \frac{\gamma z}{T_0} \right)^{\frac{g}{R_c \gamma}} ,$$

$$\rho(z) = \rho_0 \left( 1 - \frac{\gamma z}{T_0} \right)^{\frac{g}{R_c \gamma - 1}} ,$$



БАРОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ПРИ  
ПРОИЗВОЛЬНОМ ИЗМЕНЕНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ С  
ВЫСОТОЙ (ОБЩИЙ СЛУЧАЙ)

$$T = T(z),$$

$$P(z) = P_0 e^{-\frac{gz}{R_c T_m}},$$

$$T_m = \frac{z}{\int_0^z \frac{dz}{T(z)}},$$



ДЛЯ ЛЮБОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ  
ВОЗДУХА ПО ВЫСОТЕ

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dz} = -\frac{1}{T} \left( \frac{g}{R_c} + \frac{dT}{dz} \right), \quad \text{или} \quad \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dz} = \frac{1}{T} (\gamma - \gamma_A).$$

$$\gamma_A = -\frac{dT}{dz} = \frac{g}{R_c}, \quad \text{или} \quad \gamma_A = 3,42 \text{ }^\circ\text{C}/100 \text{ м.}$$



- 1. Если  $\gamma > \gamma_A = 3,42 \text{ }^\circ\text{C}/100 \text{ м}$ , то  $d\rho/dz > 0$ , т. е. плотность воздуха возрастает с высотой. Вертикальные градиенты температуры  $\gamma$ , превышающие  $3,42 \text{ }^\circ\text{C}/100 \text{ м}$ , в реальных условиях атмосферы могут наблюдаться лишь в дневные часы (летом) в приземном слое атмосферы. При таких условиях плотность в этом слое увеличивается с высотой.
- 2. Если  $\gamma = \gamma_A$ , то  $d\rho/dz = 0$ , т. е. плотность воздуха не изменяется с высотой (постоянна):  $\rho = \rho_0 = \text{const}$ . Это случай однородной атмосферы.
- 3. Если  $\gamma < \gamma_A$ , то  $d\rho/dz < 0$ , т. е. плотность воздуха убывает с высотой. Этот случай является абсолютно преобладающим в условиях атмосферы.



# ПОЛНАЯ БАРОМЕТРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА (ФОРМУЛА ЛАПЛАСА)

$$z - z_1 = 18400(t + C_1 t_{\text{cp}}) \left[ 1 + C_2 \left( \frac{e}{P} \right)_{\text{cp}} \right] (1 + C_3 \cos 2\varphi) (1 + C_4 z_{\text{cp}}) \lg \frac{P_1}{P},$$

$$C_1 = 0,0036 \text{ (1/град)}$$

$$C_2 = 0,378$$

$$C_3 = 0,00264$$

$$C_4 = 3,14 \cdot 10^{(-7)} \text{ м}$$





**СОКРАЩЕННАЯ БАРОМЕТРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА  
(ДЛЯ РЕАЛЬНОЙ АТМОСФЕРЫ)**

$$z - z_1 = 18400 (1 + C_1 t_{cp}) \lg \frac{P_1}{P}$$



$$p_2 = p_1 \exp \left[ - \frac{g (z_2 - z_1)}{R_c \bar{T}} \right],$$

$\bar{T} = 273(1 + \alpha \bar{t})$  — средняя барометрическая температура

$$\bar{T} = \frac{z_2 - z_1}{\int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{T(z)}}$$



## СРЕДНЯЯ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА

$$\bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2},$$

Барометрическая формула (при  $z_1=0$ ,  $z_2=z$ ):

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{g z}{R_c \bar{T}}\right).$$



*Геопотенциал* – потенциальная энергия единицы массы  $\Phi$  в поле силы тяжести:

$$d\Phi = g dz.$$

- Единицей измерения геопотенциала служит геопотенциальный (гп) метр, который численно близок к обычному метру.



Абсолютной высотой (абсолютным геопотенциалом) изобарической поверхности называют геопотенциальную высоту изобарической поверхности над уровнем моря.

$$\Phi_p = 67,4 \bar{T}_v \lg \frac{P_0}{p}$$



## ПРИРАЩЕНИЕ АБСОЛЮТНОГО ГЕОПОТЕНЦИАЛА

$$\delta\Phi_p = 67,4 \delta\bar{T}_v \lg \frac{P_0}{P} + 29,3 \bar{T}_v \frac{\delta P_0}{P_0}$$



Относительной высотой одной изобарической поверхности над другой (относительным геопотенциалом) называется толщина слоя в геопотенциальных метрах между этими изобарическими поверхностями (разность их абсолютных геопотенциалов).

$$\Phi_{P_1}^{P_2} = 67,4 \bar{T}_v \lg \frac{P_1}{P_2}$$



**ИЗОБАРЫ.  
БАРИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ**





- ▣ ***Изобара*** – линия, соединяющие точки с равным атмосферным давлением.

Изобары можно проводить через 2, 5, 10 гПа.

- ▣ ***Горизонтальный барический градиент*** – изменение давления на единицу расстояния в горизонтальной плоскости (на поверхности уровня). Модуль горизонтального барического градиента обратно пропорционален расстоянию между изобарами.



- Вектор горизонтального барического градиента обычно обозначают  $\bar{p}$ .

$$= (\Delta p / \Delta n),$$

где  $\Delta p$  – разность давления между двумя изобарами,

$\Delta n$  – расстояние между ними.

Единицы измерения гПа/100км или гПа/111 км (1° долготы).

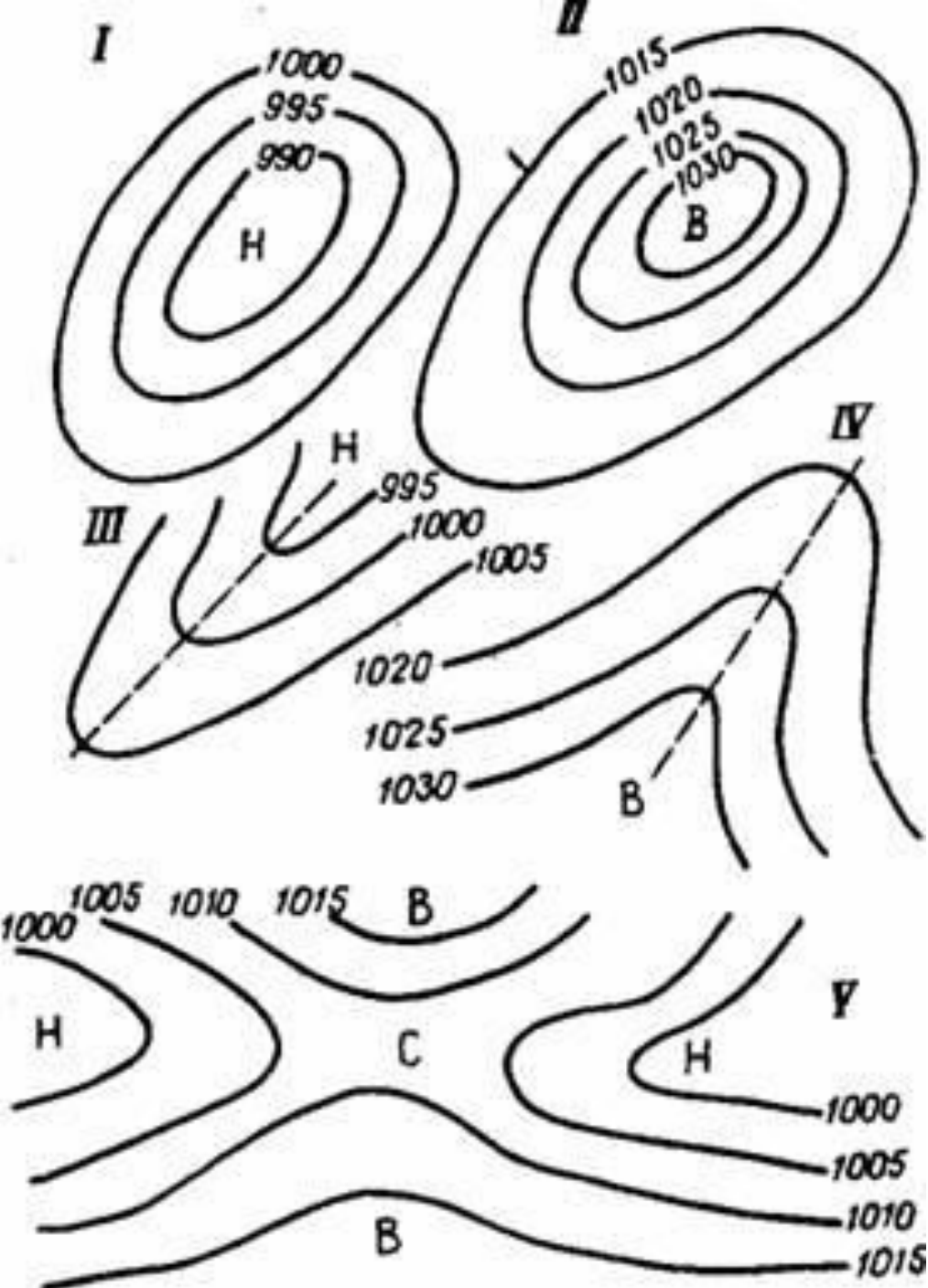


Области повышенного или пониженного давления, на которые расчленяется барическое поле атмосферы называются *барическими системами*.

***Основные типы барических систем:***

- А) с замкнутыми изобарами:
  - 1) циклон,
  - 2) антициклон;
- Б) с незамкнутыми изобарами:
  - 1) ложбина,
  - 2) гребень,
  - 3) седловина.





**ИЗОБАРЫ НА УРОВНЕ МОРЯ В  
РАЗЛИЧНЫХ ТИПАХ БАРИЧЕСКИХ  
СИСТЕМ:**

**I – ЦИКЛОН, II – АНТИЦИКЛОН, III –  
ЛОЖБИНА, IV – ГРЕБЕНЬ,  
V – СЕДЛОВИНА.**



## ***ОСНОВНЫЕ ТИПЫ БАРИЧЕСКИХ СИСТЕМ:***

- ▣ ***Антициклон*** – область повышенного атмосферного давления с замкнутыми concentрическими изобарами на уровне моря и соответствующим распределением ветров (в Северном полушарии – по часовой стрелке). Горизонтальный барический градиент направлен от центра к периферии.
- ▣ ***Ложбина*** – полоса пониженного давления между двумя областями повышенного давления. Изобары либо почти параллельные, либо имеют вид латинской буквы V. Центра в ложбине нет, есть ось (линия на которой атмосферное давление имеет минимальное значение, или на которой изобары резко меняют направление простирания).



## ***ОСНОВНЫЕ ТИПЫ БАРИЧЕСКИХ СИСТЕМ:***

- ▣ ***Гребень*** – полоса повышенного давления между двумя областями пониженного давления. Изобары в гребне либо параллельны, либо имеют вид буквы U (отрог антициклона). У гребня есть ось, на которой атмосферное давление максимально.
- ▣ ***Седловина*** – участок барического поля между двумя циклонами и двумя антициклонами (ложбинами и гребнями), расположенными крест-накрест. В этом случае изобарические поверхности имеют характерную форму седла: они поднимаются по направлению к антициклонам и опускаются – к циклонам. Точка в центре седловины называется точка седловины.
- ▣ ***Циклон и антициклон*** – барические системы, которые в приземной части очерчиваются замкнутыми изобарами.

